Aula 00

ANATEL (Especialista em Regulação de Serviços Públicos de Telecomunicações - Economia) Matemática + Matemática Financeira - 2024 (Pós-Edital)

Autor:

Equipe Exatas Estratégia Concursos

26 de Junho de 2024

Índice

AVISO IMPORTANTE!

Olá, Alunos (as)!

Passando para informá-los a respeito da **disposição das questões** dentro do nosso material didático. Informamos que a escolha das bancas, dentro dos nossos Livros Digitais, é feita de maneira estratégica e pedagógica pelos nossos professores a fim de proporcionar a melhor didática e o melhor direcionamento daquilo que mais se aproxima do formato de cobrança da banca do seu concurso.

Assim, o formato de questões divididas por tópico facilitará o seu processo de estudo, deixando mais alinhado às disposições constantes no edital.

No mais, continuaremos à disposição de todos no Fórum de dúvidas!

Atenciosamente,

Equipe Exatas

Estratégia Concursos

APRESENTAÇÃO DO CURSO

Olá, pessoal! Tudo bem?

É com grande satisfação que damos início ao nosso curso!

Os professores **Eduardo Mocellin, Francisco Rebouças, Luana Brandão, Djefferson Maranhão** e **Vinicius Veleda** ficarão responsáveis pelo **Livro Digital**.

Antes de continuarmos, vamos apresentar os professores do material escrito:

Eduardo Mocellin: Fala, pessoal! Meu nome é Eduardo Mocellin, sou professor de Matemática e de Raciocínio Lógico do Estratégia Concursos e engenheiro Mecânico-Aeronáutico pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Sinto-me feliz em poder contribuir com a sua aprovação! Não deixe de me seguir no Instagram: **@edu.mocellin**

Francisco Rebouças: Fala, alunos! Aqui é o Francisco Rebouças, professor de Matemática do Estratégia Concursos. Sou Engenheiro Aeroespacial formado pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Saiba que será uma honra fazer parte da sua jornada rumo à aprovação e que estaremos sempre aqui para auxiliá-los com o que precisarem. Um grande abraço e nos vemos nas aulas!

Luana Brandão: Oi, pessoal! O meu nome é Luana Brandão e sou professora de Estatística do Estratégia Concursos. Sou Graduada, Mestre e Doutora em Engenharia de Produção, pela Universidade Federal Fluminense. Passei nos concursos de Auditor Fiscal (2009/2010) e Analista Tributário (2009) da Receita Federal e de Auditor Fiscal do Estado do Rio de Janeiro (2010). Sou Auditora Fiscal do Estado do RJ desde 2010. Vamos juntos nesse caminho até a aprovação? **@professoraluanabrandao**

Djefferson Maranhão: Olá, amigos do Estratégia Concursos, tudo bem? Meu nome é Djefferson Maranhão, professor de Estatística do Estratégia Concursos. Sou Graduado em Ciência da Computação pela Universidade Federal do Maranhão (UFMA). Desde 2015, sou Auditor da Controladoria Geral do Estado do Maranhão (2015 - 5º lugar). Antes, porém, exerci os cargos de Analista de Sistemas na UFMA (2010 - 1º lugar) e no TJ-MA (2011 - 1º lugar). Já estive na posição de vocês e sei o quanto a vida de um concurseiro é um tanto atribulada! São vários assuntos para se dominar em um curto espaço de tempo. Por isso, contem comigo para auxiliá-los nessa jornada rumo à aprovação. Um grande abraço.

Vinicius Veleda: Olá, caros alunos! Sou Auditor Fiscal do Estado do Rio Grande do Sul. Professor de Matemática e Matemática Financeira do Estratégia Concursos. Aprovado nos Concursos de Auditor Fiscal da Secretaria da Fazenda dos Estados do Rio Grande do Sul (SEFAZ RS - 2019), Santa Catarina (SEFAZ SC - 2018) e Goiás (SEFAZ GO - 2018). Formado em Engenharia de Petróleo pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) com graduação sanduíche em Engenharia Geológica pela Universidade Politécnica de Madrid (UPM). Pela UFRJ, fui campeão sul americano do Petrobowl (Buenos Aires) e, posteriormente, Campeão Mundial (Dubai). Cursei meu ensino médio na Escola Preparatória de Cadetes do Exército (EsPCEx). Contem comigo nessa trajetória! **@viniciusveleda**

O material escrito em **PDF** está sendo construído para ser sua fonte **autossuficiente** de estudos. Isso significa que o livro digital será **completo** e **voltado para o seu edital**, justamente para que você não perca o seu precioso tempo "caçando por aí" o conteúdo que será cobrado na sua prova. Ademais, sempre que necessário, você poderá fazer perguntas sobre as aulas no **fórum de dúvidas**. **Bons estudos!**

TEORIA DOS CONJUNTOS

Introdução à Teoria dos Conjuntos

Definição de Conjunto

Iniciaremos o nosso estudo da matemática pela **Teoria dos Conjuntos**. A escolha desse conteúdo é **cuidadosamente pensada** para que você possa formar **uma base sólida,** que lhe servirá de alicerce na construção de toda matemática necessária a sua prova.

A palavra "conjunto" significa exatamente o que você deve estar pensando: uma espécie de **grupo, lista** ou **uma coleção** de determinado objeto. Observe alguns exemplos de **como podemos representar** conjuntos na matemática:

- $A = \{a, b, c, d, e\}$
- $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$
- $C = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$

O conjunto A é formado pelas **5 primeiras letras** no nosso alfabeto. O conjunto B é formado por **5 números pares**. O conjunto C é formado por **10 números ímpares**. Você pode estar se perguntando: *só podemos fazer conjuntos de números e letras?*

A resposta é não! Podemos criar conjuntos de basicamente qualquer coisa, desde um conjunto representando **os funcionários de determinada empresa** a **conjuntos formados por outros conjuntos!** Por exemplo, o conjunto E lista alguns professores de exatas do Estratégia Concursos.

- $\mathrm{E} = \{\mathrm{Francisco}, \mathrm{Eduardo}, \mathrm{Vinicius}, \mathrm{Luana}, \mathrm{Djefferson}\}$

Primeiramente, note que um conjunto muitas vezes aparecerá com seus elementos listados **dentro de um par de chaves**. Por isso, sempre que for escrever algum conjunto, não esqueça de colocar seus elementos aqui dentro: { }. É também usual as pessoas nomearem seus conjuntos com letras maiúsculas, mas **isso não é mandatório, nem necessário,** em algumas situações.

Relação de Pertinência

Quando um elemento faz parte de determinado conjunto, dizemos que **o elemento PERTENCE ao conjunto**. Essa relação de pertinência **entre um elemento e um conjunto** é representada pelo símbolo ∈.

- $b \in A$: **Lemos**: b **pertence** a A;
- $4 \in B$: **Lemos**: 4 **pertence** a B;
- $15 \in C$: **Lemos**: 15 **pertence** a C.

Atente-se à simbologia! Podemos dizer que um elemento **não pertence** a um determinado conjunto. Para isso, utilizamos o símbolo "não pertence": $\notin$.

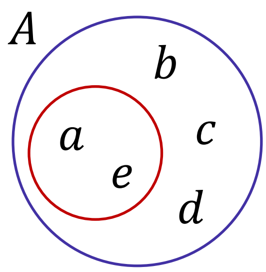
- $z \notin A$: z **não pertence** a A;
- $100 \notin B$: 100 **não pertence** a B;
- $\text{Beltrano} \notin E$: Beltrano **não pertence** a E.

Relação de Inclusão

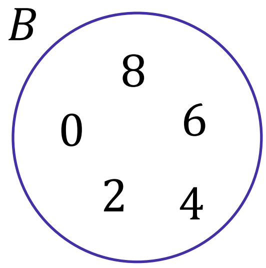
Existe mais um tipo de relação que devemos estudar: **a relação de inclusão**. Nesse tipo de relação, é estabelecido **um relacionamento entre dois conjuntos** e não mais entre um elemento e outro conjunto. Para isso, usamos uma simbologia específica que você deverá guardar: $\subset, \not\subset, \supset$ *e* $\not\supset$. Vamos ver com calma o que cada um deles diz! Considere: $\boldsymbol{A} = \{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}, \boldsymbol{d}, \boldsymbol{e}\}$, $\boldsymbol{B} = \{\mathbf{0}, \mathbf{2}, \mathbf{4}, \mathbf{6}, \mathbf{8}\}$ e $\boldsymbol{C} = \{\mathbf{1}, \mathbf{3}, \mathbf{5}, \mathbf{7}, \mathbf{9}, \mathbf{11}, \mathbf{13}, \mathbf{15}, \mathbf{17}, \mathbf{19}\}$.

- $\{a, e\} \subset A$: **Lemos**: $\{a, e\}$ **está contido** em A;
- $\{0, 2, 8\} \subset B$: **Lemos**: $\{0, 2, 8\}$ **está contido** em B;

Perceba que agora não estamos estabelecemos uma relação entre um elemento e um conjunto**. A relação de inclusão envolve <u>2 conjuntos</u>!** Diante disso, podemos introduzir um novo termo: **o subconjunto**. O subconjunto nada mais é do que **parte de um conjunto maior**. Quando dizemos, por exemplo, que $\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{e}\}$ **está contido em $\boldsymbol{A}$**, estamos dizendo, com outras palavras, que $\{a, e\}$ é um subconjunto de $\boldsymbol{A}$.



O diagrama acima ajuda a compreender a relação de inclusão. Observe que **o conjunto $\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{e}\}$ está inteiramente contido em $\boldsymbol{A}$**. Nessas condições, dizemos que $\{a, e\}$ está contido em A ou ainda que $\{a, e\}$ é um subconjunto de A. Algumas vezes, você poderá ver **o termo "parte" sendo usado como sinônimo de subconjunto**. Agora, imagine a seguinte situação:



Nesse caso, temos que $\{a, e\} \not\subset B$: **Lemos**: $\{a, e\}$ não está contido em B ou $\{a, e\}$ não é um subconjunto de B. Vamos ver mais alguns exemplos de quando **um conjunto não está contido em outro**:

- $\{a, e, f\} \not\subset A$
- $\{1, 3, 5\} \not\subset B$
- $\{0, 1\} \not\subset C$
- $\{\text{Sicrano}, \text{Beltrano}\} \not\subset \text{E}$

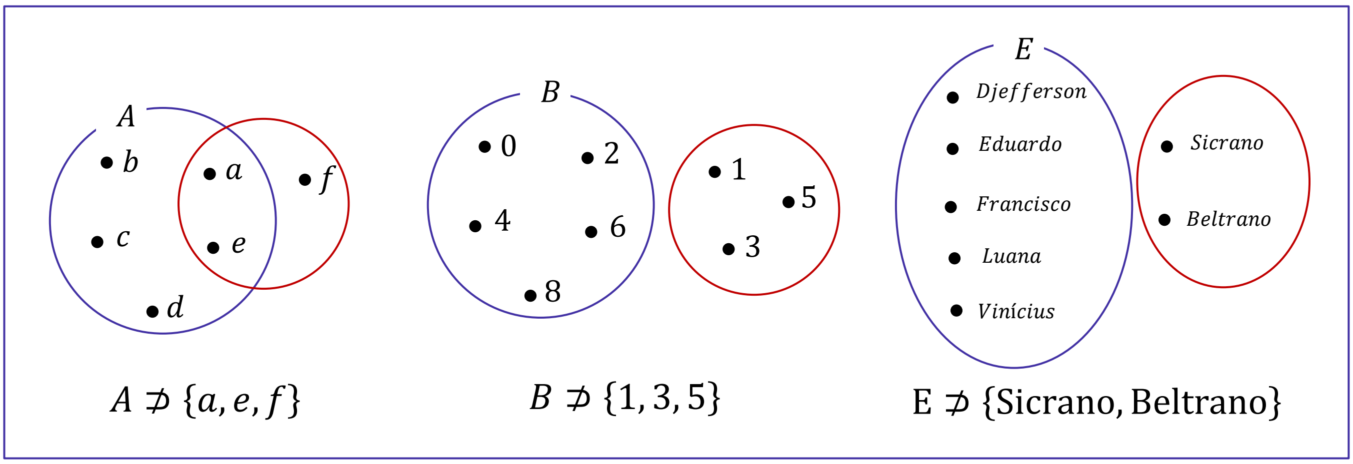
Perceba que **basta um elemento do conjunto não pertencer** ao conjunto maior que **não poderemos estabelecer uma relação de inclusão** entre os dois conjuntos e, portanto, dizemos que um não está contido no outro. Pessoal, **se $\{a, e\}$ está contido em A,** então também podemos dizer que **A contém $\{a, e\}$**. Quando queremos expressar essa ideia de que um conjunto maior contém determinado subconjunto, utilizamos o símbolo $\supset$.

- $A \supset \{a, e\}$: A **contém** $\{a, e\}$
- $B \supset \{0, 2, 8\}$: B **contém** $\{0, 2, 8\}$
- $C \supset \{1, 3, 5, 19\}$: C **contém** $\{1, 3, 5, 19\}$
- $\text{E} \supset \{\text{Francisco}, \text{Eduardo}\}$: E **contém** $\{\text{Francisco}, \text{Eduardo}\}$

Analogamente, podemos estender o raciocínio para quando queremos dizer que determinado conjunto **não contém outro**. Nessas situações, utilizamos $\not\supset$.

- $A \not\supset \{a, e, f\}$: A **não contém** $\{a, e, f\}$
- $C \not\supset \{0, 1\}$: C **não contém** $\{0, 1\}$
- $\text{E} \not\supset \{\text{Sicrano}, \text{Beltrano}\}$ -- E **não contém** $\{\text{Sicrano}, \text{Beltrano}\}$

ESQUEMATIZANDO



HORA DE PRATICAR!

(PREF. PIÊN/2023) Sejam A, B e C conjuntos dados por $A = \{-1,2,9,7,3\}$, $B = \{2,7\}$ e $C = \{-1,0\}$. Assinale a alternativa **CORRETA**.

A) $0 \in A$

B) $7 \subset A$

C) $B \subset A$

D) $C \subset A$

E) $-1 \notin A$

Comentários:

Vamos verificar se cada alternativa, de acordo com a definição dos conjuntos A, B e C.

A) $0 \in A$

Falsa, pois 0 **não** está no conjunto $A = \{-1,2,9,7,3\}$.

B) $7 \subset A$

Falsa, pois **7 não é um conjunto, mas um elemento**. Não podemos dizer que um elemento está contido em outro conjunto.

C) $B \subset A$

Verdadeira, pois todos os elementos de $B = \{2,7\}$ também estão no conjunto A.

D) $C \subset A$

Falsa, pois $C = \{-1,0\}$ tem um elemento, 0, que não está no conjunto A.

E) $-1 \notin A$

Falsa, pois -1 está no conjunto A.

Gabarito: LETRA C.

Igualdade entre Conjuntos

Pessoal, dois conjuntos são considerados iguais (ou idênticos) se eles possuem **exatamente os mesmos elementos!** Todo elemento que estiver em um deve necessariamente estar no outro. Por exemplo, considere os conjuntos $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{3, 2,1\}$. Nessa situação, podemos escrever que $A = B$.

Professor, mas a ordem está diferente!

Não importa! O importante é que todos elementos de A são os mesmos elementos de B.

HORA DE PRATICAR!

(MPE-GO/2022) Sejam x e y números tais que os conjuntos $\{0, 8, 2\}$ e $\{x, y, 2\}$ são iguais, podemos afirmar que:

A) $x = 0$ e $y = 8$

B) $x + y = 8$

C) $x < y$

D) $x + 2y = 8$

Comentários:

Para que os dois conjuntos sejam iguais, **seus elementos devem ser iguais**. Note que o "2" já aparece nos dois conjuntos, então não vamos nos preocupar com ele.

$$\{0, 8, 2\} \qquad\qquad \{x, y, 2\}$$

Com isso, observe que **podemos ter duas situações**.

1ª situação) $x = 0$ e $y = 8$
2ª situação) $x = 8$ e $y = 0$

Sabendo disso, vamos analisar as alternativas.

A) $x = 0$ e $y = 8$
Errado. Essa é a nossa primeira situação, que não é necessariamente verdade. Também é uma possibilidade o caso em que $x = 8$ e $y = 0$.

B) $x + y = 8$
Correto. Esse é nosso gabarito, pessoal. Verifique que **independentemente da situação**, sempre vamos ter $x + y = 8$. Afinal, sempre um vai ser 0 (zero) e o outro será 8 (oito), de forma que a soma é sempre 8 (oito).

C) $x < y$
Errado. Essa afirmação é verdade apenas para a primeira situação. Como podemos ter o caso em que $x = 8$ e $y = 0$, tem-se também que x pode ser maior que y.

D) $x + 2y = 8$
Errado. Essa equação é válida apenas para a segunda situação. No caso em que $x = 0$ e $y = 8$, já é possível verificar que ela é inválida.

Gabarito: LETRA B.

Subconjuntos

Vamos aprofundar um pouco o nosso estudo sobre **os subconjuntos**. Para começar, tente dizer quais são os subconjuntos do conjunto $A = \{a, b\}$. *Pronto?* Observe como fica:

Conjunto	Subconjuntos
$A = \{a, b\}$	$\emptyset$
	$\{a\}$
	$\{b\}$
	$\{a, b\}$

A tabela acima lista todos os subconjuntos que podemos formar utilizando o conjunto A. Sabendo disso, podemos escrever as seguintes relações:

- $\emptyset \subset A$
- $\{a\} \subset A$
- $\{b\} \subset A$
- $\{a, b\} \subset A$

Devemos falar um pouco do **conjunto vazio e conjunto unitário**. O conjunto vazio, como o próprio nome sugere, **é um conjunto que não possui elementos**! É representado por meio do **símbolo** $\emptyset$ mas também pode aparecer como um simples par de chaves $\{\ \}$. Já **o conjunto unitário** é todo conjunto que **possui um único elemento**!

TOME NOTA!

O conjunto vazio é subconjunto de qualquer outro conjunto.

Seja X um conjunto genérico, então:

$$\emptyset \subset X \quad ou \quad \{\ \} \subset X$$

Observe que $\{a, b\} \subset A$, indicando que **qualquer conjunto é também um subconjunto de si mesmo**! Seja $B = \{a, b, c\}$. Vamos listar os seus subconjuntos também?

Conjunto	Subconjuntos
$B = \{a, b, c\}$	$\emptyset$
	$\{a\}$
	$\{b\}$
	$\{c\}$
	$\{a, b\}$
	$\{a, c\}$
	$\{b, c\}$
	$\{a, b, c\}$

Quando um subconjunto de B é diferente do próprio B, chamamos ele de **subconjunto próprio de B**. Por exemplo, $\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}$ são subconjuntos próprios de B. Já o subconjunto $\{a, b, c\}$ é denominado **impróprio** pois é igual ao próprio B! Com os conjuntos listados na tabela acima são subconjuntos de B, então podemos escrever:

- $\emptyset \subset B$
- $\{a\} \subset B$
- $\{b\} \subset B$
- $\{c\} \subset B$
- $\{a, b\} \subset B$
- $\{a, c\} \subset B$
- $\{b, c\} \subset B$
- $\{a, b, c\} \subset$

Pessoal, observe que **os subconjuntos de um conjunto são apenas diferentes combinações de seus elementos**. Portanto, se você precisar listar os subconjuntos, siga os seguintes passos:

Passo 1: O primeiro conjunto que você deve anotar como subconjunto é o **conjunto vazio**.
Passo 2: Depois, transforme em subconjunto cada elemento, um por um.
Passo 3: Em seguida, escreva os subconjuntos formado por pares de elementos.
Passo 4: Acabando os pares, pegue os trios e assim sucessivamente.

Seguindo essa receita, vamos listar os subconjuntos de $C = \{1, 2, 3\}$?

Passo 1: Você não deve esquecer que **o conjunto vazio é subconjunto de qualquer outro conjunto**, portanto:

$$\emptyset$$

Passo 2: Transformando cada elemento em um subconjunto, **um por um**.

$$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}$$

Passo 3: Escrever os subconjuntos formado por **pares** de elementos.

$$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2,3\}$$

Passo 4: Ir para os trios.

$$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2,3\}, \{1, 2, 3\}$$

Como o conjunto C só possui 3 elementos, encerramos por aqui! Listamos todos os subconjuntos dele. Observe que quando tínhamos um conjunto com **2 elementos, obtivemos 4 subconjuntos**. Ao aumentar um elemento no conjunto, **passamos a ter 8 subconjuntos**. Será que é possível estabelecer uma fórmula para calcular **o número de subconjuntos baseado na quantidade de elementos de um conjunto**?

É possível sim e **a fórmula é bem simples**. Seja $n(A)$ **o número de elementos de um conjunto A**. Então, **o número de subconjuntos de A, n_{S_A}**, é dado por:

$$\boxed{n_{S_A} = 2^{n(A)}}$$

Por exemplo, vamos voltar no conjunto $C = \{1, 2, 3\}$. Como ele tem **três elementos**, para encontrar o número de subconjuntos de C, fazemos assim:

$$n_{S_C} = 2^{n(C)} \quad \rightarrow \quad n_{S_C} = 2^3 \quad \rightarrow \quad n_{S_C} = 8$$

Logo, C tem **oito subconjuntos**.

(Pref. Tuparetema/2024) Julgue o item:

Um conjunto não pode ser um subconjunto de si mesmo.

Comentários:

Para julgar o item, precisamos saber o que é um subconjunto. Um conjunto A é um subconjunto de um conjunto B **se todos os elementos de A também pertencem a B**. Por exemplo, $\{a, b\}$ é um subconjunto de $\{a, b, c\}$, mas $\{a, d\}$ não é um subconjunto de $\{a, b, c\}$. A relação de subconjunto é representada pelo símbolo $\subseteq$. Podemos escrever $\{a, b\} \subseteq \{a, b, c\}$, mas não podemos escrever $\{a, d\} \subseteq \{a, b, c\}$.

Uma propriedade importante da relação de subconjunto é que todo conjunto é um subconjunto de si mesmo. **Isso significa que qualquer conjunto A satisfaz $A \subseteq A$, pois todos os elementos de A pertencem a A.** Portanto, o item está errado. Um conjunto pode sim ser um subconjunto de si mesmo.

Gabarito: ERRADO.

Conjunto das Partes

Você sabia que **podemos juntar todos os subconjuntos de um conjunto para formar um novo conjunto**? Esse novo conjunto formado é denominado **conjunto das partes** e é representado pelo **símbolo $\wp$**. Por exemplo, os **conjuntos das partes** de $A = \{a, b\}$ e de $B = \{a, b, c\}$ são:

$$\wp(A) = \big\{\{\ \}, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\big\}$$

$$\wp(B) = \big\{\{\ \}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\big\}$$

Observe que $\wp(A)$ e $\wp(B)$ são **conjuntos formados por outros conjuntos**! Note ainda que **a sua quantidade de elementos é exatamente a quantidade de subconjuntos** calculada pela fórmula $\boldsymbol{nS_A = 2^{n(A)}}$. Um outro ponto que chamamos atenção é que, no conjunto das partes, listamos **o conjunto vazio** $\{\ \}$ explicitamente com um dos seus elementos.

