

## **Aula Extra**

*CAGE-RS (Auditor do Estado)*

*Matemática Financeira - 2024*

*(Pós-Edital)*

Autor:

**Equipe Exatas Estratégia**

**Concursos**

10 de Outubro de 2024

# Índice

1) Aviso .....	3
2) Apresentação do Curso .....	4
3) Conceito e Formas de Representação .....	5
4) Cálculo da Porcentagem de um Número .....	7
5) Transformação de uma Fração Ordinária em Taxa Percentual .....	18
6) Aumentos e Descontos Percentuais .....	24
7) Variação Percentual .....	32
8) Variação Acumulada .....	42
9) Questões Comentadas - Cálculo da Porcentagem de um Número - FGV .....	46
10) Questões Comentadas - Transformação de uma Fração Ordinária em Taxa Percentual - FGV .....	78
11) Questões Comentadas - Aumentos e Descontos Percentuais - FGV .....	83
12) Questões Comentadas - Variação Percentual - FGV .....	86
13) Questões Comentadas - Variação Acumulada - FGV .....	90
14) Lista de Questões - Cálculo da Porcentagem de um Número - FGV .....	96
15) Lista de Questões - Transformação de uma Fração Ordinária em Taxa Percentual - FGV .....	106
16) Lista de Questões - Aumentos e Descontos Percentuais - FGV .....	109
17) Lista de Questões - Variação Percentual - FGV .....	112
18) Lista de Questões - Variação Acumulada - FGV .....	115



## AVISO IMPORTANTE!



Olá, Alunos (as)!

Passando para informá-los a respeito da **disposição das questões** dentro do nosso material didático. Informamos que a escolha das bancas, dentro dos nossos Livros Digitais, é feita de maneira estratégica e pedagógica pelos nossos professores a fim de proporcionar a melhor didática e o melhor direcionamento daquilo que mais se aproxima do formato de cobrança da banca do seu concurso.

Assim, o formato de questões divididas por tópico facilitará o seu processo de estudo, deixando mais alinhado às disposições constantes no edital.

No mais, continuaremos à disposição de todos no Fórum de dúvidas!

Atenciosamente,

Equipe Exatas

Estratégia Concursos



## APRESENTAÇÃO DO CURSO

Olá, pessoal! Tudo bem?

É com grande satisfação que damos início ao nosso curso!

Os professores **Eduardo Mocellin**, **Francisco Rebouças**, **Luana Brandão**, **Djefferson Maranhão** e **Vinicius Velede** ficarão responsáveis pelo **Livro Digital**.

Antes de continuarmos, vamos apresentar os professores do material escrito:

**Eduardo Mocellin:** Fala, pessoal! Meu nome é Eduardo Mocellin, sou professor de Matemática e de Raciocínio Lógico do Estratégia Concursos e engenheiro Mecânico-Aeronáutico pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Sinto-me feliz em poder contribuir com a sua aprovação! Não deixe de me seguir no Instagram:  **@edu.mocellin**

**Francisco Rebouças:** Fala, alunos! Aqui é o Francisco Rebouças, professor de Matemática do Estratégia Concursos. Sou Engenheiro Aeroespacial formado pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Saiba que será uma honra fazer parte da sua jornada rumo à aprovação e que estaremos sempre aqui para auxiliá-los com o que precisarem. Um grande abraço e nos vemos nas aulas!

**Luana Brandão:** Oi, pessoal! O meu nome é Luana Brandão e sou professora de Estatística do Estratégia Concursos. Sou Graduada, Mestre e Doutora em Engenharia de Produção, pela Universidade Federal Fluminense. Passei nos concursos de Auditor Fiscal (2009/2010) e Analista Tributário (2009) da Receita Federal e de Auditor Fiscal do Estado do Rio de Janeiro (2010). Sou Auditora Fiscal do Estado do RJ desde 2010. Vamos juntos nesse caminho até a aprovação?  **@professoraluanabrandao**

**Djefferson Maranhão:** Olá, amigos do Estratégia Concursos, tudo bem? Meu nome é Djefferson Maranhão, professor de Estatística do Estratégia Concursos. Sou Graduado em Ciência da Computação pela Universidade Federal do Maranhão (UFMA). Desde 2015, sou Auditor da Controladoria Geral do Estado do Maranhão (2015 - 5º lugar). Antes, porém, exerci os cargos de Analista de Sistemas na UFMA (2010 - 1º lugar) e no TJ-MA (2011 - 1º lugar). Já estive na posição de vocês e sei o quanto a vida de um concurseiro é um tanto atribulada! São vários assuntos para se dominar em um curto espaço de tempo. Por isso, contem comigo para auxiliá-los nessa jornada rumo à aprovação. Um grande abraço.

**Vinicius Velede:** Olá, caros alunos! Sou Auditor Fiscal do Estado do Rio Grande do Sul. Professor de Matemática e Matemática Financeira do Estratégia Concursos. Aprovado nos Concursos de Auditor Fiscal da Secretaria da Fazenda dos Estados do Rio Grande do Sul (SEFAZ RS - 2019), Santa Catarina (SEFAZ SC - 2018) e Goiás (SEFAZ GO - 2018). Formado em Engenharia de Petróleo pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) com graduação sanduíche em Engenharia Geológica pela Universidade Politécnica de Madrid (UPM). Pela UFRJ, fui campeão sul americano do Petrobowl (Buenos Aires) e, posteriormente, Campeão Mundial (Dubai). Cursei meu ensino médio na Escola Preparatória de Cadetes do Exército (EsPCEX). Contem comigo nessa trajetória!  **@viniciusvelede**

O material escrito em **PDF** está sendo construído para ser sua fonte **autossuficiente** de estudos. Isso significa que o livro digital será **completo** e **voltado para o seu edital**, justamente para que você não perca o seu precioso tempo "caçando por aí" o conteúdo que será cobrado na sua prova. Ademais, sempre que necessário, você poderá fazer perguntas sobre as aulas no **fórum de dúvidas**. **Bons estudos!**



## CONCEITO

O termo "porcento" é derivado do latim *per centum*, que significa "por cem" ou "às centenas". Porcentagem, então, representa uma razão em que o denominador é igual a cem (100).



Porcentagem representa **uma razão** em que o denominador é **igual a 100**

Então,  $k\%$  será igual a:

$$k\% = \frac{k}{100}$$

Vejam alguns exemplos:

**Exemplo 1:**

$$15\% = \frac{15}{100} = 0,15$$

**Exemplo 2:**

$$36,3\% = \frac{36,3}{100} = 0,363$$

**Exemplo 3:**

$$100\% = \frac{100}{100} = 1$$

**Exemplo 4:**

$$235\% = \frac{235}{100} = 2,35$$

Veja que **nada impede que uma porcentagem tenha um resultado numérico maior que 1.**



Observe, nos exemplos acima, que podemos representar a Porcentagem em 3 tipologias diferentes. Veremos abaixo cada uma delas.

## FORMAS DE REPRESENTAÇÃO

Iremos tomar como base o primeiro exemplo (15%) e analisar as formas em que podemos representá-lo.

### Forma Percentual

É apresentada com o **símbolo** representativo da operação (%).

15%

### Forma Fracionária

Nesta forma, iremos apresentar a porcentagem através de uma **fração com denominador 100**.

$$\frac{15}{100}$$

### Forma Unitária

Representada por **números decimais**.

0,15

Perceba que a forma unitária nada mais é que o **resultado matemático da divisão da forma fracionária**. 15 divididos por 100, na forma unitária, é igual a 0,15.

Então, para passar da forma fracionária para a forma unitária, dividimos por 100, ou, em uma linguagem decimal, "andamos" duas casas para a esquerda.



## CÁLCULO DA PORCENTAGEM DE UM NÚMERO

Para calcular a **Porcentagem de um valor**, multiplicamos a razão centesimal correspondente à Porcentagem por este valor. Vejamos alguns exemplos:



### EXEMPLIFICANDO

**Exemplo 1:** 15% de 600.

$$\frac{15}{100} \times 600 = \frac{9.000}{100} = 90$$

Uma palavra muito importante que deve ser observada quando se resolve problemas envolvendo Porcentagem é a preposição "**de**". Isso porque, via de regra, esse termo nos indica uma **multiplicação**.



### FIQUE ATENTO!

"de" → multiplicação

Então, 15% de 600, como vimos acima, é igual a fração 15/100 vezes 600.

Poderíamos resolver também, multiplicando diretamente a Porcentagem na forma unitária vezes o número.

$$0,15 \times 600 = 90$$



### TOME NOTA!

Esta forma de resolução é mais utilizada na **Matemática Financeira**, pois nesta, a Taxa de Juros é inserida nas fórmulas na forma unitária. Todavia, em nada muda o resultado, uma vez que, como vimos, a forma unitária nada mais é que o resultado matemático da divisão da forma fracionária. 15 divididos por 100, na forma unitária, é igual a 0,15.



**Exemplo 2:** 18,5% de 300

$$\frac{18,5}{100} \times 300 = 55,5$$

Observe que simplificamos a fração e aceleramos os cálculos, assim como você fará na sua prova.

**Exemplo 3:** 252% de 75

$$\frac{252}{100} \times 75 = \frac{252 \times 3}{4} = \frac{756}{4} = 189$$

Vejamos algumas **questões de concursos** para praticarmos o cálculo da Porcentagem de um número.

Antes de iniciarmos as questões, esclareceremos um ponto.



Difícilmente, uma questão será direta perguntando o valor de uma porcentagem. A maioria das questões vai trazer o conceito de porcentagem dentro da solução dos problemas.

Vamos, nas questões abaixo, resolver algumas questões que trazem **não só o uso da porcentagem, mas também uma ideia por trás da resolução**. As questões irão aumentar de nível uma a uma e vamos comentar o passo a passo de cada para que você possa entender perfeitamente a mecânica de resolução.



**(Pref. Novo Hamburgo - 2020 - Adaptada) É correto afirmar que:**

- a) 0,89% de 400 é igual a 356.
- b) 1.700% de 18 é igual a 30.600.
- c) 0,018 é igual a 12% de 0,15.
- d) 95 é igual a 17% de 500.





### Comentários:

Vamos resolver item a item. Questão bem interessante para gente treinar bem o conceito de porcentagem.

a) *0,89% de 400 é igual a 356.*

Observe que, apesar de estar com vírgulas (casas decimais), o valor nos é fornecido na forma percentual.

Então, o valor da letra  $a$  será igual a:

$$a = 0,89\% \times 400$$

$$a = \frac{0,89}{100} \times 400$$

$$a = 0,89 \times 4 \rightarrow \boxed{a = 3,56}$$

Nesse ponto que deve residir nossa atenção. Vejamos o resultado que ocorreria caso inseríssemos na fórmula a representação percentual.

$$a = 0,89 \times 400 \rightarrow \cancel{a = 356}$$

E assim, marcaríamos a letra  $a$  como gabarito, pois o resultado teria batido. Mas isto está **ERRADO**.

Friso, mais uma vez, que quando trabalhamos com porcentagem e/ou taxa, inserimos estes valores na forma fracionária (ou na forma unitária).

### ITEM ERRADO

b) *1.700% de 18 é igual a 30.600.*

$$b = 1.700\% \times 18$$

$$b = 17 \times 18 \rightarrow \boxed{b = 306}$$

Observe que esta passagem (da linha 1 para a linha 2) é feita automaticamente pela sua cabeça. Na hora da prova, você não vai nem escrever a primeira linha. Sua cabeça vai pensar no modo automático que 1.700% é igual a 17 e vai inserir diretamente este valor na fórmula. Foi muito rápido? Vejamos o passo a passo.

$$b = 1.700\% \times 18$$

$$b = \frac{1.700}{100} \times 18$$



$$b = 17 \times 18 \rightarrow \boxed{b = 306}$$

**ITEM ERRADO**

c) 0,018 é igual a 12% de 0,15.

$$c = 12\% \times 0,15$$

$$c = \frac{12}{100} \times \frac{15}{100}$$

$$c = \frac{180}{10.000} \rightarrow \boxed{c = 0,018}$$

**ITEM CERTO**

d) 95 é igual a 17% de 500.

$$d = \frac{17}{100} \times 500 \rightarrow \boxed{d = 85}$$

**ITEM ERRADO**

Gabarito: Alternativa C

(Pref. de Porto de Moz / 2019) O Banco Popular paga uma taxa de juros de 0,38% ao mês para depósitos nas suas cadernetas de poupança. Marcelo tem uma caderneta de poupança no Banco Popular com um saldo R\$ 1.000,00 reais. Qual o valor de juros que foi creditado na sua conta de poupança no final de um mês?

- a) R\$ 38,00
- b) R\$ 380,00
- c) R\$ 0,38
- d) R\$ 3,80
- e) R\$ 4,20

**Comentários:**

Ao final de um mês será creditado 0,38% de 1.000 reais.



Perceba que, apesar de estar com vírgulas (casas decimais), o valor nos é fornecido na forma percentual. A banca forneceu uma porcentagem com casas decimais justamente para tentar confundir o candidato.

Então, será creditado o valor igual a:

$$\textit{creditado} = \frac{0,38}{100} \times 1.000$$
$$\textit{creditado} = 0,38 \times 10 \rightarrow \textit{creditado} = 3,8$$

Gabarito: Alternativa D

**(Pref. Curuá / 2020) A mensalidade de um curso de idiomas custa R\$ 250,00. Contudo, caso haja atraso no pagamento, é cobrada uma multa de 2% sobre o valor da mensalidade, acrescida de juros no valor de 0,5% do valor da mensalidade, por dia de atraso. Se uma pessoa fizer o pagamento com dez dias de atraso, deverá pagar o valor de**

- a) R\$ 251,00
- b) R\$ 255,00
- c) R\$ 262,50
- d) R\$ 267,50

#### Comentários:

Se uma pessoa fizer o pagamento com dez dias de atraso, ela pagará a mensalidade mais a multa mais os Juros.

$$\textit{pgto} = \textit{mensalidade} + \textit{multa} + \textit{juros}$$

- **Multa**

É cobrada uma multa de **2% sobre o valor da mensalidade** de R\$ 250.

$$\textit{multa} = \frac{2}{100} \times 250$$
$$\textit{multa} = \frac{50}{10} \rightarrow \textit{multa} = 5$$

- **Juros**

Juros no valor de **0,5% do valor da mensalidade, por dia de atraso (10 dias)**.

$$\textit{Juros} = \frac{0,5}{100} \times 10 \times 250$$



$$Juros = 0,5 \times 25 \rightarrow \boxed{Juros = 12,5}$$

Logo, o pagamento será igual a:

$$pgto = mensalidade + multa + juros$$

$$pgto = 250 + 5 + 12,5 \rightarrow \boxed{pgto = 267,5}$$

Gabarito: Alternativa D

(Pref. Nova Itaberaba - 2021) Em certo evento, havia um público de 1.600 pessoas. Sabendo-se que 40% são homens e que 35% das mulheres presentes são casadas, ao todo, quantas mulheres casadas estão presentes nesse evento?

- a) 416
- b) 336
- c) 284
- d) 224
- e) 358

#### Comentários:

Em certo evento, havia um público de 1.600 pessoas. Sabe-se que **40% são homens**. Ou seja, **60% do público de 1.600 pessoas são mulheres**.

Sendo assim, o quantitativo de mulheres é igual a:

$$m = \frac{60}{100} \times 1.600 \rightarrow \boxed{m = 960}$$

35% das mulheres presentes são casadas.



Observe que o enunciado nos informa que **35% das mulheres são casadas** e não 35% do total. Atenção máxima ao comando da questão.

Calculamos que havia 960 mulheres presentes. Logo, o número de mulheres casadas ( $m_{casadas}$ ) é igual a:

$$m_{casadas} = \frac{35}{100} \times m$$



$$m_{casadas} = \frac{35}{100} \times 960$$
$$m_{casadas} = \frac{3.360}{10} \rightarrow m_{casadas} = 336$$

Gabarito: Alternativa B

(CRECI RN - 2021) Uma mulher adquiriu um imóvel comercial por 400 mil reais, gastou 160 mil reais com reforma do prédio e o vendeu por 750 mil. Depois da venda, ela deverá calcular seu lucro deduzindo, do preço da venda, o preço de aquisição, o valor da reforma e a corretagem de 5% sobre o valor da venda.

Supondo que ela deve pagar 15% de imposto de renda sobre o lucro obtido na venda do imóvel, o valor do imposto devido é superior a R\$ 22,5 mil.

#### Comentários:

O lucro da operação, segundo o enunciado, será igual ao **preço da venda** deduzidos: o preço de aquisição, o valor da reforma e a corretagem de 5% sobre o valor da venda.

$$lucro = \$_{venda} - \$_{aquisição} - \$_{reforma} - corretagem$$

A mulher adquiriu um imóvel por 400 mil reais ( $\$_{aquisição}$ ), gastou 160 mil reais com reforma ( $\$_{reforma}$ ) do prédio e o vendeu por 750 mil ( $\$_{venda}$ ). Já a corretagem é igual a 5% sobre o valor da venda. Vamos substituir os valores na fórmula acima e calcular o lucro.

$$lucro = \$_{venda} - \$_{aquisição} - \$_{reforma} - corretagem$$

$$lucro = 750 - 400 - 160 - \frac{5}{100} \times 750$$

$$lucro = 750 - 400 - 160 - 37,5 \rightarrow lucro = 152,5 \text{ mil}$$

A vendedora deve pagar **15% de imposto de renda IR sobre o lucro obtido** na venda do imóvel. Logo,

$$IR = \frac{15}{100} \times 152,5 \rightarrow IR = 22,875 \text{ mil}$$

Ou seja, o valor do imposto devido é **SUPERIOR** a R\$ 22,5 mil.

