Aula 00

ISS-Cuiabá - Passo Estratégico de Matemática Financeira - 2024 (Pós-Edital)

Autor:

Allan Maux Santana

14 de Outubro de 2024

Índice

1) O que é o Passo Estratégico 3
2) Apresentação 4
3) Análise ISS Cuiabá 5
4) Juros simples, composto e taxas - FGV 7

O QUE É O PASSO ESTRATÉGICO?

O Passo Estratégico é um material escrito e enxuto que possui dois objetivos principais:

a) orientar revisões eficientes;

b) destacar os pontos mais importantes e prováveis de serem cobrados em prova.

Assim, o Passo Estratégico pode ser utilizado tanto para **turbinar as revisões dos alunos mais adiantados nas matérias, quanto para maximizar o resultado na reta final de estudos por parte dos alunos que não conseguirão estudar todo o conteúdo do curso regular.**

Em ambas as formas de utilização, como regra, **o aluno precisa utilizar o Passo Estratégico em conjunto com um curso regular completo.**

Isso porque nossa didática é direcionada ao aluno que já possui uma base do conteúdo.

Assim, se você vai utilizar o Passo Estratégico:

a) **como método de revisão**, você precisará de seu curso completo para realizar as leituras indicadas no próprio Passo Estratégico, em complemento ao conteúdo entregue diretamente em nossos relatórios;

b) **como material de reta final**, você precisará de seu curso completo para buscar maiores esclarecimentos sobre alguns pontos do conteúdo que, em nosso relatório, foram eventualmente expostos utilizando uma didática mais avançada que a sua capacidade de compreensão, em razão do seu nível de conhecimento do assunto.

APRESENTAÇÃO

Olá! Sou o professor ***Allan Maux*** e serei o seu analista do ***Passo Estratégico*** nas matérias de ***EXATAS.***

Para que você conheça um pouco sobre mim, segue um resumo da minha ***experiência profissional***, acadêmica e como concurseiro:

Sou, atualmente, Auditor Fiscal do Município de Petrolina – PE, ***aprovado em 2° lugar*** *no concurso de 2011.*

Sou formado em ***matemática*** *e* ***pós-graduado em direito tributário municipal****.*

Fui, por 05 anos, ***Secretário de Fazenda do Município de Petrolina****, período no qual participei da comissão que elaborou o* ***novo Código Tributário da Cidade, vigente até o momento****, colocando a cidade entre as maiores arrecadações do Estado de Pernambuco.*

Lecionei, também, em cursos preparatórios para o ITA, em Recife-PE.

Fui aprovado e nomeado no concurso para Analista da Receita Federal, em 2012.

Aprovado e nomeado, em 2007, para o cargo de gestor de tributos da Secretaria da Fazenda do Estado de Minas Gerais.

Nossa carreira como Auditor Fiscal de Petrolina é bastante atraente e me fez refletir bastante por sua manutenção, nosso salário inicial beira aos 18k e, final de carreira, passa dos 35k, basicamente, esse salário me fez refletir por aposentar as chuteiras como concurseiro e permanecer no meu Pernambuco.

Atualmente, também, leciono matemática para concursos e vestibulares, presencialmente e com aulas em vídeo.

Estou extremamente feliz de ter a oportunidade de trabalhar na equipe do "Passo", porque tenho convicção de que nossos relatórios e simulados proporcionarão uma preparação diferenciada aos nossos alunos!

Bem, vamos ao que interessa!!

Prof. Allan Maux

Análise Estatística

Inicialmente, convém destacar os percentuais de incidência de todos os assuntos previstos em nosso curso – quanto maior o percentual de incidência de um determinado assunto, maior será sua importância para nosso certame.

Nossa análise será executada em concursos realizados de *2020 a 2024* de *Matemática e RLM* da banca *FGV.*

Raciocínio Lógico:

- % de cobrança em provas anteriores	
OPERAÇÕES COM NÚMEROS REAIS	18,12%
ESTRUTURAS LÓGICAS	12,15%
PROBABILIDADE	11,27%
RACIOCÍNIO LÓGICO ENVOLVENDO PROBLEMAS GEOMÉTRICOS	10,72%
PORCENTAGEM	10,50%
MÉDIA, MODA, MEDIANA E DESVIO PADRÃO	7,40%
RAZÃO, PROPORÇÃO E REGRA DE TRÊS	7,18%
PROBLEMAS DE CONTAGEM	6,74%
DIAGRAMAS LÓGICOS	4,42%
TEORIA DOS CONJUNTOS	3,54%
RACIOCÍNIO SEQUENCIAL	3,43%
RACIOCÍNIO LÓGICO ENVOLVENDO PROBLEMAS MATRICIAIS	2,98%
LÓGICA DE ARGUMENTAÇÃO	1,55%
TOTAL	*100%*

Matemática Financeira:

- % de cobrança em provas anteriores	
JUROS SIMPLES, COMPOSTO E TAXAS	50,00%
AMORTIZAÇÕES	22,06%
DESCONTO SIMPLES E COMPOSTO	19,12%
EQUIVALÊNCIA DE CAPITAIS	8,82%
TOTAL	*100%*

Estatística:

- % de cobrança em provas anteriores	
PROBABILIDADE	33,77%
DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE	19,54%
MEDIDAS DE POSIÇÃO	17,22%
INTERVALOS DE CONFIANÇA / TESTES DE HIPÓTESES	14,24%
MEDIDAS DE DISPERSÃO	4,97%
AMOSTRAGEM	3,64%
VARIÁVEIS ALEATÓRIAS	3,31%
CORRELAÇÃO	1,99%
INTRODUÇÃO AO ESTUDO DA ESTATÍSTICA	1,32%
TOTAL	*100%*

Vocês perceberão que nos cursos de exatas os perfis das questões das bancas são muito idênticos, portanto, treinem exaustivamente principalmente aquele assunto que possui uma maior incidência em nossa análise e que você tenha mais dificuldade.

@estrategiaconcursos

@passoestrategico

@profallanmaux

Juros Simples, Composto e Taxas (FGV)

Sumário

O que é mais cobrado dentro do assunto? ... 2
Roteiro de revisão e pontos do assunto que merecem destaque ... 3
Juros Simples ... 3
Juros Composto ... 8
Regime Simples X Regime Composto ... 11
Taxas Equivalentes ... 13
Taxas Real e Taxa Aparente ... 15
Capitalização Contínua ... 16
Aposta Estratégica ... 17
Pegadinhas Estratégicas ... 18
Questões estratégicas ... 27
Questões FGV ... 27
Lista de Questões Estratégicas ... 34
Questões FGV ... 34
Gabarito - FGV ... 36

O que é mais cobrado dentro do assunto?