(CRQ 4/2023) Considerem-se A o conjunto dos meses do ano que começam com vogal, B o conjunto dos meses do ano que começam com consoante e C o conjunto dos meses do ano que começam com a letra J. Com base nessas informações, julgue o item.

O conjunto das partes de A tem 8 subconjuntos não vazios.

Comentários:
Vamos lá!

conjunto A é **formado pelos meses do ano que começam com vogal**, ou seja:

$$\text{A} = \{\text{abril, agosto, outubro}\}$$

O **conjunto das partes de A é o conjunto que contém todos os subconjuntos possíveis de A**, incluindo o subconjunto vazio e o próprio A. Para calcular o número de elementos do conjunto das partes de um conjunto finito, usa-se a fórmula $\boldsymbol{2^n}$, onde n é o número de elementos do conjunto original. No caso de A, $n = 3$, então o conjunto das partes de A tem $2^3 = \mathbf{8}$ **elementos**.

Porém, desses 8 elementos, um deles é o subconjunto vazio. Portanto, **o conjunto das partes de A tem 7 subconjuntos não vazios**, e não 8 como afirma o item.

Os subconjuntos não vazios de A são: {abril}, {agosto}, {outubro}, {abril, agosto}, {abril, outubro}, {agosto, outubro} e {abril, agosto, outubro}.

Gabarito: ERRADO.

INDO MAIS FUNDO!

Observe o conjunto F exemplificado abaixo.

$$F = \{1, 2, 3, \{a, b, c\}, \{d, e, f\}, \{W\}\}$$

Assim como o conjunto das partes, **F é um conjunto que possui como elemento outros conjuntos**. Note que o conjunto $\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\}$ **é um elemento de F**. Nessas situações, e somente nelas, podemos escrever $\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\} \in \boldsymbol{F}$. Galera, muita atenção aqui! $\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\}$ **não é um subconjunto de F, é um elemento!** Perceba que ele está listado juntamente com os demais elementos!

- $1 \in F$
- $2 \in F$
- $3 \in F$
- $\{a, b, c\} \in F$
- $\{d, e, f\} \in F$
- $\{W\} \in F$

E nesses casos, *quando usaremos a relação de inclusão?* Veja alguns exemplos de subconjuntos de F:

- $\{1\} \subset F$
- $\{1, 2\} \subset F$
- $\{1, 2, 3\} \subset F$
- $\{\{a, b, c,\}\} \subset F$
- $\{\{W\}\} \subset F$
- $\{\{a, b, c,\}, \{d, e, f\}, \{W\}\} \subset F$

Observe que, para representar os subconjuntos que contém outros conjuntos, utilizamos, sem problema algum, dois pares de chaves. Tenha bastante cuidado em questões que tragam esse tipo de abordagem! Já vi muitas bancas se enrolarem ao cobrar questões com essa temática, pois desconhecem que conjuntos podem sim ser elementos de outros conjuntos e que podemos estabelecer uma relação de pertinência nessas situações.

HORA DE PRATICAR!

(FMS POMBOS/2023) Julgue o item:

Dado que X = {3, 5, 7, 9} e Y = {3, 5, {7, 9}}, podemos afirmar corretamente que esses conjuntos são iguais.

Comentários:

Para julgar o item, devemos lembrar a definição de conjunto e de igualdade entre conjuntos. Um conjunto é uma coleção de objetos distintos e não ordenados, chamados de elementos. **Dois conjuntos são iguais se e somente se têm os mesmos elementos**, independentemente da ordem ou da forma como são apresentados.

No caso dos conjuntos X = {3, 5, 7, 9} e Y = {3, 5, {7, 9}}, podemos observar que eles não são iguais, pois têm elementos diferentes. **O conjunto X tem quatro elementos: 3, 5, 7 e 9.** **O conjunto Y tem três elementos: 3, 5 e {7, 9}**. O elemento {7, 9} é um conjunto em si mesmo, formado por dois números. Portanto, ele é diferente do elemento 7 e do elemento 9, que são números simples.

Logo, **o item está errado**, pois afirma incorretamente que os conjuntos X e Y são iguais.

Gabarito: ERRADO.

(FMS POMBOS/2023) Julgue o item:

Ao empregar a linguagem de conjuntos e considerando o conjunto $X = \{x, \{y\}, z\}$, podemos afirmar corretamente que o conjunto $\{x, \{y\}\}$ pertence a X.

Comentários:

Na linguagem dos conjuntos, usamos os símbolos ∈ (pertence) e ∉ (não pertence) para indicar se um elemento faz ou não parte de um conjunto. Por exemplo, se A = {1, 2, 3}, então 1 ∈ A e 4 ∉ A. **Um conjunto também pode conter outros conjuntos como seus elementos**. Nesse caso, usamos as chaves {{ }} para diferenciar os conjuntos dos elementos. Por exemplo, se B = {a, {b, c}, d}, então a ∈ B, b ∉ B, {b, c} ∈ B e {a, d} ∉ B.

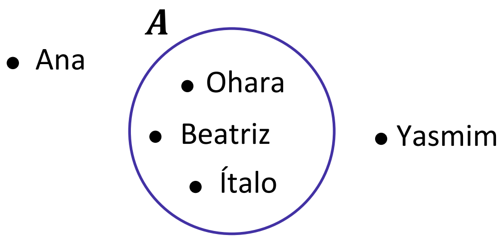
No item, temos **o conjunto $X = \{x, \{y\}, z\}$, que contém três elementos: x, {y} e z**. O elemento {y} é um conjunto que contém o elemento y. Portanto, podemos dizer que y ∈ {y} e {y} ∈ X. No entanto, **o conjunto {x, {y}} não é um elemento de X, mas sim um subconjunto de X**. Logo, o item está errado.

Gabarito: ERRADO.

Operações com Conjuntos

Representação por Diagramas

Você deve ter visto ao longo da aula que **apareceram alguns conjuntos na forma de diagramas**. Esse tipo de representação é extremamente útil na resolução de questões, pois **possibilita uma melhor compreensão do problema**. Por exemplo, seja $\boldsymbol{A}$ o conjunto de funcionários de uma determinada empresa.



Todos aqueles que estão dentro do conjunto $\boldsymbol{A}$ **representam funcionários da empresa. Quem está fora, não é funcionário da empresa**. Olhando simplesmente para o diagrama, podemos dizer que:

- $Ohara \in A$;
- $Beatriz \in A$;
- $Italo \in A$;
- $Yasmim \notin A$;
- $Ana \notin A$.

Esses diagramas são bastante conhecidos no meio matemático e possuem um nome especial: são os **Diagramas de Venn-Euler** ou, simplesmente, **Diagramas de Venn**. Esse tipo de representação é utilizado principalmente quando **precisamos representar vários conjuntos ao mesmo tempo**. Nos tópicos a seguir, usaremos bastante esses diagramas e você logo ficará habituado.

Existem diferentes maneiras de representarmos os conjuntos. A primeira dela é como estamos fazendo desde o começo da aula, como por exemplo, em $V = \{a, e, i, o, u\}$. Chamamos esse tipo de representação de "**representação por enumeração**".

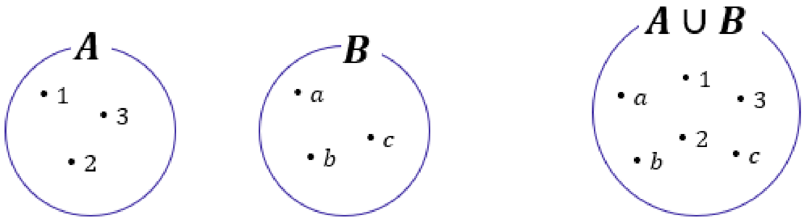
Ademais, temos a **representação por propriedade**. Para entender melhor, considere o mesmo conjunto V citado anteriormente. Ele também poderia ser escrito da seguinte forma: $\boldsymbol{V = \{x \mid x \text{ é } vogal\}}$.

Na prática, podemos ler tal conjunto da seguinte forma: **V é o conjunto dos elementos de x, tal que x é vogal**. Lemos essa barrinha vertical como **"tal que"**. **Não esqueça!**

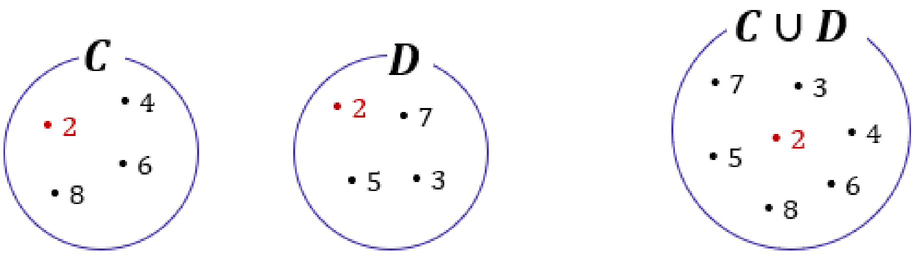
Por fim, temos a **representação por diagramas** que estudamos agora a pouco! Fechou?

União

Nessa parte da nossa aula, veremos que existem **várias operações** que os conjuntos podem se submeter. A mais conhecida talvez seja **a união (ou reunião) de conjuntos**. A união de conjuntos é representada pelo **símbolo** ∪ e, basicamente, **funde dois conjuntos em um só**.



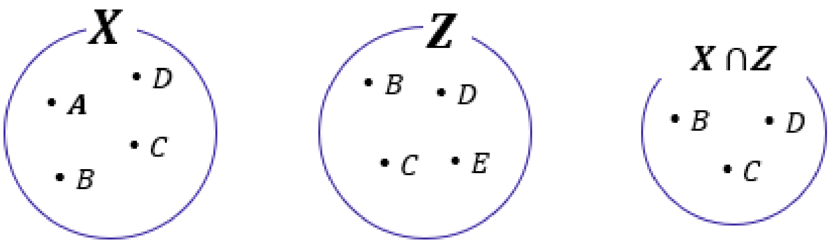
No diagrama acima, temos que $\boldsymbol{A} = \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}\}$ e $B = \{a, b, c\}$. Quando fazemos a união de A e B, criamos um conjunto que possui **todos os elementos dos dois conjuntos**, $\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B} = \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\}$. Haverá casos em que os conjuntos possuirão um mesmo elemento e, quando for necessário fazer a união dos dois, **você não precisará escrever duas vezes o elemento repetido**. Observe um exemplo nos diagramas abaixo.



Note que **o 2 é um elemento comum aos dois conjuntos**: $C = \{2, 4, 8, 6\}$ e $D = \{2, 3, 5, 7\}$. Nessas situações, quando fazemos a união de conjuntos que possuem elementos em comum, **esse elemento não vai aparecer duas vezes no conjunto união**! Confira que $C \cup D = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, **o 2 aparece apenas uma vez**.

Intersecção

A operação que seleciona **os elementos comuns entre dois ou mais conjuntos é denominada intersecção e é representada por** ∩. Por exemplo, nos diagramas acima o número 2 é o único elemento comum entre C e D. Logo, o conjunto intersecção será formado apenas pelo elemento 2: $\boldsymbol{C} \cap \boldsymbol{D} = \{\mathbf{2}\}$. Veja mais um exemplo abaixo.



Temos que $X = \{A, B, C, D\}$ e $Z = \{B, C, D, E\}$. São dois conjuntos distintos, mas que **possuem alguns elementos em comum**. Os elementos $B, C\ e\ D$ aparecem nos 2 conjuntos e formam o conjunto intersecção: $\boldsymbol{X \cap Z = \{B, C, D\}}$. Vamos treinar um pouco esses conceitos?

HORA DE PRATICAR!

(IBGE/2023) Assinale a alternativa que identifica corretamente a intersecção entre esses três conjuntos A = {1, 2, 5, 6, 7}, B = {2, 3, 4, 5, 6, 7} e C = {0, 1, 2, 3, 4, 5}.

A) {2, 3, 5}

B) {2, 5}

C) {6, 7}

D) {1, 2, 5}

E) {1, 2, 3, 4, 5}

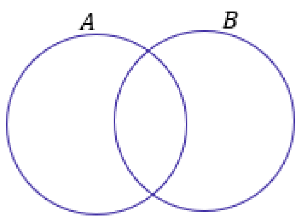
Comentários:

A intersecção entre três conjuntos é o conjunto formado pelos elementos que pertencem aos três conjuntos ao mesmo tempo. Portanto, **para encontrar a intersecção entre A, B e C, basta identificar quais elementos estão presentes nos três conjuntos dados**.

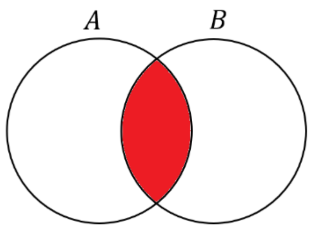
Assim, para encontrar a intersecção entre A, B e C, devemos verificar quais elementos satisfazem a condição de pertencer aos três conjuntos A, B e C. Dados os conjuntos A = {1, 2, 5, 6, 7}, B = {2, 3, 4, 5, 6, 7} e C = {0, 1, 2, 3, 4, 5}, podemos ver que **os únicos elementos que cumprem essa condição são 2 e 5**. Portanto, a intersecção entre esses três conjuntos é o conjunto {2, 5}. Assim, a alternativa correta é a letra B.

Gabarito: LETRA B.

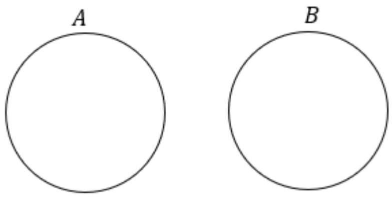
Quando dois conjuntos **possuem elementos em comum**, podemos representá-los assim:



Essa região comum representa exatamente a sua intersecção. Os elementos que estão na região em **vermelho** abaixo **pertencem simultaneamente aos conjuntos A e B**.

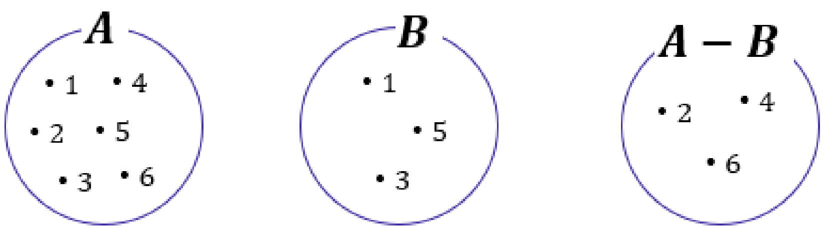


Caso os conjuntos não possuam elementos em comum, isto é, **não haja intersecção entre os dois**, nós vamos chamá-los de **disjuntos** e os representaremos utilizando círculos afastados um do outro.

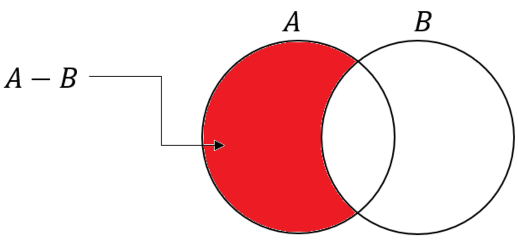


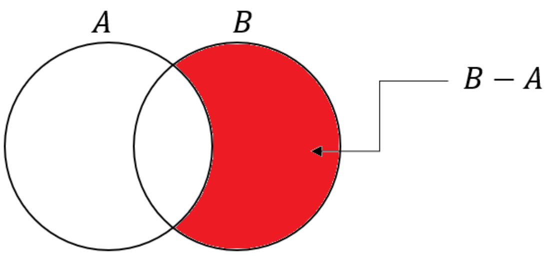
Diferença

Existe uma outra operação que é muito importante para a sua prova! Essa operação **é a diferença ou, como também é conhecida, a subtração de conjuntos**! O conjunto diferença é representado por $\boldsymbol{A - B}$ e é formado por **todos os elementos de A que não são elementos de B**! Por exemplo, considere os conjuntos:

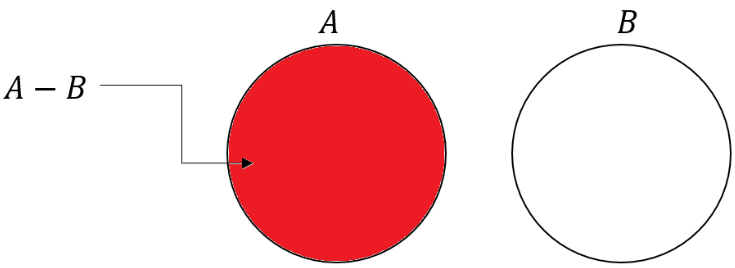


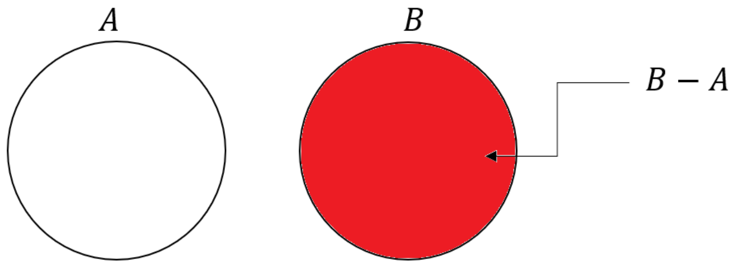
Observe que $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $B = \{1, 3, 5\}$. Para encontrar $A - B$, devemos selecionar **os elementos de $\boldsymbol{A}$ que não são elementos de $\boldsymbol{B}$**! Ou seja, **aqueles elementos que são apenas elementos de $\boldsymbol{A}$**! Observe que A e B possuem em comum os seguintes elementos: $A \cap B = \{1, 3, 5\}$. Logo, se $A = \{\mathbf{1}, 2, \mathbf{3}, 4, \mathbf{5}, 6\}$, então o $A - B = \{2, 4, 6\}$. Em diagramas, também é possível representar o conjunto diferença.





Um detalhe importante é que se A e B são **conjuntos disjuntos**, então $\boldsymbol{A - B = A}$ ***e*** $\boldsymbol{B - A = B}$. Veja como essa informação pode ser representada:





Vamos fazer alguns **exemplos numéricos** para visualizar ainda melhor essa última situação.

Considere os conjuntos $A = \{10, 20, 30\}$ e $B = \{40, 50\}$. Primeiramente, note que os conjuntos são disjuntos. *Mas qual é o motivo mesmo para eles serem disjuntos, professor?*

A e B são disjuntos pois não possuem elementos em comum! Nenhum sequer!! São totalmente diferentes um outro. *Tudo bem?!* Agora, lembre-se que **$A - B$ é o conjunto de elementos formados por todos os elementos de A que não são elementos de B**.

Ora, nesse nosso exemplo, **todos os elementos de A não são elementos de B**!! Sendo assim, podemos escrever que:

$$A - B = \{10, 20, 30\} = A$$

(UFPB/2023) Sejam os conjuntos finitos A = {0,1,2,3,5,6} e B = {0,2,3,5,8}, então podemos dizer que:

A) A união entre os conjuntos A e B possui exatamente 8 elementos

B) A – B possui exatamente 2 elementos

C) B – A possui exatamente 2 elementos

D) A intersecção entre os conjuntos A e B possui exatamente 3 elementos

E) Os conjuntos A e B são disjuntos

Comentários:

Essa questão envolve várias operações e conceitos da Teoria dos Conjuntos! Vamos comentar cada uma das alternativas.

A) A união entre os conjuntos A e B possui exatamente 8 elementos

Incorreta! A união entre A e B é formada pelos elementos {0,1,2,3,5,6,8}, que **são 7 ao todo.**

B) A – B possui exatamente 2 elementos

Correta! A – B é formado pelos elementos que pertencem a A, mas não a B. Neste caso, temos que $A - B = \{1,6\}$, que **possui exatamente 2 elementos**.

C) B – A possui exatamente 2 elementos

Incorreta! $B - A$ é formado pelos elementos que pertencem a B, mas não a A. Neste caso, temos que $B - A = \{8\}$, que **possui apenas 1 elemento**.

D) A intersecção entre os conjuntos A e B possui exatamente 3 elementos

Incorreta! A intersecção entre A e B é formada pelos elementos que pertencem aos dois conjuntos ao mesmo tempo. Neste caso, temos que $A \cap B = \{0,2,3,5\}$, que possui **4 elementos**.

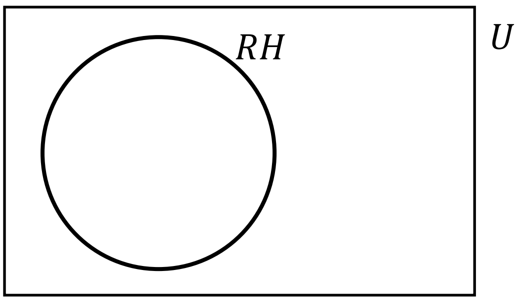
E) Os conjuntos A e B são disjuntos

Incorreta! Dois conjuntos são disjuntos **se não possuem nenhum elemento em comum**. Neste caso, podemos ver que A e B possuem vários elementos em comum, como 0, 2, 3 e 5.

Gabarito: LETRA B.

Complementar

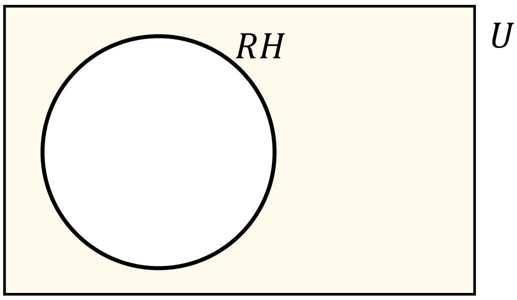
Quando falamos de um determinado conjunto, normalmente **estamos destacando determinado grupo dentro de um universo maior**. Por exemplo, podemos formar um conjunto dos funcionários especializados em RH de uma empresa. Esse grupo de funcionários foi retirado de um conjunto maior: **o conjunto formado por todos os funcionários da empresa**. Acompanhe o diagrama abaixo.



Observe que o conjunto formado por aqueles especializados em RH está contido dentro de um conjunto U. **Esse conjunto maior é frequentemente chamado de conjunto universo** e, nesse exemplo, poderia representar **o conjunto de todos os funcionários da empresa**.

Quer um outro exemplo? Imagine um conjunto formado por todas as vogais: $V = \{a, e, i, o, u\}$. Em um problema que estamos trabalhando com esse conjunto, qual seria o conjunto universo? O conjunto universo nessa situação seria o conjunto formado por todas as letras do alfabeto: $U = \{a, b, c, d, e, f, \dots, x, y, z\}$.

Quando estamos falando de conjunto universo, um novo conceito surge: **o conjunto complementar**. Lembre-se do conjunto que inventamos com os funcionários de uma empresa especializados em RH. *Qual o complementar desse conjunto?* Seria o conjunto formado por **todos os outros funcionários da empresa que não são especializados em RH!** Vamos mostrar no diagrama.



O complementar do conjunto RH é representado pela **parte pintada em amarelo**. *E no nosso exemplo das letras?* Qual o complementar do conjunto formado apenas pelas vogais? Ora, é **o conjunto formado por todas as outras letras que não são vogais, isto é, o conjunto das consoantes**! Para determinar o complementar de qualquer conjunto, **é de fundamental importância conseguir identificar qual é o conjunto universo**.

A notação utilizada para representar o complementar de um conjunto X é $\boldsymbol{X^C}$ **ou** $\boldsymbol{\bar{X}}$. Representamos o conjunto complementar com esse "expoente" C ou uma barra em cima. Ademais, podemos definir o conjunto complementar utilizando o que acabamos de ver **sobre conjunto diferença**.