Gabarito: CERTO



(TJ SP - 2019) Após as filmagens, o tempo de duração de um filme era de 2 horas e 50 minutos. Os produtores queriam diminuir esse tempo em 20%, e o diretor achava que precisava aumentar esse tempo em 10%. A diferença de tempo da duração total do filme entre essas duas pretensões é de

- a) 30 minutos
- b) 58 minutos
- c) 45 minutos
- d) 63 minutos
- e) 51 minutos

#### Comentários:

Observe que todas as alternativas estão com a dimensão do tempo em "minutos". Então, o primeiro passo vai ser converter o tempo de horas e minutos para apenas minutos.

$$t = 2 \text{ horas e } 50 \text{ minutos}$$

Em 1h há 60 minutos. Logo, o tempo em minutos será igual a:

$$t = 2 \times 60 + 50$$

$$t = 120 + 50 \rightarrow t = \mathbf{170 \text{ minutos}}$$

Os produtores queriam diminuir esse tempo em 20%.

$$t_{\text{produtores}} = 170 - \frac{20}{100} \times 170$$

$$t_{\text{produtores}} = 170 - 34 \rightarrow t_{\text{produtores}} = \mathbf{136 \text{ minutos}}$$

O diretor achava que precisava aumentar esse tempo em 10%.

$$t_{\text{diretor}} = 170 + \frac{10}{100} \times 170$$

$$t_{\text{diretor}} = 170 + 17 \rightarrow t_{\text{diretor}} = \mathbf{187 \text{ minutos}}$$

Logo, a diferença de tempo da duração total do filme entre essas duas pretensões é de:

$$d = t_{\text{diretor}} - t_{\text{produtores}}$$

$$d = 187 - 136 \rightarrow d = \mathbf{51 \text{ minutos}}$$

Observe que poderíamos fazer direto esta diferença. Perceba que os produtores queriam diminuir o tempo em 20% e o diretor aumentar em 10%. Logo, a diferença seria de 30%, correto?

Sendo assim, a diferença calculada diretamente seria:

$$d = 30\% \text{ de } t$$



$$d = \frac{30}{100} \times t$$

$$d = \frac{30}{100} \times 170 \rightarrow d = 51 \text{ minutos}$$

Gabarito: Alternativa E

**(PGE PE - 2019)** No item seguinte apresenta uma situação hipotética, seguida de uma assertiva a ser julgada, a respeito de proporcionalidade, porcentagens e descontos.

Pedro aplicou 25% de suas reservas em um investimento financeiro e ainda sobraram R\$ 3.240. Nessa situação, antes da aplicação, as reservas de Pedro somavam R\$ 4.320.

#### Comentários:

Não sabemos qual o valor das reservas de Pedro. Vamos chamar este valor de  $x$ .

Pedro aplicou 25% de suas reservas ( $x$ ) em um investimento e ainda sobraram R\$ 3.240. Matematicamente temos a seguinte equação:

$$x - \frac{25}{100} \times x = 3.240$$

Ou seja, **Pedro tinha uma reserva de  $x$ , aplicou 25% de  $x$ , ou seja, subtraiu-se 25%, e ficou com 3.240.** Vamos resolver a equação e calcular o valor de  $x$ .

$$x - \frac{x}{4} = 3.240$$

Multiplicando toda a equação por 4:

$$x - \frac{x}{4} = 3.240 \quad (\times 4)$$

$$4x - x = 12.960$$

$$3x = 12.960$$

$$x = \frac{12.960}{3} \rightarrow x = 4.320$$

Ou seja, nessa situação, antes da aplicação, as reservas de Pedro somavam R\$ 4.320.

Gabarito: **CERTO**



**(PGE PE - 2019) No item seguinte apresenta uma situação hipotética, seguida de uma assertiva a ser julgada, a respeito de proporcionalidade, porcentagens e descontos.**

O casal Rafael e Joana investe R\$ 2.000 todos os meses. Joana investe 50% a mais que Rafael e o valor investido por cada um corresponde a 25% dos seus respectivos salários líquidos. Nessa situação, o salário líquido de Rafael é de R\$ 3.200.

### Comentários:

O casal Rafael e Joana investe R\$ 2.000 todos os meses e Joana investe 50% a mais que Rafael. Não sabemos quanto cada um investe, certo?

Vamos chamar o valor que Rafael investe de  $r$  e a quantia que Joana investe de  $j$ .

Joana investe 50% a mais que Rafael. Logo, Joana investe a quantia igual a:

$$j = r + \frac{50}{100} \times r$$
$$j = r + 0,5r \rightarrow \boxed{j = 1,5r}$$

Rafael e Joana investem R\$ 2.000. Então,

$$r + j = 2.000$$

Calculamos acima, o valor de  $j$  em função de  $r$ . Vamos substituir nesta equação e encontrar o valor investido por Rafael.

$$r + j = 2.000$$

$$r + 1,5r = 2.000$$

$$2,5r = 2.000$$

$$r = \frac{2.000}{2,5} \rightarrow \boxed{r = 800}$$

Então, Rafael investe o valor de R\$ 800. O enunciado nos informa que cada um investe o valor correspondente a 25% do respectivo salário.

Sendo assim, **25% do salário de Rafael (o que foi investido) será igual a R\$ 800.**

$$\frac{25}{100} \times S_r = 800$$

$$\frac{1}{4} \times S_r = 800$$





$$S_r = 800 \times 4 \rightarrow S_r = 3.200$$

Você pode também começar a **questão de trás para frente**, isto é, partindo do salário líquido fornecido pelo enunciado e constatar se a soma dos investimentos será igual a R\$2.000.

Supondo que o salário de Rafael seja igual a R\$ 3.200. Ele investe 25% deste valor.

$$r = \frac{25}{100} \times 3.200 \rightarrow r = 800$$

Joana investe 50% a mais que Rafael.

$$j = r + \frac{50}{100} \times r$$

$$j = 800 + \frac{50}{100} \times 800$$

$$j = 800 + 400 \rightarrow j = 1.200$$

Logo, os 2 juntos investem um total de:

$$total = r + j$$

$$total = 800 + 1.200 \rightarrow total = 2.000$$

Logo, constatamos que a soma dos investimentos é igual ao valor fornecido no enunciado.

Gabarito: **CERTO**



## TRANSFORMAÇÃO DE UMA FRAÇÃO ORDINÁRIA EM TAXA PERCENTUAL

Para transformar uma fração em uma Taxa Percentual, **multiplicamos esta fração por 100** e assim, encontramos o resultado na **forma percentual**.

**Exemplo 1:**  $\frac{4}{5}$  em termos percentuais será igual a:

$$\frac{4}{5}$$

Multiplicando a fração por 100.

$$\frac{4}{5} \times 100 = \frac{400}{5} = 80$$

Ou seja,

$$\frac{4}{5} = 80\%$$

Poderíamos também, chegar nesta mesma resposta, efetuando a divisão da fração e obtendo o resultado na forma decimal.

$$\frac{4}{5} = 0,8 = 80\%$$

Porém, acredito que é mais simples multiplicar a fração por 100 (de qualquer forma também multiplicamos por 100 acima).



Observe que, quando **multiplicamos a fração por 100**, o resultado será diretamente na **forma percentual**.

**Exemplo 2:**  $\frac{7}{8}$  em termos percentuais será igual a:

$$\frac{7}{8} \times 100 = \frac{700}{8} = 87,5$$



Ou seja,

$$\frac{7}{8} = 87,5\%$$

**Exemplo 3:** 15/12 em termos percentuais será igual a:

$$\frac{15}{12} \times 100 = \frac{1.500}{12} = 125$$

Ou seja,

$$\frac{15}{12} = 125\%$$



(Pref. Cerquilha SP - 2019) Eliana fez uma avaliação física na academia, na qual foi apontado que seu peso atual é de 64 quilogramas. Sabendo-se que 16 quilogramas desse peso é gordura, a porcentagem de gordura de Eliana é de

- a) 20%
- b) 24%
- c) 25%
- d) 28%
- e) 30%

#### Comentários:

A porcentagem será igual ao valor do peso em gordura dividido pelo total do peso, isto é, a parte dividido pelo todo.

$$\frac{16}{64}$$

Antes de multiplicarmos por 100, podemos simplificar a fração. 64 é múltiplo de 16. Simplificando a fração (dividindo o numerador e o denominador por 16) teremos:



$$\frac{16}{64} = \frac{1}{4}$$

Multiplicando por 100 e calculando a porcentagem:

$$\frac{1}{4} \times 100 = \frac{100}{4} = 25$$

Ou seja,

$$\frac{16}{64} = 25\%$$

Gabarito: Alternativa C

(Pref. Cerquilha SP - 2019) Em um colégio, estudam 400 alunos, dos quais 60% estudam no período da manhã, e os demais, no período da tarde. Sabendo que 10% dos alunos do período da manhã e 5% dos alunos do período da tarde inscreveram-se em um torneio de xadrez, então, em relação ao número total de alunos desse colégio, aqueles que se inscreveram no torneio de xadrez representam

- a) 15%
- b) 12%
- c) 8%
- d) 5%
- e) 3%

#### Comentários:

Vamos por partes.

"Em um colégio, estudam 400 alunos, dos quais 60% estudam no período da manhã...".

Logo, o número de alunos  $m$  que estudam no período da manhã é igual a:

$$m = \frac{60}{100} \times 400 \rightarrow \boxed{m = 240}$$

"... e os demais, no período da tarde."

Do total dos 400 alunos, 240 estudam pela manhã e o restante de alunos estudam pela tarde.

Sendo assim, o número de alunos  $t$  que estudam no período da tarde será igual a:

$$t = 400 - 240 \rightarrow \boxed{t = 160}$$



"Sabendo que 10% dos alunos do período da manhã e 5% dos alunos do período da tarde inscreveram-se em um torneio de xadrez"

Vamos calcular o número de alunos do período da manhã que jogam xadrez.



Observe que são **10% dos alunos da manhã jogam xadrez** e não 10% do total. Sendo assim, do período da manhã, o total de alunos  $m_x$  que jogam xadrez será:

$$m_x = \frac{10}{100} \times 240 \rightarrow \boxed{m_x = 24}$$

E 5% dos alunos da tarde também jogam xadrez ( $t_x$ ).

$$t_x = \frac{5}{100} \times 160$$
$$t_x = \frac{80}{10} \rightarrow \boxed{t_x = 8}$$

Logo, o número total de alunos  $x$  que jogam xadrez será igual ao somatório dos alunos da manhã que jogam xadrez mais o número de alunos da tarde que também jogam xadrez.

$$x = m_x + t_x$$
$$x = 24 + 8 \rightarrow \boxed{x = 32}$$

Ou seja, 32 alunos do colégio jogam xadrez.

"...então, em relação ao número total de alunos desse colégio, aqueles que se inscreveram no torneio de xadrez representam":

$$\frac{\text{xadrez}}{\text{total}} = \frac{32}{400}$$

Multiplicando a fração por 100 e calculando na **forma percentual** teremos:

$$\frac{32}{400} \times 100 = \frac{3.200}{400} = 8$$

Ou seja,



$$\frac{32}{400} = 8\%$$

Vamos resolver, agora, de uma maneira mais "avançada".

A banca nos questiona o valor da porcentagem dos alunos que jogam xadrez pelo total de alunos.

$$\frac{xadrez}{total}$$

Perceba que 10% dos 60% da manhã jogam xadrez e 5% dos 40% (100%-60%) da tarde também jogam. Logo:

$$\frac{xadrez}{total} = \frac{0,1 \times 0,6 + 0,05 \times 0,4}{1}$$

Interpretando a equação acima.

10% dos 60% da manhã mais os 5% dos 40% da tarde jogam xadrez. E o total dos alunos equivale a 100% (1).

Calculando a porcentagem teremos:

$$\frac{xadrez}{total} = \frac{0,1 \times 0,6 + 0,05 \times 0,4}{1} = \frac{0,06 + 0,02}{1} = 0,08$$

$$0,08 = 8\%$$

Gabarito: Alternativa C

**(Pref. Campinas - 2019) Carlos tem três filhos, André, Mara e Joana, e seus gastos mensais com cada um deles são: um quinto de seu salário com André, dois sétimos com Mara, e três onze avos com Joana. Então, o total de gastos mensais de Carlos com seus três filhos corresponde, de seu salário, em termos percentuais, a aproximadamente**

- a) 73%
- b) 70%
- c) 67%
- d) 76%
- e) 79%

**Comentários:**

O total de gastos mensais de Carlos com seus três filhos é igual a soma dos gastos com cada um dos filhos. Sendo assim, o total de gastos é igual a:



$$gastos = André + Mara + Joana$$

$$gastos = \frac{1}{5} + \frac{2}{7} + \frac{3}{11}$$

Para calcular os gastos totais, poderíamos tirar o MMC desta soma e calcular uma fração única.

Porém, para treinarmos o assunto da aula, vamos calcular a forma percentual de cada fração e, posteriormente, somar as porcentagens.

$$\frac{1}{5} \times 100 = \frac{100}{5} = 20$$

$$\frac{2}{7} \times 100 = \frac{200}{7} \cong 28,57$$

$$\frac{3}{11} \times 100 = \frac{300}{11} \cong 27,57$$

Lembrando que os resultados estão na forma percentual. Logo, o total percentual gasto por Carlos com seus filhos é igual a:

$$gastos = 20\% + 28,57\% + 27,57\% \rightarrow \text{gastos} \cong 76,14\%$$

Gabarito: Alternativa **D**



## AUMENTOS E DESCONTOS PERCENTUAIS



Imagine que uma mercadoria de valor R\$ 1.000,00 sofreu dois aumentos sucessivos, um de 8% e outro de 9%, e depois um desconto de 17%.

Qual o valor final dessa mercadoria?

"Ah Professor. Ela sofreu um aumento de 8% e depois um de 9%, ou seja, ela sofreu um aumento total de 17% e depois um desconto de 17%. Então, o preço não se alterou".

Cuidado, caro Aluno. Este pensamento está **ERRADO**.

Iremos estudar abaixo as operações de **aumentos e descontos percentuais** e, posteriormente, voltaremos a este exemplo e calcularemos o valor final da mercadoria.

### 4.1. Aumento Percentual

Vejamos, com base no exemplo acima, o primeiro aumento do valor da mercadoria. Esta custava R\$ 1.000,00 e sofreu um aumento de 8%. Logo, seu valor será igual a:

$$v = 1.000 + \frac{8}{100} \times 1.000$$

Observe que o novo valor será igual ao valor inicial mais 8% deste valor inicial.

$$v = 1.000 + \frac{8}{100} \times 1.000$$

$$v = 1.000 + 80 \rightarrow v = 1.080$$

Ou seja, a mercadoria depois de um aumento de 8%, passou a custar R\$ 1.080,00.

Vamos voltar a equação inicial e observar algo interessante. Vimos que o valor  $v$  após o aumento será calculado pela seguinte fórmula:

$$v = 1.000 + i \times 1.000$$

Onde,





$i = \text{taxa de aumento}$

Vamos colocar o valor inicial da mercadoria em evidência.

$$v = 1.000 + i \times 1.000 \rightarrow v = 1.000 \times (1 + i)$$

Ou seja, quando desejamos calcular o valor após um aumento percentual, **multiplicamos este valor por  $(1 + i)$** .



*Aumento Percentual* :  $\times (1 + i)$

Então, calculando o valor da mercadoria após um aumento de 8% teremos:

$$v = 1.000 \times (1 + i)$$

$$v = 1.000 \times (1 + 0,08)$$

$$v = 1.000 \times 1,08 \rightarrow v = \mathbf{1.080}$$

Iremos calcular agora, o valor da mercadoria após o segundo aumento. A mercadoria de valor inicial R\$ 1.000 sofre um aumento de 8% passando a custar R\$ 1.080 e agora, em cima desses R\$ 1.080, haverá um aumento de 7%.

Perceba que este segundo aumento incidirá sobre o valor de R\$ 1.080 e não sobre o valor de R\$ 1.000. Esta é a explicação de **não podermos calcular dois aumentos sucessivos somando um a um**. Devemos calcular o primeiro e o segundo (que incidirá sobre o valor calculado após o primeiro aumento).

Então, o valor após o aumento de 9% será:

$$v = 1.080 + \frac{9}{100} \times 1.080$$

$$v = 1.080 + 97,2 \rightarrow v = \mathbf{1.177,20}$$

Poderíamos calcular também pela multiplicação por  $(1 + i)$ , conforme vimos acima.

$$v = 1.080 \times (1 + 0,09)$$



$$v = 1.080 \times 1,09 \rightarrow \boxed{v = 1.177,20}$$

Perceba que, após dois aumentos sucessivos (o primeiro de 8% e o segundo de 9%) o valor da mercadoria será de R\$ 1.177,20.

Se fôssemos calcular apenas somando um aumento com o outro ( $8\% + 9\% = 17\%$ ) o valor final seria R\$ 1.170,00 e a conta estaria **errada**.



Na hora da prova, vamos agilizar estes cálculos. Observe.

Uma mercadoria de valor R\$ 1.000,00 sofreu dois aumentos sucessivos, um de 8% e outro de 9% resultando em um valor igual a:

$$v = 1.000 \times (1 + 0,08) \times (1 + 0,09)$$

Estudamos acima que, para facilitar as contas, **multiplicamos o valor inicial pelo fator  $(1 + i)$  quando se tratar de aumento percentual**. Então, podemos expandir a fórmula para quando temos aumentos sucessivos.

Ou seja, para calcular o valor final após os dois aumentos, multiplicamos o valor inicial diretamente por  $(1 + i_1)$  e  $(1 + i_2)$ .

$$v = 1.000 \times (1 + i_1) \times (1 + i_2)$$

$$v = 1.000 \times (1 + 0,08) \times (1 + 0,09)$$

$$v = 1.000 \times 1,08 \times 1,09 \rightarrow \boxed{v = 1.177,20}$$



**Aumentos Percentuais Sucessivos :**  $\times (1 + i_1) \times (1 + i_2) \times (1 + i_3) \times \dots \times (1 + i_n)$



## 4.2. Desconto Percentual

Antes de continuarmos o exemplo acima, vamos imaginar que ao invés de um aumento inicial de 8%, a mercadoria teve um desconto de 8%. Qual seria o valor após esse desconto?

$$v = 1.000 - \frac{8}{100} \times 1.000$$

Observe que o valor será igual ao valor inicial menos 8% deste valor inicial.

$$v = 1.000 - \frac{8}{100} \times 1.000$$

$$v = 1.000 - 80 \rightarrow \boxed{v = 920}$$

Ou seja, a mercadoria depois de um desconto de 8%, teria passado a custar R\$ 920,00.

Vamos, na mesma linha de raciocínio do aumento percentual, colocar o valor inicial em evidência.

$$v = 1.000 - i \times 1.000 \rightarrow v = 1.000 \times (1 - i)$$

Onde,

$i = \text{taxa de desconto}$

Ou seja, quando desejamos calcular o valor após um desconto percentual, multiplicamos este valor por  $(1 - i)$ .



$$\text{Desconto Percentual : } \times (1 - i)$$

Voltemos ao exemplo.

Uma mercadoria de valor R\$ 1.000,00 sofreu dois aumentos sucessivos, um de 8% e outro de 9%, passando a custar, como vimos, R\$ 1.177,20. Posteriormente, houve um desconto de 17%.