Considerando os tópicos que compõem o nosso assunto, possuímos a seguinte distribuição percentual:

JUROS SIMPLES E COMPOSTO	GRAU DE INCIDÊNCIA
JUROS SIMPLES	32,0%
JUROS COMPOSTO	68,0%
TOTAL	100,0%

Dentro do assunto Juros Simples, temos a seguinte divisão:

JUROS E DESCONTO SIMPLES	Grau de incidência
DESCONTO COMERCIAL SIMPLES	33,0%
JUROS SIMPLES	29,0%
DESCONTO RACIONAL SIMPLES	18,0%
TAXAS EQUIVALENTES E PROPORCIONAIS	10,0%
CÁLCULO DE TAXA EFETIVA	5,0%
RELAÇÃO ENTRE DESC. COMERCIAL E RACIONAL SIMPLES	5,0%
TOTAL	100,0%

Já no assunto Juros Composto, temos o seguinte:

JUROS E DESCONTO COMPOSTOS	Grau de incidência
TAXAS EFETIVAS, NOMINAIS E EQUIVALENTES	47,0%
JUROS COMPOSTO	37,0%
RELAÇÃO ENTRE JUROS SIMPLES E COMPOSTO	16,0%
DESCONTO COMERCIAL COMPOSTO	0,0%
DESCONTO RACIONAL COMPOSTO	0,0%
TOTAL	100,0%

Observem que no Regime Composto, a banca costuma cobrar mais os cálculos sobre as Taxas, em seguida, o cálculo do Juro Composto.

Observamos, ainda, que não houve cobrança no cálculo dos Descontos.

ROTEIRO DE REVISÃO E PONTOS DO ASSUNTO QUE MERECEM DESTAQUE

A ideia desta seção é apresentar um roteiro para que você realize uma revisão completa do assunto e, ao mesmo tempo, destacar aspectos do conteúdo que merecem atenção.

Para revisar e ficar bem preparado no assunto, você precisa, basicamente, seguir os passos a seguir:

Juros Simples

Vamos começar o estudo da Matemática Financeira com um dos assuntos mais importantes da matéria que é a operação de Juros.

Basicamente, meus amigos, toda matéria está diretamente ligada a palavra *JUROS*. Sendo, antes de tudo, extremamente importante acabarmos com o "medo" de aprender a Matemática Financeira. Obviamente, há algumas questões cujo nível de dificuldade é elevadíssimo, mas não se preocupe, não serão elas que consagrarão a sua aprovação, ok?

A princípio, vamos no ater aos conceitos básicos, acabar com o medo e receio de aprender, vamos praticar e fazer questões, simulados etc., para que, logo a seguir, nos aproximemos das resoluções das questões mais "complicadas"…ok? Uma coisa de cada vez.

CHEGA MAIS

A palavra JUROS deriva de JUS / JURIS (justiça / direito).

"E o que a justiça tem a ver com a Matemática Financeira, Prof.? "

É justo *(de direito)*, ou não, que você recebe um valor de "*aluguel*" referente a uma grana que você emprestou a um amigo, ou que você pague ao banco pelo dinheiro tomado emprestado?

Juros é exatamente isso. Um valor recebido a título de aluguel do dinheiro.

Poucas pessoas olham dessa forma e acham que o assunto é complicado, mas lembre-se de que:

JUROS é UM VALOR PAGO/RECEBIDO A TÍTULO DO ALUGUEL DO DINHEIRO

Vamos falar um pouco mais sobre isso:

Quando o banco te disponibiliza uma grana, é de direito (de jure) do banco receber tipo um aluguel pela grana. Correto?
Esse aluguel *(Juros)* depende de *Três Variáveis* que podem, de forma bem parecida, ser comparadas com o aluguel do imóvel.

- A grana emprestada, que é chamada de Capital, pode ser comparada ao valor do imóvel locado;
- O Tempo ao qual o dinheiro ficará disponibilizado se compara ao tempo em que o imóvel ficará alugado; e, por último,
- A Taxa que corresponde a um percentual que incidirá sobre o capital assim como ocorre com o percentual que incide sobre o valor do aluguel.

VARIÁVEIS	
Grana Envolvida na Operação	Capital (C)
Tempo de Uso da *Grana*	Tempo (n ou t)
Percentual Incidente Sobre a *Grana*	Taxa (i)

Diante disso, Allan, como irei fazer o cálculo do Juros?
Simples, meus caros, da mesma forma que você compra pão. Vejam:

01 Pão	*R$ 2,00*
02 Pães	*R$ 4,00*
03 Pães	*R$ 6,00*

Dá para concluir que existe uma variação de preço constante (linear) de R$ 2,00 a cada 01 pão a mais que você compra?

Chamamos isso na matemática de *Variação Linear* (constante).
De forma análoga, temos isso, também, no cálculo dos juros. Vejam aí:

Tempo (n)	*Juros (J)*
01 mês	*R$ 2,00*
02 meses	*R$ 4,00*
03 meses	*R$ 6,00*

Entendem que a cada 01 mês a mais que você fica com a grana de alguém incidirá R$ 2,00 a mais de Juros? Óbvio, correto?

Isso é tão SIMPLES que esse tipo de Regime é chamado de *JUROS SIMPLES*. Ok?

Nesse tipo de Regime sempre poderemos resolver as questões através de uma simples *Regra de Três*, ou ainda, utilizando a constante de proporcionalidade encontrada, que, também, é conhecida como Taxa de Variação, que em nosso caso foi de R$ 2,00 a cada mês, ok?
O juro obtido numa capitalização simples é encontrado facilmente pelo produto das variáveis: *Capital*, *Tempo* e *Taxa*.

$$\boldsymbol{J = C \cdot i \cdot n}$$

Vamos a um Exemplo:

Um capital de R$ 60.000,00 aplicado a uma Taxa de 5% a.m. durante um período de 02 anos gerará um Juros de:

Solução:
Bem, pessoal, é uma questão de aplicabilidade direta do nosso conhecimento sobre a matéria, correto?
Capital (C) = 60.000,00
Taxa (i) = 5% a.m. (ao mês)
Tempo (n) = 2 anos (24 meses)
Podemos fazer a aplicação direta na fórmula da seguinte maneira:

$$\boldsymbol{J = C \cdot i \cdot n}$$

$$J = 60.000{,}00 \cdot \frac{5}{100} \cdot 24$$

Simplificando, temos:

$$J = 600 \cdot 5 \cdot 24$$
$$\boldsymbol{J = 72.000,00}$$

Um outro método, sem fórmulas, é usando apenas nossa regrinha de três simples.
Como a taxa é de 5% a.m., temos um juro mensal de 5% de R$ 60.000,00 = R$ 3.000,00 (mensais).
Logo, nossa taxa de variação linear será de R$ 3.000,00 por mês.

Tempo (n)	*Juros (J)*
01 mês	*R$ 3000,00*
02 meses	*R$ 6000,00*
03 meses	*R$ 9000,00*
...	...
24 meses	*24 · 3000,00 = 72.000,00*

Um erro que acontece muito nas resoluções das questões é quando um aluno se esquece de escrever a *Taxa* e o *Tempo* numa mesma *unidade de tempo.*

Para resolvermos esse problema de Taxa e Tempo em unidades diferentes, basta usarmos o conceito de *Taxas Proporcionais*. Quem já estudou Matemática Financeira, sabe que há um outro tipo de taxa, mas não vamos falar dela ainda, ok? Uma coisa de cada vez.

Vejam que todos os conceitos estão interligados *Taxas Proporcionais* c/ *Variações Proporcionais* (Juros Simples). Vimos que no Regime de Juros Simples existe proporcionalidade (linearidade / constância) na variação. Nessa linha, utilizamos o conceito de *Taxas Proporcionais*, tão somente, como uma forma de deixar *Taxa* e *Tempo* sob uma mesma forma de medir, ok?