TOME NOTA!

$$\boxed{\bar{X} = X^C = U - X}$$

Veja que utilizando a definição acima, temos que o conjunto complementar X^C é formado por **tudo que está no conjunto universo, mas não está em X**. Vamos fazer algumas questões para aplicar o que acabamos de ver?

HORA DE PRATICAR!

(CREFONO/2023) Os alienígenas estão estudando a população da Terra e, para isso, estão analisando alguns conjuntos de dados. Considere os conjuntos A, B e C, em que:

- A representa os seres humanos que já avistaram um OVNI;
- B representa os seres humanos que acreditam em vida extraterrestre; e
- C representa os seres humanos que afirmam ter sido abduzidos por alienígenas.

Com base nesse caso hipotético, julgue o item.

O complemento de A representa os seres humanos que nunca avistaram um OVNI.

Comentários:

O complemento de um conjunto A é o conjunto formado por todos os elementos que não pertencem a A. Como A representa os seres humanos que já avistaram um OVNI, o complemento de A representa os seres humanos que **não avistaram um OVNI**. Portanto, o item está certo.

Gabarito: CERTO.

(CRAS/2023) Sendo $X = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 5, 7, 10\}$ e $Y = \{2, 3, 4, 5, 10, 11\}$, então o complementar de Y em X é:

A) $\{2, 3, 5, 10\}$.
B) Ø.
C) $\{-3, -2, -1\}$.
D) $\{11\}$.
E) $\{-3, -2, -1, 0, 1, 7\}$.

Comentários:

O complementar de Y em X (C_X^Y) é o conjunto formado pelos **elementos que pertencem a X mas não pertencem a Y**. Para encontrar esse conjunto, temos que eliminar de X os elementos que são comuns a Y. Assim:

$$C_X^Y = X - Y = \{-3, -2, -1, 0, 1, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \mathbf{5}, 7, \mathbf{10}\} - \{\mathbf{2}, \mathbf{3}, 4, \mathbf{5}, \mathbf{10}, 11\}$$

Note que **os elementos comuns são {2,3,5,10}**. Logo, sobram os elementos {-3,-2,-1,0,1,7}, que formam o complementar de Y em X.

$$\boxed{\boldsymbol{X - Y \ = \ \{-3, -2, -1, 0, 1, 7\}}}$$

Gabarito: LETRA E.

Leis de De Morgan

Pessoal, as leis de De Morgan são dois teoremas que **relacionam as operações de união e intersecção de conjuntos com a complementação**. Elas foram formuladas pelo matemático britânico Augustus De Morgan no século 19 e podem ser enunciadas assim:

- O complemento da união de dois conjuntos é igual à intersecção dos complementos desses conjuntos.

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

- O complemento da intersecção de dois conjuntos é igual à união dos complementos desses conjuntos.

$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$

Essas leis nos permitem manipular expressões envolvendo conjuntos de maneiras diferentes e facilitam o entendimento de algumas propriedades dos conjuntos. Vamos ver alguns exemplos para ilustrar como elas funcionam.

Suponha que **A seja o conjunto dos números pares menores que 10** e que **B seja o conjunto dos números múltiplos de 3 menores que 10.** Temos que:

- $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$
- $B = \{0, 3, 6, 9\}$
- $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Então, a união de A e B é o conjunto que contém todos os elementos de A ou de B, ou seja:

$$A \cup B = \{0, 2, 3, 4, 6, 8, 9\}$$

O complemento de AUB é o conjunto que contém todos os elementos de U que não estão em AUB, ou seja:

$$(A \cup B)^c = \{1, 5, 7\}$$

Por outro lado, **o complemento de A é o conjunto que contém todos os elementos que não estão em A**:

$$A^c = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

E **o complemento de B é o conjunto que contém todos os elementos que não estão em B**:

$$B^c = \{1, 2, 4, 5, 7, 8\}$$

A **intersecção de A^c e B^c é o conjunto que contém todos os elementos que estão em A^c e em B^c**, ou seja:

$$A^c \cap B^c = \{1, 5, 7\}$$

Observe que **esse conjunto é exatamente o mesmo que o complemento de A ∪ B**. Isso mostra que a primeira lei de De Morgan é válida nesse caso. Podemos fazer um raciocínio análogo para mostrar a validade da segunda lei! Agora, vamos ver como o tema aparece em prova!

HORA DE PRATICAR!

(PM-SP/2018) De acordo com as leis de De Morgan, o complementar da união é igual a intersecção dos complementares. Assim, dado um conjunto X, seja X^C o seu complementar em relação ao conjunto universo. Considerando $V = \{a, e, i, o, u\}$ o conjunto universo, sejam os subconjuntos $A = \{a, e\}$ e $B = \{o, u\}$. O conjunto $A^C \cap B^C$ é igual ao conjunto

A) $\{i\}$
B) $\{o\}$
C) $\{o, i\}$
D) $\{a, i\}$

Comentários:

O complementar de A é tudo que pertence ao universo de A, mas **não pertence a A**.

$$A^C = V - A$$

Como $V = \{a, e, i, o, u\}$ e $\boldsymbol{A} = \{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{e}\}$, ficamos:

$$A^C = \{i, o, u\}$$

Por sua vez:

$$B^C = V - B$$

Como $V = \{a, e, i, o, u\}$ e $\boldsymbol{B} = \{\boldsymbol{o}, \boldsymbol{u}\}$, ficamos:

$$B^C = \{a, e, i\}$$

Queremos a intersecção entre A^C e B^C:

$$\boxed{\boldsymbol{A^C \cap B^C = \{i\}}}$$

Gabarito: LETRA A.

Princípio da Inclusão-Exclusão

Pessoal, muitas vezes vamos precisar **determinar o número de elementos de um conjunto**. Essa tarefa de contar **pode ficar um pouco complicada quando temos elementos que pertencem a mais de um conjunto**, pois, nesses casos, **devemos eliminar as repetições** para não contar o mesmo elemento duas vezes.

Nesse sentido, surge o Princípio da Inclusão-Exclusão (PIE). Esse princípio possibilita uma contagem exata da quantidade de elementos **de um conjunto formado pela união de vários outros, mesmo que contenham intersecções**.

➢ 2 Conjuntos

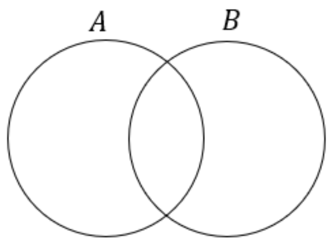
Imagine **dois conjuntos A e B com elementos em comum**. Se $n(A)$ é o número de elementos de A e $n(B)$ é o número de elementos de B, quanto vale $n(A \cup B)$?

TOME NOTA!

$$\boxed{\boldsymbol{n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)}}$$

Vamos tentar entender o caminho das pedras para chegar na relação acima. Considere os conjuntos:

- $A = \{1, 2, 3\} \quad \Longrightarrow \quad n(A) = 3$
- $B = \{3, 4, 5\} \quad \Longrightarrow \quad n(B) = 3$
- $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad \Longrightarrow \quad n(A \cup B) = 5$
- $A \cap B = \{3\} \quad \Longrightarrow \quad n(A \cap B) = 1$



Observe que **apesar da união entre A e B ser uma espécie de fusão entre os dois conjuntos**, o número de elementos na união, na maioria dos casos, **não é a soma direta do número de elementos de A com o número de elementos de B**.

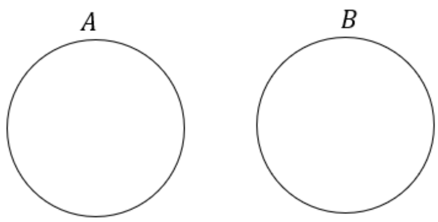
Perceba que **o elemento 3 aparece tanto em A como em B** e ao somar o número de elementos dos dois conjuntos **devemos considerar que estamos somando o mesmo elemento duas vezes!** É por isso esse motivo que devemos subtrair a quantidade de elementos que estão na intersecção. Já para **conjuntos disjuntos** temos que:

TOME NOTA!

$$\boxed{\boldsymbol{n(A \cup B) = n(A) + n(B)}}$$

pois:

$$\boldsymbol{n(A \cap B) = 0.}$$



HORA DE PRATICAR!

(PREF. CAMPOS DOS GOYTACAZES/2024) Certo congresso acadêmico organizado na universidade federal de determinado Estado contou com a participação de 160 pesquisadores e foi realizado em dois dias. O primeiro dia do congresso teve a participação de 120 pesquisadores e, no segundo, a participação foi de 100 pesquisadores. Considerando estas informações, quantos pesquisadores participaram dos dois dias do congresso?

A) 30.
B) 45.
C) 60.
D) 75.

Comentários:

Para resolver esta questão, podemos usar o **princípio da inclusão-exclusão**, que diz que:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

No caso, o conjunto A é formado pelos pesquisadores que participaram do primeiro dia do congresso, e o conjunto B é formado pelos que participaram do segundo dia. **O número de elementos da união entre A e B é igual ao número total de pesquisadores, ou seja, 160**. Substituindo os dados na fórmula, temos:

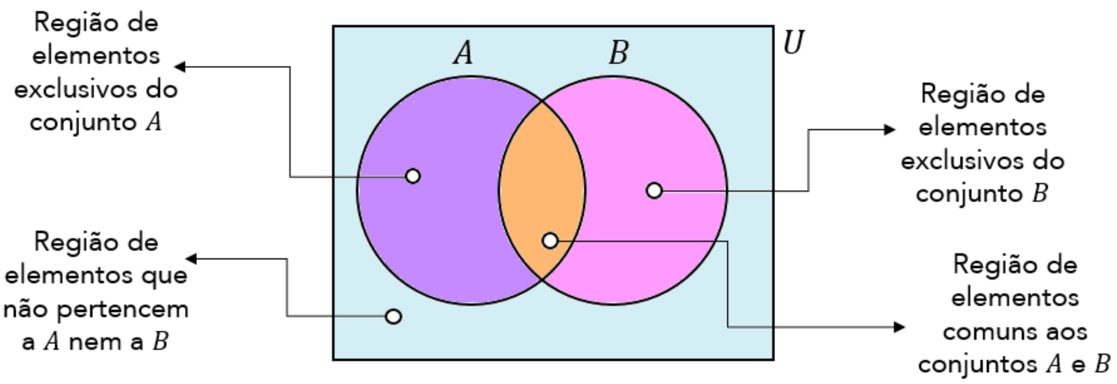
$$160 = 120 + 100 - n(A \cap B)$$

Simplificando, obtemos:

$$n(A \cap B) = 60$$

Gabarito: LETRA C.

A verdade é que **não precisamos decorar fórmulas** para responder questões que envolva esse princípio. Utilizando **um pouco de lógica e diagramas de Venn**, podemos encontrar a quantidade de elemento de cada conjunto envolvido em um problema típico de Princípio da Inclusão-Exclusão. Antes disso, quero deixar claro para vocês **o significado de cada uma das regiões** no seguinte diagrama:



HORA DE PRATICAR!

(PREF. AMERICANA/2023) Para uma vaga de emprego foram entrevistados 820 candidatos, dos quais 450 são carpinteiros, 250 são pedreiros, 320 não são carpinteiros nem pedreiros. Dos candidatos entrevistados, são carpinteiro e pedreiro, aproximadamente:

A) 13,05%.

B) 19,15%.

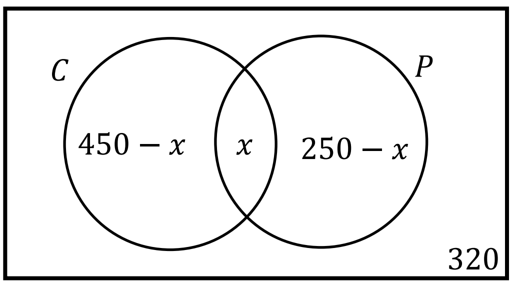
C) 24,39%.

D) 25,50%.

E) 32,95%.

Comentários:

Vamos organizar as informações do enunciado em um diagrama.



No diagrama desenhado, "C" representa o conjunto dos carpinteiros e "P", o dos pedreiros. Tem-se ainda:

- "x" é a quantidade de candidatos que **são carpinteiro <u>e</u> pedreiro**;
- "$450 - x$" é a quantidade de candidatos que são **<u>apenas</u>** carpinteiros;
- "$250 - x$" é a quantidade de candidatos que são **<u>apenas</u>** pedreiros;
- "320" é a quantidade de candidatos que **não são carpinteiros nem pedreiros**.

A soma dos valores dessas regiões **deve totalizar a quantidade de candidatos entrevistados**. Logo:

$$x + (450 - x) + (250 - x) + 320 = 820$$

$$1020 - x = 820$$

$$x = 200$$

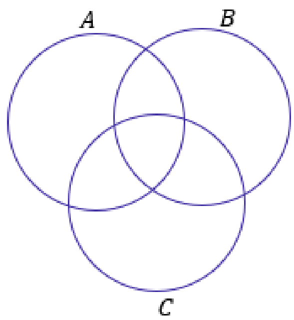
A questão quer esse resultado e**m porcentagem**. Logo:

$$x\% = \frac{200}{820} \cdot 100 \quad \rightarrow \quad \boxed{x\% = 24,39\%}$$

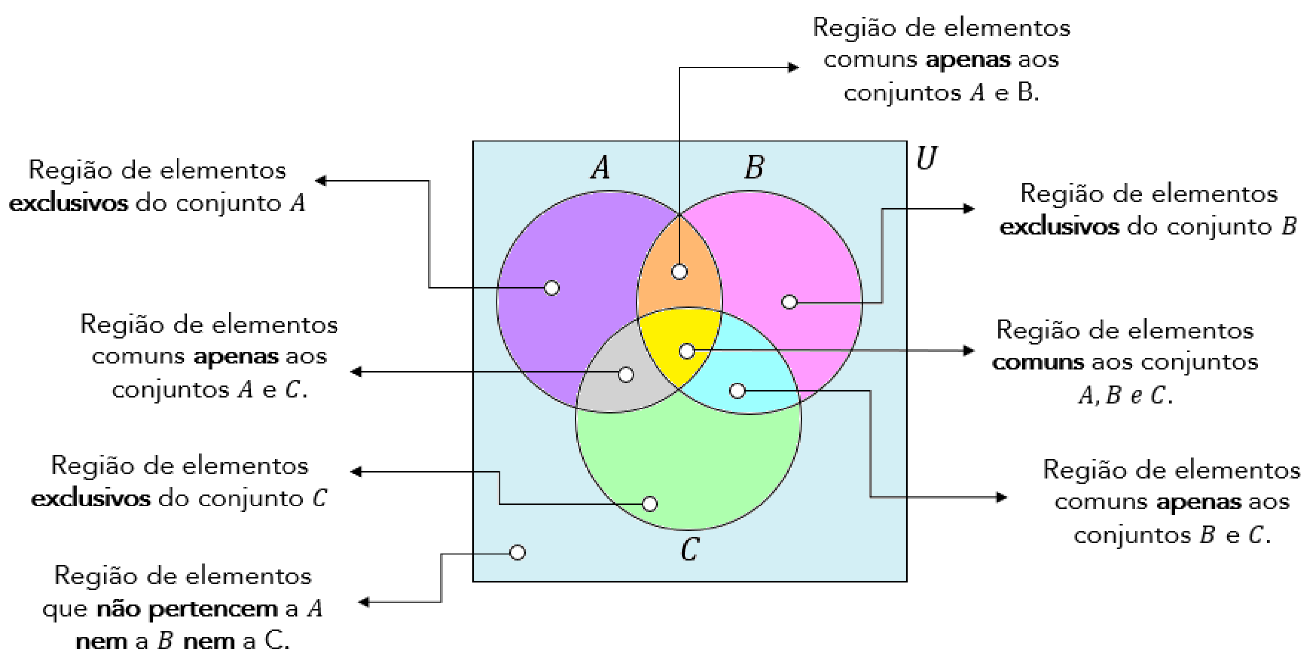
Gabarito: LETRA C.

3 Conjuntos

Imagine que você tem 3 conjuntos, **cada conjunto possui elementos em comum com os outros dois**. A situação **mais completa** que podemos imaginar está representada pelo diagrama abaixo.



Vamos fazer **uma leitura** de cada uma das regiões da figura acima?



Observe que **o número de regiões com três conjuntos aumenta bastante** em relação à análise anteriormente feita com dois. Agora, considere que **você conhece a quantidade** de elementos de cada um dos conjuntos cima, isto é, $\boldsymbol{n(A)}$, $\boldsymbol{n(B)}$ **e** $\boldsymbol{n(C)}$**.**

Como você faria para encontrar $\boldsymbol{n(A \cup B \cup C)}$ *? Será que é só somar as três quantidades?* **A resposta para essa pergunta é não!** Precisamos ter atenção aos **elementos que podem pertencer a mais de um conjunto**.

Segundo o Princípio da Inclusão- Exclusão, a fórmula geral que permite calcular a quantidade de elementos de um **conjunto formado pela união de outros três** é dada por:

$$\boxed{\boldsymbol{n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)}}$$

Vamos tentar entender com ela surge? Note que para achar a quantidade de elementos do conjunto união, primeiro **somamos individualmente as quantidades de cada um dos conjuntos**.

$$\boldsymbol{n(A) + n(B) + n(C)}$$

No entanto, nós vimos que, ao fazer isso, **não estamos considerando os elementos que podem pertencer a mais de um conjunto**. Essa soma dará, certamente, uma quantidade de elementos maior do que a quantidade real. *Mas, então, o que fazer?* **É preciso subtrair as quantidades dos elementos que estão nas intersecções, evitando assim a dupla contagem**.

$$\boldsymbol{n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C)}$$

Perceba que a fórmula ainda não está completa. Imagine um elemento que é **comum a todos os 3 conjuntos**, isto é, pertence a $A \cap B \cap C$. Esse elemento pertence tanto a A, quanto a B e a C. Quando fizemos a soma $n(A) + n(B) + n(C)$, **contamos ele três vezes**!

Quando fizemos a subtração $-n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C)$ estamos **tirando ele três vezes**! **Resultado: não estamos contando os elementos de** $\boldsymbol{A \cap B \cap C}$. Por esse motivo, **adicionamos** $\boldsymbol{n(A \cap B \cap C)}$**.** Logo,

$$\boxed{\boldsymbol{n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)}}$$

Eu sei que a fórmula **pode parecer um pouco complicada**, mas garanto que com **um pouco de paciência e resolução de exercícios**, ela se tornará **mais amigável e bastante intuitiva**! Além disso, também ensinarei um jeito que vocês poderão utilizar **caso não lembrem da fórmula**. Algumas vezes, no entanto, **a questão pode exigir a aplicação direta dela**. Confira o exercício abaixo.

HORA DE PRATICAR!

(ITAIPU/2024) A divisão de saúde da usina de Itaipu entrevistou 79 servidores a respeito dos seus hábitos esportivos. Nessa pesquisa, verificou-se que:

- 35 jogam futebol;
- 35 praticam natação;
- 30 jogam tênis;
- 11 praticam futebol e natação;
- 8 praticam natação e tênis;
- 6 praticam tênis e futebol;
- todos os entrevistados praticam algum esporte.

Na situação apresentada, o número de entrevistados que praticam todos os esportes é igual a

A) 1.

B) 3.

C) 4.

D) 6.

E) 11.

Comentários:

Para resolver essa questão, podemos usar o princípio da inclusão-exclusão!

$$\boxed{\boldsymbol{n(F \cup N \cup T) = n(F) + n(N) + n(T) - n(F \cap N) - n(F \cap T) - n(N \cap T) + n(F \cap N \cap T)}}$$

- "F" representa o conjunto daqueles que jogam futebol;
- "N" representa o conjunto daqueles que praticam natação;
- "T" representa o conjunto daqueles que jogam tênis;

De acordo com o enunciado, podemos retirar as seguintes informações:

- 35 jogam **futebol:**

$$n(F) = 35$$

- 35 praticam **natação**:

$$n(N) = 35$$

- 30 jogam **tênis**:

$$n(T) = 30$$

- 11 praticam **futebol e natação**;

$$n(F \cap N) = 11$$

- 8 praticam **natação e tênis**;

$$n(N \cap T) = 8$$

- 6 praticam **tênis e futebol**:

$$n(F \cap T) = 6$$

- todos os entrevistados (79) praticam algum esporte.

$$\boldsymbol{n(F \cup N \cup T) = 79}$$

Pronto! Podemos substituir essas quantidades na fórmula:

$$79 = 35 + 35 + 30 - 11 - 6 - 8 + n(F \cap N \cap T)$$

Simplificando:

$$79 = 75 + n(F \cap N \cap T)$$

$$\boxed{\boldsymbol{n(F \cap N \cap T) = 4}}$$

Gabarito: LETRA C.

Em algumas questões **não precisaremos aplicar diretamente a fórmula acima**. Será necessário um trabalho mais braçal da nossa parte, para chegar à resposta. Muitas vezes a questão pede valores específicos que vão surgir de uma maneira mais fácil **se a gente for completando o diagrama de Venn** com as quantidades.

Por favor, **dê mais olhada naquele "mapa" que mostrei logo no início desse tópico**, destacando as regiões e o seu significado.

Para contar elementos em um diagrama de Venn, o primeiro passo é sempre inserir a quantidade de elementos que possui a intersecção dos três conjuntos! Depois, partimos para as intersecções duplas e, por fim, analisamos a quantidade de elementos exclusivos de cada conjunto. Vamos ver na prática como fazemos isso?

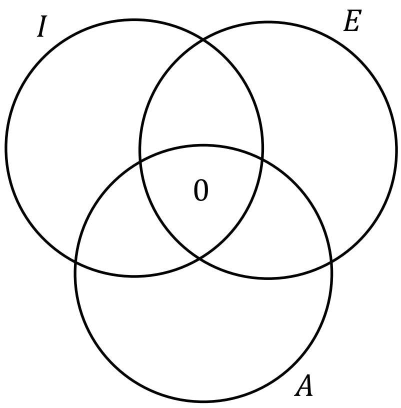
HORA DE PRATICAR!

(UNICAMP/2024) Num congresso, o número de pessoas que falam inglês é o dobro do número de pessoas que falam espanhol e é o triplo do número de pessoas que falam alemão. Há 3 pessoas que falam inglês e espanhol, 4 pessoas que falam inglês e alemão e 6 pessoas que falam espanhol e alemão. Não há ninguém que fale as três línguas. Há 447 pessoas que falam apenas uma dessas três línguas. Nessas condições, o número de pessoas que falam apenas inglês é igual a:

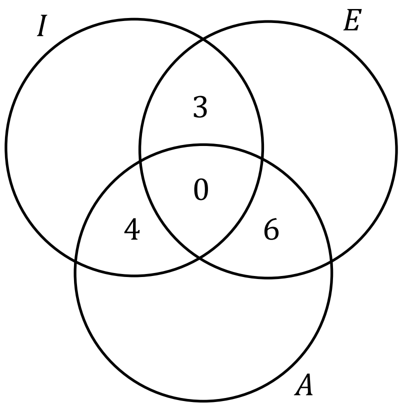
A) 294
B) 280
C) 273
D) 260
E) 251

Comentários:

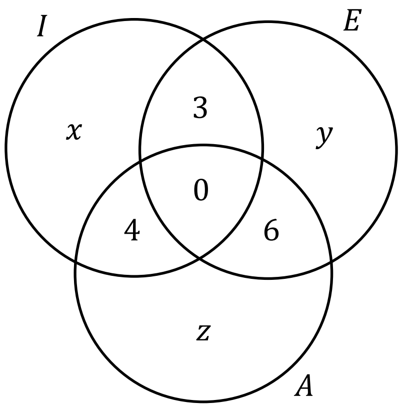
Vamos organizar as informações do enunciado em um diagrama. A primeira coisa que fazemos é colocar a **intersecção entre os três conjuntos**. Sendo assim, note que o enunciado diz que não há ninguém que fale as três línguas. Logo, essa intersecção é zero.