Então, após esse **desconto** a mercadoria passará a custar:



$$v = 1.177,20 - \frac{17}{100} \times 1.177,20$$
$$v = 1.177,20 - 200,12 \rightarrow \boxed{v = 977,08}$$

Ou, poderíamos resolver **diretamente pela multiplicação do valor por  $(1 - i)$** .

$$v = 1.177,20 \times (1 - 0,17)$$
$$v = 1.177,20 \times 0,83 \rightarrow \boxed{v = 977,08}$$

Ou seja, o valor final da mercadoria após dois aumentos sucessivos, um de 8% e outro de 9%, e depois um desconto de 17% é igual a R\$ 977,08.

Assim como tivemos os aumentos sucessivos, podemos também ter os descontos sucessivos.



**Descontos Percentuais Sucessivos** :  $\times (1 - i_1) \times (1 - i_2) \times (1 - i_3) \times \dots \times (1 - i_n)$



É claro que na hora da prova você não vai calcular passo a passo do jeito explicado acima. Esta resolução foi apenas para você **entender o conceito**.

Vejamos como resolveríamos na hora da prova.

Qual o valor final de uma mercadoria de valor inicial R\$ 1.000,00 que sofreu dois aumentos sucessivos, um de 8% e outro de 9%, e depois um desconto de 17%.

Vamos aplicar diretamente a multiplicação pelo fator  $\times (1 + i)$  quando se tratar de **aumento** e pelo fator  $\times (1 - i)$  quando estivermos diante de um **desconto**. Então o valor final será:

$$v = 1.000 \times (1 + i_1) \times (1 + i_2) \times (1 - i_3)$$



Ou seja, quando tivermos aumentos ou descontos sucessivos, basta multiplicarmos o valor inicial por cada **fator multiplicativo**.

Observe que temos 2 aumentos e 1 desconto.

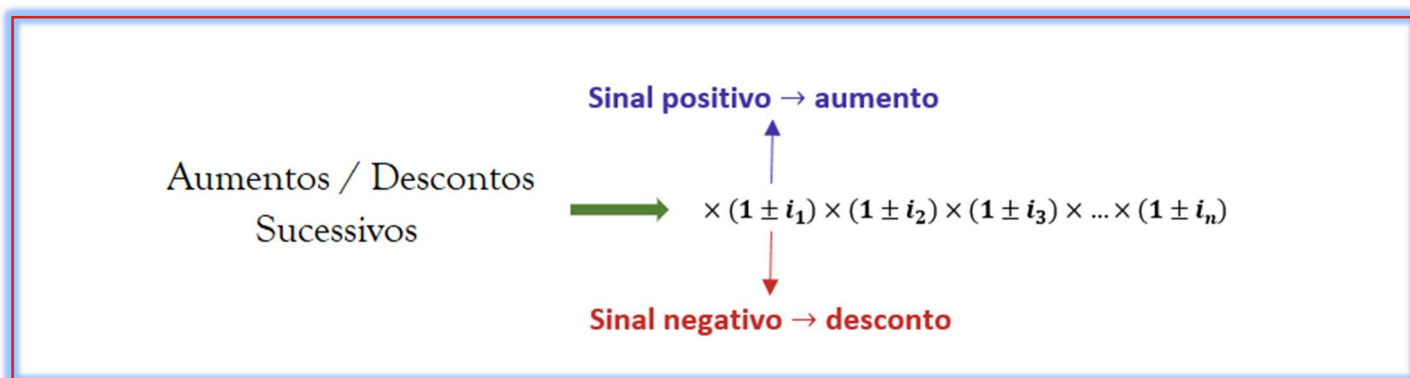
$$v = 1.000 \times (1 + 0,08) \times (1 + 0,09) \times (1 - 0,17)$$

$$v = 1.000 \times 1,08 \times 1,09 \times 0,83 \rightarrow v = 977,08$$

Dessa maneira que resolveremos nossas questões.



### ESQUEMATIZANDO



Antes de praticarmos esta equação com alguns exemplos, vamos a uma observação bem importante.



### FIQUE ATENTO!

Um aumento de  $i\%$  e depois um desconto de  $i\%$  **não resulta no valor inicial**

Vamos praticar aumentos e descontos sucessivos com alguns exemplos para você entender por completo a mecânica de resolução (e constatará que é mais fácil do que parece).



### EXEMPLIFICANDO



Tome como base uma **mercadoria de valor igual a R\$ 100,00** e calcule o valor final em cada exemplo (os exemplos são independentes).

**Exemplo 1:** Aumento de 15%

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 + 0,15)$$

$$v_{final} = 100 \times 1,15 \rightarrow v_{final} = 115$$

**Exemplo 2:** Um aumento de 10% seguido de outro aumento de 10%.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 + i_2)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 + 0,1) \times (1 + 0,1)$$

$$v_{final} = 100 \times 1,1 \times 1,1 \rightarrow v_{final} = 121$$

**Exemplo 3:** Um aumento de 10% seguido de outro aumento de 11% e um terceiro aumento de 12%.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 + i_2) \times (1 + i_3)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 + 0,1) \times (1 + 0,11) \times (1 + 0,12)$$

$$v_{final} = 100 \times 1,1 \times 1,11 \times 1,12 \rightarrow v_{final} = 136,75$$

**Exemplo 4:** Um aumento de 10% seguido de um desconto de 10%.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 - i_2)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 + 0,1) \times (1 - 0,1)$$

$$v_{final} = 100 \times 1,1 \times 0,9 \rightarrow v_{final} = 99$$

Observe então, conforme falamos, que aumento de  $i\%$  e depois um desconto de  $i\%$  não resultam no valor inicial de R\$ 100,00.





Um aumento de  $i\%$  e depois um desconto de  $i\%$  **não resulta no valor inicial**

**Exemplo 5:** Um desconto de 15% seguido de outro desconto de 6%.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 - i_1) \times (1 - i_2)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 - 0,15) \times (1 - 0,06)$$

$$v_{final} = 100 \times 0,85 \times 0,94 \rightarrow v_{final} = 79,9$$

**Exemplo 6:** Dois aumentos sucessivos de 20% e dois descontos sucessivos de 20%.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 + i_2) \times (1 - i_3) \times (1 - i_4)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 + 0,2) \times (1 + 0,2) \times (1 - 0,2) \times (1 - 0,2)$$

$$v_{final} = 100 \times 1,2 \times 1,2 \times 0,8 \times 0,8 \rightarrow v_{final} = 92,16$$



## VARIAÇÃO PERCENTUAL



Aprendemos, acima, como calcular o valor final após uma sequência de aumentos e descontos. Vamos, agora, aprender a calcular a variação percentual do valor final em relação ao valor inicial.

A **Variação Percentual** é dada pela seguinte fórmula:

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

Vamos tomar como base o Exemplo 3 e calcular a variação percentual deste exemplo.

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{139,22 - 100}{100} \times 100 \rightarrow \Delta\% = 39,2$$

Ou seja, um aumento de 10% seguido de outro aumento de 11% e um terceiro aumento de 12% é equivalente a único aumento de 39,2%.

*“Entendi professor. Mas nesse caso, nem precisa fazer a conta. Saiu de 100 e foi para 139,2. Variou 39,2%.”*

Perfeito seu pensamento, caro Aluno. Mas, a conta foi relativamente simples porque o valor inicial foi igual a 100. Vamos ver um exemplo abaixo.

**Exemplo 7:** Uma mercadoria de valor R\$ 195,00 sofreu 3 reajustes: Um aumento de 10%, outro aumento de 10% e, por fim, um desconto de 7%. Qual foi o valor final e a variação percentual desta operação?

Primeiramente, vamos calcular o **valor final** da mercadoria após as três operações.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 + i_2) \times (1 - i_3)$$

$$v_{final} = 195 \times (1 + 0,1) \times (1 + 0,1) \times (1 - 0,07)$$

$$v_{final} = 195 \times 1,1 \times 1,1 \times 0,93 \rightarrow v_{final} = 219,43$$





Perceba que, neste exemplo, seria praticamente impossível encontramos a variação percentual de cabeça, uma vez que os valores não são “redondos” iguais no exemplo acima.

A **Variação Percentual** do exemplo 7 será igual a:

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{219,43 - 195}{195} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{24,43}{195} \times 100 \rightarrow \Delta\% \cong \mathbf{12,53}$$

Ou seja, um aumento de 10% seguido de outro aumento de 10% e, por fim, um desconto de 7% é equivalente a um único aumento de 12,53%.

E nada impede que a Variação Percentual seja negativa. Vejamos o **Exemplo 6**. Vamos calcular a Variação Percentual deste Exemplo.

$$\Delta\% = \frac{92,16 - 100}{100} \times 100 \rightarrow \Delta\% = \mathbf{-7,84}$$

Então, dois aumentos sucessivos de 20% e dois descontos sucessivos de 20% é equivalente a um único desconto de 7,84%.

Vejamos algumas questões de concurso sobre o assunto.



(TJ SP – 2019) Sobre o preço P de venda de determinado produto, aplicou-se um aumento de 15% e, sobre o novo preço de venda do produto, aplicou-se, dias depois, um desconto de 10%. Após essas duas mudanças, comparado ao preço P, o preço final de venda do produto aumentou:

- a) 3,0%
- b) 5,0%
- c) 4,5%
- d) 4,0%
- e) 3,5%

**Comentários:**



Em questões deste tipo, em que não é informado o valor do preço, podemos **arbitrar** um valor inicial e trabalhar em cima dele ou resolver com base na **incógnita** mesmo. Vejamos os dois modos.

- **Com base na incógnita**

Um produto de Preço  $P$  sofreu um aumento de 15% e, posteriormente, um desconto de 10%. Logo, o preço final após estas operações será igual a:

$$P_{final} = P \times (1 + i_1) \times (1 - i_2)$$

Lembrando que, para aumento percentual multiplicamos por  $(1 + i)$  e, para desconto percentual multiplicamos por  $(1 - i)$ .

$$P_{final} = P \times (1 + 0,15) \times (1 - 0,1)$$

$$P_{final} = P \times 1,15 \times 0,9 \rightarrow P_{final} = 1,035P$$

Logo, comparado ao preço  $P$ , o preço final de venda do produto  **aumentou** 0,035 ou 3,5%.

- **Arbitrando um valor para o produto**

Podemos arbitrar um valor de 100 para o produto para facilitar as contas. Um produto de Preço 100 sofreu um aumento de 15% e, posteriormente, um desconto de 10%. Logo, o preço final após estas operações será igual a:

$$P_{final} = P \times (1 + i_1) \times (1 - i_2)$$

$$P_{final} = 100 \times (1 + 0,15) \times (1 - 0,1)$$

$$P_{final} = 100 \times 1,15 \times 0,9 \rightarrow P_{final} = 103,5$$

Ou seja, em relação ao preço inicial, o preço final de venda do produto aumentou 3,5 de 100, ou seja, 3,5%.

Lembrando que essa Variação Percentual foi facilmente calculada porque o preço inicial era 100. Porém, a “maneira completa” de se calcular é pela fórmula da Variação Percentual.

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{103,5 - 100}{100} \times 100 \rightarrow \Delta\% = 3,5$$

Gabarito: Alternativa E



(MPE RJ – 2019) Ernesto foi promovido e seu salário aumentou 40%, passando a ser de R\$3.500,00.

O salário de Ernesto antes da promoção era de:

- a) R\$ 1.900,00
- b) R\$ 2.100,00
- c) R\$ 2.400,00
- d) R\$ 2.500,00
- e) R\$ 2.800,00

**Comentários:**

Vamos chamar o salário de Ernesto antes da promoção de  $S$ . Ernesto foi promovido e seu salário aumentou 40%, passando a ser de R\$3.500,00. Então:

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i)$$

$$3.500 = S \times (1 + 0,4)$$

Observe que neste caso, o valor final é o salário após o reajuste, isto é, R\$ 3.500,00.

$$3.500 = S \times 1,4$$

$$S = \frac{3.500}{1,4} \rightarrow \mathbf{S = 2.500}$$

Gabarito: Alternativa **D**

(PGE PE -2019) No item seguinte apresenta uma situação hipotética, seguida de uma assertiva a ser julgada, a respeito de proporcionalidade, porcentagens e descontos.

Uma loja vende determinado produto em promoção com 15% de desconto sobre o preço de venda. Mário comprou o produto e, por ter pagado à vista, ganhou mais 10% de desconto sobre o preço do produto na promoção. Nessa situação, o desconto total concedido a Mário foi de 25% sobre o preço de venda.

**Comentários:**

Pelo que vimos na teoria, já sabemos que a questão está errada. Dois descontos sucessivos, um de 15% e outro de 10%, NÃO corresponde a um desconto de 25%.





Um aumento de  $i\%$  e depois um desconto de  $i\%$  **não resulta no valor inicial**

Vejamos.

Vamos arbitrar um valor de 100 para este produto. O valor final após os descontos será igual a:

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 - i_1) \times (1 - i_2)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 - 0,15) \times (1 - 0,1)$$

$$v_{final} = 100 \times 0,85 \times 0,9 \rightarrow v_{final} = 76,5$$

Ou seja, comparado ao preço inicial de 100, o desconto total foi de:

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{76,5 - 100}{100} \times 100 \rightarrow \Delta\% = -23,5$$

Então, nessa situação, o desconto total concedido a Mário foi de 23,5% sobre o preço de venda.

Dois descontos sucessivos, um de 15% e outro de 10% equivale a um desconto total de 23,5%.

Gabarito: **ERRADO**

**(PGE PE -2019) Julgue o item seguinte, relativo a juros, taxas de juros e rendas uniformes e variáveis.**

Se o preço inicial de um produto for corrigido anualmente em 30% de seu valor vigente, então, após dois anos, o preço do produto terá correção de 69% sobre o seu valor inicial.

Comentários:

O valor final do produto após dois reajustes anuais de 30% será igual a:

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 + i_2)$$



$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + 0,3) \times (1 + 0,3)$$

$$v_{final} = v_{inicial} \times 1,3 \times 1,3 \rightarrow v_{final} = 1,69v_{inicial}$$

Ou seja, se o preço inicial de um produto for corrigido anualmente em 30% de seu valor vigente, então, após dois anos, o preço do produto terá correção de 69% sobre o seu valor inicial. Logo, a assertiva está **CORRETA**.

Poderíamos, para completar a resolução, calcular a Variação Percentual desta operação e constatar que foi de 69%. Vamos aplicar a fórmula da Variação Percentual e calcular seu valor.

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

Calculamos que:  $v_{final} = 1,69v_{inicial}$ . Substituindo na equação acima:

$$\Delta\% = \frac{1,69v_{inicial} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{0,69v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100 \rightarrow \Delta\% = 69$$

Obs: Você poderia resolver também arbitrando o valor do preço inicial (R\$ 100,00). E assim, calcular o valor final que seria R\$ 169,00 e constatar que o preço do produto teria correção de 69% sobre o seu valor inicial.

Gabarito: **CERTO**

**(AGU / 2019) Após as vendas natalinas, uma loja entrou em promoção oferecendo um desconto de 40% em qualquer produto da loja. Após uma semana de promoção, o gerente resolveu oferecer mais 30% de desconto nos produtos que ainda não haviam sido vendidos. Os dois descontos consecutivos equivalem a um desconto único de**

- a) 12%
- b) 42%
- c) 58%
- d) 70%
- e) 88%

#### Comentários:

Vamos, nesta questão, arbitrar um valor de R\$ 100,00 para o produto, uma vez que a questão não nos fornece valores (nem final nem inicial).

O produto sofre dois descontos sucessivos, o primeiro de 40% e o segundo de 30%. Sendo assim, seu preço final será igual a:



$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 - i_1) \times (1 - i_2)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 - 0,4) \times (1 - 0,3)$$

$$v_{final} = 100 \times 0,6 \times 0,7 \rightarrow v_{final} = 42$$

**Cuidado para não marcar a Alternativa B.** O preço final é R\$ 42,00. Todavia a banca nos questiona o valor da Variação Percentual.

Iremos aplicar a fórmula da Variação Percentual e calcular seu valor:

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{42 - 100}{100} \times 100 \rightarrow \Delta\% = -58\%$$

Ou seja, os dois descontos consecutivos (um de 40% e outro de 30%) equivalem a um desconto único de 58%.

Gabarito: Alternativa C

**(PETROBRAS – 2018)** Uma determinada empresa vem adotando uma política de reajustes de preços, de modo que o preço de seu principal produto sofreu um reajuste de 10% em Set/2017. Em outubro do mesmo ano, o produto sofreu novo reajuste, agora de 5% sobre o valor do mês anterior e, um mês depois, um terceiro reajuste de 6% foi aplicado sobre o preço de outubro, de modo que os três reajustes foram sucessivos.

A variação percentual acumulada nesse período, considerando exatamente os três reajustes apresentados, é superior a 22,5%.

#### Comentários:

Podemos, conforme já estudamos nas questões acima, trabalhar com a incógnita  $P$  para o preço ou arbitrar um valor (geralmente usamos R\$ 100,00 para facilitar as contas), uma vez que a banca não fornece nem o valor inicial nem o valor final do produto.

Vamos arbitrar o valor de R\$ 100,00 para o produto e calcular o preço final após os três aumentos sucessivos.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 + i_2) \times (1 + i_3)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 + 0,1) \times (1 + 0,05) \times (1 + 0,06)$$

$$v_{final} = 100 \times 1,1 \times 1,05 \times 1,06 \rightarrow v_{final} = 122,43$$



Como o valor inicial arbitrado é 100, constatamos (sem precisar de conta) que a Variação Percentual é igual a 22,43% e assim, a assertiva está **ERRADA**.

Para calcularmos a Variação Percentual utilizamos a fórmula seguinte:

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$
$$\Delta\% = \frac{122,43 - 100}{100} \times 100 \rightarrow \Delta\% = 22,43$$

Gabarito: **ERRADO**

(ACS – 2019) Mesmo com o aumento da frota de veículos no Estado ao longo do tempo, a Cetesb verificou uma melhora na qualidade do ar. Na Região Metropolitana, a quantidade média de partículas inaláveis caiu de 54 microgramas/m<sup>3</sup>, em 2000, para 29 microgramas/m<sup>3</sup>, em 2018.

Nesse caso, a redução da quantidade média de partículas inaláveis, por m<sup>3</sup>, foi de, aproximadamente, 46%.

**Comentários:**

Vamos aplicar diretamente a fórmula da Variação Percentual e calcular quanto percentualmente variou a quantidade média de partículas.