TAXAS	
Ao Mês	*Ao Ano*
1%	*12%*
2%	*24%*
3%	*36%*
k%	*12·k%*

Gente, não vamos ficar decorando isso não, ok? O que precisamos saber é que no Regime do Juros Simples usamos o conceito de *Taxas Proporcionais* para ajustar Taxa e Tempo.

Pessoal, antes que eu me esqueça e avancemos no assunto, existe também uma outra variável no regime de juros simples, chamada de **Montante**. E o que é o montante? Apesar de o nome ser bem sugestivo, vamos à explicação:
MONTANTE é a soma do *Capital mais o Juro*s obtido.

$$\text{Montante} = \text{Capital} + \text{Juros}$$

No exemplo anterior, seria:

$$\text{Montante} = 60.000{,}00 + 72.000{,}00$$

$$M = 132.000{,}00$$

Vamos a um outro exemplo, porém um pouco mais complicado:

Um casal realiza um financiamento imobiliário de R$ 180 000,00, a ser pago em 360 prestações mensais, com taxa de juros efetiva de 1% ao mês. A primeira prestação é paga um mês após a liberação dos recursos e o valor da prestação mensal é de R$ 500,00 mais juro de 1% sobre o saldo devedor (valor devido antes do pagamento). Observe que, a cada pagamento, o saldo devedor se reduz em R$ 500,00 e considere que não há prestação em atraso. Efetuando o pagamento dessa forma, o valor, em reais, a ser pago ao banco na décima prestação é de:

(a) 2075,00
(b) 2093,00
(c) 2138,00
(d) 2255,00
(e) 2300,00

Solução:

Vou detalhar bastante na explicação, beleza?

Vejam que essa questão aplica o conhecimento de Juros Simples; seguem as informações importantes para resolver a questão:

1. Valor do Financiamento: R$ 180.000,00
2. Taxa de Juros 1% a.m. sobre o saldo devedor
3. A 1ª prestação é paga com 30 dias, isso significa que o juro de 1% incidirá sobre o valor total do financiamento (R$ 180.000,00)
4. Cada prestação será de 500,00 + 1% sobre o Saldo Devedor.

1ª Prestação

= 500,00 + 1% de 180.000,00 =

= 500,00 + 1.800,00 =

= 2.300,00 =

2ª Prestação

= 500,00 + 1% de (180.000,00 – 500,00) =

= 500,00 + 1% de 179.500,00 =

= 500,00 + 1795,00 =

= 2.295,00 =

Haverá, constantemente, uma redução de R$ 5,00 a cada prestação, ok? Vamos organizar isso numa tabela.

Prestações	
1ª	*R$ 2.300,00*
2ª	*R$ 2.295,00*
3ª	*R$ 2.290,00*

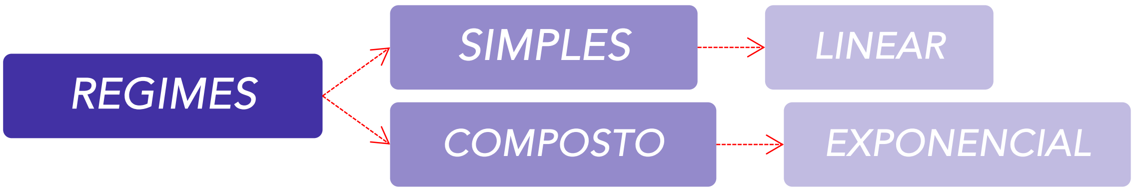
...	...
10ª	*R$ 2.255,00*

Não iremos fazer isso até a décima prestação, pois temos uma redução constante de R$ 5,00. Mas, na hora da prova, se você se sentir mais seguro, vá completando a tabela até a décima prestação e corra para marcar a resposta correta.

Juros Composto

Bem, pessoal, até o exato somente ainda não havíamos falado sobre o *Regime de Capitalização Composto*. Mas, é lógico que o bom e mau coexistem.... Se há o Simples, é óbvio que existirá o Composto, certo?

A principal característica do *Regime Simples* é sua *Variação Linear (constante)*. Já no *Regime Composto*, a variação do Juros será *Exponencial*.



Vocês precisam entender bem a matemática e parar de querer decorar tudo. A lógica aqui é a seguinte:

Vimos que no *Regime Simples* podemos usar uma simples regrinha de 3 para acharmos o resultado final da operação de Juros, ok? Ou seja:

O percentual total será obtido pela multiplicação da Taxa pelo prazo total da operação.

Exemplo: i = 5% a.m. ; n = 2 meses ; Taxa Total = *10%* (2 · 5%)

Já no *Regime Composto*, não podemos usar uma simples regrinha de 3. Nele, temos uma variação exponencial, ou seja: a Taxa final não será obtida por uma simples multiplicação, mas sim por uma *exponenciação*.

Vamos dar um exemplo:

Um capital de R$ 100,00 aplicado num período de 2 meses a uma taxa de juros composto de 2% a.m. renderá um Juros de:

C = R$ 100,00

n = 2 meses

i = 10% a.m.

Vejam que os nossos elementos são os mesmos.

Se o Regime fosse o Simples, nossa resposta seria R$ 20,00, ok?

Mas a conversa aqui é outra, então vamos capitalizar o valor no Regime Composto:

No 1º mês, temos:

- *C = 100*,
- *n = 01 mês*,
- *i = 10% a.m.*

→ $J_1 = 100 \cdot 1 \cdot 0{,}1$ = R$ 10,00 (Juros de R$ 10,00)

Percebam que no cálculo acima, achamos o Juros = R$ 10,00, logo nosso Montante atual será de R$ 110,00 que será nosso novo capital para o 2º mês.

No 2º mês, temos:

- *C = 110*,
- *n = 01 mês*,
- *i = 10% a.m.*

→ $J_2 = 110 \cdot 1 \cdot 0{,}1$ = R$ 11,00 (Juros de R$ 11,00)

Juros Total

= J1 + J2 =

= R$ 10,00 + R$ 11,00 =

R$ 21,00

A grande diferença aqui, em relação ao Regime Simples, é que a incidência da taxa de juros será sempre em relação ao valor que já sofreu um aumento da taxa anterior.

É o famoso:

JUROS SOBRE JUROS

De forma mais prática, podemos determinar de imediato o Montante da operação da seguinte forma:

$$= 100 \cdot 1{,}1 \cdot 1{,}1 =$$

$$= 100 \cdot 1{,}21 =$$

Montante = R$ 121,00

Pessoal, o 1,1 nada mais do que [100% (capital inicial) + 10% (taxa de juros)] = 110% = 1,1

Usamos duas vezes simplesmente pelo prazo ter sido n = 2 meses.
Allan, e se o prazo fosse de 3 meses, como seria esse cálculo aí?
Simples:

$$= 100 \cdot 1{,}1 \cdot 1{,}1 \cdot 1{,}1 =$$

$$= 100 \cdot 1{,}1^3 =$$

$$\textit{Montante} = R\$\ 133{,}10 =$$

Daí surge nossa principal fórmula no Regime de Capitalização Composto:

$$M = C\,(1 + i)^{n}$$

Vejam que o prazo (n) está justamente como expoente da base (1 + i), por isso que dizemos que nossa variação nesse Regime é ***exponencial***, sacaram?