O enunciado também diz as intersecções dois a dois: **Há 3 pessoas que falam inglês e espanhol, 4 pessoas que falam inglês e alemão e 6 pessoas que falam espanhol e alemão**. No diagrama, ficamos:



Sobre as quantidades de pessoas que falam apenas inglês, apenas espanhol ou apenas alemão, o enunciado não fala nada. Por esse motivo, **vamos chamar essas quantidades de "x", "y" e "z",** respectivamente.



Ora, o enunciado afirma **447 pessoas falam apenas uma dessas três línguas**. Logo:

$$x + y + z = 447 \qquad (1)$$

Por sua vez, temos que **o número de pessoas que falam inglês é o dobro do número de pessoas que falam espanhol**. Logo:

$$(x + 3 + 0 + 4) = 2 \cdot (3 + y + 0 + 6)$$

$$x + 7 = 2y + 18$$

$$x = 2y + 11 \qquad (2)$$

Por fim, sabemos também que **o número de pessoas que falam inglês é o triplo do número de pessoas que falam alemão**. Logo:

$$(x + 3 + 0 + 4) = 3 \cdot (z + 0 + 4 + 6)$$

$$x + 7 = 3z + 30$$

$$x = 3z + 23 \qquad (3)$$

Vamos isolar "y" em (2) e "z" em (3):

$$y = \frac{x - 11}{2} \qquad\qquad z = \frac{x - 23}{3}$$

Substituindo em (1):

$$x + \frac{(x - 11)}{2} + \frac{(x - 23)}{3} = 447$$

Multiplicando os dois membros da equação pelo mínimo múltiplo comum dos denominadores, que é 6, obtemos:

$$6x + 3(x - 11) + 2(x - 23) = 2682$$

Simplificando e colocando em ordem, temos:

- $$11x - 79 = 2682$$

Isolando x, obtemos:

$$x = \frac{(2682 + 79)}{11}$$

$$x = \frac{2761}{11}$$

$$\boxed{x = 251}$$

"x" é exatamente o valor procurado pela questão, pois é a quantidade de pessoas que falam apenas inglês.

Gabarito: LETRA E.

Questões Comentadas - Cebraspe

Operações com Conjuntos

1. (CEBRASPE/TST/2024) Considerando-se P como o conjunto dos números primos ímpares e I como o conjunto dos números naturais ímpares, conclui-se que P - I será

A) o conjunto dos números pares.

B) o conjunto dos números ímpares primos.

C) o conjunto dos números primos pares.

D) o conjunto vazio.

E) o conjunto dos ímpares não primos.

Comentários:

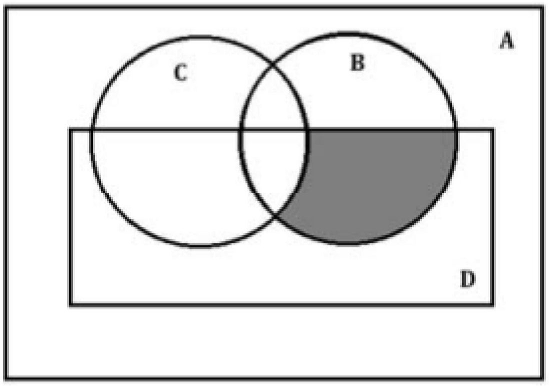
Queremos determinar quem será o conjunto diferença $P - I$.

Pessoal, se **P é o conjunto dos números primos <u>ímpares</u>**, vocês concordam que **todos os elementos de P serão <u>ímpares</u>??** Quando buscamos $P - I$, queremos todos os elementos de P que não são ímpares. Ora, **<u>nenhum</u>**!! Todos os elementos de P, apesar de primos, também são ímpares!

Sendo assim, **$P - I$ é o conjunto vazio**.

Gabarito: LETRA D.

2. (CEBRASPE/ISS - CAMAÇARI/2024)



Na figura precedente, que representa quatro conjuntos identificados por A, B, C e D, a região destacada corresponde a

A) $(B - C) \cap D$.

B) $B \cap D$.

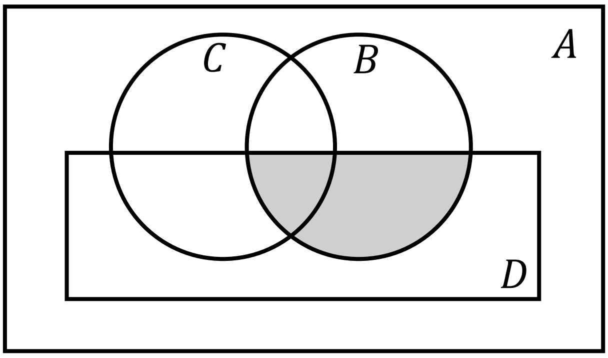
C) $B \cap C \cap D$.

D) $(B - D) \cap C$.
E) $B - D$.

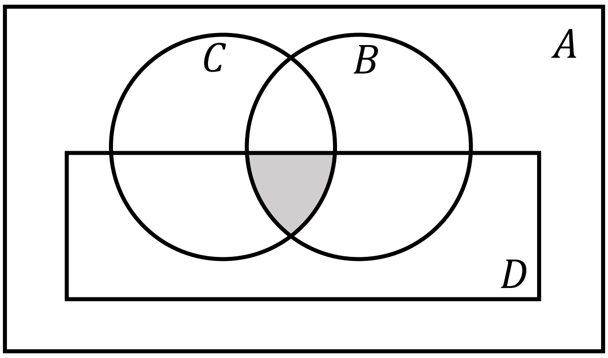
Comentários:
Observe que a região destacada **é comum aos conjuntos B e D**. No entanto, **não possui nada de C.** Sendo assim, devemos buscar a alternativa em que temos uma **diferença com C** e alguma **intersecção entre B e D**. Vamos analisá-las?

A) $(B - C) \cap D$.
Correto. É exatamente isso, pessoal. Observe que primeiro ele faz a diferença entre B e C, restando apenas aqueles elementos de B que **não pertencem a C.** Depois, **ele faz a intersecção com D**, resultando na região destacada. **Um mesmo resultado seria obtido fazendo $(\boldsymbol{D} - \boldsymbol{C}) \cap \boldsymbol{B}$.**

B) $B \cap D$.
Errado. Observe que aqui **não foi retirado os elementos do conjunto C**. Desse modo, a região seria:

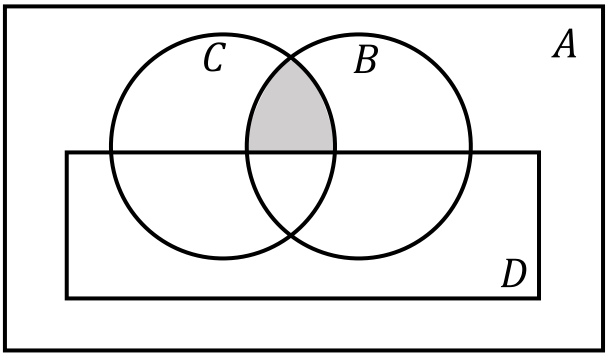


C) $B \cap C \cap D$.
Errado. Mais uma vez, temos uma alternativa que **inclui os elementos de C**. Dessa vez, a região seria:

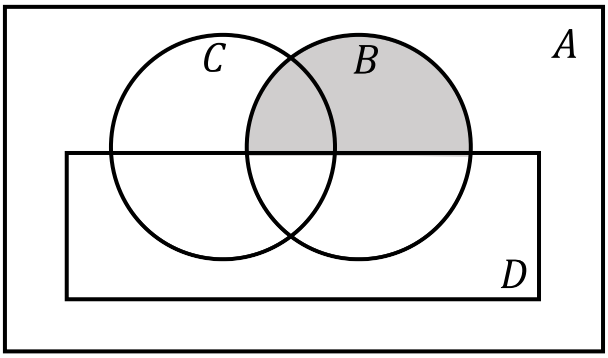


D) $(B - D) \cap C$.

Errado. Essa aqui **tirou os elementos de D.** Isso não pode ocorrer! Observe que a região do enunciado contém parte de D. Para essa alternativa, temos a seguinte região:



E) $B - D$.
Errado. Mais uma alternativa que **tirou os elementos de D e deixou os de C**. A região resultante seria:



Gabarito: LETRA A.

TEXTO PARA AS QUESTÕES 3 E 4.
Especialistas em financiamento e execução de programas e projetos educacionais foram designados para trabalhar em três projetos diferentes, sendo que um mesmo especialista pode trabalhar em dois ou até nos três projetos. O conjunto A representa o grupo de especialistas designados para trabalhar no projeto 1; B, o conjunto formado por especialistas designados para trabalhar no projeto 2; e C, o conjunto formado por especialistas designados para trabalhar no projeto 3. Em relação a essa situação hipotética, julgue os seguintes itens.

3. (CEBRASPE/FNDE/2023) O subconjunto dos especialistas que trabalham somente em um projeto pode ser corretamente representado por $(\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B} \cup \boldsymbol{C}) - (\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B} \cap \boldsymbol{C})$.

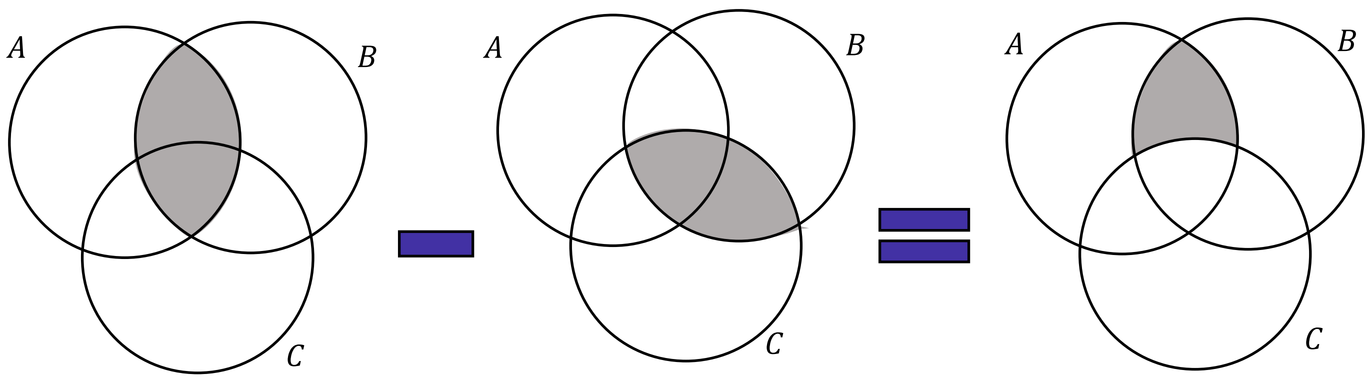
Comentários:

Pessoal, $A \cup B \cup C$ representa a união de todos os três conjuntos. Sendo assim, engloba tanto aqueles que trabalham em um único projeto, como em dois ou três. Em outras palavras, **todos os especialistas envolvidos com pelo menos um dos projetos está em $\boldsymbol{A \cup B \cup C}$.**

Quando tiramos a intersecção $A \cap B \cap C$, **tiramos apenas aqueles que trabalham nos <u>três projetos</u>**. Quem trabalha em dois, continua. Sendo assim, é **<u>incorreto</u>** falar que $(\boldsymbol{A \cup B \cup C}) - (\boldsymbol{A \cap B \cap C})$ representa o subconjunto dos especialistas que trabalham em somente um projeto, pois **aqueles que trabalham em até dois projetos também estão no conjunto**. **Gabarito:** ERRADO.

4. (CEBRASPE/FNDE/2023) O subconjunto dos especialistas designados para trabalhar nos projetos 1 e 2, mas não no projeto 3, pode ser corretamente representado por $(\boldsymbol{A \cap B}) - (\boldsymbol{B \cap C})$.

Comentários:
Vamos fazer essa por diagramas!



$A \cap B$ $\qquad$ $B \cap C$ $\qquad$ $(A \cap B) - (B \cap C)$

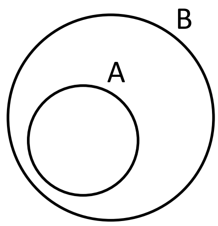
Gabarito: CERTO.

5. (CEBRASPE/PETROBRAS/2023) Acerca da teoria dos conjuntos, julgue o próximo item.

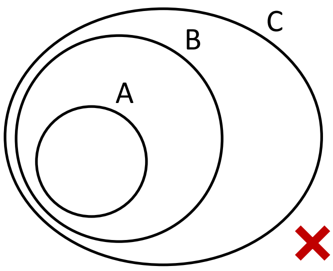
Para três conjuntos, A, B e C, não vazios, se A está contido em B e se C não contém B, então C também não contém A.

Comentários:
Vamos desenhar as situações!

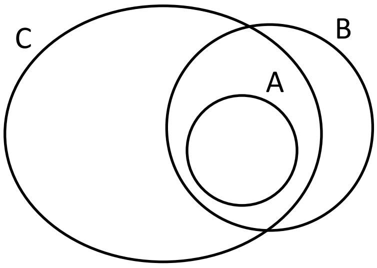
Inicialmente, se **A está contido em B**, temos:



Ainda, temos que C não contém B. Isso significa que **não** podemos ter a seguinte situação:



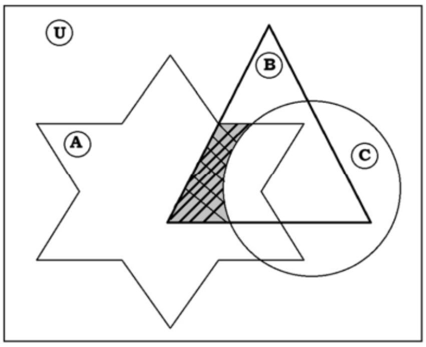
No entanto, **várias outras continuam permitidas**, como, por exemplo:



Nessa última situação, observe que, mesmo sem conter B, **C pode conter A**.

Gabarito: ERRADO.

6. (CEBRASPE/PM-SC/2023)



A figura precedente apresenta os conjuntos A, B, C e U. Considerando que $C_Y(X)$ representa o complementar de X em Y, assinale a opção que representa corretamente o subconjunto do conjunto B em destaque na referida figura.

A) $C_U(C \cap B)$

B) $A \cap B \cap C$

C) $C_B(C) \cap A$

D) $C_U(A) \cap C$

E) $A \cup (B \cap C)$

Comentários:

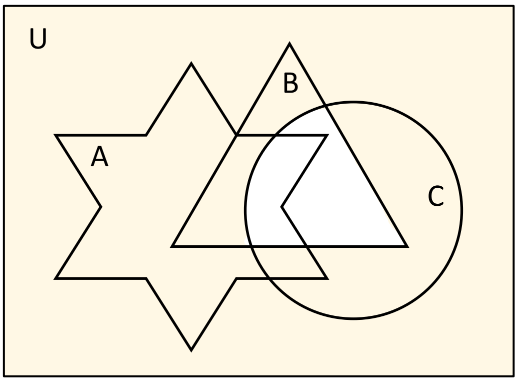
Pessoal, lembrem-se que o complementar de X em Y representa aquele conjunto formado pelos **elementos de Y que não são elementos de X**, ou seja:

$$C_Y(X) = Y - X$$

Uma boa saída para essa questão é avaliar cada uma das regiões das alternativas.

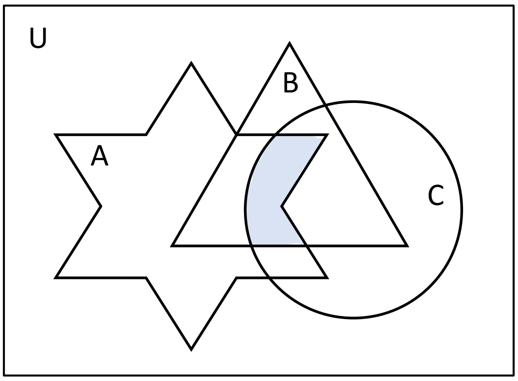
A) $C_U(C \cap B)$

Errado. Observe que se trata do complementar de $C \cap B$ em U. Em outras palavras, é tudo que pertence a U mas não pertence a $C \cap B$. Vamos mostrar no desenho.



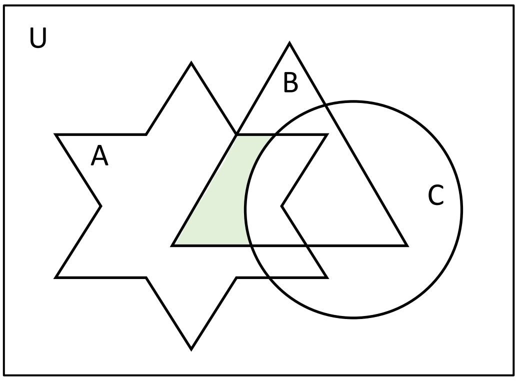
B) $A \cap B \cap C$

Errado. Nessa alternativa, temos apenas a intersecção dos três conjuntos.



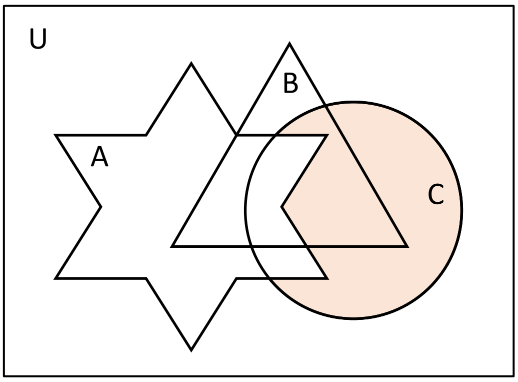
C) $C_B(C) \cap A$

Opa, essa parece promissora! Observe que se trata da intersecção do complementar de C em B com A. Ora, primeiro identificamos tudo que pertence a B e não está em C e, depois, fazemos a intersecção com A. O resultado é exatamente a figura do enunciado! **É o nosso gabarito.**



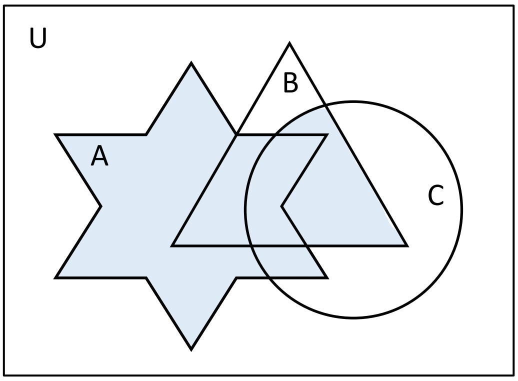
D) $C_U(A) \cap C$

Errado. Nessa alternativa, tem-se a intersecção de todos os elementos de U que não pertencem a A com o conjunto C. Observe que o resultado disso será os elementos de C que não pertencem a A.



E) $A \cup (B \cap C)$

Errado. Aqui, temos que fazer a união de A com a intersecção de B com C.



Gabarito: LETRA C.

7. (CEBRASPE/PC-PB/2022) Considere que, no conjunto D_0 de todos os detentos em dado momento, D_1 seja o conjunto de todos os detentos condenados pelo cometimento de, pelo menos, um crime, D_2 seja o conjunto dos condenados por, pelo menos, dois crimes, e assim por diante. Nessa situação, o conjunto dos detentos condenados pelo cometimento de exatamente 4 crimes é

A) $D_1 \cap D_2 \cap D_3 \cap D_4$

B) $D_1 \cup D_2 \cup D_3 \cup D_4$

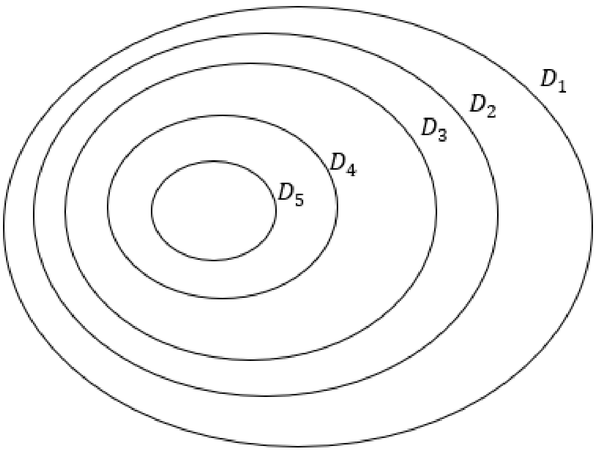
C) D_4

D) $D_4 - D_5$

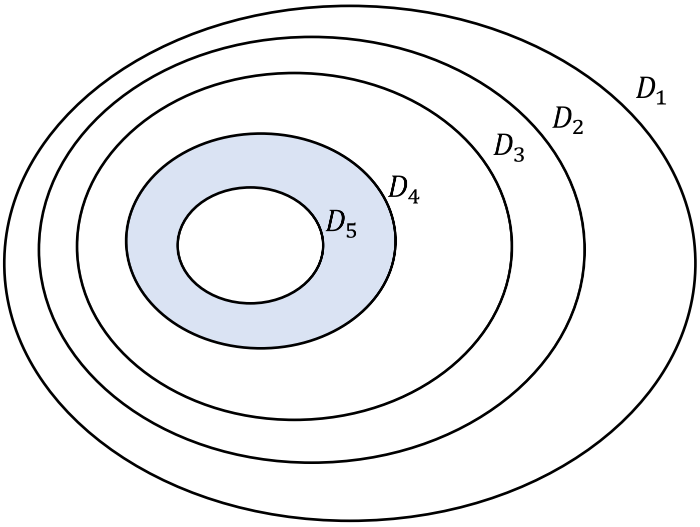
E) $D_5 - D_4$

Comentários:

Inicialmente, é importante observar que D_5 está contido em D_4, que D_4 está contido em D_3... Afinal, quem cometeu **pelo menos quatro crimes**, pode ter cometido 5 ou mais. Por esse motivo D_5 está contido em D_4. O mesmo raciocínio se aplica para os demais conjuntos.



Queremos o conjunto de detentos condenados pelo cometimento de **exatos quatro crimes**. Vamos destacar na figura o conjunto desejado.



Observe que são **todos os elementos de D_4 que não são elementos de D_5**. Logo, o conjunto procurado é:

$$\boxed{D_4 - D_5}$$

Gabarito: LETRA D.

8. (CEBRASPE/MPjTCE-SC/2023) Dada uma equipe de dez servidores, entre eles Alberto e Bruna, W é o conjunto de todas as listas que podem ser formadas com exatamente três servidores.

A partir das informações anteriores, e sabendo que, nessa hipótese, A é o conjunto de todas as listas em que consta o nome de Alberto e B, o conjunto daquelas em que consta o nome de Bruna, julgue o item que se segue.