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

O enunciado nos informa que a quantidade média de partículas inaláveis caiu de 54 microgramas/m<sup>3</sup>, em 2000, para 29 microgramas/m<sup>3</sup>, em 2018. Substituindo os valores teremos:

$$\Delta\% = \frac{29 - 54}{54} \times 100$$
$$\Delta\% = \frac{-25}{54} \times 100$$
$$\Delta\% = \frac{-2.500}{54} \rightarrow \Delta\% \cong 46,3$$

Gabarito: **CERTO**



(ISS Francisco Morato – 2019) Estela tem 76% da quantia necessária para a compra de um pacote turístico. Em uma promoção, esse pacote foi oferecido com 30% de desconto, e, dessa maneira, a quantia que Estela possui é suficiente para comprar o pacote e ainda sobrar R\$ 426,00. O preço desse pacote, sem o desconto, está entre

- a) R\$ 6.500,00 e R\$ 7.000,00.
- b) R\$ 7.000,00 e R\$ 7.500,00.
- c) R\$ 8.000,00 e R\$ 8.500,00.
- d) R\$ 9.000,00 e R\$ 9.500,00.
- e) R\$ 10.000,00 e R\$ 10.500,00.

### Comentários:

Vamos chamar o preço do pacote de  $P$  e o valor que Estela tem de  $E$ .

Estela tem 76% da quantia necessária para a compra de um pacote turístico. Algebricamente teremos a seguinte relação:

$$E = \frac{76}{100} \times P \rightarrow E = 0,76P$$

Em uma promoção, esse pacote foi oferecido com 30% de desconto, e, dessa maneira, a quantia que Estela possui é suficiente para comprar o pacote e ainda sobrar R\$ 426,00.

Acredito que a parte mais **complicada** da questão é transformar essa oração em uma equação. Vamos lá:

$$E = \left( P - \frac{30}{100} \times P \right) + 426$$

Observe. **O valor  $E$  que Estela tem é igual ao valor para ela comprar o produto com 30% de desconto e ainda sobrar os R\$ 426,00.**

Cuidado para não colocar a soma dos R\$ 426,00 do lado esquerda da equação.

Suponha que você tem 100 reais. Nesse caso você conseguiria comprar um produto de 90 reais com 20% de desconto e ainda sobrar 28 reais. Vejamos como ficaria a equação:

$$100 = \left( 90 - \frac{20}{100} \times 90 \right) + 28$$

$$100 = (90 - 18) + 28$$

$$100 = 72 + 28$$

$$100 = 100$$





Percebeu? Então, voltando na equação:

$$E = \left( P - \frac{30}{100} \times P \right) + 426$$

O Valor  $E$  é suficiente para comprar o produto com 30% de desconto e ainda sobrar R\$ 426,00.

No início da resolução constatamos que:  $E = 0,76P$ . Vamos substituir o valor na equação acima e calcular o preço  $P$  do pacote.

$$E = \left( P - \frac{30}{100} \times P \right) + 426$$

$$0,76P = (P - 0,3P) + 426$$

$$0,76P = 0,7P + 426$$

$$0,76P - 0,7P = 426$$

$$0,06P = 426$$

$$P = \frac{426}{0,06} \rightarrow \mathbf{P = 7.100}$$

Uma maneira mais fácil de resolver seria pensar da seguinte forma: Estela tinha 76% do valor de  $P$  e, posteriormente, o valor caiu para 70% sobrando R\$ 426,00. Ou seja, os R\$ 426,00 correspondem a 6% de  $P$ .

$$426 = \frac{6}{100} \times P$$

$$P = \frac{42.600}{6} \rightarrow \mathbf{P = 7.100}$$

Gabarito: Alternativa **B**



## VARIAÇÃO ACUMULADA

Conforme estudamos acima, podemos calcular a variação percentual acumulada, após uma série de descontos/aumentos, arbitrando um valor de 100, por exemplo, para o valor inicial e assim calcular o valor final e, posteriormente, a variação percentual.

Outra forma de se calcular (que na teoria é o mesmo “caminho”) é pela seguinte expressão:

$$(1 + i_{acumulada}) = \times (1 \pm i_1) \times (1 \pm i_2) \times (1 \pm i_3) \times \dots \times (1 \pm i_n)$$

Então, vamos tomar como base o exercício resolvido da Petrobras para constatar essa veracidade.

**(PETROBRAS – 2018)** Uma determinada empresa vem adotando uma política de reajustes de preços, de modo que o preço de seu principal produto sofreu um reajuste de 10% em Set/2017. Em outubro do mesmo ano, o produto sofreu novo reajuste, agora de 5% sobre o valor do mês anterior e, um mês depois, um terceiro reajuste de 6% foi aplicado sobre o preço de outubro, de modo que os três reajustes foram sucessivos.

A variação percentual acumulada nesse período, considerando exatamente os três reajustes apresentados, é superior a 22,5%.

### Comentários:

Resolvemos acima arbitrando um valor de 100 para o valor inicial e depois, de posse do valor final, calculamos a variação percentual.

Vamos resolver agora aplicando diretamente a fórmula acima.

$$(1 + i_{acumulada}) = (1 \pm i_1) \times (1 \pm i_2) \times (1 \pm i_3) \times \dots \times (1 \pm i_n)$$

$$(1 + i_{acumulada}) = (1 + 0,1) \times (1 + 0,05) \times (1 + 0,06)$$

Observe que os três ajustes são “aumentos percentuais”. Logo, o sinal na fórmula é positivo (+).

$$(1 + i_{acumulada}) = 1,1 \times 1,05 \times 1,06$$

$$1 + i_{acumulada} = 1,2243$$

$$i_{acumulada} = 1,2243 - 1 \rightarrow i_{acumulada} = 0,2243 \text{ ou } 22,43\%$$

Gabarito: **ERRADO**



## RESUMO DA AULA

### Conceito

O termo "porcento" é derivado do latim *per centum*, que significa "por cem" ou "às centenas". Porcentagem, então, representa uma razão em que o denominador é igual a cem (100).



Porcentagem representa **uma razão** em que o denominador é **igual a 100**

Então,  $k\%$  será igual a:

$$k\% = \frac{k}{100}$$

### Cálculo da Porcentagem de um número

Para calcular a Porcentagem de um valor, **multiplicamos a razão centesimal correspondente à Porcentagem por este valor.**

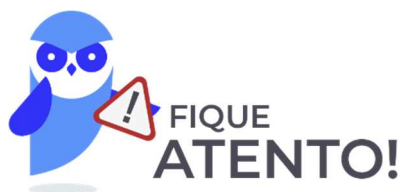
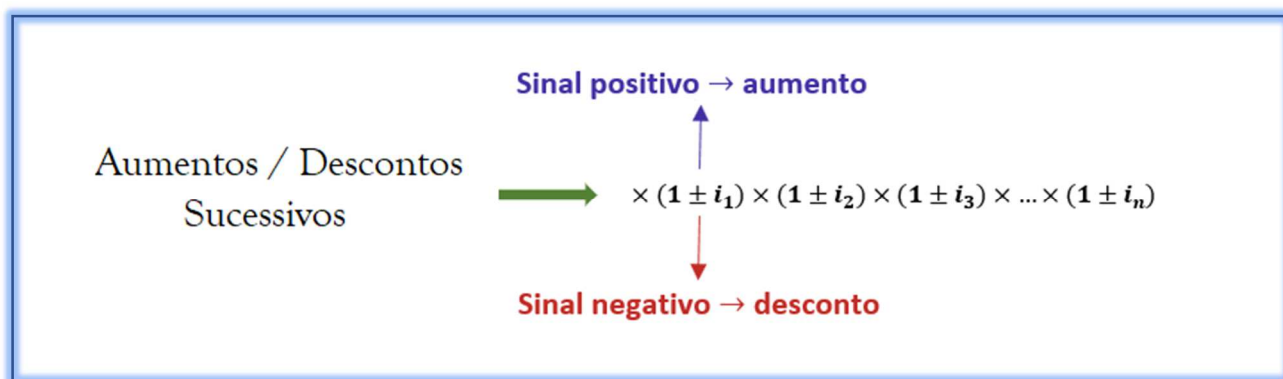
Uma palavra muito importante que deve ser observada quando se resolve problemas envolvendo Porcentagem é a preposição "**de**". Isso porque, via de regra, esse termo nos indica uma **multiplicação**.



"de" → multiplicação



## Aumentos e Descontos Percentuais



Um aumento de  $i\%$  e depois um desconto de  $i\%$  **não resulta no valor inicial**

## Varição Percentual



A **Varição Percentual** é dada pela seguinte fórmula:

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$



## Varição Acumulada

$$(1 + i_{acumulada}) = \times (1 \pm i_1) \times (1 \pm i_2) \times (1 \pm i_3) \times \dots \times (1 \pm i_n)$$



## QUESTÕES COMENTADAS – FGV

### Cálculo da Porcentagem de um Número

1. (FGV / SSP AM - 2022) Em um saco há muitas bolinhas, todas do mesmo tamanho, algumas brancas, e as outras pretas. Dessas bolinhas, umas são mais leves e as outras, mais pesadas.

Sabe-se que:

- 70% de todas as bolinhas são brancas.
- 25% das bolinhas leves são pretas.
- 60% das bolinhas pretas são pesadas.

A porcentagem de bolinhas pesadas e brancas nesse saco é de

- a) 26%
- b) 30%
- c) 34%
- d) 38%
- e) 42%

**Comentários:**



A melhor maneira de se resolver esta questão é montando uma tabela com os dados fornecidos. Vamos preencher passo a passo. Vejamos:

- No saco há bolinhas brancas e pretas sendo umas mais leves e outras mais pesadas.**

Vamos arbitrar um valor de 100 para o total de bolinhas no saco a fim de facilitar as contas.

	Branças	Pretas	Total
Leves			
Pesadas			
Total			100



✚ **70% de todas as bolinhas são brancas.**

Logo, o restante, isto é, 30% são pretas. Preenchemos na tabela.

	Branças	Pretas	Total
Leves			
Pesadas			
Total	70	30	100

Passamos para a última informação.

✚ **60% das bolinhas pretas são pesadas.**

Há 30 bolinhas pretas. E, dessas 30, 60% são pesadas. Logo,

$$pretas_{pesadas} = \frac{60}{100} \times 30 \rightarrow \boxed{pretas_{pesadas} = 18}$$

	Branças	Pretas	Total
Leves		$30 - 18 = 12$	
Pesadas		18	
Total	70	30	100

Perceba que, se há 18 bolinhas pretas pesadas e o total de bolinhos pretas é de 30, é porque o restante, isto é, 12 bolinhas, é de bolinhas pretas e leves (conforme assinalado acima).

Por fim, utilizamos a segunda informação.

✚ **25% das bolinhas leves são pretas.**

Sabemos que 12 bolinhas são leves e pretas. Então:

$$\frac{25}{100} \times leves = 12$$
$$leves = 12 \times \frac{100}{25} \rightarrow \boxed{leves = 48}$$



Se 48 bolinhas são leves e 12 das leves são pretas é porque o restante das leves, isto é,  $48 - 12 = 36$ , é de bolinhas brancas.

Observe que com essas informações conseguimos preencher toda a tabela inicial.

	Branças	Pretas	Total
Leves	$48 - 12 = 36$	12	48
Pesadas	$70 - 36 = 34$	18	$100 - 48 = 52$
Total	70	30	100

E assim, de posse da tabela, conseguimos responder o questionamento da banca.

A porcentagem de bolinhas pesadas e brancas nesse saco é de:

	Branças	Pretas	Total
Leves	36	12	48
Pesadas	34	18	52
Total	70	30	100

$$pesada_{brancas} = \frac{34}{100} \rightarrow pesada_{brancas} = 34\%$$

Gabarito: Alternativa C

2. (FGV / CBM AM - 2022) Um clube possuía, certo ano, mais de uma centena de sócios. No ano seguinte recebeu 54 novos sócios que correspondiam a 30% do número de sócios do ano anterior. No ano seguinte a esse, o clube recebeu novamente 54 novos sócios.

A porcentagem que esses últimos novos sócios representam do número de sócios do ano anterior é, aproximadamente,

- a) 30%.
- b) 27%.
- c) 25%.
- d) 23%.





e) 21%.

### Comentários:

Vamos chamar de  $x$  a quantidade de sócios que o clube possuía.

No ano seguinte recebeu 54 novos sócios que correspondiam a 30% do número de sócios do ano anterior, isto é:

$$\frac{54}{x} = 0,3$$

Ou seja, a parte 54 dividida pelo todo do ano anterior  $x$ , é igual a 30% (0,3).

Calculando  $x$ :

$$\frac{54}{x} = 0,3$$
$$x = \frac{54}{0,3} \rightarrow \boxed{x = 180}$$

Então, inicialmente, havia 180 sócios no clube. No ano seguinte recebeu 54 sócios e ficou com 234.

E, no ano posterior a esse, recebeu mais 54.

A banca nos questiona **o valor da porcentagem que esses últimos novos sócios (54) representam do número de sócios do ano anterior (234)**. Isto é, a parte 54 pelo todo 234.

$$p = \frac{54}{234} \rightarrow \text{p} = 0,23 \text{ ou } 23\%$$

Gabarito: Alternativa D

3. (FGV / SSP AM - 2022) Em um saco há 180 bolinhas, umas brancas, outras pretas e não há bolinhas de outra cor. Das bolinhas do saco, 60% são pretas. São retiradas  $N$  bolinhas brancas do saco e, então a porcentagem de bolinhas pretas do saco passou a ser de 80%.

O valor de  $N$  é

- a) 20
- b) 25
- c) 30
- d) 40
- e) 45



### Comentários:

Em um saco há 180 bolinhas das quais 60% são pretas ( $p$ ).

$$p = \frac{60}{100} \times 180 \rightarrow \boxed{p = 108}$$

O restante são bolas brancas ( $b$ ) uma vez que não há mais outras cores no saco.

$$b = 180 - 108 \rightarrow \boxed{b = 72}$$

Então, inicialmente, há 108 bolas pretas e 72 bolas brancas no saco.

São retiradas  $N$  bolinhas brancas do saco e, então a porcentagem de bolinhas pretas do saco passou a ser de 80%.

Tínhamos 180 bolas e  $N$  foram retiradas. Logo, a quantidade total final será igual a  $180 - N$ .

A banca nos informa que após a retirada, a porcentagem de bolinhas pretas passou a ser de 80%.

$$\frac{80}{100} = \frac{\text{pretas}}{\text{total restante}}$$

$$\frac{80}{100} = \frac{108}{180 - N}$$

Perceba que **não foi retirada nenhuma bola preta**. Então a quantidade de bolas pretas continua sendo de 108.

Calculando  $N$ :

$$0,8 = \frac{108}{180 - N}$$

$$180 - N = \frac{108}{0,8}$$

$$180 - N = 135$$

$$N = 180 - 135 \rightarrow \boxed{N = 45}$$

Gabarito: Alternativa E



4. (FGV / MPE GO - 2022) Antônio teve seu aluguel reajustado em 10%. O valor do aluguel reajustado é R\$ 2.772,00.

O valor do aluguel de Antônio antes do reajuste era

- a) R\$ 2.072,00.
- b) R\$ 2.494,80.
- c) R\$ 2.520,00.
- d) R\$ 2.507,70.
- e) R\$ 2.527,20.

**Comentários:**

Vamos chamar o valor do aluguel antes do reajuste de  $x$ . Antônio teve seu aluguel reajustado em 10% resultando em um valor de R\$ 2.772,00.

$$x + \frac{10}{100} \times x = 2.772$$

$$x + 0,1x = 2.772$$

$$1,1x = 2.772$$

$$x = \frac{2.772}{1,1} \rightarrow x = 2.520$$

Gabarito: Alternativa C

5. (FGV - PM SP - 2021) Joana pagou uma conta vencida, com juros de 5%, no valor total (juros incluídos) de R\$ 382,20. Se Joana tivesse pagado a conta até o vencimento, teria economizado

- a) R\$ 18,20.
- b) R\$ 19,11.
- c) R\$ 20,32.
- d) R\$ 20,60.
- e) R\$ 21,22.

**Comentários:**

Podemos resolver esta questão montando uma equação ou por uma simples regra de três. Vejamos os dois modos.



### Equação

Joana pagou uma conta vencida, com juros de 5%, desembolsando um total de R\$ 382,20. Vamos chamar o valor da conta de  $x$ . Então:

$$x + \frac{5}{100} \times x = 382,20$$

Observe que **o valor da conta mais 5% de juros (que incide sobre o valor da conta) será igual ao total desembolsado**. Calculando  $x$ :

$$x + 0,05x = 382,20$$

$$1,05x = 382,20$$

$$x = \frac{382,20}{1,05} \rightarrow \boxed{x = 364}$$

Logo, Joana economizaria:

$$economia = 382,20 - 364 \rightarrow \boxed{economia = 18,20}$$

### Regra de três

Joana pagou uma conta vencida, com juros de 5%, desembolsando um total de R\$ 382,20. Logo, 105% do valor da conta correspondem a R\$ 382,20.

5% (que é o valor que ela teria economizado) corresponderá a  $ec$ .

Valor	Porcentagem
382,20	105%
$ec$	5%

Fazendo o produto do meio sendo igual ao produto dos extremos (multiplicando cruzado) teremos:

$$105 \times ec = 5 \times 382,2$$

$$ec = \frac{5 \times 382,2}{105} \rightarrow \boxed{ec = 18,20}$$



Gabarito: Alternativa **A**

6. (FGV / Pref. Salvador - 2019) Em certo jogo, há fichas de apenas duas cores: brancas e pretas. Em cada uma das cores, algumas fichas são quadradas e as outras são redondas. Ronaldo está nesse jogo e, em certo momento, a quantidade de fichas que possui é tal que:

60% das suas fichas são brancas.

25% das suas fichas quadradas são pretas.

70% das suas fichas pretas são redondas.

Em relação ao total de fichas de Ronaldo, a porcentagem de fichas redondas brancas é de

- a) 18%
- b) 24%
- c) 32%
- d) 36%
- e) 45%

#### Comentários:

A melhor maneira de se resolver esta questão é montando uma **tabela** com os dados fornecidos.

Vamos preencher passo a passo. Vejamos:

✚ *Em certo jogo, há fichas de apenas duas cores: brancas e pretas. Em cada uma das cores, algumas fichas são quadradas e as outras são redondas.*

	Branças	Pretas	Total
Quadradas			
Redondas			
Total			

Vamos arbitrar um valor de 100 para o total das bolas e começar a preencher nossa tabela.

**Obs:** Na hora da prova, você (obviamente) vai desenhar **uma única tabela** e preencher passo a passo em cima dessa mesma tabela. Eu vou desenhar algumas para, justamente, te mostrar este passo a passo.