Vamos dar uma lembrada na fórmula do ***Montante*** no ***Regime Simples***?

$$M = C + J$$

$$M = C + C \cdot i \cdot n$$

$$M = C\,(1 + i \cdot n)$$

Vejam que o prazo (n) está justamente como fator da taxa (i), por isso a variação no ***Regime Simples*** é ***Linear*** (constante).

REGIMES
- SIMPLES → $M = C\,(1 + i \cdot n)$
- COMPOSTO → $M = C\,(1 + i)^{n}$

Sabemos muito bem que:

$$M = C + J$$

(Independentemente do Regime)

Portanto:

$$J = M - C$$

Substituindo $M = C\,(1 + i)^{n}$

Temos:

$$J = C\,(1 + i)^{n} - C$$

$$J = C\,[(1 + i)^{n} - 1]$$

Temos mais uma fórmula, mas que não precisa ser decorada, tá bem? Basta saber a do Montante e, simplesmente, a gente chega na do Juros.

Regime Simples X Regime Composto

Será que a capitalização composta do capital sempre nos dará um montante maior, ao final da aplicação?

Que tal vermos isso com um exemplo?

Pessoal, vos apresentarei o exemplo com uma tabela para facilitar o entendimento e ser mais prático. Vamos considerar o mesmo Capital e a mesma Taxa, iremos mudar apenas o tempo da aplicação para entendermos como ele influenciará nos dois tipos de regimes.

			REGIMES DE CAPITALIZAÇÃO	
Elementos			SIMPLES	COMPOSTO
C	i (%)	n (mês)	$M = C\,(1 + in)$	$M = C\,(1 + i)^{n}$
100,00	10 = 0,1	0,5	$M = 100\,(1+0{,}1\cdot 0{,}5) = 105{,}00$	$M = 100\,(1 + 0{,}1)^{0{,}5} = 104{,}88$
100,00	10 = 0,1	1	$M = 100\,(1+0{,}1\cdot 1) = 110{,}00$	$M = 100\,(1 + 0{,}1)^{1{,}0} = 110{,}00$
100,00	10 = 0,1	2	$M = 100\,(1+0{,}1\cdot 2) = 120{,}00$	$M = 100\,(1 + 0{,}1)^{2{,}0} = 121{,}00$

Analisem a tabela e tirem suas conclusões ;)

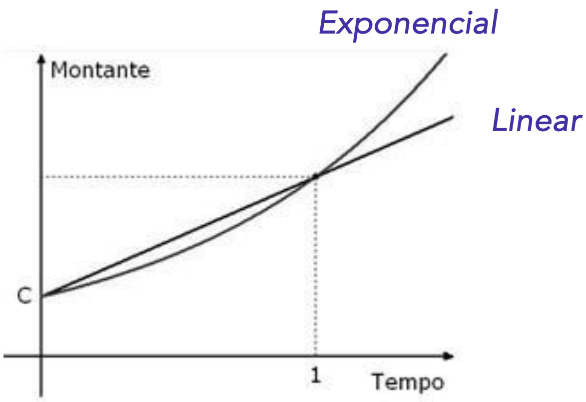
Nem sempre o Montante no Regime Composto será maior...vejam:

Prazos	Relação
$0 < n < 1$	MONTANTE SIMPLES > MONTANTE COMPOSTO
$n = 1$	MONTANTE SIMPLES = MONTANTE COMPOSTO
$n > 1$	MONTANTE SIMPLES < MONTANTE COMPOSTO

Allan, essa expressão $(1 + 0{,}1)^{0{,}5}$ foi resolvida como?
O *0,5* como expoente de qualquer base tornará a expressão numa *raiz quadrada*. Então, temos:
$1{,}1^{0{,}5} = \sqrt{1{,}1} = 1{,}0488$

$$4^{0{,}5} = \sqrt{4} = 2$$

Analisando, graficamente, a situação seria da seguinte forma:



Pessoal, já que estamos tratando de expoentes fracionários, vamos falar agora sobre a *Convenção Linear* e a *Exponencial*. Já sabemos que no Juros Simples há uma variação linear e no Composto exponencial.

De olho na tabela a anterior, sabemos que é mais vantajoso para quem cobra o juro (credor) fazê-lo pelo Regime Simples, quando $0 < n < 1$, ok? No entanto, ao mesmo tempo, para $n > 1$ a vantagem será maior para o credor no Regime Composto.

Pergunto-lhes:

Num prazo *n = 2,5*, o que o credor irá fazer para ter o valor do juro majorado ao máximo possível?
Na condição de credor, você faria o quê?
Vejam a maldade:
Para a parte inteira *n = 2 (juro composto)*, para a parte fracionária *n = 0,5 (juro simples).*
É uma mistura dos dois regimes para potencializar o juro da operação que é chamada de *CONVENÇÃO LINEAR.*

Já na *CONVENÇÃO EXPONENCIAL*, vamos trabalhar com o período total na expressão que nos fornece o montante, perfazendo um valor menor, quando comparada à CONVENÇÃO LINEAR.

TOME NOTA!

A Convenção Linear, para períodos *fracionários*, determinará um Montante de Juro maior, se comparada à Convenção Exponencial.

Taxas Equivalentes

Vimos que as taxas podem aparecer de diversas formas, ao mês, ao ano, ao bimestre, ao semestre etc.

No ***Regime Simples***, podemos afirmar que uma taxa de 10% ao mês (a.m.) ***equivale*** a 20% ao bimestre (a.b.), ok? Logo, elas são ***Taxas Equivalentes***. Basta usarmos o conceito de Taxas Proporcionais.

Já no ***Regime Composto***, a conversa é outra. Vejam:
Qual o Montante de um Capital de R$ 100,00 aplicado a uma taxa i = 10% a.m. num prazo de n = 2 meses?

$$M = C \cdot (1 + i)^n$$
$$M = 100 \cdot (1 + 0{,}1)^2$$
$$M = 100 \cdot (1{,}1)^2$$
$$M = 100 \cdot 1{,}21$$
$$M = 121{,}00$$

Percebam que o Juro total foi de R$ 21,00, logo, quando comparado ao Capital de R$ 100,00, no bimestre temos uma ***Taxa de 21%***, e não de 20%. Ou seja: no Regime Composto a Taxa Equivalente a 10% a.m. é a 21% a.b.. Nesse caso, não podemos usar uma simples multiplicação ou divisão para acharmos as Taxas Equivalentes.
Vamos a um exemplo:

> No Regime Composto, uma taxa de 10% ao trimestre equivale a que taxa anual?
>
> Temos 04 trimestres no ano, ok?
>
> Isso significa que no capital haverá uma incidência de 10% para cada 04 períodos, ok? Então, suponha um C = 100,00, seu montante será de:
>
> $$M = 100{,}00 \cdot 1{,}1 \cdot 1{,}1 \cdot 1{,}1 \cdot 1{,}1$$
>
> $$M = 100 \cdot 1{,}4641$$
>
> $$M = 146{,}41$$
>
> Nosso Juro será de R$ 46,41, quando comparado ao C = 100,00, nos dará uma Taxa Equivalente de ***46,41%.***

No entanto, temos, para aqueles que gostam de fórmulas, o seguinte:
Como os Montantes devem ser iguais, podemos fazer o seguinte:

$$(1 + i_{anual})^n = (1 + i_{trimestral})^n$$
$$(1 + i_{anual})^1 = (1 + 0,1)^4$$
$$(1 + i_{anual}) = (1,1)^4$$
$$(1 + i_{anual}) = (1,4641)$$
$$i_{anual} = 1,4641 – 1$$
$$i_{anual} = 0,4641 = \mathit{46,41\%}$$

Eu, particularmente, não vejo necessidade do uso de fórmulas. Mas....tem que goste.
Pessoal, atenção ao seguinte:
No Regime Composto, uma Taxa de 2% a.m. equivale a uma taxa anual de $(1,02)^{12} – 1 = 0,2682 =$ 26,82%.
No entanto, é muito "normal" utilizar o conceito de Taxas Proporcionais no Regime Composto da seguinte forma: Taxa de 24% ao ano com capitalização mensal. No entanto, a gente sabe muito bem que a Taxa mesmo não será de 24%, e sim de ***26,82%***.