O conjunto de listas que não apresentam os nomes de Alberto nem de Bruna pode ser corretamente representado por $W - A \cap B$.

Comentários:
Questão para testar nosso conhecimento sobre o **conjunto diferença**.

Pessoal, $A \cap B$ representa o conjunto das listas em que os nomes de Alberto e Bruna aparecem juntos! Ou seja, são todas as listas que aparecem **Alberto, Bruna e mais um servidor X**.

Sendo assim, $W - A \cap B$ é apenas o conjunto das listas em que os nomes de Alberto e Bruna não aparecem juntos! Dessa forma, os nomes de Alberto e Bruna até podem constar na lista desse conjunto, **desde que não apareçam na mesma lista**. Exemplos de listas nesse conjunto:

Lista 1: Alberto, servidor X, servidor Y;

Lista 2: Bruna, servidor X, servidor Z;
Lista 3: servidor X, servidor Y, servidor Z;
...

Para escolher aquelas listas que não apresentam os nomes de Alberto nem de Bruna em nenhuma hipótese, deveríamos usar o conjunto **união** e não o conjunto intersecção. Portanto, o conjunto correto seria:

$$\boxed{W - A \cup B}$$

Gabarito: ERRADO.

9. (CEBRASPE/MPjTCE-SC/2023) Dada uma equipe de dez servidores, entre eles Alberto e Bruna, W é o conjunto de todas as listas que podem ser formadas com exatamente três servidores.

A partir das informações anteriores, e sabendo que, nessa hipótese, A é o conjunto de todas as listas em que consta o nome de Alberto e B, o conjunto daquelas em que consta o nome de Bruna, julgue o item que se segue.

O conjunto de listas que apresentam apenas um dos nomes Alberto ou Bruna pode ser corretamente representado por $(A - B) \cup (B - A)$.

▪

Comentários:
É isso mesmo, pessoal!

$A - B$ representa o conjunto de todas as listas que **apresentam o nome de Alberto mas não apresentam o nome de Bruna**. Por sua vez, $B - A$ é formado por todas as listas que **apresentam o nome de Bruna mas não o nome de Alberto**. Quando fazemos a união desses dois conjuntos, temos todas as listas que apresentam apenas um dos nomes.

Gabarito: CERTO.

10. (CEBRASPE/COGE-CE/2019) Segundo o portal cearatransparente.ce.gov.br, em 2018, dos 184 municípios do estado do Ceará, 4 celebraram exatamente 1 convênio com o governo estadual, 22 celebraram exatamente 2 convênios com o governo estadual, e 156 celebraram 3 ou mais convênios com o governo estadual. De acordo com o texto, se, para cada $j = 0, 1, 2, \ldots,$ M_j for o conjunto dos municípios cearenses que celebraram, pelo menos, j convênios com o governo estadual, então o conjunto dos municípios que não celebraram nenhum convênio com o governo do estado será representado pelo conjunto

A) M_0

B) $M_1 - M_0$

C) $M_1 \cap M_0$
D) $M_0 - M_1$
E) $M_0 \cup M_1$

Comentários:
Se M_j representa o conjunto dos municípios que celebram, pelo menos, j convênios, **M_0 é o conjunto dos municípios que celebram, pelo menos, "zero convênios"**. Em outras palavras, basicamente todos os municípios estão inseridos nesse conjunto, pois **incluem aqueles que não fazem nenhum convênio e aqueles que fazem qualquer número**.

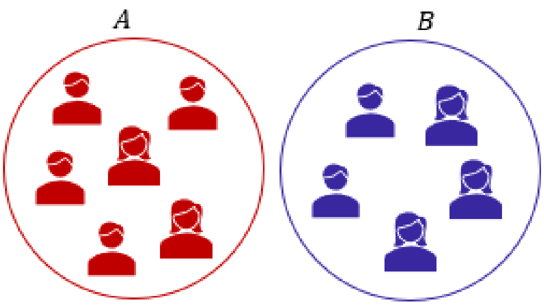
Para obter o conjunto dos munícipios que não celebraram nenhum convênio, **devemos retirar do conjunto M_0 todos os munícipios que celebram 1 ou mais convênios**. Isso é representado por $M_0 - M_1$.

Gabarito: LETRA D.

11. (CEBRASPE/TRF-1/2017) Em uma reunião de colegiado, após a aprovação de uma matéria polêmica pelo placar de 6 votos a favor e 5 contra, um dos 11 presentes fez a seguinte afirmação: "Basta um de nós mudar de ideia e a decisão será totalmente modificada." Considerando a situação apresentada e a proposição correspondente à afirmação feita, julgue o próximo item.

Se A for o conjunto dos presentes que votaram a favor e B for o conjunto dos presentes que votaram contra, então o conjunto diferença A\B terá exatamente um elemento.

Comentários:
É possível representar os conjuntos A e B conforme o diagrama abaixo.



Observe que **não há intersecção entre A e B**, pois, **uma mesma pessoa não pode pertencer aos dois conjuntos**. Isso ocorre devido a **<u>impossibilidade de se votar a favor e contra simultaneamente</u>**. Portanto, sabemos que quando **A e B são disjuntos, então temos que $A \backslash B = A$**. Como A tem seis elementos, então A\B terá também seis elementos e **não apenas um**, como indica o item.

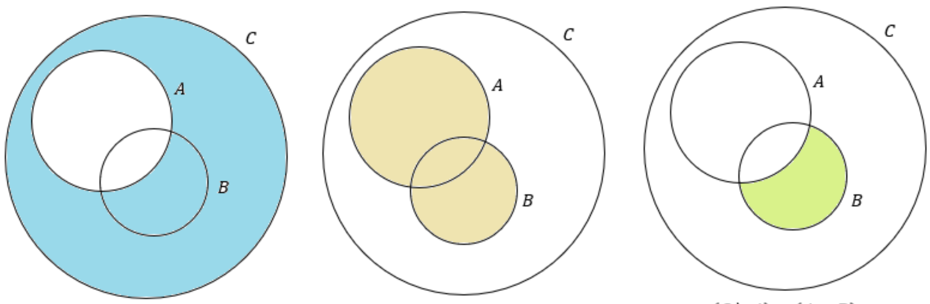
Gabarito: ERRADO.

12. (CEBRASPE/INSS/2015) Julgue o item a seguir, relativos a raciocínio lógico e operações com conjuntos.

Se A, B e C forem conjuntos quaisquer tais que $A, B \subset C$, então $(C \setminus A) \cap (A \cup B) = C \cap B$.

Comentários:

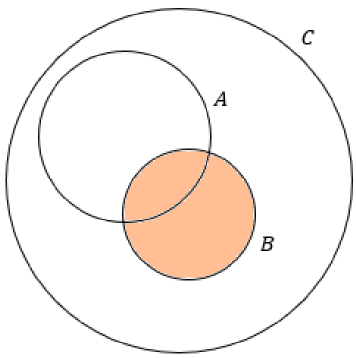
Na minha opinião, a melhor forma de resolver esse tipo de exercício é por meio de desenhos. No entanto, antes de trazer qualquer imagem, gostaria de lembrar que **$C \setminus A$ é a mesma coisa que $C - A$**. Logo, **são os elementos de C que não são elementos de A**.



$C \setminus A$ — $A \cup B$ — $(C \setminus A) \cap (A \cup B)$

Olhem a figura acima. Veja que **A e B estão dentro de C pois o enunciado informa que $A, B \subset C$**. Como o enunciado não fala se A e B são disjuntos, podemos considerar que eles possuem uma intersecção entre si, conforme a imagem. **A região pintada corresponde exatamente ao resultado da operação**.

Por exemplo, **$C \setminus A$ está representada por toda região de azul**. $A \cup B$ por toda a região marrom. Por fim, quando tiramos a intersecção desses dois conjuntos, ficamos com a área verde. Esse é o lado esquerdo da equação do enunciado. Para que a equação seja verdadeira, **o lado direito deve representar exatamente a mesma região**. No entanto, note que:



$C \cap B$

Veja que **as regiões são diferentes** e, portanto, **a equação não bate**. Logo, o item está incorreto.

Obs.: Para a equação ser verdadeira **A e B devem ser disjuntos**. Como exercício, mostre esse fato! Basta observar as áreas, considerando que A e B não possuem intersecção.

Gabarito: ERRADO.

(SUFRAMA/2014) Texto para as próximas questões
Para o conjunto $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, se A for um subconjunto de Ω, indique por $S(A)$ a soma dos elementos de A e considere e $S(\emptyset) = 0$. Nesse sentido, julgue o item a seguir.

13. (CEBRASPE/SUFRAMA/2014) Se A e B forem subconjuntos de Ω, tais que $A \subset B$, então $0 \leq S(A) \leq S(B) \leq 55$.

Comentários:
$S(A)$ representa **a soma dos elementos de A**. Por exemplo, se $\boldsymbol{\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}}$, então:

$$S(\Omega) = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$$

Você concorda que qualquer subconjunto de Ω vai apresentar uma soma menor ou igual a 55? Por exemplo, considere que $B = \{1,3,5,7,9\}$. Note que B é um subconjunto de Ω. Assim,

$$S(B) = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$$

Não tem como escolher um subconjunto de Ω e a soma dos elementos dele **fornecer um resultado maior** que a soma dos elementos de Ω. Concorda? Da mesma forma, se pegarmos um subconjunto de B, digamos A, **a soma dos elementos de A vai ser menor ou igual a soma dos elementos de B**. Por exemplo, se $A = \{1, 3\}$, então:

$$S(A) = 1 + 3 = 4$$

Veja que é bem menor que 25. Com esse raciocínio, é possível ver que o enunciado trouxe um desigualdade verdadeira. Note que **se houvessem números negativos em Ω**, não poderíamos ter feito as conclusões que fizemos aqui. Logo, item correto.

Gabarito: CERTO.

14. (CEBRASPE/SUFRAMA/2014) Se $A \subset \Omega$, e se $\Omega \backslash A$ é o complementar de A em Ω, então $S(\Omega \backslash A) = S(\Omega) - S(A)$.

Comentários:

Gostaria de chamar atenção ao fato de que **A é um subconjunto de Ω**. Se $\boldsymbol{\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}}$, então o conjunto A poderá ser $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$. Assim, **o complementar de A em Ω será os <u>elementos de Ω que não estão em A</u>**, isto é:

$$\Omega \backslash A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

Se **S(A) é a soma dos elementos de A**, ficamos com

$$S(\Omega) = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$$

$$S(A) = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 30$$

$$S(\Omega \backslash A) = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$$

Logo, veja que:

$$S(\Omega \backslash A) = S(\Omega) - S(A)$$

Conforme o item trouxe.

Gabarito: CERTO.

15. (CEBRASPE/SUFRAMA/2014) É possível encontrar conjuntos A e B, subconjuntos de Ω, disjuntos, tais que $\boldsymbol{A \cup B = \Omega}$ e $\boldsymbol{S(A) = S(B)}$.

Comentários:

Nada disso, pessoal. O primeiro passo é perceber que a $\boldsymbol{S(\Omega) = 55}$ **é um número ímpar**. Dessa forma, como queremos quebrar Ω em dois subconjuntos A e B, tais que $\boldsymbol{A \cup B = \Omega}$ **e** $\boldsymbol{S(A) = S(B)}$. Então, teríamos que ter:

$$S(A) + S(B) = S(\Omega) = 55$$
$$S(A) + S(A) = 55$$
$$2 \cdot S(A) = 55 \quad \rightarrow \quad S(A) = 27{,}5$$

Veja que a soma dos elementos de A, **teria que dar um número <u>"quebrado"</u>**. O problema é que A é um subconjunto de Ω e **$\boldsymbol{\Omega}$ é formado só por números naturais**!! Não tem como somar números naturais e obter um número quebrado, concorda? Logo, **não é possível**.

Gabarito: ERRADO.

QUESTÕES COMENTADAS - CEBRASPE

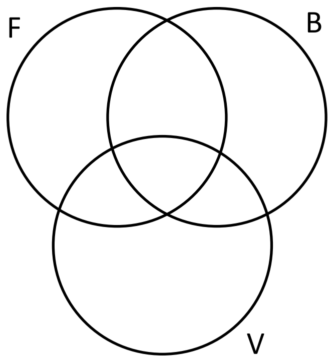
Princípio da Inclusão-Exclusão

Texto para as questões 01 e 02
Em uma plataforma de petróleo, por vez, 166 pessoas ficam embarcadas para a manutenção da operação. Enquanto ficam embarcados, os empregados têm acesso a espaços para esporte e lazer, como academia, quadras de esporte e sala de jogos. Nas quadras de esporte, é possível praticar futsal, basquete e vôlei e do total de trabalhadores da plataforma, 58 praticam futsal; 26 praticam futsal e basquete; quem pratica vôlei não pratica nenhum outro esporte; 84 praticam apenas um esporte; e 48 não jogam basquete. Considerando os dados apresentados na situação hipotética precedente, julgue os próximos itens.

1. (CEBRASPE/PETROBRAS/2024) Dezesseis pessoas praticam vôlei.

Comentários:
Inicialmente, vamos preparar o **diagrama de Venn** para colocarmos as informações do enunciado. Considere que:

- "F" representa o conjunto daqueles que praticam **futsal**;
- "B" representa o conjunto daqueles que praticam **basquete**;
- "V" representa o conjunto daqueles que praticam **vôlei**;

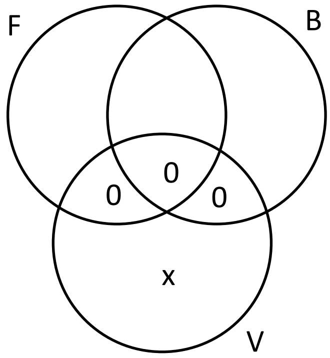


Talvez, a informação mais importante da questão é**: quem pratica vôlei não pratica nenhum outro esporte**.

Dessa forma, podemos concluir que:

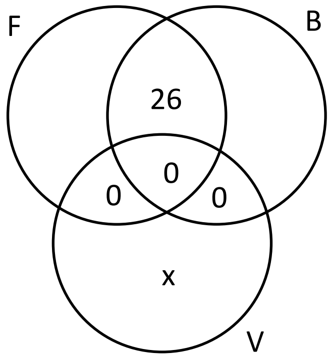
$$\boldsymbol{n(F \cap V) = n(B \cap V) = n(F \cap B \cap V) = 0}$$

Vamos colocar essas informações no diagrama.

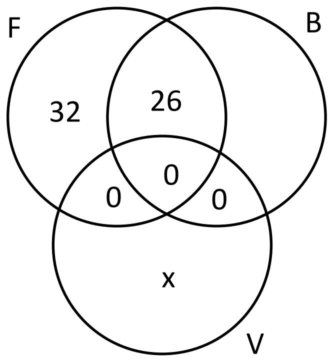


Observe que **"x" é a quantidade de pessoas que praticam vôlei**.

A próxima informação que devemos utilizar é que **26 praticam futsal e basquete**:



Se 58 praticam futsal e desses, 26 praticam também basquete, concluímos que **32 praticam apenas futsal**.



Ademais, de acordo com o enunciado, **48 não jogam basquete**. Logo, podemos escrever que:

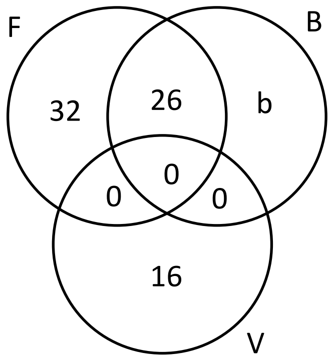
$$32 + x = 48 \qquad \rightarrow \qquad x = 16$$

Opa!! Encontramos que **16 praticam vôlei**. Sendo assim, o item está correto.

Gabarito: CERTO.

2. (CEBRASPE/PETROBRAS/2024) Um total de 56 pessoas não pratica nenhum esporte na plataforma.

Comentários:
Para responder esse item, vamos continuar de onde paramos no item anterior.

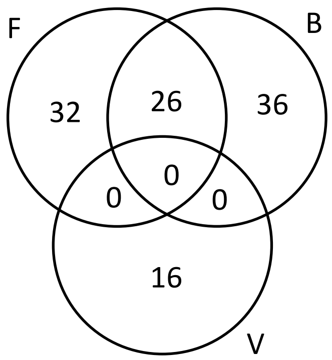


Chamamos de "b" aqueles que praticam **apenas basquete**.

De acordo com o enunciado, **84 praticam apenas um esporte**. Logo, podemos escrever:

$$32 + b + 16 = 84 \quad \rightarrow \quad b = 84 - 48 \quad \rightarrow \quad b = 36$$

Agora, podemos completar nosso diagrama.



Com o diagrama completo, é possível encontrar o total de pessoas que praticam pelo menos um dos esportes. Para isso, basta **somarmos os valores de cada uma das regiões**.

$$32 + 26 + 36 + 16 = 110$$

Pronto!! **110 pessoas praticam pelo menos um esporte**.

Como temos um total de **166 pessoas na plataforma**, então:

$$166 - 110 = 56$$

56 pessoas não praticam nenhum esporte.

Gabarito: CERTO.

3. (CEBRASPE/TRT-8/2023) Ao classificar 80 processos a fim de distribuí-los às áreas competentes para tratamento, um técnico judiciário verificou que, devido aos diversos critérios de classificação, 45 dos processos poderiam ser distribuídos ao setor A, 55 ao setor B e 15 a nenhum desses dois setores. Na situação hipotética precedente, a quantidade de processos que poderiam ser distribuídos a qualquer um dos setores A ou B é igual a

A) 10.
B) 30.
C) 35.
D) 40.
E) 65.

Comentários:

Vamos nomear os conjuntos!

"A" é o conjunto dos processos que podem ser distribuídos ao setor A;
"B" é o conjunto dos processos que podem ser distribuídos ao setor B;

Com isso:

"A∪B" é o conjunto de **todos** os processos que podem ser distribuídos a um dos setores A ou B;
"A∩B" é o conjunto dos processos que **se inserem nos dois critérios de classificação**! Na prática, tanto faz distribuí-los a A ou a B. É o número de processos aqui que a questão quer!

É verdade que essa questão **contém uma pegadinha**, moçada! Esse "ou" que a questão usou nos remete ao conjunto união. No entanto, devemos nos atentar ao **significado** do que foi pedido.

Dito isso, vamos analisar os números repassados. Como temos 80 processos e **15 deles não são distribuídos** a nenhum dos setores, podemos escrever que:

$$n(A \cup B) = 80 - 15 \qquad \rightarrow \qquad \boxed{n(A \cup B) = 65}$$

Temos ainda que 45 podem ser distribuídos ao setor A:

$$n(A) = 45$$

E 55 ao setor B:

$$n(B) = 55$$

Com todas essas informações, podemos usar o **Princípio da Inclusão-Exclusão**:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$65 = 45 + 55 - n(A \cap B)$$

$$65 = 100 - n(A \cap B)$$

$$\boxed{n(A \cap B) = 35}$$

Gabarito: LETRA C.

4. (CEBRASPE/CBM-TO/2023) Em certa unidade do corpo de bombeiros, 60 militares praticam, como esporte, futebol e(ou) voleibol. O conjunto A compreende os militares que praticam futebol e o conjunto B, os que praticam voleibol. Nessa situação hipotética, se A – B contém 18 integrantes e B – A contém 25 integrantes, então o número de militares que praticam futebol e voleibol é igual a

A) 17.

B) 35.

C) 43.

D) 42.

Comentários:

Inicialmente, observe que temos 60 militares. Com isso, já podemos escrever:

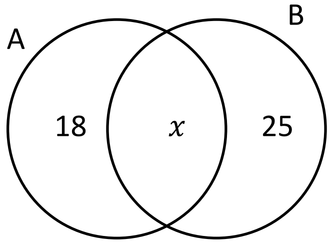
$$n(A \cup B) = 60$$

Agora, lembre-se que o conjunto diferença $A - B$ indica o conjunto formado pelos elementos de A que não são elementos de B. O enunciado nos forneceu o seguinte:

$$n(A - B) = 18$$

$$n(B - A) = 25$$

Com essas informações, vamos esquematizar os diagramas.



Sabemos que a soma dessas três regiões deve resultar no total de militares envolvidos.

$$18 + x + 25 = 60$$

$$43 + x = 60$$

$$\boxed{x = 17}$$

"x" é exatamente a quantidade de militares que praticam as duas modalidades de esportes. Logo, podemos marcar a alternativa A.

Gabarito: LETRA A.

5. (CEBRASPE/TJ-ES/2023) O item a seguir apresenta uma situação hipotética seguida de uma assertiva a ser julgada com base em análise combinatória, probabilidade, operações com conjuntos e problemas geométricos.

Considere que 44 servidores falem uma ou mais línguas estrangeiras e que, entre eles, 12 servidores falem apenas inglês; 10 falem apenas espanhol; 11 falem apenas francês; 1 fale inglês e francês; 2 falem espanhol e francês; e 17 falem francês. Nessa situação, 7 servidores falam inglês e espanhol, mas não falam francês.

Comentários:

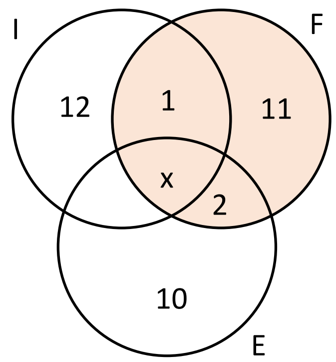
Vamos nomear os conjuntos.

- "I" é o conjunto formado por todos aqueles que falam inglês;
- "F" é o conjunto formado por todos aqueles que falam francês;
- "E" é o conjunto formado por todos aqueles que falam espanhol;

Como **44 servidores falam uma ou mais línguas**, podemos escrever:

$$n(I \cup F \cup E) = 44$$

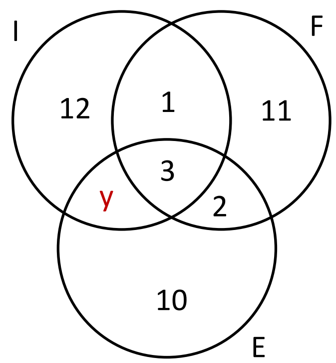
Seja **"x" o número de servidores que falam os 3 idiomas**. Agora, colocamos as informações do enunciado no diagrama para avaliarmos melhor o problema.



Observe que destaquei o conjunto "F" pois o enunciado fala que temos **17 servidores que falam francês**. Sendo assim, podemos **pegar todas as regiões e somá-las**. O resultado dessa soma deverá ser 17.

$$11 + 1 + x + 2 = 17 \quad \rightarrow \quad 14 + x = 17 \quad \rightarrow \quad x = 3$$

Pronto! Sabemos quantos servidores falam os três idiomas. No diagrama, ficamos com:



Dessa vez, note que destaquei mais uma informação que não sabemos. **Trata-se da quantidade de pessoas que falam apenas inglês e espanhol**. Para encontrarmos "y", devemos usar a informação que **44 servidores falam pelo menos um idioma**. Sendo assim, **a soma** de todas as regiões do diagrama deve totalizar esses 44 servidores.

$$12 + 1 + 3 + 11 + 2 + 10 + y = 44$$

$$39 + y = 44$$

$$\boxed{y = 5}$$

Opa! **5 pessoas falam apenas inglês e espanhol**. Como o item afirmou que são 7, está errado.