✚ **60% das suas fichas são brancas.**

	Brancas	Pretas	Total
Quadradas			
Redondas			
Total	60	40	100

Se 60% são brancas, é porque o restante (40%) são pretas.

Nesse ponto da questão, vamos inverter a ordem de análise. Iremos analisar a terceira afirmativa trazida pela banca.

✚ **70% das suas fichas pretas são redondas.**

	Brancas	Pretas	Total
Quadradas		$40 - 28 = 12$	
Redondas		$0,7 \times 40 = 28$	
Total	60	40	100

Observe que 70% (0,7) das fichas pretas (há 40 fichas pretas) são redondas (o que equivale a 28).

Como o total de fichas pretas é 40, restante são as **fichas pretas quadradas** ( $40 - 28 = 12$ ).

Agora, voltamos à segunda afirmação.

✚ **25% das suas fichas quadradas são pretas.**

Já calculamos quantas são as fichas quadradas e pretas na passagem acima (12). Então, 25% do total das quadras é igual a 12.

$$\frac{25}{100} \times Q = 12$$

$$\frac{1}{4} \times Q = 12$$

$$Q = 12 \times 4 \rightarrow \boxed{Q = 48}$$



E assim preenchemos nossa tabela.

	Branças	Pretas	Total
Quadradas		12	48
Redondas		28	$100 - 48 = 52$
Total	60	40	100

E, por fim, podemos preencher os campos restantes já que temos as informações necessárias para tal.

	Branças	Pretas	Total
Quadradas	$48 - 12 = 36$	12	48
Redondas	$52 - 28 = 24$	28	52
Total	60	40	100

Sendo assim, em relação ao total de fichas de Ronaldo, a porcentagem de fichas redondas brancas é de:

	Branças	Pretas	Total
Quadradas	36	12	48
Redondas	24	28	52
Total	60	40	100

$$\%_{\text{redondas brancas}} = \frac{24}{100} \rightarrow \%_{\text{redondas brancas}} = 24\%$$

Gabarito: Alternativa **B**



7. (FGV / SEFAZ RO - 2018) Para obter tonalidades diferentes de tintas de cor cinza misturam-se quantidades arbitrárias de tintas de cores branca e preta.

José possui 150 ml de uma tinta cinza que contém apenas 10% de tinta branca.

Assinale a opção que indica a quantidade de tinta branca que José deve acrescentar à tinta que possui, de forma que a nova mistura contenha 40% de tinta branca.

- a) 45 ml
- b) 60 ml
- c) 75 ml
- d) 90 ml
- e) 105 ml

**Comentários:**



José possui 150 ml de uma tinta cinza que contém apenas 10% de tinta branca. Logo,

$$\text{branca} = \frac{10}{100} \times 150 \rightarrow \boxed{\text{branca} = 15 \text{ ml}}$$

José acrescenta  $x$  ml de tinta branca até obter um percentual de 40% de tinta branca na mistura final. Observe matematicamente a equação:

$$\frac{40}{100} \times (150 + x) = 15 + x$$

Vejamos. 40% da mistura final é de tinta branca.

Qual é o volume da mistura final? O volume final é igual ao volume inicial (150) mais o volume de tinta branca adicionado ( $x$ ).

Desse volume final ( $150 + x$ ), 40% serão tinta branca. E quanto teremos de tinta branca? Tínhamos 15 ml e adicionamos  $x$  ml. Logo, teremos  $15 + x$  ml.

Acredito que agora, a equação tenha feito sentido. certo?

Vamos resolver a equação e calcular o valor de  $x$ .





$$\frac{40}{100} \times (150 + x) = 15 + x$$

$$0,4 \times (150 + x) = 15 + x$$

$$0,4 \times 150 + 0,4x = 15 + x$$

$$60 + 0,4x = 15 + x$$

$$60 - 15 = x - 0,4x$$

$$45 = 0,6x$$

$$x = \frac{45}{0,6} \rightarrow x = 75 \text{ ml}$$

Gabarito: Alternativa C

8. (FGV / Pref. Salvador - 2019) Sabe-se que o número N é 50% maior do que o número M.

É correto afirmar que

- a)  $M = N/2$
- b)  $M = 2N$
- c)  $M = N/3$
- d)  $M = 2N/3$
- e)  $M = 3N/4$

**Comentários:**

O enunciado nos afirmar que N é 50% maior do que o número M. Matematicamente temos:

$$N = M + \frac{50}{100}M$$

Observe que, conforme explicitado, **o número N será igual ao número M mais 50% de M**. Calculando M:

$$N = M + \frac{50}{100}M$$

$$N = M + 0,5M$$

$$N = 1,5M$$



$$N = \frac{15}{10}M$$

Vamos isolar M:

$$M = \frac{10}{15}N$$

Simplificando por 5:

$$M = \frac{2}{3}N \rightarrow M = \frac{2N}{3}$$

Gabarito: Alternativa **D**

9. (FGV / Pref. Salvador - 2019) Arlindo pagou uma conta após a data de vencimento, com 10% de multa, no valor total de R\$ 379,50. Se Arlindo tivesse pago essa conta até o vencimento teria pago a menos

- a) R\$ 37,95.
- b) R\$ 37,50.
- c) R\$ 36,75.
- d) R\$ 35,50.
- e) R\$ 34,50.

#### Comentários:

Arlindo pagou uma conta após a data de vencimento, com multa de 10%, desembolsando um total de R\$ 379,50. Vamos chamar o valor da conta de  $x$ . Então:

$$x + \frac{10}{100} \times x = 379,50$$

Observe que o valor da conta mais 10% de multa (que incide sobre o valor da conta) será igual ao total desembolsado. Calculando  $x$ :

$$x + \frac{10}{100} \times x = 379,50$$

$$x + 0,1x = 379,50$$

$$1,1x = 379,50$$



$$x = \frac{379,50}{1,1} \rightarrow x = 345$$

Ou seja, se Arlindo tivesse pago essa conta até o vencimento teria pago R\$ 345,00. Porém, ele pagou R\$ 379,50.

Logo, Arlindo teria economizado:

$$economia = 379,50 - 345 \rightarrow \mathbf{economia = 34,5}$$

Gabarito: Alternativa E

**10. (FGV / Pref. Salvador - 2019) Uma caixa tem apenas bolas azuis ou vermelhas, todas numeradas. Um terço das bolas vermelhas têm números pares e as demais bolas vermelhas têm números ímpares. Um quarto das bolas azuis têm números ímpares e as demais bolas azuis têm números pares. De todas as bolas da caixa, 48% são vermelhas.**

Do total de bolas da caixa, a porcentagem de bolas com números ímpares é

- a) 41%
- b) 42%
- c) 43%
- d) 44%
- e) 45%

#### Comentários:

A melhor maneira de se resolver esta questão é montando uma **tabela** com os dados fornecidos.

Vamos preencher passo a passo. Vejamos:

Uma caixa tem apenas bolas azuis ou vermelhas, todas numeradas (número par ou ímpar).

	Vermelhas	Azuis	Total
Par			
Ímpar			
Total			

✚ **De todas as bolas da caixa, 48% são vermelhas. Logo, 52% são azuis.**



	Vermelhas	Azuis	Total
Par			
Ímpar			
Total	48	52	100

✚ *Um terço das bolas vermelhas têm números pares e as demais bolas vermelhas têm números ímpares.*

	Vermelhas	Azuis	Total
Par	$1/3 \times 48 = 16$		
Ímpar	$48 - 16 = 32$		
Total	48	52	100

Observe que  $1/3$  das 48 bolas vermelhas são pares, isto é, 16 bolas vermelhas pares e o restante (total de 48 menos essas 16 pares) são bolas vermelhas ímpares.

Iremos fazer o mesmo procedimento com as informações das bolas azuis.

✚ *Um quarto das bolas azuis têm números ímpares e as demais bolas azuis têm números pares.*

	Vermelhas	Azuis	Total
Par	16	$52 - 13 = 39$	
Ímpar	32	$1/4 \times 52 = 13$	
Total	48	52	100

Perceba que  $1/4$  das 52 bolas azuis são ímpares, isto é, 13 bolas azuis ímpares e o restante (total de 52 menos essas 13 ímpares) são bolas azuis pares.

Completando a tabela:

	Vermelhas	Azuis	Total
Par	16	39	$16 + 39 = 55$
Ímpar	32	13	$32 + 13 = 45$
Total	48	52	100



Observe que **há 45 bolas ímpares na caixa**. Então, do total de 100 bolas da caixa, a porcentagem de bolas com números ímpares é igual a:

$$p = \frac{45}{100} \rightarrow \mathbf{p = 45\%}$$

**Obs:** Obviamente, na hora da prova, você desenhar apenas **UMA TABELA** e preencher passo a passo em cima dessa única tabela desenhada. Eu desenhei algumas para, justamente, te mostrar este passo a passo.

Gabarito: Alternativa E

**11. (FGV / IBGE - 2019) Antônio tem que visitar 120 clientes esse mês. Ele já visitou 35% dos clientes até agora.**

O número de clientes que Antônio ainda tem que visitar para cumprir sua meta é:

- a) 42
- b) 65
- c) 72
- d) 76
- e) 78

**Comentários:**

Antônio tem que visitar 120 clientes esse mês. Ele já visitou 35% dos clientes até agora. Logo, ainda restam 65% dos clientes para Antônio visitar, certo?

Se ele já visitou 35% e o total é 100%, ainda restam visitar ( $100\% - 35\% = 65\%$ ) do total.

$$v = \frac{65}{100} \times 120$$
$$v = 6,5 \times 12 \rightarrow \mathbf{v = 78}$$

Gabarito: Alternativa E

**12. (FGV / Pref. Angra - 2019) Um funcionário atende, em média, 4 clientes por hora. Para aumentar em 25% o número médio de clientes atendidos por hora, esse funcionário tem que diminuir o tempo médio de atendimento de cada cliente em**



- a) 1 minuto
- b) 2 minutos
- c) 3 minutos
- d) 4 minutos
- e) 5 minutos

**Comentários:**

Um funcionário atende, em média, 4 clientes por hora, isto é, 4 clientes em 60 minutos.

Se ele atende 4 clientes em 60 minutos, ele vai atender cada clientes em:

$$t = \frac{60}{4} \rightarrow \boxed{t = 15 \text{ minutos}}$$

Então, ele atende cada cliente em 15 minutos.

O funcionário deseja **aumentar em 25% o número médio de clientes atendidos por hora** (60 minutos). Ou seja, ele atendia 4 clientes em uma hora e agora quer aumentar esse atendimento em 25%. Logo, em uma hora ele atenderá:

$$c = 4 + \frac{25}{100} \times 4$$
$$c = 4 + \frac{100}{100}$$
$$c = 4 + 1 \rightarrow \boxed{c = 5 \text{ clientes}}$$

Sendo assim, para aumentar em 25%, ele deverá atender 5 clientes em 60 minutos.

Vamos calcular quantos minutos ele gastará para atender cada cliente nesse novo cenário:

$$t = \frac{60}{5} \rightarrow \boxed{t = 12 \text{ minutos}}$$

Então, ele atenderá cada cliente em 12 minutos.

Ou seja, esse funcionário tem que diminuir o tempo médio de atendimento de cada cliente de 15 minutos para 12 minutos, isto é, **3 minutos de diminuição no tempo.**

Gabarito: Alternativa C



13. (FGV / MPE RJ - 2019) Carlos pagou uma conta atrasada com 5% de juros, no total de R\$ 378,00.

Se tivesse pagado a conta em dia, sem os juros, o valor que Carlos pagaria é:

- a) R\$ 356,40;
- b) R\$ 359,10;
- c) R\$ 360,00;
- d) R\$ 360,40;
- e) R\$ 362,00.

**Comentários:**

Carlos pagou uma conta atrasada com 5% de juros, no total de R\$ 378,00. Logo, 105% do valor da conta corresponde a R\$ 378,00.

Vamos fazer uma regra de três simples e calcular o valor  $x$  da conta (100%).

Valor	Porcentagem
378	105%
$x$	100%

Multiplicando cruzado (produto do meio é igual ao produto dos extremos):

$$378 \times 100 = x \times 105$$
$$x = \frac{37.800}{105} \rightarrow x = 360$$

Gabarito: Alternativa D

14. (FGV / BANESTES - 2018) Após fazer 80 arremessos à cesta, Marcelinho constatou que acertou 70% deles. Após fazer mais 20 arremessos, ele melhorou seu percentual de acertos para 71% do total de arremessos.

Dos últimos 20 arremessos, Marcelinho errou apenas:

- a) 6
- b) 5
- c) 4
- d) 3



e) 2

**Comentários:**

Após fazer 80 arremessos à cesta, Marcelinho constatou que acertou 70% deles. Ou seja, Marcelinho acertou

$$a_1 = \frac{70}{100} \times 80 \rightarrow a_1 = 56$$

Após fazer mais 20 arremessos, ele melhorou seu percentual de acertos para 71% do total de arremessos. Perceba que ele tinha feito 80 arremessos e, posteriormente, arremessou mais 20. Ou seja, nessa segunda passagem, temos um total de 100 arremessos.

Logo, com mais 20 arremessos ele acertou um total de:

$$a_2 = \frac{71}{100} \times 100 \rightarrow a_2 = 71$$

Então, dos 20 arremessos, Marcelinho acertou:

$$a = 71 - 56 \rightarrow a = 15$$

Se ele arremessou 20 e acertou 15, por consequência, Marcelinho errou 5 dos últimos 20.

Gabarito: Alternativa B

**15. (FGV / BANESTES - 2018) Uma máquina copadora X faz a mesma quantidade de cópias que uma máquina Y em um tempo 25% maior. A máquina Y faz 800 cópias em 40 minutos.**

A máquina X, em 40 minutos, faz:

- a) 720 cópias
- b) 700 cópias
- c) 680 cópias
- d) 660 cópias
- e) 640 cópias

**Comentários:**

A máquina Y faz 800 cópias em 40 minutos. A Máquina X fará essas mesmas 800 cópias em um tempo 25% maior.





$$t = 40 + \frac{25}{100} \times 40$$

$$t = 40 + 10 \rightarrow \boxed{t = 50 \text{ minutos}}$$

Ou seja, a Máquina X faz 800 cópias em 50 minutos.

Para calcular a quantidade de cópias feitas em 40 minutos, podemos fazer uma regra de três simples. Em 50 minutos ela faz 800 cópias e em 40 minutos fará  $x$ .

Tempo (minutos)	Cópias
50	800
40	$x$

Multiplicando "cruzado":

$$50 \times x = 800 \times 40$$

$$x = \frac{800 \times 40}{50} \rightarrow \boxed{x = 640 \text{ cópias}}$$

Gabarito: Alternativa E

**16. (FGV / BANESTES - 2018) Marcela pagou uma conta vencida com 5% de juros. O valor pago por Marcela foi de R\$ 420,00.**

Se Marcela tivesse pagado a conta até o vencimento, ela teria economizado:

- a) R\$ 21,00
- b) R\$ 20,00
- c) R\$ 19,00
- d) R\$ 18,00
- e) R\$ 17,00

**Comentários:**

Marcela pagou uma conta vencida, com juros de 5%, desembolsando um total de R\$ 420. Vamos chamar o valor da conta de  $x$ . Então:

$$x + \frac{5}{100} \times x = 420$$



Observe que o valor da conta mais 5% de juros (que incide sobre o valor da conta) será igual ao total desembolsado. Calculando  $x$ :

$$x + 0,05x = 420$$

$$1,05x = 420$$

$$x = \frac{420}{1,05} \rightarrow x = 400$$

Logo, Joana economizaria:

$$economia = 420 - 400 \rightarrow economia = 20$$

Gabarito: Alternativa **B**

### 17. (FGV / BANESTES - 2018) Um fabricante de papel higiênico anuncia:

“Leve 16 e pague 15”.

O desconto percentual equivalente é:

- a) 5,75%
- b) 6,25%
- c) 6,67%
- d) 6,75%
- e) 7,33%

#### Comentários:

Caso você não tivesse o desconto, você levaria os 16 e pagaria 100% por eles, certo? Porém, você leva 16 (100%) e paga 15. Vamos fazer uma regra de 3 e determinar quanto esses 15 representam percentualmente:

Quantidade	%
16	100
15	$x$

Multiplicando "cruzado":

$$16x = 15 \times 100$$



$$x = \frac{1.500}{16} \rightarrow x = 93,75\%$$

Logo, o desconto percentual equivalente será de:

$$d = 100\% - 93,75\% \rightarrow d = 6,25\%$$

Gabarito: Alternativa B

**18. (FGV / BANESTES - 2018)** Um tanque A está completamente cheio de modo que 80% do volume corresponde a gasolina e o restante a álcool. Um tanque B, cujo volume total é 50% maior do que o do tanque A, também está completamente cheio de modo que 60% do volume corresponde a álcool e o restante a gasolina.

Juntando-se os conteúdos dos dois tanques, a porcentagem de gasolina com relação à soma dos volumes desses dois tanques passa a ser:

- a) 60%
- b) 56%
- c) 50%
- d) 44%
- e) 40%

**Comentários:**

Vamos arbitrar um valor de 100 litros para o volume do tanque A.

Um tanque A está completamente cheio de modo que 80% do volume corresponde a gasolina e o restante a álcool. Então, dos 100 litros que arbitramos, 80 litros são de gasolina e o restante (20 litros) são de álcool.

$$\text{Tanque A} \rightarrow 100 \left\{ \begin{array}{l} 80 \text{ gasolina} \\ 20 \text{ álcool} \end{array} \right.$$

**Um tanque B tem volume total 50% maior do que o do tanque A.** Logo, o tanque B tem 150 litros. Este tanque está completamente cheio de modo que 60% do volume corresponde a álcool e o restante a gasolina.

$$\text{álcool} = \frac{60}{100} \times 150 \rightarrow \text{álcool} = 90 \text{ litros}$$

O tanque B tem no total 150 Litros e 90 Litros são de álcool. Logo, o restante (150-90=60 Litros) é de gasolina.



$$\text{Tanque } B \rightarrow 150 \begin{cases} 60 \text{ gasolina} \\ 90 \text{ álcool} \end{cases}$$

Vamos **juntar o conteúdo dos dois tanques** (100 litros de A mais 150 litros de B):

$$\text{Tanque } A + B \rightarrow 250 \begin{cases} 80 + 60 = 140 \text{ gasolina} \\ 20 + 90 = 110 \text{ álcool} \end{cases}$$

A **porcentagem de gasolina com relação à soma dos volumes desses dois tanques** passa a ser:

$$p = \frac{140}{250}$$

Observe que no tanque final temos 250 litros no total. E, de gasolina, temos 80 litros do tanque A mais 60 litros do tanque B, totalizando 140 litros.

$$p = \frac{140}{250} \rightarrow \mathbf{p = 0,56 \text{ ou } 56\%}$$

Gabarito: Alternativa **B**

**19. (FGV / BANESTES - 2018) Uma carteira é formada exclusivamente por ações da VALE3 e da PETR4. Da quantidade total de ações dessa carteira, 75% correspondem a PETR4.**

Novas ações da VALE3 foram adquiridas e incorporadas a essa carteira. Com isso, a quantidade de ações da VALE3 na carteira aumentou 50%.