Essa Taxa de 24% é chamada de ***Taxa Nominal***, isso acontece quando o período da taxa for diferente do período da capitalização. Já a taxa de 2% a.m. com capitalização mensal é chamada de ***Taxa Efetiva***, de fato está sendo cobrado uma taxa i = 2% a.m. que equivale a 26,82% a.a..

TAXAS	
NOMINAL	*EFETIVA*
Período da taxa diferente da Capitalização	***Período da taxa o mesmo da Capitalização***
20% a.a. c/ capitalização mensal	20% a.a. c/ capitalização anual
5% a.m. c/ capitalização diária	5% a.m. c/ capitalização mensal

Vamos a um Exemplo:

Qual a taxa efetiva trimestral, no regime composto, equivalente a uma taxa de 24% a.a. com capitalização mensal.

Primeiro, 24% é uma Taxa Nominal, o período da taxa é diferente da capitalização.

→ 24% a.a. nos dará uma Taxa Efetiva de 2% a.m.

Vamos agora calcular a Taxa Efetiva ao trimestre:

$$= (1{,}02)^3 - 1 =$$

$$= 1{,}0612 - 1 =$$

$$= \textit{6,12\% ao trimestre} =$$

Resolvemos a questão sem o uso de formulas. Particularmente, eu acho bem mais simples. Nas questões estratégicas, iremos usar fórmulas na resolução.

Taxas Real e Taxa Aparente

As palavras *Real* e *Aparente* são utilizadas aqui literalmente.

O grande divisor de águas entre as duas é uma variável chamada *Inflação*. A Inflação do período vai justamente transformar a *aparência* na *realidade*.

Quando você faz uma aplicação financeira e tem um resultado positivo de 20%, mas a inflação do período foi de 15%, *aparentemente* houve um ganho de 20%. Mas, e a inflação não tem que ser descontada desse seu rendimento? O que acham? Claro que sim.

E não é somente subtrair não, hein?!!??

Pessoal, nesse caso, eu aconselho a memorização da seguinte fórmula:

$$(1 + A) = (1 + I) \cdot (1 + R)$$

AIR (fôlego p/ passar)

- A = Taxa Aparente
- I = Inflação do Período
- R = Taxa Real

Resolvendo nosso exemplo, temos:
A = 20%
I = 15%
R = ?
Portanto, nossa Taxa Real foi de 4,35%.

$$(1 + 0{,}2) = (1 + 0{,}15) \cdot (1 + R)$$
$$1{,}2 = 1{,}15 \cdot (1 + R)$$
$$(1 + R) = \frac{1{,}2}{1{,}15}$$
$$(1 + R) = 1{,}0435$$
$$R = 0{,}0435$$
$$= 4{,}35\% =$$

E por falar em *INFLAÇÃO*, vamos abordar agora como esse tópico pode ser cobrado nas provas de *Matemática Financeira*, até porque tem tudo a ver.

Suponha que no ano ***2019*** a inflação tenha sido de *15%* e em ***2020*** de *20%*. Pergunto-lhes: Qual a inflação acumulada do período?

No impulso, o candidato poderia querer somar 15% com 20% e afirmar, categoricamente, que a inflação acumulada do biênio é de 35%. CUIDADO!!

Suponha que determinado produto que custe R$ 100,00 tenha sofrido esses dois períodos de inflação. Ao término de 2019, seu valor passou a ser de *100 · 1,15* ***= R$ 115,00.*** Observem que a inflação de 2020 incidirá sobre o novo valor, ou seja, R$ 115,00, ok? Estamos diante de uma capitalização composta. Portanto, ao término de 2020, o novo valor será de *115 · 1,20* ***= R$ 138,00.***

Logo, a inflação acumulada será de 38%.

Vejam que, se o candidato entende direitinho o estudo da Matemática Financeira, dá para fazer muitas questões sem fórmulas.
Para quem gosta de fórmulas, segue:

$$I_{Acumulada} = (1 + i_1) \cdot (1 + i_2) \cdot (1 + i_3) \cdot \ldots \cdot (1 + i \cdot {}_n) - 1$$
$$I_{Acumulada} = (1 + 0{,}15) \cdot (1 + 0{,}2) - 1$$
$$I_{Acumulada} = 1{,}15 \cdot 1{,}2 - 1 = 0{,}38 = 38\%$$

Capitalização Contínua

Pessoal, o conceito de capitalização contínua é pouco cobrado nas provas, mas o custo-benefício é muito grande.

A *capitalização contínua* utiliza o número de Euler. A banca dar esse valor como dado adicional.

Capitalização contínua:

$$M = C \cdot e^{i.n}$$

Exemplo:

Um capital de R$ 5000,00, aplicado a uma taxa de 2% a.m. por um prazo de 150 meses, no *regime de capitalização contínua*, gerará um montante de:

Use e = 2,7

$$M = C \cdot e^{i.n}$$

$$M = 5000 \cdot 2{,}7^{0{,}02.150}$$

$$M = 5000 \cdot 2{,}7^{3}$$

$$M = 98.415{,}00$$

É um tópico pouco cobrado em prova, mas de fácil resolução, fiquem atentos.

APOSTA ESTRATÉGICA

Vamos remeter nossa aposta aqui no nosso primeiro assunto da matemática financeira à grande atenção que o candidato deverá dar ao conceito de Taxas Proporcionais, ok?
Fiquem bem atentos a esse tópico do assunto Juros Simples.

Taxas Proporcionais
- Regime Simples
- Aplicação de Regra de Três

Bem, pessoal, é 100% certo que teremos questões de Juros Composto em sua prova, ok?
Mas, nossa aposta estará naquele assunto que os alunos erram bastante e, por isso, vocês devem ter um pouco mais de atenção.

TAXAS	
NOMINAL	*EFETIVA*
Período da taxa diferente da Capitalização	*Período da taxa o mesmo da Capitalização*
20% a.a. c/ capitalização mensal	20% a.a. c/ capitalização anual
5% a.m. c/ capitalização diária	5% a.m. c/ capitalização mensal

PEGADINHAS ESTRATÉGICAS

Querido aluno, cada assertiva abaixo contém uma "casca de banana" – será que você vai escorregar em alguma? (rs)

A ideia aqui é induzi-lo levemente a cometer erros, não com o intuito de desanimá-lo, mas para que você aumente a retenção do conteúdo estudado!