Gabarito: ERRADO.

6. (CEBRASPE/TJ-CE/2023) Considere-se que um grupo de 50 servidores de um tribunal tenha sido selecionado para realizar cursos de aperfeiçoamento e que cada pessoa desse grupo faça pelo menos um dos seguintes dois cursos: gestão de projetos e ciência de dados. Nessa situação hipotética, se 29 pessoas fizerem ambos os cursos e 37 pessoas fizerem pelo menos o curso de gestão de projetos, o número exato de pessoas que farão apenas o curso de ciência de dados é igual a

A) 8.

B) 13.

C) 42.

D) 21.

E) 33.

Comentários:

Seja "G" o conjunto de pessoas que farão o curso de gestão de projetos e "C", o de ciência de dados.

Como temos 50 servidores envolvidos nesse curso, podemos escrever:

$$n(G \cup C) = 50$$

Como 29 farão os dois cursos:

$$n(G \cap C) = 29$$

Como 37 farão o curso de gestão de projetos:

$$n(G) = 37$$

Quando usamos o **Princípio da Inclusão-Exclusão**, obtemos:

$$n(G \cup C) = n(G) + n(C) - n(G \cap C)$$

$$50 = 37 + n(C) - 29$$

$$50 = 8 + n(C)$$

$$n(C) = 42$$

Ora, **42 servidores farão o curso de ciência de dados**!

Cuidado! O enunciado pede a quantidade de servidores que farão **APENAS** o curso de ciência de dados. Para tanto, precisamos subtrair o número de pessoas que farão os dois.

$$n(C - G) = n(C) - n(G \cap C)$$

$$n(C - G) = 42 - 29$$

$$\boxed{n(C - G) = 13}$$

Gabarito: LETRA B.

7. (CEBRASPE/PM-SC/2023) Uma pesquisa com participantes de uma festa tradicional de Santa Catarina revelou que 320 tinham experimentado a cerveja artesanal X, 200 não experimentaram a cerveja artesanal Y, e 220 tinham experimentado as cervejas artesanais X e Y. Com base na situação hipotética apresentada, o número de participantes dessa pesquisa que não experimentaram nenhuma dessas duas cervejas artesanais

A) é inferior ou igual a 50.

B) é superior a 50 e inferior ou igual a 70.

C) é superior a 70 e inferior ou igual a 90.

D) é superior a 90 e inferior ou igual a 110.

E) é superior a 110.

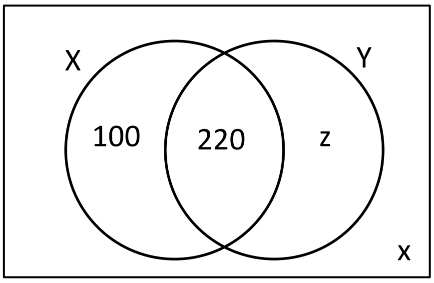
Comentários:

Seja "x" o número de participantes que não experimentaram nenhuma dessas duas cervejas.

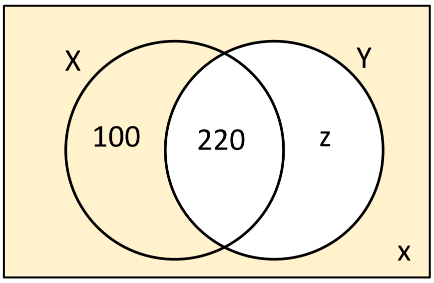
Inicialmente, observe duas informações importantes:

- 320 experimentaram a cerveja X;
- 220 experimentaram as cervejas X e Y.

Logo, podemos concluir que **100 experimentaram apenas a cerveja X**. É exatamente a diferença entre as duas quantidades! Dito isso, podemos desenhar o diagrama com essas informações.



Agora, vamos iniciar nossa busca por "x". Uma informação crucial nessa busca é que **200 pessoas não experimentaram a cerveja Y**. No diagrama, essas pessoas são representadas pelas regiões em destaque:



Ou seja:

$$100 + x = 200$$

$$\boxed{x = 100}$$

Opa!! Nosso "x" é igual a 100. Logo, podemos concluir que **100 pessoas não experimentaram nenhuma das cervejas**. Essa é uma quantidade **superior a 90 e inferior a 110**, conforme aponta a alternativa D.

Gabarito: LETRA D.

8. (CEBRASPE/FUNPRESP-EXE/2022) A seguir, são apresentadas informações obtidas a partir de uma pesquisa realizada com 1.000 pessoas.

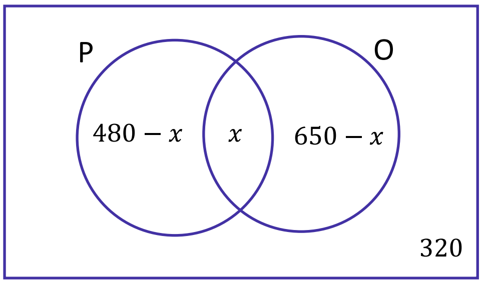
- 480 possuem plano de previdência privada;
- 650 possuem aplicações em outros tipos de produtos financeiros;
- 320 não possuem aplicação em nenhum produto financeiro.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item seguinte.

Há mais pessoas que não possuem aplicações em nenhum produto financeiro que pessoas que possuem simultaneamente plano de previdência privada e aplicações em outros produtos financeiros.

Comentários:

Vamos desenhar os diagramas, moçada!



Para a compreensão do diagrama, considere "P" o conjunto formado por aquelas pessoas que possuem plano de **previdência privado**. Por sua vez, "O" é o conjunto formado por aquelas pessoas que possuem aplicação em **outros** tipos de produtos financeiros. Além disso, observe que:

1) "x" representa a quantidade de pessoas que possuem **tanto a previdência privada quanto outros tipos de produto financeiro**.

2) Se **480** é o total de elementos do conjunto "P", então podemos concluir que "$480 - x$" é o número de pessoas que possuem **apenas a previdência privada**.

3) Da mesma forma, se 650 é o total de elementos do conjunto "O", então podemos concluir que "$650 - x$" é o número de pessoas que possuem **apenas outros tipos de produtos financeiros**.

4) Por fim, temos 320 "fora" dos dois conjuntos, indicando quantas pessoas **não possuem nenhuma das aplicações financeiras**.

A pesquisa foi realizada com **1.000 pessoas**. Sendo assim, quando somamos cada uma das regiões do diagrama que desenhamos, devemos obter **exatamente** esse número. Logo,

$$(480 - x) + x + (650 - x) + 320 = 1000$$

$$1450 - x = 1000$$

$$\boxed{\boldsymbol{x = 450}}$$

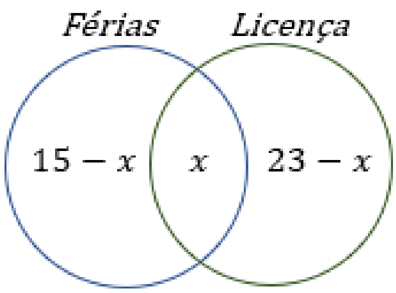
Pronto, 450 é o número de pessoas que aplicam **tanto na previdência privada quanto em outros produtos financeiros**. O item diz que a quantidade de pessoas que **não** possuem aplicações em **nenhum** produto (320) **é maior** que a quantidade de pessoas que possuem **simultaneamente** os dois produtos (450). Com isso, podemos concluir que **tal afirmação está equivocada**, uma vez que se tem 450 pessoas que possuem os dois produtos, enquanto apenas 320 **não usam nenhum dos dois**.

Gabarito: ERRADO.

9. (CEBRASPE/ME/2020) O setor de gestão de pessoas de determinada empresa realiza regularmente a análise de pedidos de férias e de licenças dos seus funcionários. Os pedidos são feitos em processos, em que o funcionário solicita apenas férias, apenas licença ou ambos (férias e licença). Em determinado dia, 30 processos foram analisados, nos quais constavam 15 pedidos de férias e 23 pedidos de licenças. Com base nessa situação hipotética, julgue o item que se segue.

A quantidade de processos analisados nesse dia que eram referentes apenas a pedido de férias é igual a 8.

Comentários:
É uma questão típica de Diagrama de Venn. Nesses casos, a primeira informação que devemos procurar é **a quantidade de elementos na intersecção dos conjuntos**, nesse caso, quantas pessoas pediram **férias e licença, simultaneamente**. Como a questão não informou esse valor, suponha que seja x.



$15 - x$ representa a quantidade de pessoas que pediram **APENAS férias**. $23 - x$ representa a quantidade de pessoas que pediram **APENAS licença**. A questão informou que **o total de processos analisados foram $\mathbf{30}$**. Logo, a soma dos valores discriminados acima deve ser 30.

$$(15 - x) + x + (23 - x) = 30 \quad \rightarrow \quad 38 - x = 30 \quad \rightarrow \quad x = 8$$

Note que **8 é o número de pessoas que tiraram férias e pediram licença**. Para descobrir o número de processos analisados referentes **apenas a pedido de férias**, devemos pegar **o total de pedidos de férias e subtrair o valor de processos que pediram férias e licença**, simultaneamente.

$$SÓ\ FERIAS = 15 - x = 15 - 8 = 7$$

7 pessoas fizeram APENAS o pedido de férias.

Gabarito: ERRADO.

10. (CEBRASPE/PREF. B dos COQUEIROS/2020) Em uma pesquisa feita com um grupo de 100 turistas que visitavam Aracaju, verificou-se que todos eles tinham visitado pelo menos duas das seguintes praias: Atalaia, Aruana e da Costa. A tabela a seguir mostra quantos desses turistas visitaram as referidas praias.

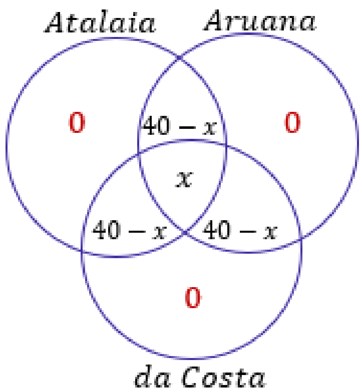
Praias Visitadas	Número de Turistas
Atalaia e Aruana	**40**
Atalaia e da Costa	**40**
Aruana e da Costa	**40**

Com base nessas informações, julgue os itens seguintes.

I. Menos de 40 turistas visitaram a praia de Atalaia.
II. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou apenas uma das praias citadas.
III. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou todas as três praias citadas.

Assinale a opção correta.
A) Apenas o item II está certo.
B) Apenas o item III está certo.
C) Apenas os itens I e II estão certos.
D) Apenas os itens I e III estão certos.
E) Todos os itens estão certos.

Comentários:
Não esqueça que, nesse tipo de questão, **a primeira coisa** que você deve se perguntar é: *qual a quantidade de elementos na* ***intersecção dos três conjuntos em questão****?* Se **não** for fornecido esse valor, você deve chamá-lo de x. Observe como fica o diagrama para essa questão.



Observe que também preenchemos $40 - x$ nas intersecções dois a dois. Quando o enunciado diz que 40 pessoas visitaram a praia A e a praia B, ele **não está dizendo que 40 visitaram apenas a praia A e a praia B. Dentro dessas 40 pessoas pode ter tido 10 que também foram para a praia C**.

Se estamos nos perguntando a quantidade de pessoas que visitaram **APENAS as praias A e B**, devemos **subtrai**r a quantidade de pessoas que **além das praias A e B, também visitou a C**. Ficou claro, pessoal?!

Uma informação muito importante dada no enunciado é que: **todos os turistas tinham visitado pelo menos duas das praias**. Com isso, foi possível colocar o 0, indicando que **não houve quem visitou uma única praia**. Com o nosso diagrama montado e sabendo que **100 turistas visitaram as praias**, sabemos que ao somar os elementos discriminados acima, devemos obter exatamente o valor total de turistas.

$$(40 - x) + (40 - x) + (40 - x) + x = 100$$

$$120 - 2x = 100 \quad \rightarrow \quad 2x = 20 \quad \rightarrow \quad x = 10$$

Esse valor encontrado indica que **10 pessoas visitaram as três praias**! Com isso, **30 pessoas visitaram APENAS Atalaia e Aruana**, **30 pessoas visitaram APENAS Aruana e da Costa** e **30 pessoas visitaram APENAS Atalaia e da Costa**. Podemos agora analisar os itens.

I. Menos de 40 turistas visitaram a praia de Atalaia.
ERRADO. Vimos que 30 pessoas visitaram Atalaia e Aruana, outras 30 visitaram Atalaia e da Costa e 10 pessoas visitaram as 3 praias. Com isso, $30 + 30 + 10 =$ **70 pessoas visitaram a praia de Atalaia**.

II. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou apenas uma das praias citadas.
CORRETO. Essa informação está no próprio enunciado, quando ele diz que **os turistas visitaram pelo menos duas das praias.**

III. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou todas as três praias citadas.
ERRADO. De acordo com o que desenvolvemos, **10 pessoas visitaram as três praias**.

Gabarito: LETRA A.

11. (CEBRASPE/TJ-PR/2019) Em determinado tribunal, os conselheiros atuam nos conselhos I, II e III, podendo atuar em apenas um, em dois ou em todos os conselhos, como mostra a tabela seguinte.

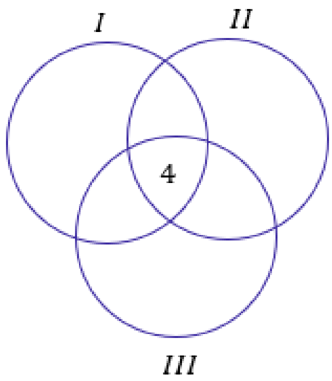
Quantidade de Conselheiros	Conselho de Atuação
35	I
25	II
24	III
10	I e II
12	I e III
8	II e III
4	I, II e III

Nesse caso, a quantidade de conselheiros que atuam em, no máximo, um dos conselhos é igual a
A) 26.

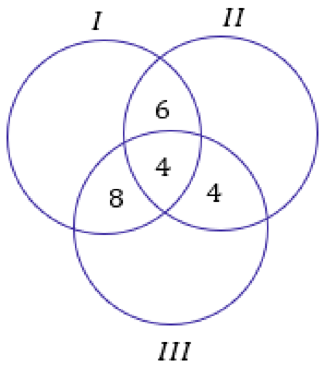
B) 36.
C) 50.
D) 58.
E) 84.

Comentários:

Temos **três conselhos de atuação**, sendo que os conselheiros podem atuar em **apenas um, em dois ou em todos os conselhos**. É uma questão clássica de diagrama de Venn e PIE. Nesse tipo de questão, devemos sempre começar com a quantidade de elementos na intersecção dos três conjuntos. De acordo com a tabela, temos **4 conselheiros que atuam nos três conselhos**.

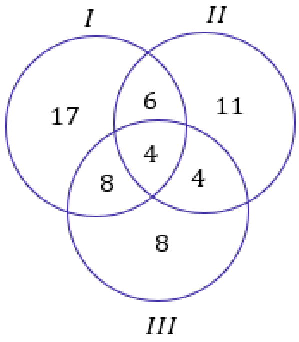


Uma vez com a quantidade de elementos da intersecção dos três conjuntos, **partimos para a análise dos elementos das intersecções de dois conjuntos**. Por exemplo, da tabela é possível ver que 10 conselheiros atuam nos conselhos I e II. Como já contamos 4 deles na intersecção, temos que $10 - 4 = 6$ conselheiros atuam **APENAS nos conselhos I e II**. Podemos usar esse raciocínio para as demais intersecções.



Agora que achamos as quantidades das intersecções, devemos partir para a análise das quantidades de conselheiros que atuam **APENAS um único conselho**. A tabela diz que 35 conselheiros atuam no conselho I, nosso diagrama mostra que $6 + 4 + 8 = 18$ estão conselheiros estão atuando no conselho I **mas também em outros conselhos**.

Portanto, devemos fazer $35 - 18 = 17$ para obter a quantidade de conselheiros que estão atuando apenas no conselho I. Analogamente, se o conselho II possui 25 conselheiros e contabilizamos $6 + 4 + 4 = 14$, então sobra que **11 conselheiros que atuam somente no conselho II**. Por fim, dos 24 conselheiros de III, já temos contabilizados $8 + 4 + 4 = 16$ no diagrama. Logo, **8 atuam apenas em III**.



Com o nosso diagrama completo, podemos analisar o que a questão pede. O examinador quer **o número de conselheiros que atuam em apenas um dos conselhos**.

$$N = 17 + 11 + 8 \quad \rightarrow \quad N = 36$$

Gabarito: LETRA B.

12. (CEBRASPE/IFF/2018) Em uma consulta a 600 estudantes de uma escola acerca da preferência deles entre teatro ou cinema, apenas 50 deles não gostam de cinema nem de teatro. Entre os demais, 370 gostam de teatro e 420 gostam de cinema. Nesse caso, a quantidade desses estudantes que gostam de teatro e cinema é igual a

A) 50.

B) 130.

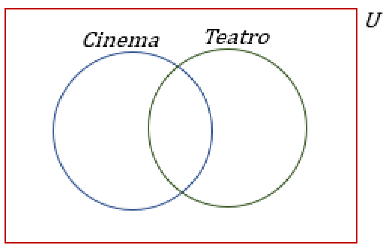
C) 180.

D) 240.

E) 370.

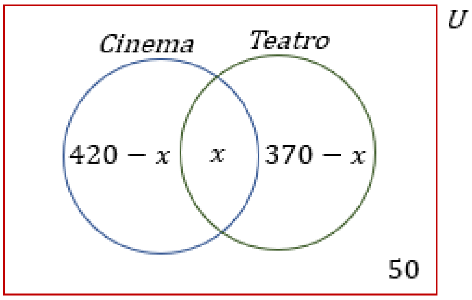
Comentários:

O **conjunto universo é representado pelos 600 estudantes dessa escola.** O diagrama que é interessante desenhar para a resolução do exercício é o seguinte:



Devemos inserir no desenho acima as informações que foram passadas pelo enunciado. O primeiro ponto a ser levado em consideração é **a quantidade de elementos na intersecção dos conjuntos**. No nosso caso, é exatamente **a quantidade de estudantes que gostam tanto de teatro e de cinema**.

No entanto, esse valor é exatamente o que é pedido no enunciado e **ainda não sabemos quanto vale**. Vamos chamá-lo de x. Como 370 alunos gostam de teatro, então $370 - x$ **gostam APENAS de teatro**. Além disso, se 420 gostam de cinema, $420 - x$ **gostam APENAS de cinema**. Note **que 50 não gosta de nenhum dos dois**.



Veja que foi possível completarmos nosso diagrama com as informações analisadas. Como nosso conjunto universo é formado por 600 estudantes, a soma das quantidades de cada uma das partes do diagrama deve totalizar esse mesmo número.

$$(420 - x) + x + (370 - x) + 50 = 600$$

$$840 - x = 600$$

$$x = 240$$

Gabarito: LETRA D.

13. (CEBRASPE/IFF/2018) Para um conjunto qualquer X, $n(X)$ representa a quantidade de elementos de X. Nesse sentido, considere que os conjuntos A, B e C tenham as seguintes propriedades:

$$\boldsymbol{n(A) = n(B) = n(C) = 50;}$$
$$\boldsymbol{n(A \cap B) = n(A \cap C) = n(B \cap C) = 10;}$$
$$\boldsymbol{n(A \cap B \cap C) = 0.}$$

Nessa situação, $n(A \cup B \cup C)$ é igual a:

A) 100.
B) 110.
C) 120.
D) 130.

D) 140.

Comentários:

Essa questão é uma **aplicação direta do Princípio da Inclusão-Exclusão**.

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

Aplicando os valores do enunciado, ficamos com:

$$n(A \cup B \cup C) = 50 + 50 + 50 - 10 - 10 - 10 + 0 \quad \rightarrow \quad n(A \cup B \cup C) = 120$$

Gabarito: LETRA C.

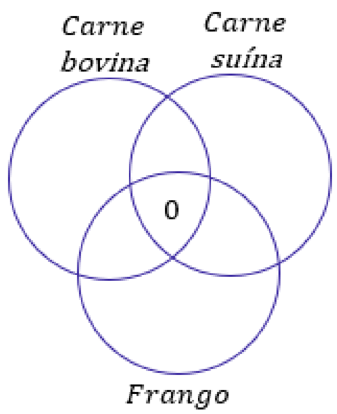
Texto para as próximas questões

Determinado porto recebeu um grande carregamento de frango congelado, carne suína congelada e carne bovina congelada, para exportação. Esses produtos foram distribuídos em 800 contêineres, da seguinte forma: nenhum contêiner foi carregado com os três produtos; 300 contêineres foram carregados com carne bovina; 450, com carne suína; 100, com frango e carne bovina; 150, com carne suína e carne bovina; 100, com frango e carne suína.

Comentários Iniciais:

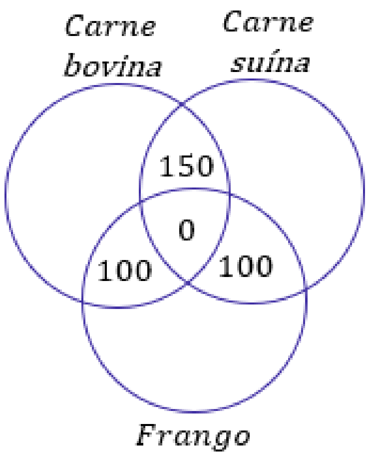
Antes de julgar as questões, vamos fazer alguns comentários iniciais. É preciso desenvolver o diagrama de Venn.

Observe que temos **800 contêineres** que vamos distribuir frango, carne suína e carne bovina. A primeira coisa que devemos procurar é **quantos contêineres abrigarão os 3 tipos de carne**, o enunciado fornece essa informação quando diz que **nenhum contêiner foi carregado com os três produtos**.



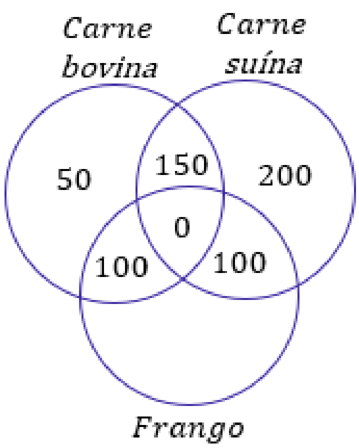
Agora, vamos olhar **as intersecções de dois conjuntos**. O enunciado disse **que 100 foram carregados com frango e carne bovina**, **150 com carne suína e carne bovina** e **100 com frango e carne suína**.

Como não houve nenhum contêiner com os três tipos de carnes, **não há nada para ser descontado** e podemos levar esses valores diretos para o diagrama.



Por fim, sabemos que **300 contêineres** foram carregados com carne bovina, mas nosso diagrama já está contabilizando $150 + 100 = 250$ contêineres de carne bovina. Assim, **os 50 contêineres que faltam para fechar os 300 estão APENAS com carne bovina**.

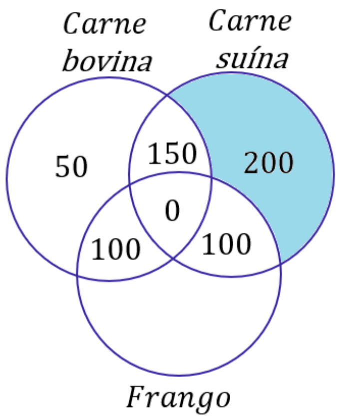
Ademais, é fornecido que **450 contêineres estão com carne suína**. Nosso diagrama também já está contabilizando $150 + 100 = 250$ contêineres com carne suína. Isso significa que temos **200 contêineres APENAS com carne suína**.