Com relação à nova quantidade total de ações na carteira, as da PETR4 passaram a representar, aproximadamente:

- a) 50%
- b) 57%
- c) 60%
- d) 63%
- e) 67%

**Comentários:**



Vamos **arbitrar um valor de 100 para a quantidade de ações iniciais dessa carteira**. Da quantidade total de ações dessa carteira, 75% correspondem a PETR4 e, conseqüentemente, 25%, VALE3.

Ou seja,

$$100 \left\{ \begin{array}{l} 75 \text{ PETR4} \\ 25 \text{ VALE3} \end{array} \right.$$

Novas ações da VALE3 foram adquiridas e incorporadas a essa carteira. Com isso, a quantidade de ações da VALE3 na carteira aumentou 50%.

$$\text{VALE3} = 25 + \frac{50}{100} \times 25$$

$$\text{VALE3} = 25 + 12,5 \rightarrow \mathbf{\text{VALE3} = 37,5}$$

Então, foram adquiridas 12,5 ações da VALE3, totalizando 37,5 ações.

Vamos representar a **visão final da carteira**:

$$100 + 12,5 = 112,5 \left\{ \begin{array}{l} 75 \text{ PETR4} \\ 25 + 12,5 = 37,5 \text{ VALE3} \end{array} \right.$$

Observe que a quantidade total de ações é igual às 100 ações iniciais mais as 12,5 ações adquiridas da VALE3. O enunciado não informa nada a respeito das ações da PETR4, ou seja, **não houve novas aquisições**.

Então, com relação à nova quantidade total de ações na carteira (112,5), as da PETR4 passaram a representar, aproximadamente:

$$p = \frac{\text{PETR4}}{\text{total}}$$

$$p = \frac{75}{112,5} \rightarrow \mathbf{p = 0,6667 \text{ ou } 66,67\%}$$

Gabarito: Alternativa E



20. (FGV / BANESTES - 2018) Dos exames feitos por um laboratório para detectar uma certa doença, 90% têm resultado negativo e 10% têm resultado positivo. Dos exames com resultado negativo, 95% realmente não têm a doença e 5% têm a doença. Dos exames com resultado positivo, 80% realmente têm a doença e 20% não têm a doença.

De todos os exames realizados por esse laboratório, a porcentagem daqueles que correspondem a pessoas que realmente têm a doença é:

- a) 82,50%
- b) 75,00%
- c) 35,50%
- d) 27,50%
- e) 12,50%

#### Comentários:

Vamos **arbitrar uma quantidade 1.000 exames feitos no total**. Dos 1.000 exames feitos, **90% têm resultado negativo** e **10% têm resultado positivo**. Ou seja, 900 tem resultados negativos e 100 positivos.

$$1.000 \left\{ \begin{array}{l} 900 \text{ negativos} \\ 100 \text{ positivos} \end{array} \right.$$

- Dos exames com resultado negativo, isto é, dos 900 negativos calculdos acima, 95% realmente não têm a doença e 5% têm a doença.
- Dos exames com resultado positivo (100 exames), 80% realmente têm a doença e 20% não têm a doença.

Vejamos de uma maneira mais didática:

$$1.000 \left\{ \begin{array}{l} 900 \text{ negativos} \left\{ \begin{array}{l} \frac{95}{100} \times 900 = 855 \text{ não tem a doença} \\ \frac{5}{100} \times 900 = 45 \text{ tem a doença} \end{array} \right. \\ 100 \text{ positivos} \left\{ \begin{array}{l} \frac{80}{100} \times 100 = 80 \text{ tem a doença} \\ \frac{20}{100} \times 100 = 20 \text{ não tem a doença} \end{array} \right. \end{array} \right.$$



Observe que nesta tabela conseguimos demonstrar todos os exames feitos e os que realmente tem a doença e os que não tem a doença.

De todos os exames realizados por esse laboratório, isto é, dos 1.000 exames, a porcentagem daqueles que correspondem a pessoas que realmente têm a doença é:

$$p = \frac{\text{tem a doença}}{\text{total}}$$
$$p = \frac{45 + 80}{1.000} = \frac{125}{1.000} \rightarrow p = 12,5\%$$

Gabarito: Alternativa E

**21. (FGV / TJ SC - 2018) Simone mora em Florianópolis e comprou alguns móveis em uma fábrica em São Bento do Sul. O gerente da fábrica informou que o preço dos móveis seria acrescido de 20% pelo transporte da fábrica até a casa de Simone.**

Ao receber os móveis em casa, Simone pagou o total de R\$ 5.100,00.

O preço pago apenas pelos móveis foi de:

- a) R\$ 4.080,00;
- b) R\$ 4.140,00;
- c) R\$ 4.150,00;
- d) R\$ 4.220,00;
- e) R\$ 4.250,00.

#### Comentários:

Iremos chamar o valor pago pelos móveis de  $x$ .

Simone pagou pelos móveis o valor de  $x$  mais 20% de  $x$  por causa do transporte, totalizando assim um desembolso de R\$ 5.100,00.

$$x + \frac{20}{100}x = 5.100$$

$$x + 0,2x = 5.100$$

$$1,2x = 5.100$$



$$x = \frac{5.100}{1,2} \rightarrow x = 4.250$$

Sendo assim, o preço pago apenas pelos móveis foi de R\$ 4.250,00.

Gabarito: Alternativa E

**22. (FGV / ALERO - 2018) Em um saco há bolas de apenas dois tamanhos: grandes e pequenas. Cada bola ou é branca ou é preta não havendo outra cor.**

Sabe-se que:

- 70% das bolas do saco são brancas.
- 25% das bolas grandes são pretas.
- 40% das bolas pretas são pequenas.

A porcentagem de bolas brancas pequenas no saco é de

- a) 16%
- b) 18%
- c) 20%
- d) 22%
- e) 24%

#### Comentários:

Vamos **arbitrar um valor de 100 bolas no total** neste saco. Iremos montar uma tabela para melhor compreensão e visualização do problema.

	Grande	Pequena	Total
Branca			
Preta			
Total			

Vamos preencher informação por informação:

- + **70% das bolas do saco são brancas.**





	Grande	Pequena	Total
Branca			70
Preta			30
Total			100

Observe que, se há 70% de bolas brancas, e no total há 100 bolas somente brancas e pretas, é porque o restante (30%) é de bolas pretas.

 **40% das bolas pretas são pequenas.**

	Grande	Pequena	Total
Branca			70
Preta	18	$40\% \times 30 = 12$	30
Total			100

Perceba que 40% das bolas pretas (30 bolas) são pequenas, ou seja, há 12 bolas pretas pequenas.

E, como o total de bolas pretas é igual a 30 e 12 são pequenas, necessariamente, 30-12 serão grandes, isto é, 18 bolas pretas são grandes.

 **25% das bolas grandes são pretas.**

Vimos acima que 18 bolas pretas são grandes. Logo,

$$\frac{25}{100} \times G = 18 \rightarrow G = 72$$

Ou seja, há 72 bolas grandes no total entre brancas e pretas, sendo que 18 são pretas. Se 18 são pretas, o restante 72-18 são brancas, isto é, 54 são grandes e brancas. Vamos preencher a tabela por completo:

	Grande	Pequena	Total
Branca	54	$70 - 54 = 16$	70
Preta	18	12	30
Total	72	$16 + 12 = 28$	100

Perceba que das 70 bolas brancas, 54 já são grandes. Então, 16 são pequenas. E o total de bolas pequenas é igual a 16+12.



O enunciado nos questiona a porcentagem de bolas brancas pequenas no saco.

	Grande	Pequena	Total
Branca	54	16	70
Preta	18	12	30
Total	72	28	100

Temos 16 bolas brancas pequenas de um total de 100 bolas no saco. Logo, a porcentagem será:

$$p = \frac{16}{100} \rightarrow p = 16\%$$

**Obs:** Na hora da prova, você (obviamente) vai desenhar apenas uma tabela e preencher passo a passo em cima dessa única tabela desenhada. Eu desenhei algumas para, justamente, te mostrar este passo a passo.

Dito isto,

Gabarito: Alternativa **A**

**23. (FGV / MPE BA - 2017) Um supermercado anunciou: “50% de desconto, somente hoje, pacote de 500 gramas de café por apenas R\$ 9,00”.**

Nesse supermercado, o preço sem desconto de 1 kg desse mesmo café é:

- a) R\$ 18,00
- b) R\$ 24,00
- c) R\$ 27,00
- d) R\$ 36,00
- e) R\$ 45,00

**Comentários:**

Vamos chamar o valor do pacote de café de 500g de  $x$ .

Um supermercado anunciou: “50% de desconto, somente hoje, pacote de 500 gramas de café por apenas R\$ 9,00”.

Matematicamente teremos:



$$x - \frac{50}{100}x = 9$$

Ou seja, o valor original do pacote de 500g menos o desconto de 50% é igual a 9 reais. Calculando  $x$ :

$$x - 0,5x = 9$$

$$0,5x = 9$$

$$x = \frac{9}{0,5} \rightarrow \boxed{x = 18}$$



**Observe que a banca nos questiona o valor do pacote de 1kg.** E, o valor  $x$  que inicialmente arbitramos, refere-se ao pacote de 500g.

Logo, o pacote de 1kg custará o dobro.

$$\$ = 2 \times 18 \rightarrow \textcircled{\$ = 36}$$

Gabarito: Alternativa **D**

**24. (FGV / MPE RJ - 206) Lucas e Marcelo trabalham no mesmo escritório e ganham R\$ 4.500,00 e R\$ 3.600,00, respectivamente. Lucas foi promovido e ganhou aumento de 20% no seu salário. Dias depois, Marcelo foi também promovido, passou a desempenhar trabalho equivalente ao de Lucas e também passou a receber um salário igual ao dele.**

A porcentagem de aumento do salário de Marcelo foi de:

- a) 40%
- b) 50%
- c) 60%
- d) 64%
- e) 72%

#### Comentários:

Lucas e Marcelo trabalham no mesmo escritório e ganham R\$ 4.500,00 e R\$ 3.600,00, respectivamente.



Lucas foi promovido e **ganhou aumento de 20% no seu salário**. Logo, seu salário passou a ser igual a:

$$l = 4.500 + \frac{20}{100} \times 4.500$$
$$l = 4.500 + 900 \rightarrow \boxed{l = 5.400}$$

Dias depois, Marcelo foi também promovido e passou a receber um salário igual ao de Lucas, isto é, igual a R\$ 5.400,00.

Vamos determinar **o percentual de aumento que Marcelo teve em seu salário para que este chegue até o valor de R\$ 5.400,00**.

$$3.600 + \frac{i}{100} \times 3.600 = 5.400$$

Então, o salário de Marcelo mais um aumento de  $i\%$  será igual a R\$ 5.400,00. Calculando  $i$ :

$$3.600 + \frac{i}{100} \times 3.600 = 5.400$$

$$36i = 5.400 - 3.600$$

$$36i = 1.800$$

$$i = \frac{1.800}{36} \rightarrow \textcircled{i = 50}$$

Logo, a **porcentagem de aumento do salário de Marcelo foi de 50%**.

Gabarito: Alternativa **B**

**25. (FGV / CODEBA - 2016) Em uma empresa, 25% dos funcionários que vão de bicicleta para o trabalho levam marmita e 75% dos funcionários que levam marmita vão de bicicleta para o trabalho. Nessa empresa, 80 funcionários levam marmita.**

O número de funcionários que vão de bicicleta para o trabalho é

- a) 120
- b) 150
- c) 160
- d) 180
- e) 240



### Comentários:

Vamos analisar o enunciado por partes:

✚ 75% dos funcionários que levam marmita vão de bicicleta para o trabalho.

Observe que a banca informa que há 80 funcionários que levam marmita. Logo, desses 80, 75% vão de bicicleta.

$$y = \frac{75}{100} \times 80 \rightarrow \boxed{y = 60}$$

Ou seja, **60 funcionários vão de bicicleta e levam marmita.**

✚ 25% dos funcionários que vão de bicicleta para o trabalho levam marmita

Vamos chamar de ***b*** a quantidade total de funcionários que vão de bicicleta.

25% desses *x* vão de bicicleta e levam marmita. Ora, acabamos de calcular que 60 funcionários vão de bicicleta e levam marmita.

Logo, 25% desses *x* funcionários será igual a 60:

$$\frac{25}{100} \times x = 60$$

$$\frac{1}{4} \times x = 60$$

$$x = 60 \times 4 \rightarrow \boxed{x = 240}$$

Isto é, 240 funcionários vão de bicicleta para a empresa.

Gabarito: Alternativa E



## QUESTÕES COMENTADAS - FGV

### Transformação de uma Fração Ordinária em Taxa Percentual

1. (FGV / BANESTES - 2018) Mário recebeu certa quantia por um trabalho realizado e fez três despesas: gastou 20% da quantia recebida, depois gastou 30% do restante e, em seguida, gastou 40% do restante.

Em relação à quantia recebida, o gasto total de Mário foi:

- a) 50%
- b) 58,6%
- c) 66,4%
- d) 75,2%
- e) 90%

#### Comentários:

Vamos **arbitrar um valor de 100 reais para a quantia recebida por Mário**. Ele recebeu essa quantia por um trabalho realizado e fez três despesas:

- ✚ **Primeira despesa:** Gastou 20% da quantia recebida.

$$gastou = \frac{20}{100} \times 100 \rightarrow \boxed{gastou = 20}$$

E, após a primeira despesa, restará:

$$restou = 100 - 20 \rightarrow restou = 80$$

Então, após a primeira despesa, restou 80 reais para Mário.

- ✚ **Segunda despesa:** gastou 30% do restante. Observe que este "restante" é o que acabamos de calcular em cima, isto é, 80 reais.

$$gastou = \frac{30}{100} \times 80 \rightarrow \boxed{gastou = 24}$$

Logo, após esta segunda despesa, restará os 80 reais menos esses 24 que ele gastou:

$$restou = 80 - 24 \rightarrow restou = 56$$



Então, após as duas despesas, restou 56 reais para Mário.

✚ **Terceira despesa:** gastou 40% do restante, isto é, gastou 40% dos 56 reais restantes.

$$gastou = \frac{40}{100} \times 56 \rightarrow \boxed{gastou = 22,4}$$

Vamos somar o total de gastos de Mário:

$$gastos_{Total} = 20 + 24 + 22,4 \rightarrow \textcircled{gastos_{Total} = 66,4}$$

Em relação à quantia recebida (que arbitramos em 100 reais), o gasto total de Mário foi em percentual igual a:

$$p = \frac{66,4}{100} \rightarrow \textcircled{p = 66,4\%}$$

Gabarito: Alternativa C

**2. (FGV / BANESTES - 2018) Em uma população de mosquitos, 70% são transmissores do vírus da dengue e os outros não. Dos mosquitos transmissores, 40% estão infectados com o vírus da dengue e os outros não.**

Nessa população de mosquitos, os que NÃO transmitem o vírus da dengue são:

- a) 30%
- b) 42%
- c) 60%
- d) 64%
- e) 72%

**Comentários:**

Arbitraremos um **valor de 100 para a quantidade de mosquitos nessa população.**

70% são transmissores do vírus da dengue e os outros não, ou seja, 30% (30 mosquitos) não são transmissores.

Então, **já temos 30 mosquitos que NÃO TRANSMITEM** o vírus da dengue.



Dos mosquitos transmissores, isto é, dos 70 mosquitos, 40% estão infectados com o vírus da dengue ao passo que o restante, ou seja, 60% dos 70 não estão infectados.

$$\frac{60}{100} \times 70 = 42$$

Sendo assim, desses 70 mosquitos que possuem o poder de transmissão, 42 **NÃO ESTÃO INFECTADOS** e, logicamente, **NÃO TRANSMITIRÃO** o vírus.

Então, nessa população de mosquitos, os que **NÃO transmitem** o vírus da dengue são os **30 iniciais mais os 42 que acamos de calcular**.

Logo, 72 mosquitos de 100 **NÃO** transmitem o vírus. Percentualmente teremos:

$$p = \frac{72}{100} \rightarrow \mathbf{p = 72\%}$$

Gabarito: Alternativa E

3. (FGV / COMPESA - 2018) Mônica e Eduardo começaram a trabalhar no mesmo dia e tinham salários exatamente iguais. Após um certo tempo, Mônica teve um aumento de salário de 60% e Eduardo teve um aumento de 20%. Após esses aumentos, o salário de Eduardo é x % menor do que o salário de Mônica.

O valor de x é

- a) 40
- b) 35
- c) 30
- d) 25
- e) 20

**Comentários:**

Vamos **arbitrar um valor de 100** para o salário inicial de Mônica e Eduardo a fim de facilitar as contas.

Após um certo tempo, Mônica teve um aumento de salário de 60% e Eduardo teve um aumento de 20%. Ou seja, o salário de Mônica passou a ser 160 e o salário de Eduardo passou a ser 120.

Iremos calcular quanto percentualmente o salário de Eduardo corresponde ao salário de Mônica:

$$p = \frac{120}{160} \rightarrow \mathbf{p = 0,75 \text{ ou } 75\%}$$





O salário de Eduardo é 75% do salário de Mônica.

Logo, **o salário de Eduardo é 25% menor do que o salário de Mônica.**

Gabarito: Alternativa D

**4. (FGV / IBGE - 2017) Moacir entrevistou os funcionários de uma empresa que foram admitidos nos últimos cinco anos e anotou o ano em que cada um ingressou na empresa.**

O quadro abaixo mostra a marcação que Moacir fez para obter as quantidades de funcionários admitidos em cada ano a partir de 2012.