Vamos lá?

1. **A regra na matemática financeira é utilizar os juros comerciais ao invés de juros exatos. Nos juros comercial, o juro é calculado com base no calendário civil e no exatos adota-se um mês de 30 dias, totalizando 360 dias.**

Pessoal, quando a questão não especificar nada utilizam-se os juros comerciais.

- Juros Comerciais (ordinários, bancários) – adota-se um mês de 30 dias e o ano terá 360 dias;
- Juros exatos – utiliza-se o ano civil, isto é, pode ter 365 dias ou 366 (ano bissexto).

2. **Numa operação de Juros Simples sempre aplicaremos uma proporcionalidade inversa para determinarmos o valor total dos juros.**

Errado demais, meus amigos, numa operação de Juros Simples haverá tão somente uma aplicação de uma proporcionalidade direta, nos seguintes termos:

PRAZO	*JUROS*

1° MÊS	*200,00*
2° MÊS	*400,00*
3° MÊS	*600,00*

A proporcionalidade nos remeterá sempre a uma variação constante de forma diretamente proporcional, que no exemplo acima, é de R$ 200,00 a cada mês.

Diferentemente, ocorre na capitalização composta que deixará de ser linear e passará a ser exponencial. Ok?

3. **Em uma operação de juros simples ou compostos tem-se alguns elementos, tais como, taxa de juros, tempo, montante. Nessa operação é prescindível que as taxas e tempo estejam na mesma unidade de tempo.**

Pessoal, colocamos esse item para mostra a importância de colocar a taxa de juros e o tempo na mesma unidade. Essa regra é válida tanto para juros simples como para compostos.

Elementos de uma operação de juros:

- Capital (C) – é o valor inicial que será aplicado. Nas provas ele pode aparecer com o nome de valor atual, principal, valor presente, montante inicial, por exemplo;
- Juros (J) – é a remuneração do capital em determinado intervalo de tempo. Ele pode ser obtido através da diferença entre o Montante e o Capital (J = M-C);
- Taxa de juros (i) – define o valor do capital por unidade de tempo. Ela pode ser expressa em mensal (i = 5%am), anual (1%aa), diária (0,05%ad), entre outras;
- Tempo (n) – é o período que ocorrerá a operação de juros;
- Montante (M) – é o valor final obtido com a operação. Na prova ele pode aparecer como valor futuro, valor final, montante final, entre outros.

4. **Na matemática financeira trabalha-se com dois regimes, isto é, o simples e o compostos e é analisado crescimento do capital inicial ao longo do tempo. A diferença básica entre esses dois tipos de regimes está na taxa de juros. No regime simples, temos a incidência de juros sobre juros e é caracterizado por uma progressão aritmética crescente. Já no regime composto a taxa de juros sempre sobre o montante inicial a cada período e pode ser representada por uma função exponencial.**

Nesse item houve uma confusão na definição dos regimes. Para deixar claro as características de cada um dos regimes iremos fazer um resumo.

Regime simples:

- Os juros a cada período são iguais, pois a taxa de juros sempre incide sobre o capital inicial. Isso faz com que os juros sejam não capitalizados;

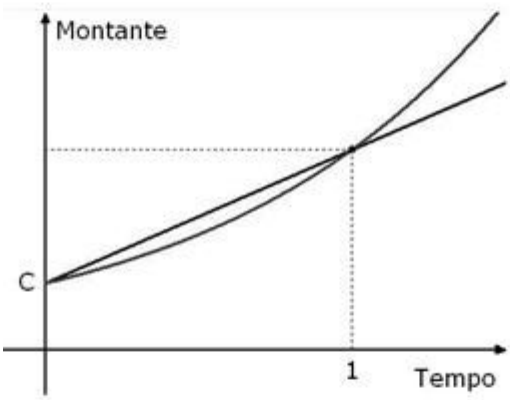
- Forma uma progressão aritmética crescente, sendo a razão dessa progressão o valor dos juros;
- Graficamente forma uma função de primeiro grau (uma reta), com crescimento linear.

Regime composto:

- Incide juros sobre juros, isto é, os rendimentos de cada período são incorporados ao capital. Desta forma, os juros são capitalizados;
- Forma uma progressão geométrica crescente, com razão igual a "1+ i";
- Graficamente é representada por uma função exponencial.

5. **Sabe-se que o montante do regime de juros simples evolui de forma linear e do regime compostos de forma exponencial. Com isso temos que os valores do montante são sempre maiores nos juros compostos. Além disso, é mais interessante para uma instituição financeira remunerar determinada aplicação sempre a taxas de juros simples.**

Pessoal, a relação entre os juros simples e composto pode ser representada pela seguinte figura:



Podemos chegar as seguintes conclusões:

- Quando a unidade de tempo é menor do que 1, o montante do simples é maior que a do composto;
- Quando a unidade de tempo é maior do que 1, o montante do composto é maior que a do simples;
- Quanto a unidade de tempo é igual a 1, os montantes são iguais.

Logo, nem sempre o montante composto será maior que o do simples, pois pode ser menor ou até mesmo iguais. Além disso, para uma instituição financeira nem sempre será vantajoso remunerar um capital a juros simples, pois se a unidade de tempo for menor do que 1 unidade o juro composto será mais interessante.

6. **No regime de juros compostos quando a taxa de juro e a unidade de tempo estiverem em unidade diferentes utiliza-se o conceito de taxas proporcionais. Isto é, basta fazer uma simples divisão ou multiplicação para chegamos a mesma unidade de tempo.**

Esse item está errado porque o conceito de taxas proporcionais é utilizado no regime de juros simples.

Por exemplo:

Tempo = 3 meses

Taxa de juros = 12% aa

Como sabemos tempos que ter taxa e tempo na mesma unidade. É mais fácil converter a taxa de anual para mensal. Para isso, basta dividir por 12 e teremos 1%am.

Outro exemplo:

Tempo = 1 ano

Taxa = 1%am.

É mais fácil converter a taxa mensal para anual, basta multiplicar por 12 e teremos 12% aa. Mas poderíamos converter o tempo para meses.

7. **João aplicou 20.000 reais a juros compostos de 12% ao ano com capitalização bimestral. Neste caso, o montante resgatado no final de um ano será 22.400 reais.**

Pessoal, esse item foi colocado para mostrar a importância de conhecer os conceitos de taxa efetiva e nominal.

- Taxa efetiva – a unidade de tempo da taxa é coincidente com a unidade de tempo do período de capitalização. Por exemplo, i=1% ao mês capitalizados mensalmente. Nas questões aparece 1% ao mês, nesse caso está implícito que a unidade de capitalização tem a mesma unidade de tempo.
- Taxa nominal – a unidade de tempo da taxa não é coincidente com a unidade de tempo do período de capitalização. Por exemplo, i = 12% ao semestre capitalizados bimestralmente.

Quando na questão vier a taxa nominal temos que transformar em taxa efetiva. Para isso, utiliza-se o conceito de taxas proporcionais. Isto é, uma simples divisão ou multiplicação para chegamos a mesma unidade de tempo.