14. (CEBRASPE/EMAP/2018) Nessa situação hipotética, 250 contêineres foram carregados somente com carne suína.

Comentários:

O item trouxe **250 contêineres** carregados com **apenas carne suína**. No entanto, quando olhamos o diagrama desenvolvido nos comentários iniciais, vemos que **foram apenas 200.**

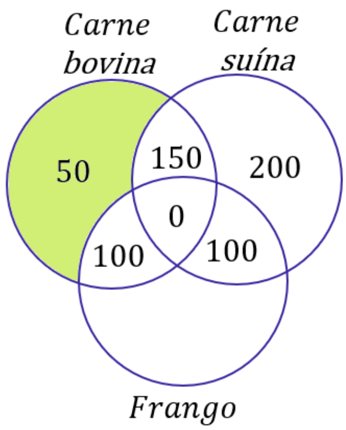


Gabarito: ERRADO.

15. (CEBRASPE/EMAP/2018) Nessa situação, 50 contêineres foram carregados somente com carne bovina.

Comentários:

Observando o diagrama que desenvolvemos nos comentários iniciais, veja que realmente **temos 50 contêineres carregados apenas com carne bovina**.

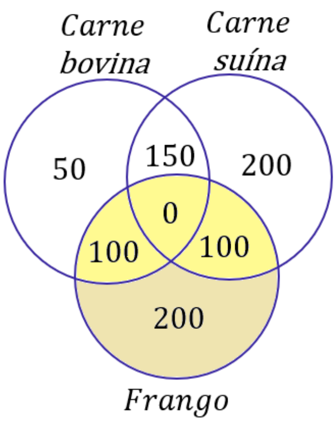


Gabarito: CERTO.

16. (CEBRASPE/EMAP/2018) Nessa situação hipotética, a carga de 400 contêineres continha frango congelado.

Comentários:

Veja que o nosso diagrama já contabilizou $50 + 150 + 100 + 100 + 200 = \mathbf{600}$ **contêineres**. O enunciado informou que são, ao total, **800 contêineres**. Logo, essa diferença (200) certamente é o número que está faltando: **a quantidade de contêineres com <u>APENAS</u> frango**.



Quando somamos os valores dos contêineres com frango, encontramos $100 + 100 + 200 = 400$. Logo, **o item encontra-se correto** ao afirmar que existem 400 contêineres com frango congelado.

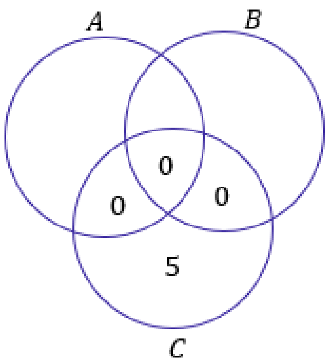
Gabarito: CERTO.

(PF/2018) Texto para as próximas questões
Em um aeroporto, 30 passageiros que desembarcaram de determinado voo e que estiveram nos países A, B ou C, nos quais ocorre uma epidemia infecciosa, foram selecionados para ser examinados. Constatou-se que exatamente 25 dos passageiros selecionados estiveram em A ou em B, nenhum desses 25 passageiros esteve em C e 6 desses 25 passageiros estiveram em A e em B. Com referência a essa situação hipotética, julgue os itens a seguir.

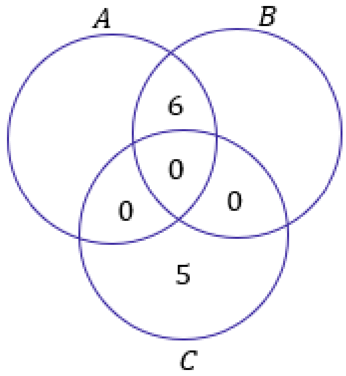
17. (CEBRASPE/PF/2018) Se 11 passageiros estiveram em B, então mais de 15 estiveram em A.

Comentários:
Nosso **conjunto universo é composto pelos 30 passageiros** que foram selecionados para fazer os exames. Para nos auxiliar no desenvolvimento da questão, é necessário desenhar o diagrama de Venn. Vamos primeiro utilizar as informações do enunciado para concluir algumas coisas importantes.

Note que **se 25 dos 30 passageiros estiveram em A ou em B, então <u>5 passageiros estiveram SOMENTE em C</u>**. Além disso, como nenhum desses 25 passageiros que esteve em A ou em B esteve em C, então **o número de elementos na intersecção dos três conjuntos é nulo**, bem como qualquer intersecção com C.

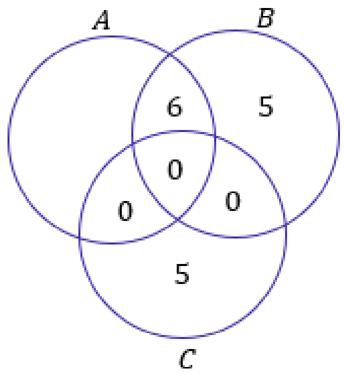


O enunciado ainda fala que **6 dos 25 passageiros estiveram em A e em B**.

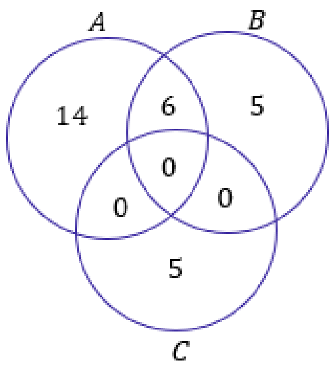


Pronto, nesse momento utilizamos todas as informações do enunciado que poderíamos usar para compor o diagrama. Agora, vamos analisar o item propriamente dito. O examinador diz que **se 11 passageiros estiveram em B, então mais de 15 estiveram em A.**

Note, do nosso último diagrama, que já marcamos 6 pessoas que visitaram B. Se o examinador diz que foi 11, então sobra **5 pessoas que visitaram APENAS o país B**.



Sabemos que 25 pessoas visitaram A ou B e que **já contabilizamos 11 delas** no diagrama. As **14 pessoas que estão faltando para completar essas 25 pessoas são aquelas que estiveram APENAS no país A**.



Por fim, podemos ver que $14 + 6 =$ **20 pessoas estiverem em A** e, portanto, o item está correto.

Gabarito: CERTO.

Texto para as próximas questões

O resultado de uma pesquisa acerca da satisfação de 200 papiloscopistas, no que diz respeito às tarefas por eles executadas de identificação de vítimas e de descobertas de crimes de falsificação, foi o seguinte:

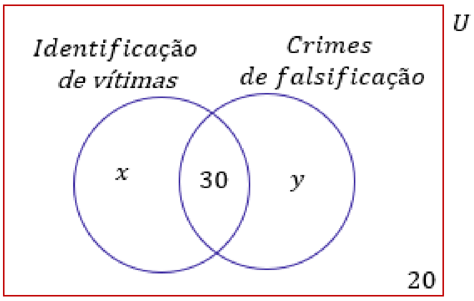
I. 30 papiloscopistas sentem-se igualmente satisfeitos ao executar qualquer uma dessas tarefas;
II. 180 papiloscopistas sentem-se satisfeitos ao executar pelo menos uma dessas tarefas.

Considerando que todos os 200 papiloscopistas responderam à pesquisa, julgue o item seguinte.

18. (CEBRASPE/PF/2018) A quantidade de papiloscopistas que se sentem satisfeitos ao executar exatamente uma das referidas tarefas é superior a 100.

Comentários:

Vamos dividir o grupo de **200 papiloscopistas** (que será o conjunto universo) em dois outros conjuntos: **um daqueles que se sentem satisfeitos com a identificação de vítimas** e outro **daqueles que se sentem satisfeitos com a descoberta de crimes de falsificação**.



Note que **30 pessoas se sentem satisfeitas trabalhando em qualquer uma das tarefas**. Além disso, o enunciado mostra que **180 dos 200 papiloscopistas sentem-se satisfeitos ao executar pelo menos uma delas**. Com isso, sobra **20 papiloscopistas que não se sentem satisfeitos identificando vítimas ou descobrindo crimes de falsificação.** A quantidade de papiloscopistas que se sentem satisfeito apenas com uma tarefa é dada por $x + y$. Sabemos, no entanto, que $x + y + 30 = 180$. Logo,

$$x + y = 150$$

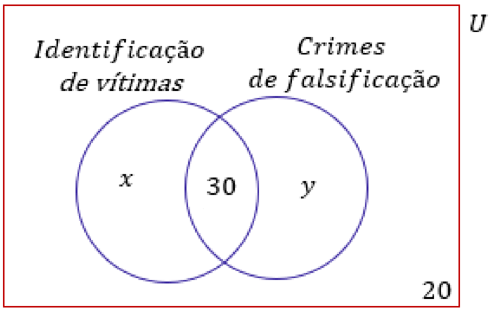
Como **essa quantidade é superior a 100**, o gabarito está correto.

Gabarito: CERTO.

19. (CEBRASPE/PF/2018) Nessa situação, as informações dadas permitem inferir que exatamente 75 papiloscopistas sentem-se satisfeitos ao executarem a tarefa de identificação de vítimas.

Comentários:

Vamos dividir o grupo de **200 papiloscopistas** (que será o conjunto universo) em dois outros conjuntos: **um daqueles que se sentem satisfeitos com a identificação de vítimas** e outro **daqueles que se sentem satisfeitos com a descoberta de crimes de falsificação**.



Note que **30 pessoas se sentem satisfeitas trabalhando em qualquer uma das tarefas**. Além disso, o enunciado mostra que **180 dos 200 papiloscopistas sentem-se satisfeitos ao executar pelo menos uma delas**.

Com isso, sobra **20 papiloscopistas que não se sentem satisfeitos identificando vítimas ou descobrindo crimes de falsificação. Não há mais informações** que possibilitem concluir exatamente o número de papiloscopistas que se sentem satisfeitos com a tarefa de identificação de vítimas.

Gabarito: ERRADO.

20. (CEBRASPE/SEFAZ-RS/2018) Em determinado dia, os órgãos responsáveis atenderam 50 contribuintes para resolver pendências relativas ao IPTU, ao IPVA e a outros tributos. Sabe-se que foram atendidos:

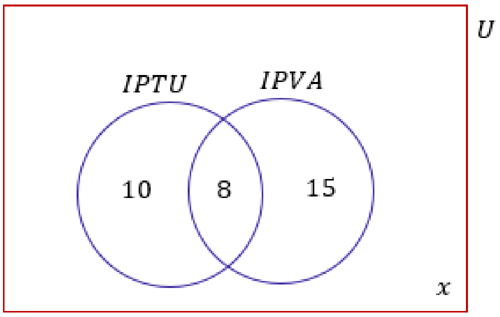
I. 18 contribuintes com pendências de IPTU;
II. 23 contribuintes com pendências de IPVA;
III. 8 contribuintes com pendências de IPTU e IPVA.

Nesse caso, a quantidade de contribuintes atendidos cujas pendências não se referiam a IPTU nem a IPVA foi igual a

A) 15.
B) 17.
C) 25.
D) 9.
E) 10.

Comentários:

O conjunto universo dessa questão é constituído dos **50 contribuintes**.



O primeiro fato que devemos levar em consideração é que **8 contribuintes tinham pendências de IPTU e IPVA**. Sendo assim, se **18 contribuintes tiveram pendência de IPTU, podemos descontar esses 8 para obter aquele que tiverem pendências APENAS com IPTU**. Analogamente, descontando **8 dos 23 que tiverem pendência de IPVA, obtemos aqueles que tiverem pendências APENAS com IPVA**.

Queremos, no entanto, descobrir **quanto desses 50 não tiveram problema com nenhum desses dois impostos**. Vamos chamar essa quantidade de x. Se somarmos todos os valores que estão presentes no digrama que desenhamos, **essa soma deve totalizar os 50 contribuintes do nosso conjunto universo**.

$$10 + 8 + 15 + x = 50$$

$$33 + x = 50$$

$$x = 17$$

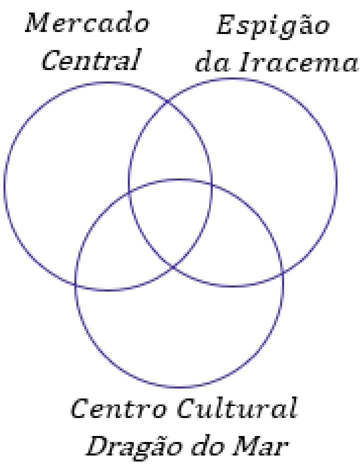
Gabarito: LETRA B.

Texto para as próximas questões

Um banco comercial realizou um evento de negócios na cidade de Fortaleza – CE. Após as reuniões, os participantes do evento visitaram pontos turísticos da cidade: 95 dos participantes visitaram o Mercado Central, 80 visitaram o Espigão de Iracema e 90 visitaram o Centro Cultural Dragão do Mar. Do total de participantes, 30 visitaram somente o Mercado Central, 50 visitaram o Espigão de Iracema e o Centro Cultural Dragão do Mar, 35 visitaram o Mercado Central e o Espigão de Iracema, e 20 visitaram esses três pontos turísticos. Considerando que todos os participantes tenham visitado, pelo menos, um desses três pontos turísticos, julgue os itens a seguir.

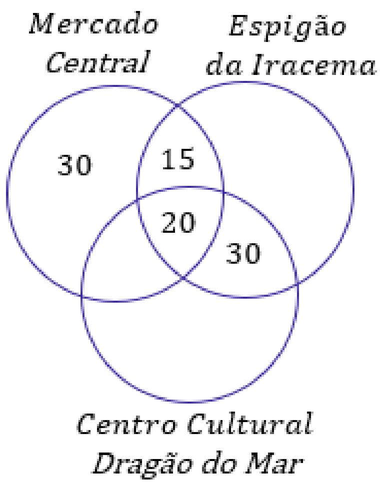
Comentários Iniciais:

Para **evitarmos repetir a solução** nos itens seguintes, vamos primeiro fazer uma resolução inicial, que **será aproveitada para julgar** todos os exercícios que envolvam o texto anterior. Tudo bem? Essa questão envolve um diagrama de Venn **com três conjuntos**: um representando aqueles que visitaram o Mercado Central, outro representando aqueles que visitaram o Espigão de Iracema e mais um representando aqueles que visitaram o Centro Cultural Dragão do Mar.

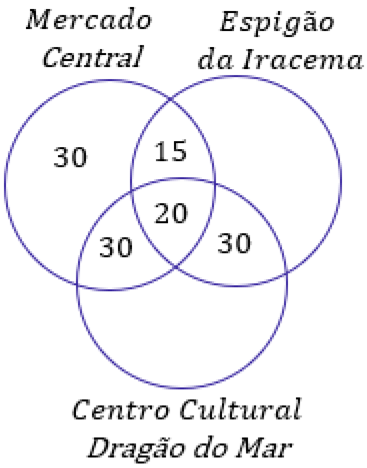


A primeira informação que devemos buscar no enunciado é **quantos visitaram os três pontos turísticos**. Ao procurar, encontramos que **foram 20 pessoas**. O enunciado diz ainda que **35 visitaram o Mercado Central e o Espigão de Iracema**. Como sabemos que 20 visitaram os três, concluímos que **15 visitaram APENAS esses dois pontos turísticos**.

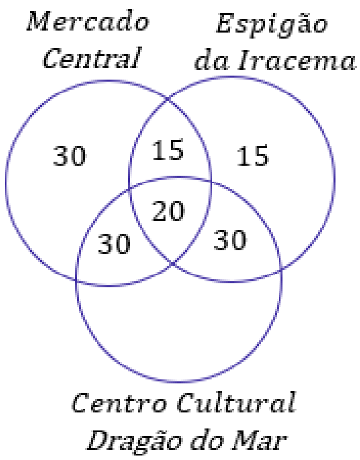
Analogamente, **50 visitaram o Espigão e o Dragão do Mar**, já contabilizamos 20 deles quando consideremos aqueles que visitaram os 3 pontos. Logo, **30 pessoas visitaram APENAS esses dois outros pontos**. Foi dito, ainda, que **30 visitaram apenas** o Mercado Central.



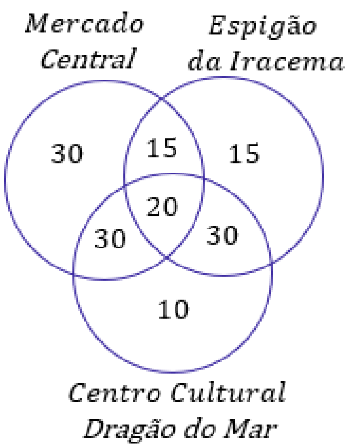
Observe que disseram que **95 visitaram o Mercado Central** e contabilizamos $30 + 15 + 20 = 65$. A diferença de 30 é o número de pessoas que visitaram **APENAS o Mercado Central e o Dragão do Mar**.



Sabemos ainda que **80 participantes visitaram o Espigão de Iracema**. No diagrama, temos contabilizados $15 + 20 + 30 = 65$. Então, **15 é quantidade de pessoas que visitaram APENAS o Espigão de Iracema**.



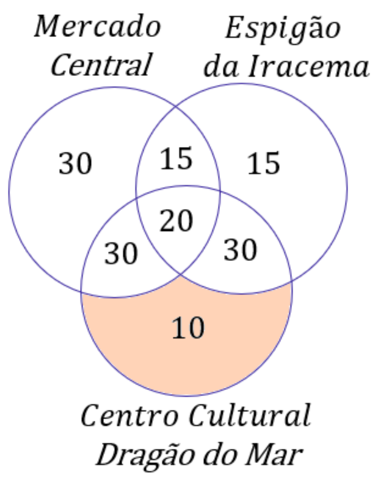
Por último, **90 visitaram o Centro Cultural Dragão do Mar**. No diagrama, temos contabilizados $30 + 20 + 30 = 80$. Logo, faltam **10 pessoas para totalizar os 90**. Esses 10 participantes restantes **são aqueles que visitaram APENAS o Dragão do Mar**.



21. (CEBRASPE/BNB/2018) Mais de 15 dos participantes do evento visitaram somente o Centro Cultural Dragão do Mar.

Comentários:

Com o diagrama que desenvolvemos nos comentários iniciais acima, vemos que a quantidade de pessoas que visitaram **apenas o Dragão do Mar é 10** e não 15.

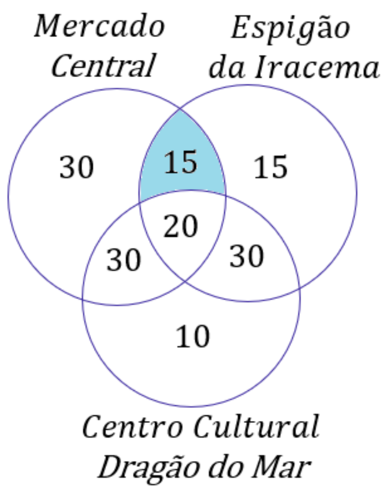


Gabarito: ERRADO.

22. (CEBRASPE/BNB/2018) Menos de 12 dos participantes do evento visitaram somente o Espigão de Iracema e o Mercado Central.

Comentários:

Com a análise do diagrama que chegamos nos comentários iniciais da questão, é possível ver que **15 pessoas visitaram somente o Mercado Central e o Espigão de Iracema**. Logo, item errado.

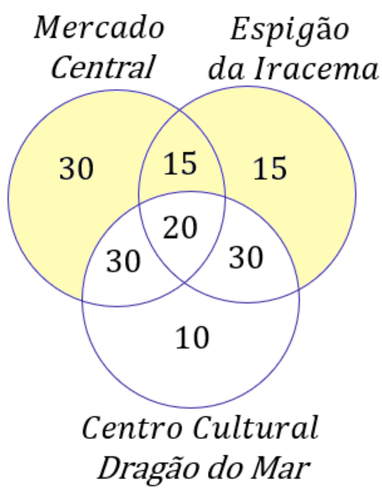


Gabarito: ERRADO.

23. (CEBRASPE/BNB/2018) Mais de 50 dos participantes do evento não visitaram o Centro Cultural Dragão do Mar.

Comentários:

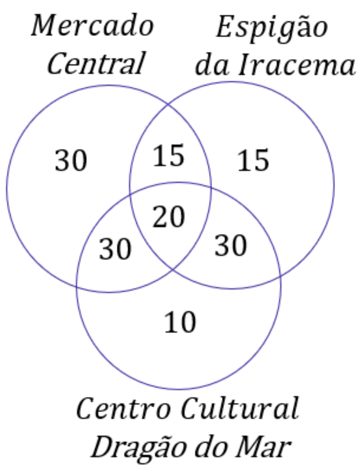
Com o diagrama completo, podemos olhar para **os números fora do conjunto do Centro Cultural Dragão do Mar**. O número de pessoas que não visitaram esse ponto turístico é dado por $30 + 15 + 15 = 60$. O item afirma que **mais de 50 pessoas não visitaram o Dragão do Mar**, portanto, está correto.



Gabarito: CERTO.

24. (CEBRASPE/BNB/2018) Menos de 180 pessoas participaram do evento.

Comentários:



Para obter o total de pessoas que compareceram ao evento, **basta somarmos as quantidades** discriminadas em nosso diagrama completamente preenchido.

$$TOTAL\ DE\ PESSOAS = 30 + 30 + 15 + 20 + 15 + 30 + 10 \quad \rightarrow \quad TOTAL\ DE\ PESSOAS = 150$$

O item afirma que **menos de 150 pessoas participaram do evento**, logo, encontra-se correto.

Gabarito: CERTO.

Texto para as próximas questões

Uma pesquisa revelou características da população de uma pequena comunidade composta apenas por casais e seus filhos. Todos os casais dessa comunidade são elementos do conjunto $A \cup B \cup C$ em que:

A = {casais com pelo menos um filho com mais de 20 anos de idade};

B = {casais com pelo menos um filho com menos de 10 anos de idade};

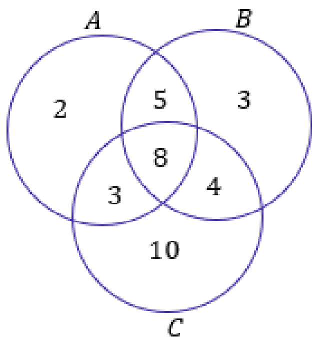
C = {casais com pelo menos 4 filhos}.

Considerando que $n(P)$ indique a quantidade de elementos de um conjunto P, suponha que:

$$n(A) = 18;\ n(B) = 20;\ n(C) = 25;$$

$$n(A \cap B) = 13; n(A \cap C) = 11; n(B \cap C) = 12\ e\ n(A \cap B \cap C) = 8.$$

O diagrama a seguir mostra essas quantidades de elementos.



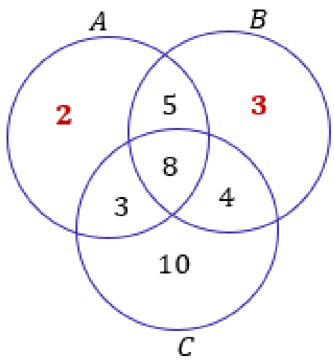
Com base nas informações e no diagrama precedentes, julgue os itens a seguir.