2012	00L
2013	000I
2014	0000
2015	00000
2016	0U

Desse grupo de funcionários, a porcentagem dos que foram admitidos depois de 2014 é:

- a) 30%
- b) 32%
- c) 36%
- d) 40%
- e) 45%

**Comentários:**

Os funcionários admitidos DEPOIS de 2014 são os que **entraram na empresa no ano de 2015 e no ano de 2016.**

Desse grupo total de funcionários, a porcentagem dos que foram admitidos depois de 2014 igual a:

$$p = \frac{\text{funcionários}_{2015} + \text{funcionários}_{2016}}{\text{total}}$$

$$p = \frac{24 + 8}{12 + 16 + 20 + 24 + 8}$$



$$p = \frac{32}{80} \rightarrow p = 0,4 \text{ ou } 40\%$$

Gabarito: Alternativa **D**



## QUESTÕES COMENTADAS – FGV

### Aumentos e Descontos Percentuais

1. (FGV / TCE PA – 2024) Um comerciante elevou o preço de um produto em 15%. Passado um tempo, ele resolveu propagandear que o preço do produto estava sendo oferecido em promoção, com desconto. Na verdade, ele apenas retomou o preço original, de antes do aumento.

Nesse caso, o percentual do desconto foi aproximadamente igual a

- a) 12,0%.
- b) 13,1%.
- c) 14,1%.
- d) 14,3%
- e) 15,1%.

#### Comentários:

Vamos arbitrar um valor de 100 para o produto.

Este produto sofre um aumento de  $i_1 = 15\%$  e um desconto de  $i_2\%$  passando a custar novamente os mesmos 100 iniciais.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 - i_2)$$

$$100 = 100 \times (1 + 0,15) \times (1 - i_2)$$

$$1 = 1,15 \times (1 - i_2)$$

$$1 - i_2 = \frac{1}{1,15}$$

$$1 - i_2 \cong 0,869$$

$$i_2 \cong 1 - 0,869 \rightarrow i_2 \cong 0,131 \text{ ou } 13,1\%$$

Gabarito: Alternativa B



2. (FGV / SEFAZ AM - 2022) Em certa quinta-feira o gerente de uma loja pediu ao seu funcionário para, com sua calculadora, multiplicar os preços de todos os produtos por 0,78, pois o dia seguinte seria a sexta-feira dos descontos.

O desconto que a loja estava oferecendo era de

- a) 0,78%.
- b) 78%.
- c) 0,22%.
- d) 22%.
- e) 2,2%.

#### Comentários:

Questão cobrada na prova da Secretaria da Fazenda do Estado do Amazonas. Vamos arbitrar um valor de 100 para o produto.

O gerente de uma loja pediu ao seu funcionário para multiplicar os preços de todos os produtos por 0,78. Logo, o novo produto terá um valor igual a:

$$p = 0,78 \times 100 \rightarrow p = 78$$

**Cuidado para não assinalar alternativas A e B.** A banca nos questiona o valor do desconto  $i$  que foi dado e não o preço final.

Então, o valor de 100 menos o desconto de  $i\%$  resultará no novo valor de 78. De cabeça conseguimos resolver e constatar que será um desconto de 22%. Porém, vamos resolver algebricamente.

$$100 - \frac{i}{100} \times 100 = 78$$

$$100 - i = 78$$

$$i = 100 - 78 \rightarrow i = 22\%$$

Gabarito: Alternativa D

3. (FGV / Pref. Salvador - 2017) Em 2017, na festa junina de confraternização dos funcionários de determinada empresa, houve a participação de 40% dos funcionários. A direção da empresa espera que, nos dois próximos anos, essa participação dos funcionários aumente, a cada ano, 50% em relação à participação dos funcionários no ano anterior.



Em 2019, a direção da empresa espera que a participação dos funcionários na festa junina de confraternização seja, em relação ao total de funcionários, de

- a) 50%
- b) 60%
- c) 75%
- d) 90%
- e) 130%

**Comentários:**

Vamos **arbitrar o valor de 100 para a quantidade total de funcionários da empresa**. Em 2017, na festa junina de confraternização dos funcionários de determinada empresa, houve a participação de 40% (40 funcionários).

Iremos calcular o valor dos funcionários em 2019 depois de dois anos de aumentos sucessivos de 50% em cada ano.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 + i_2)$$

$$v_{final} = 40 \times (1 + 0,5) \times (1 + 0,5)$$

$$v_{final} = 40 \times 1,5 \times 1,5 \rightarrow v_{final} = 90$$

Ou seja, a direção da empresa espera que a participação dos funcionários na festa junina de confraternização seja, em relação ao total de funcionários (que arbitramos em 100), de 90%.

Gabarito: Alternativa **D**



## QUESTÕES COMENTADAS – FGV

### Variação Percentual

1. (FGV / SSP AM - 2022) A Secretaria de Segurança Pública do Estado do Amazonas registrou as ocorrências de roubo de veículos em Manaus nos últimos anos. No ano de 2019 foram 2440 ocorrências e no ano seguinte, 1880.

Nesse período, as ocorrências de roubo de veículos em Manaus diminuíram em cerca de

- a) 14%
- b) 17%
- c) 20%
- d) 23%
- e) 26%

#### Comentários:

Vamos aplicar diretamente a fórmula da variação percentual e calcular a queda percentual nas ocorrências de roubo.

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{1.880 - 2.440}{2.440} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{-560}{2.440} \times 100$$

$$\Delta\% = -0,23 \times 100 \rightarrow \Delta\% = -23\%$$

Gabarito: Alternativa **D**

2. (FGV / PM AM - 2022) Segundo dados da PM do Estado do Amazonas, o número de veículos recuperados em 2018 foi 320 e o número de veículos recuperados em 2020 foi 870.

Comparando os dados desses dois anos, o número de veículos recuperados em 2020 foi maior que o de 2018 em cerca de:

- a) 130%.



- b) 140%.
- c) 150%.
- d) 160%.
- e) 170%.

**Comentários:**

Vamos aplicar diretamente a **fórmula da variação percentual** e calcular o aumento percentual do número de veículos recuperados em 2020 em relação à 2018.

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{870 - 320}{320} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{550}{320} \times 100$$

$$\Delta\% = 1,71 \times 100 \rightarrow \Delta\% = \mathbf{171\%}$$

Gabarito: Alternativa E

**3. (FGV / CGM Niterói - 2018) Sérgio tem 50% mais figurinhas das seleções da Copa do Mundo do que Alice. Sheila tem 25% menos figurinhas do que Alice.**

Conclui-se que

- a) Sérgio tem 20% mais figurinhas do que Sheila.
- b) Sérgio tem 25% mais figurinhas do que Sheila.
- c) Sérgio tem 50% mais figurinhas do que Sheila.
- d) Sérgio tem 75% mais figurinhas do que Sheila.
- e) Sérgio tem 100% mais figurinhas do que Sheila.

**Comentários:**

Vamos arbitrar um valor de 100 figurinhas para Alice a fim de facilitar as contas.

✚ Sérgio tem 50% mais figurinhas das seleções da Copa do Mundo do que Alice.

Logo, Sérgio ( $S_e$ ) tem:



$$Se = 100 + \frac{50}{100} \times 100 \rightarrow \boxed{Se = 150 \text{ figurinhas}}$$

✚ Sheila tem 25% menos figurinhas do que Alice.

Sheila ( $Sh$ ) tem:

$$Sh = 100 - \frac{25}{100} \times 100 \rightarrow \boxed{Sh = 75 \text{ figurinhas}}$$

Já poderíamos constatar, visualmente, que **Sérgio tem o dobro de figurinhas que Sheila. Isto é, Sérgio tem 100% a mais de figurinhas que Sheila.** Porém, iremos calcular isso na fórmula da variação percentual para melhor visualização.

Agora vamos calcular a variação percentual do que Sérgio ( $Se$ ) tem a mais que Sheila ( $Sh$ ).

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{150 - 75}{75} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{75}{75} \times 100$$

$$\Delta\% = 1 \times 100 \rightarrow \boxed{\Delta\% = 100}$$

Então, conclui-se que Sérgio tem 100% mais figurinhas do que Sheila.

Gabarito: Alternativa E

4. (FGV / TJ SC - 2015) Em uma casa de lanches, o sanduíche Big custa R\$ 8,80, o copo com refrigerante R\$ 2,50 e a porção de batatas fritas, R\$ 4,70. Entretanto, o consumidor que pedir esses três produtos juntos pagará, na promoção, apenas R\$ 14,20.

Em relação ao preço normal, o preço da promoção equivale a um desconto de, aproximadamente:

- a) 7%
- b) 9%
- c) 11%
- d) 13%





e) 15%

**Comentários:**

Vamos calcular o total pago pelo consumidor caso ele pedisse os produtos separadamente:

$$t = 8,80 + 2,50 + 4,70 \rightarrow \boxed{t = 16}$$

Entretanto, o consumidor que pedir esses três produtos juntos pagará, na promoção, apenas R\$ 14,20 ao invés do valor inicial de R\$ 16,00.

Iremos aplicar a **fórmula da variação percentual** e calcular, em relação ao preço normal de R\$ 16,00, o quanto de desconto o consumidor ganhou:

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{14,20 - 16}{16} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{-1,8}{16} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{-180}{16} \rightarrow \Delta\% = -11,25$$

Ou seja, em relação ao preço normal, o preço da promoção **equivale a um desconto de, aproximadamente 11%**.

Gabarito: Alternativa C



## QUESTÕES COMENTADAS – FGV

### Variação Acumulada

1. (FGV / PC AM - 2022) Em certo município do sul do Estado do Amazonas o índice pluviométrico no ano 2010 foi 30% menor do que o do ano anterior e, em 2011, foi 40% maior do que o do ano anterior.

Nesse município, o índice pluviométrico de 2011 foi, em relação ao índice de 2009,

- a) maior em 10%.
- b) maior em 2%.
- c) igual.
- d) menor em 2%.
- e) menor em 10%.

#### Comentários:

Vamos aplicar diretamente a fórmula da variação acumulada e calcular a variação percentual do índice nos dois anos dado uma queda de 30% em um ano acompanhada de um aumento de 40% no segundo ano.

$$(1 + i_{\text{acumulada}}) = (1 \pm i_1) \times (1 \pm i_2)$$

$$(1 + i_{\text{acumulada}}) = (1 - 0,3) \times (1 + 0,4)$$

$$(1 + i_{\text{acumulada}}) = 0,7 \times 1,4$$

$$1 + i_{\text{acumulada}} = 0,98$$

$$i_{\text{acumulada}} = 0,98 - 1 \rightarrow i_{\text{acumulada}} = -0,02 \text{ ou } -2\%$$

Gabarito: Alternativa D

2. (FGV - PM SP - 2021) Em certa cidade, o número de furtos de automóveis em maio de 2020 foi 40% menor do que em janeiro de 2020. De maio de 2020 para janeiro de 2021, houve um aumento de 45% no número de furtos de automóveis.

Nessa cidade, de janeiro de 2020 para janeiro de 2021, com relação ao número de furtos de automóveis, houve



- a) um aumento de 5%.
- b) um aumento de 12,5%.
- c) um aumento de 15%.
- d) uma redução de 13%.
- e) uma redução de 15%.

### Comentários:

Vamos arbitrar o valor de 100 como o número de furtos inicial em maio de 2020 e calcular o valor final após dois períodos.

No primeiro período houve uma queda em 40% e no segundo houve um aumento de 45%.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 - i_1) \times (1 + i_2)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 - 0,4) \times (1 + 0,45)$$

$$v_{final} = 100 \times 0,6 \times 1,45 \rightarrow \boxed{V_{final} = 87}$$

Aplicando a fórmula da variação percentual teremos:

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{87 - 100}{100} \times 100 \rightarrow \Delta\% = -13$$

Ou, poderíamos aplicar diretamente a fórmula da variação acumulada:

$$(1 + i_{acumulada}) = (1 \pm i_1) \times (1 \pm i_2)$$

$$(1 + i_{acumulada}) = (1 - 0,4) \times (1 + 0,45)$$

$$1 + i_{acumulada} = 0,6 \times 1,45$$

$$1 + i_{acumulada} = 0,87$$

$$i_{acumulada} = 0,87 - 1 \rightarrow i_{acumulada} = -0,13 \text{ ou } -13\%$$

Logo, nessa cidade, de janeiro de 2020 para janeiro de 2021, com relação ao número de furtos de automóveis, **houve uma redução de 13%**.

Gabarito: Alternativa **D**



3. (FGV / Pref. Angra RJ - 2019) Em uma região turística, uma pousada recebeu, em 2018, 20% mais hóspedes do que tinha recebido no ano anterior e, em 2019, recebeu 40% mais hóspedes do que em 2018.

Nesse período, de 2017 a 2019, o aumento do número de hóspedes que a pousada recebeu foi de

- a) 60%
- b) 62%
- c) 64%
- d) 66%
- e) 68%

#### Comentários:

Vamos aplicar a fórmula da variação acumulada após dois aumentos anuais sucessivos, um de 20% e outro de 40%:

$$(1 + i_{acumulada}) = (1 \pm i_1) \times (1 \pm i_2)$$

$$(1 + i_{acumulada}) = (1 + 0,2) \times (1 + 0,4)$$

$$(1 + i_{acumulada}) = 1,2 \times 1,4$$

$$1 + i_{acumulada} = 1,68$$

$$i_{acumulada} = 1,68 - 1 \rightarrow i_{acumulada} = 0,68 \text{ ou } 68\%$$

Você poderia também arbitrar um valor de 100 para o valor inicial do número de hóspedes da pousada e calcular o valor final após os dois aumentos sucessivos.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 + i_2)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 + 0,2) \times (1 + 0,4)$$

$$v_{final} = 100 \times 1,2 \times 1,4 \rightarrow v_{final} = 168$$

Ou seja, nesse período, de 2017 a 2019, o aumento do número de hóspedes que a pousada recebeu foi de 68%.

Gabarito: Alternativa E



4. (FGV / ALERO - 2018) O valor das ações de certa empresa sofreu queda de 8% no mês de maio, ficou estável em junho e teve queda de 15% em julho. Do início de maio até o final de julho a desvalorização do valor dessas ações foi de
- a) 20%
  - b) 21,6%
  - c) 21,8%
  - d) 23%
  - e) 24,4%

**Comentários:**

Vamos aplicar diretamente a fórmula da variação acumulada e calcular a desvalorização dessas ações de maio até julho.

$$(1 + i_{acumulada}) = (1 \pm i_1) \times (1 \pm i_2) \times (1 \pm i_3)$$

$$(1 + i_{acumulada}) = (1 - 0,08) \times (1 - 0) \times (1 - 0,15)$$

Observe que houve uma desvalorização de 8% em maio, uma estabilidade em junho e outra desvalorização de 15% em julho.

$$(1 + i_{acumulada}) = (1 - 0,08) \times (1 - 0) \times (1 - 0,15)$$

$$(1 + i_{acumulada}) = 0,92 \times 1 \times 0,85$$

$$1 + i_{acumulada} = 0,782$$

$$i_{acumulada} = 0,782 - 1 \rightarrow i_{acumulada} = -0,218 \text{ ou } -21,8\%$$

Ou seja, **do início de maio até o final de julho a desvalorização do valor dessas ações foi de 21,8%.**

Gabarito: Alternativa C

5. (FGV / ALERO - 2018) Em um determinado dia, uma ação da bolsa de valores desvalorizou 4%. No dia seguinte, essa mesma ação valorizou 4%. Ao final desses dois dias, em relação ao valor inicial, essa ação
- a) não valorizou nem desvalorizou.



- b) valorizou 0,04%.
- c) desvalorizou 0,04%.
- d) valorizou 0,16%.
- e) desvalorizou 0,16%.

**Comentários:**



Um aumento de  $i\%$  e depois um desconto de  $i\%$  **não resulta no valor inicial**

Ou seja, **jamais poderíamos marcar a Alternativa A.**

Vamos aplicar a **fórmula da variação acumulada** para calcular o que houve com essa ação ao final dos 2 dias.

$$(1 + i_{acumulada}) = (1 + 0,04) \times (1 - 0,04)$$

Observe que houve uma **valorização de 4%** (+0,04) seguida de uma **desvalorização de 4%** (-0,04).

$$(1 + i_{acumulada}) = (1 + 0,04) \times (1 - 0,04)$$

$$(1 + i_{acumulada}) = 1,04 \times 0,96$$

$$1 + i_{acumulada} = 0,9984$$

$$i_{acumulada} = 0,9984 - 1 \rightarrow i_{acumulada} = -0,0016 \text{ ou } -0,16\%$$

Ou seja, ao final desses dois dias, em relação ao valor inicial, **essa ação desvalorizou 0,16%**.

Gabarito: Alternativa E

6. (FGV / Pref. Paulínia - 2016) Uma fábrica de materiais para escritório começou a produzir em janeiro de 2013. No ano de 2014 a produção da fábrica foi 20% maior que a do ano anterior e, em 2015, por causa da crise, a produção da fábrica foi 30% menor do que a do ano anterior.



Em relação a 2013, a produção de 2015 foi menor em

- a) 10%
- b) 12%
- c) 14%
- d) 16%
- e) 18%

**Comentários:**

Vamos aplicar a **fórmula da variação acumulada** e calcular a produção depois de um aumento de 20% em 2014 e uma queda de 30% em 2015:

$$(1 + i_{acumulada}) = (1 \pm i_1) \times (1 \pm i_2)$$

$$(1 + i_{acumulada}) = (1 + 0,2) \times (1 - 0,3)$$

$$(1 + i_{acumulada}) = 1,2 \times 0,7$$

$$1 + i_{acumulada} = 0,84$$

$$i_{acumulada} = 0,84 - 1 \rightarrow i_{acumulada} = -0,16 \text{ ou } -16\%$$

Ou seja, em relação a 2013, **a produção de 2015 foi menor em 16%.**

Gabarito: Alternativa **D**






## LISTA DE QUESTÕES – FGV

### Cálculo da Porcentagem de um Número

1. (FGV / SSP AM - 2022) Em um saco há muitas bolinhas, todas do mesmo tamanho, algumas brancas, e as outras pretas. Dessas bolinhas, umas são mais leves e as outras, mais pesadas.

Sabe-se que:

-  70% de todas as bolinhas são brancas.
-  25% das bolinhas leves são pretas.
-  60% das bolinhas pretas são pesadas.

A porcentagem de bolinhas pesadas e brancas nesse saco é de

- a) 26%
- b) 30%
- c) 34%
- d) 38%
- e) 42%

2. (FGV / CBM AM - 2022) Um clube possuía, certo ano, mais de uma centena de sócios. No ano seguinte recebeu 54 novos sócios que correspondiam a 30% do número de sócios do ano anterior. No ano seguinte a esse, o clube recebeu novamente 54 novos sócios.

A porcentagem que esses últimos novos sócios representam do número de sócios do ano anterior é, aproximadamente,

- a) 30%.
- b) 27%.
- c) 25%.
- d) 23%.
- e) 21%.