Solução:

C = 20.000

i = 12% ao ano com capitalização bimestral (taxa nominal)

n = 1 ano = 6 bimestres

A efetiva seria a seguinte:

$$i = \frac{12}{6} = 2\%\ ao\ bimestre$$

Para converter a taxa nominal para a efetiva, basta dividir por 6 (número de bimestre que cabe em um ano).

$$M = C.(1+i)^n$$

$$M = 20.000.(1+0{,}02)^6$$

$$M = 20.000.(1{,}02)^6$$

$$M = 20.000.1{,}1261$$

$$M = 22.522$$

8. **Pedro está diante de uma questão de matemática financeira a juros compostos em que a taxa de juros é 3% ao mês e deseja converter ela para % ao trimestre. Para isso, utilizou a seguinte expressão: $(\mathbf{1}+\boldsymbol{I})^{\boldsymbol{k}} = (\mathbf{1}+\boldsymbol{i})$, onde I% ao trimestre e i % ao mês.**

Muitas questões pedem pendem para transformar as taxas efetiva de uma unidade de tempo para outra. Diferente do que ocorre no regime simples, não podemos utilizar o conceito de taxas proporcionais (dividir ou multiplicar). Para isso, utilizamos a seguinte expressão:

$$(\mathbf{1}+\boldsymbol{I}) = (\mathbf{1}+\boldsymbol{i})^{\boldsymbol{k}}$$

Onde,

I é a unidade maior (nesse caso ao trimestre);

i é a unidade menor (nesse caso ao mês);

k é sempre a unidade de tempo maior desdobrada na menor (nesse caso 3 meses, pois equivale a um trimestre).

$$(1+I) = (1+0{,}03)^3$$

$$(1+I) = (1{,}03)^3$$

$$(1+I) = 1{,}092727$$

$$I = 9{,}2727\%\ ao\ trimestre$$

9. Diante de uma questão de matemática financeira, José observou que um capital de R$ 20.000 foi aplicado 2,5 anos a uma taxa de juros composto de 10% ao ano. A questão pede para calcular o montante total utilizando a convenção linear. Sabendo disso, José deduz que na hora de aplicar a fórmula da convenção linear a parte inteira será aplicado o juro simples e na parte fracionada o juro composto.

Colocamos esse item para lembrar a fórmula da convenção linear:

$$M = C.(1+i)^{n_1}.(1+i.n_2)$$

Na convenção linear, a parte inteira (n_1) do período utilizamos os juros compostos e na parte fracionada (n_2) os juros simples.

$$M = 20.000.(1+0{,}1)^2.(1+0{,}1.0{,}5)$$

$$M = 20.000.(1{,}1)^2.(1{,}05)$$

$$M = 25.410$$

10. Um conceito importante na matemática financeira é a capitalização contínua, essa capitalização é dada pela seguinte expressão: $\boldsymbol{M = C.e^{i.n}}$, onde "e" o número de Euler (2,71828...). Com base nisso, julgue o seguinte item.

Um determinado capital de R$ 25.000 é aplicado á taxa de juros compostos de 4% am. Para se obter um montante de R$ 45.000 deve-se aplicar por 10 meses. Sendo ln (1,8) = 0,6.

Pessoal, o conceito de capitalização contínua é pouco cobrado nas provas, mas o custo-benefício é muito grande. Colocamos esse item apenas para fixar a fórmula e forma de calcular questões de capitalização contínua.

A **capitalização contínua** utiliza o número de Euler, mas na hora de se resolver uma questão temos que aplicar uma propriedade de logaritmo natural (ln). A banca dar esse valor como dado adicional.

Essa propriedade é a seguinte:

$$ln\ a^b = b.\ln a$$

Capitalização contínua:

$$M = C.e^{i.n}$$

Temos que multiplicar cada lado da equação pelo ln e depois aplicar a propriedade.

$$e^{i.n} = \frac{M}{C}$$

$$ln\, e^{i.n} = ln\left(\frac{M}{C}\right)$$

$$i.n.ln\, e = ln\left(\frac{M}{C}\right)$$

Onde, $\ln e = 1\ (sempre)$

$$i.n = ln\left(\frac{M}{C}\right)$$

Como dito, $ln\left(\frac{M}{C}\right)$ será um dado adicional na questão.

Solução:

C = 25.000

M = 45.000

ln (1,8) = 0,6

i = 4% am

n = ?

$$0{,}04.n = ln\left(\frac{45.000}{25.000}\right)$$

$$0{,}04.n = ln(1{,}8)$$

$$0{,}04.n = 0{,}6$$

$$n = 15$$

11. **Um investimento de R$ 20.000 rendeu juros de R$ 2.000. Se a inflação nesse período foi de 6% é correto afirmar que a taxa de juros real foi de 10%.**

Em questões como essa, temos que ter em mente que a taxa aparente é dada pela relação entre o montante e o capital. Aqui o capital foi de 20.000 e o montante foi de 22000 (C+J). Logo, a taxa aparente é calculada da seguinte forma $\frac{M}{C} = (1 + i_a)$.

Desta forma, fazendo os cálculos chegamos a uma taxa aparente de 10%. E o item afirma que esse valor seria para taxa real.

Para obter a taxa real temos que utilizar a seguinte expressão:

$$(1 + i_a) = (1 + i_r).(1 + i_i)$$

Onde,

Taxa aparente (i_a) – é a taxa de juros total. Não são descontados os efeitos inflacionários;

Taxa de inflação(i_i) – é o aumento generalizado de preços e representa a perda do dinheiro no tempo.

Taxa Real (i_r) – é a taxa que são descontados os efeitos inflacionários.

Solução:

C = 20.000

J = 2.000

M = C + J = 22.000

i_i =6%

A taxa aparente:

$$\frac{22.000}{20.000} = (1 + i_a)$$

$$(1 + i_a) = 1{,}1$$

$$i_a = 0{,}1 = 10\%$$

Agora a taxa real:

$$1{,}1 = (1 + i_r).1{,}06$$

$$(1 + i_r) = \frac{1{,}1}{1{,}06}$$

$$(1 + i_r) = 1{,}0377$$

$$i_r = 0{,}0377 = 3{,}77\%$$

<u>É importante saber também que:</u>

Em uma economia inflacionaria, onde a inflação é positiva, a taxa real é sempre <u>menor</u> que a taxa aparente;

Em uma economia deflacionaria, onde a inflação é negativa, a taxa real é sempre maior que a taxa aparente.

Outro conceito para ser levado para a prova é o de inflação acumulada: quando temos períodos sucessivos de inflação.

$$(1 + i_{iac}) = (1 + i_{i1}).(1 + i_{i2}) \dots .(1 + i_{in})$$

$$i_{iac} = [(1 + i_{i1}).(1 + i_{i2}) \dots .(1 + i_{in})] - 1$$

QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Nesta seção, apresentamos e comentamos uma amostra de questões objetivas selecionadas estrategicamente: são questões com nível de dificuldade semelhante ao que você deve esperar para a sua prova e que, em conjunto, abordam os principais pontos do assunto.

A ideia, aqui, não é que você fixe o conteúdo por meio de uma bateria extensa de questões, mas que você faça uma boa revisão global do assunto a partir de, relativamente, poucas questões.