25. (CEBRASPE/EBSERH/2018) A referida comunidade é formada por menos de 180 pessoas.

Comentários:

Observe que o conjunto C representa casais com **pelo menos 4 filhos**. O enunciado diz que **o conjunto C tem 25 casais**, pois, $n(C) = 25$. Ora, **cada casal é formado por 2 pessoas** e se **cada um tem pelo menos 4 filhos**, então **cada família dessa contém, no mínimo, 6 pessoas**.

Logo, o conjunto C soma $6 \times 25 = $ **150 indivíduos.** Confira abaixo o diagrama obtido com os valores do enunciado. Lembrando sempre que devemos começar a preencher pela intersecção dos três conjuntos.



Fora do conjunto C, devemos olhar para a quantidade de casais que **somente fazem parte de A (são 2)** ou **somente fazem parte de B (são 3)**. Esses 5 casais **possuem pelo menos um filho**. Logo, podemos contar $3 \times 5 = \mathbf{15}$ **pessoas nesse grupo**.

Os outros **5 casais que estão tanto no conjunto A e no conjunto B**, possuem, **no mínimo**, **2 filhos**. A explicação é a seguinte: **como estão no grupo A, elas possuem pelo menos um filho com mais de 20 anos de idade**.

Mas, **como também estão no grupo B, eles possuem pelo menos um filho com menos de 10 anos de idade.** Logo, a quantidade mínima de filhos desses casais é dois. Sendo assim, com **cada casal representando uma família de 4 membros**, vamos ter $5 \times 4 = \mathbf{20}$ **pessoas** nesse grupo. Para obter o total de pessoas nessa população, devemos somar tudo que obtivemos.

$$POPULAÇÃO = 150 + 15 + 20 \quad \rightarrow \quad POPULAÇÃO = 185$$

O item afirma que a população **possui menos de 180 pessoas** e, portanto, está errado.

Gabarito: ERRADO.

LISTA DE QUESTÕES - CEBRASPE

Operações com Conjuntos

1. (CEBRASPE/TST/2024) Considerando-se P como o conjunto dos números primos ímpares e I como o conjunto dos números naturais ímpares, conclui-se que P - I será

A) o conjunto dos números pares.

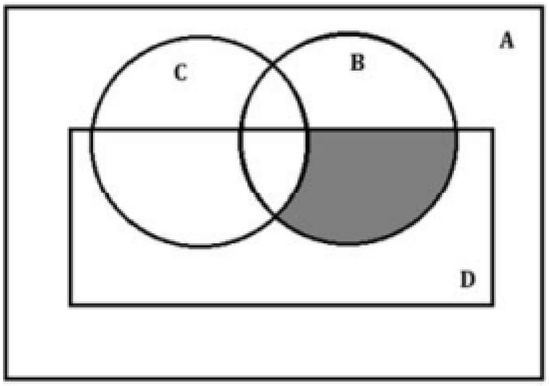
B) o conjunto dos números ímpares primos.

C) o conjunto dos números primos pares.

D) o conjunto vazio.

E) o conjunto dos ímpares não primos.

2. (CEBRASPE/ISS - CAMAÇARI/2024)



Na figura precedente, que representa quatro conjuntos identificados por A, B, C e D, a região destacada corresponde a

A) $(B - C) \cap D$.

B) $B \cap D$.

C) $B \cap C \cap D$.

D) $(B - D) \cap C$.

E) $B - D$.

TEXTO PARA AS QUESTÕES 3 E 4.

Especialistas em financiamento e execução de programas e projetos educacionais foram designados para trabalhar em três projetos diferentes, sendo que um mesmo especialista pode trabalhar em dois ou até nos três projetos. O conjunto A representa o grupo de especialistas designados para trabalhar no projeto 1; B, o conjunto formado por especialistas designados para trabalhar no projeto 2; e C, o conjunto formado por especialistas designados para trabalhar no projeto 3. Em relação a essa situação hipotética, julgue os seguintes itens.

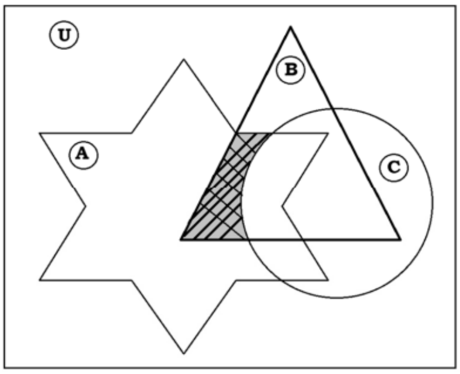
3. (CEBRASPE/FNDE/2023) O subconjunto dos especialistas que trabalham somente em um projeto pode ser corretamente representado por $(A \cup B \cup C) - (A \cap B \cap C)$.

4. (CEBRASPE/FNDE/2023) O subconjunto dos especialistas designados para trabalhar nos projetos 1 e 2, mas não no projeto 3, pode ser corretamente representado por $(A \cap B) - (B \cap C)$.

5. (CEBRASPE/PETROBRAS/2023) Acerca da teoria dos conjuntos, julgue o próximo item.

Para três conjuntos, A, B e C, não vazios, se A está contido em B e se C não contém B, então C também não contém A.

6. (CEBRASPE/PM-SC/2023)



A figura precedente apresenta os conjuntos A, B, C e U. Considerando que $C_Y(X)$ representa o complementar de X em Y, assinale a opção que representa corretamente o subconjunto do conjunto B em destaque na referida figura.

A) $C_U(C \cap B)$

B) $A \cap B \cap C$

C) $C_B(C) \cap A$

D) $C_U(A) \cap C$

E) $A \cup (B \cap C)$

7. (CEBRASPE/PC-PB/2022) Considere que, no conjunto D_0 de todos os detentos em dado momento, D_1 seja o conjunto de todos os detentos condenados pelo cometimento de, pelo menos, um crime, D_2 seja o conjunto dos condenados por, pelo menos, dois crimes, e assim por diante. Nessa situação, o conjunto dos detentos condenados pelo cometimento de exatamente 4 crimes é

A) $D_1 \cap D_2 \cap D_3 \cap D_4$

B) $D_1 \cup D_2 \cup D_3 \cup D_4$

C) D_4

D) $D_4 - D_5$

E) $D_5 - D_4$

8. (CEBRASPE/MPjTCE-SC/2023) Dada uma equipe de dez servidores, entre eles Alberto e Bruna, W é o conjunto de todas as listas que podem ser formadas com exatamente três servidores.

A partir das informações anteriores, e sabendo que, nessa hipótese, A é o conjunto de todas as listas em que consta o nome de Alberto e B, o conjunto daquelas em que consta o nome de Bruna, julgue o item que se segue.

O conjunto de listas que não apresentam os nomes de Alberto nem de Bruna pode ser corretamente representado por $W - A \cap B$.

9. (CEBRASPE/MPjTCE-SC/2023) Dada uma equipe de dez servidores, entre eles Alberto e Bruna, W é o conjunto de todas as listas que podem ser formadas com exatamente três servidores.

A partir das informações anteriores, e sabendo que, nessa hipótese, A é o conjunto de todas as listas em que consta o nome de Alberto e B, o conjunto daquelas em que consta o nome de Bruna, julgue o item que se segue.

O conjunto de listas que apresentam apenas um dos nomes Alberto ou Bruna pode ser corretamente representado por $(A - B) \cup (B - A)$.

10. (CEBRASPE/COGE-CE/2019) Segundo o portal cearatransparente.ce.gov.br, em 2018, dos 184 municípios do estado do Ceará, 4 celebraram exatamente 1 convênio com o governo estadual, 22 celebraram exatamente 2 convênios com o governo estadual, e 156 celebraram 3 ou mais convênios com o governo estadual. De acordo com o texto, se, para cada $j = 0, 1, 2, \ldots,$ M_j for o conjunto dos municípios cearenses que celebraram, pelo menos, j convênios com o governo estadual, então o conjunto dos municípios que não celebraram nenhum convênio com o governo do estado será representado pelo conjunto

A) M_0
B) $M_1 - M_0$
C) $M_1 \cap M_0$
D) $M_0 - M_1$
E) $M_0 \cup M_1$

11. (CEBRASPE/TRF-1/2017) Em uma reunião de colegiado, após a aprovação de uma matéria polêmica pelo placar de 6 votos a favor e 5 contra, um dos 11 presentes fez a seguinte afirmação: "Basta um de nós mudar de ideia e a decisão será totalmente modificada." Considerando a situação apresentada e a proposição correspondente à afirmação feita, julgue o próximo item.

Se A for o conjunto dos presentes que votaram a favor e B for o conjunto dos presentes que votaram contra, então o conjunto diferença A\B terá exatamente um elemento.

12. (CEBRASPE/INSS/2015) Julgue o item a seguir, relativos a raciocínio lógico e operações com conjuntos.

Se A, B e C forem conjuntos quaisquer tais que $A, B \subset C$, então $(C \setminus A) \cap (A \cup B) = C \cap B$.

(SUFRAMA/2014) Texto para as próximas questões
Para o conjunto $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, se A for um subconjunto de Ω, indique por $S(A)$ a soma dos elementos de A e considere e $S(\emptyset) = 0$. Nesse sentido, julgue o item a seguir.

13. (CEBRASPE/SUFRAMA/2014) Se A e B forem subconjuntos de Ω, tais que $A \subset B$, então $0 \leq S(A) \leq S(B) \leq 55$.

14. (CEBRASPE/SUFRAMA/2014) Se $A \subset \Omega$, e se $\Omega \setminus A$ é o complementar de A em Ω, então $S(\Omega \setminus A) = S(\Omega) - S(A)$.

15. (CEBRASPE/SUFRAMA/2014) É possível encontrar conjuntos A e B, subconjuntos de Ω, disjuntos, tais que $A \cup B = \Omega$ e $S(A) = S(B)$.

GABARITO

1. LETRA D
2. LETRA A
3. ERRADO
4. CERTO
5. ERRADO
6. LETRA C
7. LETRA D
8. ERRADO
9. CERTO
10. LETRA D
11. ERRADO
12. ERRADO
13. CERTO
14. CERTO
15. ERRADO

LISTA DE QUESTÕES - CEBRASPE

Princípio da Inclusão-Exclusão

Texto para as questões 01 e 02

Em uma plataforma de petróleo, por vez, 166 pessoas ficam embarcadas para a manutenção da operação. Enquanto ficam embarcados, os empregados têm acesso a espaços para esporte e lazer, como academia, quadras de esporte e sala de jogos. Nas quadras de esporte, é possível praticar futsal, basquete e vôlei e do total de trabalhadores da plataforma, 58 praticam futsal; 26 praticam futsal e basquete; quem pratica vôlei não pratica nenhum outro esporte; 84 praticam apenas um esporte; e 48 não jogam basquete. Considerando os dados apresentados na situação hipotética precedente, julgue os próximos itens.

1. (CEBRASPE/PETROBRAS/2024) Dezesseis pessoas praticam vôlei.

2. (CEBRASPE/PETROBRAS/2024) Um total de 56 pessoas não pratica nenhum esporte na plataforma.

3. (CEBRASPE/TRT-8/2023) Ao classificar 80 processos a fim de distribuí-los às áreas competentes para tratamento, um técnico judiciário verificou que, devido aos diversos critérios de classificação, 45 dos processos poderiam ser distribuídos ao setor A, 55 ao setor B e 15 a nenhum desses dois setores. Na situação hipotética precedente, a quantidade de processos que poderiam ser distribuídos a qualquer um dos setores A ou B é igual a

A) 10.

B) 30.

C) 35.

D) 40.

E) 65.

4. (CEBRASPE/CBM-TO/2023) Em certa unidade do corpo de bombeiros, 60 militares praticam, como esporte, futebol e(ou) voleibol. O conjunto A compreende os militares que praticam futebol e o conjunto B, os que praticam voleibol. Nessa situação hipotética, se $A - B$ contém 18 integrantes e $B - A$ contém 25 integrantes, então o número de militares que praticam futebol e voleibol é igual a

A) 17.

B) 35.

C) 43.

D) 42.

5. (CEBRASPE/TJ-ES/2023) O item a seguir apresenta uma situação hipotética seguida de uma assertiva a ser julgada com base em análise combinatória, probabilidade, operações com conjuntos e problemas geométricos.

Considere que 44 servidores falem uma ou mais línguas estrangeiras e que, entre eles, 12 servidores falem apenas inglês; 10 falem apenas espanhol; 11 falem apenas francês; 1 fale inglês e francês; 2 falem espanhol e francês; e 17 falem francês. Nessa situação, 7 servidores falam inglês e espanhol, mas não falam francês.

6. (CEBRASPE/TJ-CE/2023) Considere-se que um grupo de 50 servidores de um tribunal tenha sido selecionado para realizar cursos de aperfeiçoamento e que cada pessoa desse grupo faça pelo menos um dos seguintes dois cursos: gestão de projetos e ciência de dados. Nessa situação hipotética, se 29 pessoas fizerem ambos os cursos e 37 pessoas fizerem pelo menos o curso de gestão de projetos, o número exato de pessoas que farão apenas o curso de ciência de dados é igual a

A) 8.
B) 13.
C) 42.
D) 21.
E) 33.

7. (CEBRASPE/PM-SC/2023) Uma pesquisa com participantes de uma festa tradicional de Santa Catarina revelou que 320 tinham experimentado a cerveja artesanal X, 200 não experimentaram a cerveja artesanal Y, e 220 tinham experimentado as cervejas artesanais X e Y. Com base na situação hipotética apresentada, o número de participantes dessa pesquisa que não experimentaram nenhuma dessas duas cervejas artesanais

A) é inferior ou igual a 50.
B) é superior a 50 e inferior ou igual a 70.
C) é superior a 70 e inferior ou igual a 90.
D) é superior a 90 e inferior ou igual a 110.
E) é superior a 110.

8. (CEBRASPE/FUNPRESP-EXE/2022) A seguir, são apresentadas informações obtidas a partir de uma pesquisa realizada com 1.000 pessoas.

- 480 possuem plano de previdência privada;
- 650 possuem aplicações em outros tipos de produtos financeiros;
- 320 não possuem aplicação em nenhum produto financeiro.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item seguinte.

Há mais pessoas que não possuem aplicações em nenhum produto financeiro que pessoas que possuem simultaneamente plano de previdência privada e aplicações em outros produtos financeiros.

9. (CEBRASPE/ME/2020) O setor de gestão de pessoas de determinada empresa realiza regularmente a análise de pedidos de férias e de licenças dos seus funcionários. Os pedidos são feitos em processos, em que o funcionário solicita apenas férias, apenas licença ou ambos (férias e licença). Em determinado dia, 30 processos foram analisados, nos quais constavam 15 pedidos de férias e 23 pedidos de licenças. Com base nessa situação hipotética, julgue o item que se segue.

A quantidade de processos analisados nesse dia que eram referentes apenas a pedido de férias é igual a 8.

10. (CEBRASPE/PREF. B dos COQUEIROS/2020) Em uma pesquisa feita com um grupo de 100 turistas que visitavam Aracaju, verificou-se que todos eles tinham visitado pelo menos duas das seguintes praias: Atalaia, Aruana e da Costa. A tabela a seguir mostra quantos desses turistas visitaram as referidas praias.

Praias Visitadas	Número de Turistas
Atalaia e Aruana	**40**
Atalaia e da Costa	**40**
Aruana e da Costa	**40**

Com base nessas informações, julgue os itens seguintes.

I. Menos de 40 turistas visitaram a praia de Atalaia.
II. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou apenas uma das praias citadas.
III. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou todas as três praias citadas.

Assinale a opção correta.
A) Apenas o item II está certo.
B) Apenas o item III está certo.
C) Apenas os itens I e II estão certos.
D) Apenas os itens I e III estão certos.
E) Todos os itens estão certos.

11. (CEBRASPE/TJ-PR/2019) Em determinado tribunal, os conselheiros atuam nos conselhos I, II e III, podendo atuar em apenas um, em dois ou em todos os conselhos, como mostra a tabela seguinte.

Quantidade de Conselheiros	Conselho de Atuação
35	I
25	II
24	III
10	I e II

12	I e III
8	II e III
4	I, II e III

Nesse caso, a quantidade de conselheiros que atuam em, no máximo, um dos conselhos é igual a

A) 26.

B) 36.

C) 50.

D) 58.

E) 84.

12. (CEBRASPE/IFF/2018) Em uma consulta a 600 estudantes de uma escola acerca da preferência deles entre teatro ou cinema, apenas 50 deles não gostam de cinema nem de teatro. Entre os demais, 370 gostam de teatro e 420 gostam de cinema. Nesse caso, a quantidade desses estudantes que gostam de teatro e cinema é igual a

A) 50.

B) 130.

C) 180.

D) 240.

E) 370.

13. (CEBRASPE/IFF/2018) Para um conjunto qualquer X, $n(X)$ representa a quantidade de elementos de X. Nesse sentido, considere que os conjuntos A, B e C tenham as seguintes propriedades:

$$n(A) = n(B) = n(C) = 50;$$
$$n(A \cap B) = n(A \cap C) = n(B \cap C) = 10;$$
$$n(A \cap B \cap C) = 0.$$

Nessa situação, $n(A \cup B \cup C)$ é igual a:

A) 100.

B) 110.

C) 120.

D) 130.

D) 140.

Texto para as próximas questões

Determinado porto recebeu um grande carregamento de frango congelado, carne suína congelada e carne bovina congelada, para exportação. Esses produtos foram distribuídos em 800 contêineres, da seguinte forma: nenhum contêiner foi carregado com os três produtos; 300 contêineres foram carregados com carne bovina; 450, com carne suína; 100, com frango e carne bovina; 150, com carne suína e carne bovina; 100, com frango e carne suína.

14. (CEBRASPE/EMAP/2018) Nessa situação hipotética, 250 contêineres foram carregados somente com carne suína.

15. (CEBRASPE/EMAP/2018) Nessa situação, 50 contêineres foram carregados somente com carne bovina.

16. (CEBRASPE/EMAP/2018) Nessa situação hipotética, a carga de 400 contêineres continha frango congelado.

(PF/2018) Texto para as próximas questões

Em um aeroporto, 30 passageiros que desembarcaram de determinado voo e que estiveram nos países A, B ou C, nos quais ocorre uma epidemia infecciosa, foram selecionados para ser examinados. Constatou-se que exatamente 25 dos passageiros selecionados estiveram em A ou em B, nenhum desses 25 passageiros esteve em C e 6 desses 25 passageiros estiveram em A e em B. Com referência a essa situação hipotética, julgue os itens a seguir.

17. (CEBRASPE/PF/2018) Se 11 passageiros estiveram em B, então mais de 15 estiveram em A.

Texto para as próximas questões

O resultado de uma pesquisa acerca da satisfação de 200 papiloscopistas, no que diz respeito às tarefas por eles executadas de identificação de vítimas e de descobertas de crimes de falsificação, foi o seguinte:

I. 30 papiloscopistas sentem-se igualmente satisfeitos ao executar qualquer uma dessas tarefas;
II. 180 papiloscopistas sentem-se satisfeitos ao executar pelo menos uma dessas tarefas.

Considerando que todos os 200 papiloscopistas responderam à pesquisa, julgue o item seguinte.

18. (CEBRASPE/PF/2018) A quantidade de papiloscopistas que se sentem satisfeitos ao executar exatamente uma das referidas tarefas é superior a 100.

19. (CEBRASPE/PF/2018) Nessa situação, as informações dadas permitem inferir que exatamente 75 papiloscopistas sentem-se satisfeitos ao executarem a tarefa de identificação de vítimas.

20. (CEBRASPE/SEFAZ-RS/2018) Em determinado dia, os órgãos responsáveis atenderam 50 contribuintes para resolver pendências relativas ao IPTU, ao IPVA e a outros tributos. Sabe-se que foram atendidos:

I. 18 contribuintes com pendências de IPTU;

II. 23 contribuintes com pendências de IPVA;
III. 8 contribuintes com pendências de IPTU e IPVA.

Nesse caso, a quantidade de contribuintes atendidos cujas pendências não se referiam a IPTU nem a IPVA foi igual a

A) 15.
B) 17.
C) 25.
D) 9.
E) 10.

Texto para as próximas questões

Um banco comercial realizou um evento de negócios na cidade de Fortaleza – CE. Após as reuniões, os participantes do evento visitaram pontos turísticos da cidade: 95 dos participantes visitaram o Mercado Central, 80 visitaram o Espigão de Iracema e 90 visitaram o Centro Cultural Dragão do Mar. Do total de participantes, 30 visitaram somente o Mercado Central, 50 visitaram o Espigão de Iracema e o Centro Cultural Dragão do Mar, 35 visitaram o Mercado Central e o Espigão de Iracema, e 20 visitaram esses três pontos turísticos. Considerando que todos os participantes tenham visitado, pelo menos, um desses três pontos turísticos, julgue os itens a seguir.

21. (CEBRASPE/BNB/2018) Mais de 15 dos participantes do evento visitaram somente o Centro Cultural Dragão do Mar.

22. (CEBRASPE/BNB/2018) Menos de 12 dos participantes do evento visitaram somente o Espigão de Iracema e o Mercado Central.

23. (CEBRASPE/BNB/2018) Mais de 50 dos participantes do evento não visitaram o Centro Cultural Dragão do Mar.

24. (CEBRASPE/BNB/2018) Menos de 180 pessoas participaram do evento.

Texto para as próximas questões

Uma pesquisa revelou características da população de uma pequena comunidade composta apenas por casais e seus filhos. Todos os casais dessa comunidade são elementos do conjunto $A \cup B \cup C$ em que:

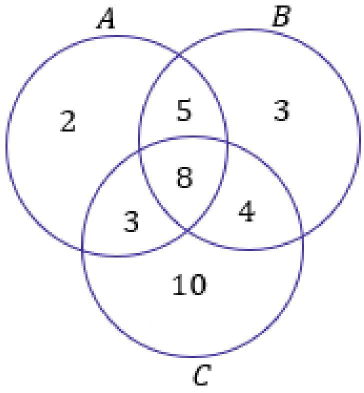
A = {casais com pelo menos um filho com mais de 20 anos de idade};
B = {casais com pelo menos um filho com menos de 10 anos de idade};
C = {casais com pelo menos 4 filhos}.

Considerando que $n(P)$ indique a quantidade de elementos de um conjunto P, suponha que:

$$n(A) = 18;\ n(B) = 20;\ n(C) = 25;$$

$$n(A \cap B) = 13; n(A \cap C) = 11; n(B \cap C) = 12 \ e\ n(A \cap B \cap C) = 8.$$

O diagrama a seguir mostra essas quantidades de elementos.



Com base nas informações e no diagrama precedentes, julgue os itens a seguir.

25. (CEBRASPE/EBSERH/2018) A referida comunidade é formada por menos de 180 pessoas.

GABARITO

1. CERTO
2. CERTO
3. LETRA C
4. LETRA A
5. ERRADO
6. LETRA B
7. LETRA D
8. ERRADO
9. ERRADO
10. LETRA A
11. LETRA B
12. LETRA D
13. LETRA C
14. ERRADO
15. CERTO
16. CERTO
17. CERTO
18. CERTO
19. ERRADO
20. LETRA B
21. ERRADO
22. ERRADO
23. CERTO
24. CERTO
25. ERRADO

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:

PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.