3. (FGV / SSP AM - 2022) Em um saco há 180 bolinhas, umas brancas, outras pretas e não há bolinhas de outra cor. Das bolinhas do saco, 60% são pretas. São retiradas  $N$  bolinhas brancas do saco e, então a porcentagem de bolinhas pretas do saco passou a ser de 80%.

O valor de  $N$  é





- a) 20
- b) 25
- c) 30
- d) 40
- e) 45

4. (FGV / MPE GO - 2022) Antônio teve seu aluguel reajustado em 10%. O valor do aluguel reajustado é R\$ 2.772,00.

O valor do aluguel de Antônio antes do reajuste era

- a) R\$ 2.072,00.
- b) R\$ 2.494,80.
- c) R\$ 2.520,00.
- d) R\$ 2.507,70.
- e) R\$ 2.527,20.

5. (FGV - PM SP - 2021) Joana pagou uma conta vencida, com juros de 5%, no valor total (juros incluídos) de R\$ 382,20. Se Joana tivesse pagado a conta até o vencimento, teria economizado

- a) R\$ 18,20.
- b) R\$ 19,11.
- c) R\$ 20,32.
- d) R\$ 20,60.
- e) R\$ 21,22.

6. (FGV / Pref. Salvador - 2019) Em certo jogo, há fichas de apenas duas cores: brancas e pretas. Em cada uma das cores, algumas fichas são quadradas e as outras são redondas. Ronaldo está nesse jogo e, em certo momento, a quantidade de fichas que possui é tal que:

60% das suas fichas são brancas.

25% das suas fichas quadradas são pretas.

70% das suas fichas pretas são redondas.

Em relação ao total de fichas de Ronaldo, a porcentagem de fichas redondas brancas é de

- a) 18%



- b) 24%
- c) 32%
- d) 36%
- e) 45%

**7. (FGV / SEFAZ RO - 2018) Para obter tonalidades diferentes de tintas de cor cinza misturam-se quantidades arbitrárias de tintas de cores branca e preta.**

José possui 150 ml de uma tinta cinza que contém apenas 10% de tinta branca.

Assinale a opção que indica a quantidade de tinta branca que José deve acrescentar à tinta que possui, de forma que a nova mistura contenha 40% de tinta branca.

- a) 45 ml
- b) 60 ml
- c) 75 ml
- d) 90 ml
- e) 105 ml

**8. (FGV / Pref. Salvador - 2019) Sabe-se que o número  $N$  é 50% maior do que o número  $M$ .**

É correto afirmar que

- a)  $M = N/2$
- b)  $M = 2N$
- c)  $M = N/3$
- d)  $M = 2N/3$
- e)  $M = 3N/4$

**9. (FGV / Pref. Salvador - 2019) Arlindo pagou uma conta após a data de vencimento, com 10% de multa, no valor total de R\$ 379,50. Se Arlindo tivesse pago essa conta até o vencimento teria pago a menos**

- a) R\$ 37,95.
- b) R\$ 37,50.
- c) R\$ 36,75.
- d) R\$ 35,50.
- e) R\$ 34,50.



**10. (FGV / Pref. Salvador - 2019) Uma caixa tem apenas bolas azuis ou vermelhas, todas numeradas. Um terço das bolas vermelhas têm números pares e as demais bolas vermelhas têm números ímpares. Um quarto das bolas azuis têm números ímpares e as demais bolas azuis têm números pares. De todas as bolas da caixa, 48% são vermelhas.**

Do total de bolas da caixa, a porcentagem de bolas com números ímpares é

- a) 41%
- b) 42%
- c) 43%
- d) 44%
- e) 45%

**11. (FGV / IBGE - 2019) Antônio tem que visitar 120 clientes esse mês. Ele já visitou 35% dos clientes até agora.**

O número de clientes que Antônio ainda tem que visitar para cumprir sua meta é:

- a) 42
- b) 65
- c) 72
- d) 76
- e) 78

**12. (FGV / Pref. Angra - 2019) Um funcionário atende, em média, 4 clientes por hora. Para aumentar em 25% o número médio de clientes atendidos por hora, esse funcionário tem que diminuir o tempo médio de atendimento de cada cliente em**

- a) 1 minuto
- b) 2 minutos
- c) 3 minutos
- d) 4 minutos
- e) 5 minutos

**13. (FGV / MPE RJ - 2019) Carlos pagou uma conta atrasada com 5% de juros, no total de R\$ 378,00.**



Se tivesse pagado a conta em dia, sem os juros, o valor que Carlos pagaria é:

- a) R\$ 356,40;
- b) R\$ 359,10;
- c) R\$ 360,00;
- d) R\$ 360,40;
- e) R\$ 362,00.

**14. (FGV / BANESTES - 2018) Após fazer 80 arremessos à cesta, Marcelinho constatou que acertou 70% deles. Após fazer mais 20 arremessos, ele melhorou seu percentual de acertos para 71% do total de arremessos.**

Dos últimos 20 arremessos, Marcelinho errou apenas:

- a) 6
- b) 5
- c) 4
- d) 3
- e) 2

**15. (FGV / BANESTES - 2018) Uma máquina copiadora X faz a mesma quantidade de cópias que uma máquina Y em um tempo 25% maior. A máquina Y faz 800 cópias em 40 minutos.**

A máquina X, em 40 minutos, faz:

- a) 720 cópias
- b) 700 cópias
- c) 680 cópias
- d) 660 cópias
- e) 640 cópias

**16. (FGV / BANESTES - 2018) Marcela pagou uma conta vencida com 5% de juros. O valor pago por Marcela foi de R\$ 420,00.**

Se Marcela tivesse pagado a conta até o vencimento, ela teria economizado:

- a) R\$ 21,00
- b) R\$ 20,00



- c) R\$ 19,00
- d) R\$ 18,00
- e) R\$ 17,00

**17. (FGV / BANESTES - 2018) Um fabricante de papel higiênico anuncia:**

“Leve 16 e pague 15”.

O desconto percentual equivalente é:

- a) 5,75%
- b) 6,25%
- c) 6,67%
- d) 6,75%
- e) 7,33%

**18. (FGV / BANESTES - 2018) Um tanque A está completamente cheio de modo que 80% do volume corresponde a gasolina e o restante a álcool. Um tanque B, cujo volume total é 50% maior do que o do tanque A, também está completamente cheio de modo que 60% do volume corresponde a álcool e o restante a gasolina.**

Juntando-se os conteúdos dos dois tanques, a porcentagem de gasolina com relação à soma dos volumes desses dois tanques passa a ser:

- a) 60%
- b) 56%
- c) 50%
- d) 44%
- e) 40%

**19. (FGV / BANESTES - 2018) Uma carteira é formada exclusivamente por ações da VALE3 e da PETR4. Da quantidade total de ações dessa carteira, 75% correspondem a PETR4.**

Novas ações da VALE3 foram adquiridas e incorporadas a essa carteira. Com isso, a quantidade de ações da VALE3 na carteira aumentou 50%.

Com relação à nova quantidade total de ações na carteira, as da PETR4 passaram a representar, aproximadamente:



- a) 50%
- b) 57%
- c) 60%
- d) 63%
- e) 67%

**20. (FGV / BANESTES - 2018) Dos exames feitos por um laboratório para detectar uma certa doença, 90% têm resultado negativo e 10% têm resultado positivo. Dos exames com resultado negativo, 95% realmente não têm a doença e 5% têm a doença. Dos exames com resultado positivo, 80% realmente têm a doença e 20% não têm a doença.**

De todos os exames realizados por esse laboratório, a porcentagem daqueles que correspondem a pessoas que realmente têm a doença é:

- a) 82,50%
- b) 75,00%
- c) 35,50%
- d) 27,50%
- e) 12,50%

**21. (FGV / TJ SC - 2018) Simone mora em Florianópolis e comprou alguns móveis em uma fábrica em São Bento do Sul. O gerente da fábrica informou que o preço dos móveis seria acrescido de 20% pelo transporte da fábrica até a casa de Simone.**

Ao receber os móveis em casa, Simone pagou o total de R\$ 5.100,00.

O preço pago apenas pelos móveis foi de:

- a) R\$ 4.080,00;
- b) R\$ 4.140,00;
- c) R\$ 4.150,00;
- d) R\$ 4.220,00;
- e) R\$ 4.250,00.

**22. (FGV / ALERO - 2018) Em um saco há bolas de apenas dois tamanhos: grandes e pequenas. Cada bola ou é branca ou é preta não havendo outra cor.**

Sabe-se que:



- 70% das bolas do saco são brancas.
- 25% das bolas grandes são pretas.
- 40% das bolas pretas são pequenas.

A porcentagem de bolas brancas pequenas no saco é de

- a) 16%
- b) 18%
- c) 20%
- d) 22%
- e) 24%

**23. (FGV / MPE BA - 2017) Um supermercado anunciou: “50% de desconto, somente hoje, pacote de 500 gramas de café por apenas R\$ 9,00”.**

Nesse supermercado, o preço sem desconto de 1 kg desse mesmo café é:

- a) R\$ 18,00
- b) R\$ 24,00
- c) R\$ 27,00
- d) R\$ 36,00
- e) R\$ 45,00

**24. (FGV / MPE RJ - 206) Lucas e Marcelo trabalham no mesmo escritório e ganham R\$ 4.500,00 e R\$ 3.600,00, respectivamente. Lucas foi promovido e ganhou aumento de 20% no seu salário. Dias depois, Marcelo foi também promovido, passou a desempenhar trabalho equivalente ao de Lucas e também passou a receber um salário igual ao dele.**

A porcentagem de aumento do salário de Marcelo foi de:

- a) 40%
- b) 50%
- c) 60%
- d) 64%
- e) 72%



25. (FGV / CODEBA - 2016) Em uma empresa, 25% dos funcionários que vão de bicicleta para o trabalho levam marmita e 75% dos funcionários que levam marmita vão de bicicleta para o trabalho. Nessa empresa, 80 funcionários levam marmita.

O número de funcionários que vão de bicicleta para o trabalho é

- a) 120
- b) 150
- c) 160
- d) 180
- e) 240





## GABARITO

1. C
2. D
3. E
4. C
5. A
6. B
7. C
8. D
9. E
10. E
11. E
12. C
13. D
14. B
15. E
16. B
17. B
18. B
19. E
20. E
21. E
22. A
23. D
24. B
25. E



## LISTA DE QUESTÕES - FGV

### Transformação de uma Fração Ordinária em Taxa Percentual

1. (FGV / BANESTES - 2018) Mário recebeu certa quantia por um trabalho realizado e fez três despesas: gastou 20% da quantia recebida, depois gastou 30% do restante e, em seguida, gastou 40% do restante.

Em relação à quantia recebida, o gasto total de Mário foi:

- a) 50%
- b) 58,6%
- c) 66,4%
- d) 75,2%
- e) 90%

2. (FGV / BANESTES - 2018) Em uma população de mosquitos, 70% são transmissores do vírus da dengue e os outros não. Dos mosquitos transmissores, 40% estão infectados com o vírus da dengue e os outros não.

Nessa população de mosquitos, os que NÃO transmitem o vírus da dengue são:

- a) 30%
- b) 42%
- c) 60%
- d) 64%
- e) 72%

3. (FGV / COMPESA - 2018) Mônica e Eduardo começaram a trabalhar no mesmo dia e tinham salários exatamente iguais. Após um certo tempo, Mônica teve um aumento de salário de 60% e Eduardo teve um aumento de 20%. Após esses aumentos, o salário de Eduardo é  $x$  % menor do que o salário de Mônica.

O valor de  $x$  é

- a) 40
- b) 35
- c) 30



- d) 25
- e) 20

**4. (FGV / IBGE - 2017) Moacir entrevistou os funcionários de uma empresa que foram admitidos nos últimos cinco anos e anotou o ano em que cada um ingressou na empresa.**

O quadro abaixo mostra a marcação que Moacir fez para obter as quantidades de funcionários admitidos em cada ano a partir de 2012.

2012	00L
2013	000I
2014	0000
2015	00000
2016	0U

Desse grupo de funcionários, a porcentagem dos que foram admitidos depois de 2014 é:

- a) 30%
- b) 32%
- c) 36%
- d) 40%
- e) 45%



## GABARITO

1. C
2. E
3. D
4. D



## LISTA DE QUESTÕES – FGV

### Aumentos e Descontos Percentuais

1. (FGV / TCE PA – 2024) Um comerciante elevou o preço de um produto em 15%. Passado um tempo, ele resolveu propagandear que o preço do produto estava sendo oferecido em promoção, com desconto. Na verdade, ele apenas retomou o preço original, de antes do aumento.

Nesse caso, o percentual do desconto foi aproximadamente igual a

- a) 12,0%.
- b) 13,1%.
- c) 14,1%.
- d) 14,3%
- e) 15,1%.

2. (FGV / SEFAZ AM - 2022) Em certa quinta-feira o gerente de uma loja pediu ao seu funcionário para, com sua calculadora, multiplicar os preços de todos os produtos por 0,78, pois o dia seguinte seria a sexta-feira dos descontos.

O desconto que a loja estava oferecendo era de

- a) 0,78%.
- b) 78%.
- c) 0,22%.
- d) 22%.
- e) 2,2%.

3. (FGV / Pref. Salvador - 2017) Em 2017, na festa junina de confraternização dos funcionários de determinada empresa, houve a participação de 40% dos funcionários. A direção da empresa espera que, nos dois próximos anos, essa participação dos funcionários aumente, a cada ano, 50% em relação à participação dos funcionários no ano anterior.

Em 2019, a direção da empresa espera que a participação dos funcionários na festa junina de confraternização seja, em relação ao total de funcionários, de

- a) 50%



- b) 60%
- c) 75%
- d) 90%
- e) 130%



## GABARITO

1. B
2. D
3. D



## LISTA DE QUESTÕES – FGV

### Variação Percentual

1. (FGV / SSP AM - 2022) A Secretaria de Segurança Pública do Estado do Amazonas registrou as ocorrências de roubo de veículos em Manaus nos últimos anos. No ano de 2019 foram 2440 ocorrências e no ano seguinte, 1880.

Nesse período, as ocorrências de roubo de veículos em Manaus diminuíram em cerca de

- a) 14%
- b) 17%
- c) 20%
- d) 23%
- e) 26%

2. (FGV / PM AM - 2022) Segundo dados da PM do Estado do Amazonas, o número de veículos recuperados em 2018 foi 320 e o número de veículos recuperados em 2020 foi 870.

Comparando os dados desses dois anos, o número de veículos recuperados em 2020 foi maior que o de 2018 em cerca de:

- a) 130%.
- b) 140%.
- c) 150%.
- d) 160%.
- e) 170%.

3. (FGV / CGM Niterói - 2018) Sérgio tem 50% mais figurinhas das seleções da Copa do Mundo do que Alice. Sheila tem 25% menos figurinhas do que Alice.

Conclui-se que

- a) Sérgio tem 20% mais figurinhas do que Sheila.
- b) Sérgio tem 25% mais figurinhas do que Sheila.
- c) Sérgio tem 50% mais figurinhas do que Sheila.
- d) Sérgio tem 75% mais figurinhas do que Sheila.
- e) Sérgio tem 100% mais figurinhas do que Sheila.





4. (FGV / TJ SC - 2015) Em uma casa de lanches, o sanduíche Big custa R\$ 8,80, o copo com refrigerante R\$ 2,50 e a porção de batatas fritas, R\$ 4,70. Entretanto, o consumidor que pedir esses três produtos juntos pagará, na promoção, apenas R\$ 14,20.

Em relação ao preço normal, o preço da promoção equivale a um desconto de, aproximadamente:

- a) 7%
- b) 9%
- c) 11%
- d) 13%
- e) 15%



## GABARITO

1. D
2. E
3. E
4. C



## LISTA DE QUESTÕES – FGV

### Variação Acumulada

1. (FGV / PC AM - 2022) Em certo município do sul do Estado do Amazonas o índice pluviométrico no ano 2010 foi 30% menor do que o do ano anterior e, em 2011, foi 40% maior do que o do ano anterior.

Nesse município, o índice pluviométrico de 2011 foi, em relação ao índice de 2009,

- a) maior em 10%.
- b) maior em 2%.
- c) igual.
- d) menor em 2%.
- e) menor em 10%.

2. (FGV - PM SP - 2021) Em certa cidade, o número de furtos de automóveis em maio de 2020 foi 40% menor do que em janeiro de 2020. De maio de 2020 para janeiro de 2021, houve um aumento de 45% no número de furtos de automóveis.

Nessa cidade, de janeiro de 2020 para janeiro de 2021, com relação ao número de furtos de automóveis, houve

- a) um aumento de 5%.
- b) um aumento de 12,5%.
- c) um aumento de 15%.
- d) uma redução de 13%.
- e) uma redução de 15%.

3. (FGV / Pref. Angra RJ - 2019) Em uma região turística, uma pousada recebeu, em 2018, 20% mais hóspedes do que tinha recebido no ano anterior e, em 2019, recebeu 40% mais hóspedes do que em 2018.

Nesse período, de 2017 a 2019, o aumento do número de hóspedes que a pousada recebeu foi de

- a) 60%
- b) 62%
- c) 64%



- d) 66%
- e) 68%

4. (FGV / ALERO - 2018) O valor das ações de certa empresa sofreu queda de 8% no mês de maio, ficou estável em junho e teve queda de 15% em julho. Do início de maio até o final de julho a desvalorização do valor dessas ações foi de

- a) 20%
- b) 21,6%
- c) 21,8%
- d) 23%
- e) 24,4%

5. (FGV / ALERO - 2018) Em um determinado dia, uma ação da bolsa de valores desvalorizou 4%. No dia seguinte, essa mesma ação valorizou 4%. Ao final desses dois dias, em relação ao valor inicial, essa ação

- a) não valorizou nem desvalorizou.
- b) valorizou 0,04%.
- c) desvalorizou 0,04%.
- d) valorizou 0,16%.
- e) desvalorizou 0,16%.

6. (FGV / Pref. Paulínia - 2016) Uma fábrica de materiais para escritório começou a produzir em janeiro de 2013. No ano de 2014 a produção da fábrica foi 20% maior que a do ano anterior e, em 2015, por causa da crise, a produção da fábrica foi 30% menor do que a do ano anterior.

Em relação a 2013, a produção de 2015 foi menor em

- a) 10%
- b) 12%
- c) 14%
- d) 16%
- e) 18%



## GABARITO

1. D
2. D
3. E
4. C
5. E
6. D



# ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



**1** Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



**2** Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



**3** Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



**4** Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



**5** Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



**6** Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



**7** Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



**8** O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.