Questões FGV

Q.01 (FGV/Técnico (FunSaúde CE) / Contabilidade/2021)

Em 01/01/X0, uma pessoa realizou uma aplicação com taxa de 4% ao mês, a juros simples. Os juros são recebidos no final do prazo, junto com a aplicação. Depois de 10 meses, a aplicação tinha rendido R$ 6.000 em juros.

Assinale a opção que indica o montante total do investimento, em 31/10/X0.

a) R$ 10.054.
b) R$ 12.000.
c) R$ 12.500.
d) R$ 18.500.
e) R$ 21.000.

Comentários:

Foram dadas as seguintes informações:

Juros simples!

i = 4% ao mês

n = 10 meses

J = 6.000,00

A banca quer saber o valor do montante.

$$M = C + J$$

Para os juros simples o "J" é dado por:

$$J = C \,.\, i \,.\, n$$

Como isso, podemos encontrar o valor do capital.

$$6.000 = C \,.\, 0{,}04 \,.\, 10$$

$$0{,}4C = 6.000$$

$$C = \frac{6.000}{0{,}4} = \mathbf{15.000}$$

Agora que descobrimos o "C", basta substituir na fórmula do montante.

$$M = C + J$$

$$M = 15.000 + 6.000$$

$$M = \mathbf{21.000}$$

Gabarito: E

Q.02 (FGV/ Assistente em Administração (TCE-PI) / 2021)

João aplicou R$ 4.500,00 a juros compostos. Após 2 anos de capitalização, sem que houvesse qualquer aporte ou retirada, o montante dessa aplicação era R$ 7.605,00.

Considerando-se que a taxa de juros permanece constante ao longo de todo o período, seu valor é:

a) *30% a.a.*
b) *34,5% a.a.*
c) *60% a.a.*
d) *60,5% a.a.*
e) *69% a.a.*

Comentários:

Foram dadas as seguintes informações:

Juros compostos!

- C = 4.500
- n = 2 anos
- M = 7.605
- i = ?

O montante nos juros compostos é dado por:

$$M = C \,.\, (1 + i)^n$$

Fazendo as substituições.

$$7.605 = 4.500\,.\,(1+i)^2$$
$$(1+i)^2 = \frac{7.605}{4.500}$$
$$(1+i)^2 = 1{,}69$$
$$1+i = \sqrt{1{,}69}$$
$$1+i = 1{,}3$$
$$i = 1{,}3 - 1$$
$$i = 0{,}3 = \mathbf{30\%\ a.a.}$$

Gabarito: A

Q.03 (FGV/Técnico (Fun Saúde CE)/Contabilidade/2021)

Assinale a opção que indica a taxa bimestral de juros que é equivalente a 48% ao ano, capitalizado mensalmente.

a) 3,68%.
b) 5,38%.
c) 7,36%.
d) 8,16%.
e) 9,52%.

Comentários:

Nessa questão a banca traz uma taxa nominal de 48% ao ano com capitalização mensal e quer saber qual seria a taxa efetiva ao bimestre.

A primeira coisa a ser feita é transformar a taxa nominal em taxa efetiva. Para tanto, utiliza-se o conceito de taxas proporcionais (o mesmo que utilizamos nos juros simples).

Taxa nominal = 48% ao ano com capitalização mensal

Em um ano temos 12 meses. Logo, pelo conceito de taxas proporcionais temos que dividir por 12.

$$Taxa\ efetiva = \frac{48\%}{12} = 4\%\ ao\ mês$$

Sendo que a questão quer a taxa efetiva em X% ao bimestre. Para transformar uma taxa efetiva em outra efetiva temos que utilizar o conceito de taxas equivalentes.

$$(1 + I) = (1 + i)^n$$

Dentro de um bimestre temos 2 meses. Logo, ficamos como o seguinte:

$$(1 + I) = (1 + 0{,}04)^2$$
$$(1 + I) = 1{,}04^2$$

$$(1 + I) = 1{,}0816$$

$$I = 1{,}0816 - 1$$

$$I = 0{,}0816 = \mathbf{8,16\%\ ao\ bimestre}$$

Gabarito: D

Q.04 (FGV/ Auditor Fiscal de Tributos Estaduais (SEFIN RO) / 2018)

A taxa efetiva trimestral, que é equivalente a uma taxa nominal de 120% ao ano, capitalizados mensalmente, é igual a

a) *21,78%.*
b) *30,00%.*
c) *33,10%.*
d) *46,41%.*
e) *50,00%.*

Comentários:

Pessoal, essa questão de 2018 é igual a 2021. Apenas mudou os valores. Vejam.

Nessa questão a banca traz uma taxa nominal de 120% ao ano com capitalização mensal e quer saber qual seria a taxa efetiva ao trimestre.

A primeira coisa a ser feita é transformar a taxa nominal em taxa efetiva. Para tanto, utiliza-se o conceito de taxas proporcionais (o mesmo que utilizamos nos juros simples).

Taxa nominal = 120% ao ano com capitalização mensal

Em um ano temos 12 meses. Logo, pelo conceito de taxas proporcionais temos que dividir por 12.

$$Taxa\ efetiva = \frac{120\%}{12} = 10\%\ ao\ mês$$

Sendo que a questão quer a taxa efetiva em X% ao trimestre. Para transformar uma taxa efetiva em outra efetiva temos que utilizar o conceito de taxas equivalentes.

$$(1 + I) = (1 + i)^n$$

Dentro de um trimestre temos 3 meses. Logo, ficamos como o seguinte:

$$(1 + I) = (1 + 0{,}1)^3$$

$$(1 + I) = 1{,}1^3$$

$$(1 + I) = 1{,}331$$

$$I = 1{,}331 - 1$$

$$I = 0{,}331 = \mathbf{33,1\%\ ao\ trimestre}$$

Gabarito: C

Q.05 (FGV/ Analista Econômico-Financeiro (BANESTES) / Gestão Contábil / 2018)

Um capital de R$ 5.000,00 é aplicado à taxa de juros compostos de 24% a.a. com capitalizações bimestrais. Depois de quatro meses de capitalização sem que houvesse qualquer depósito adicional ou qualquer retirada, o proprietário desse montante faz um saque de R$ 608,00 e o restante do dinheiro continuou a ser capitalizado nas mesmas condições.

Seis meses após o início dessa aplicação, o valor acumulado era:

a) *R$ 5.000,00.*
b) *R$ 4.998,00.*
c) *R$ 4.992,00.*
d) *R$ 4.948,00.*
e) *R$ 4.942,00.*

Comentários:

A taxa trazida da questão é uma taxa nominal. A primeira coisa a ser feita é converter para uma taxa efetiva. Para tanto, utiliza-se o conceito de taxas proporcionais (o mesmo que utilizamos nos juros simples).

- Taxa nominal = 24% ao ano com capitalização bimestral

Em um ano temos 6 bimestres. Logo, pelo conceito de taxas proporcionais temos que dividir por 6.

$$Taxa\ efetiva = \frac{24\%}{6} = 4\%\ ao\ bimestre$$

Portanto,

- i = 4% ao bimestre
- C = 5.000

A banca que saber quanto será o montante depois de 6 meses de aplicação. Sendo que, é dito que após 4 meses (2 bimestres) da aplicação foi retirado 608,00 e o restante continuou sendo aplicado nas mesmas condições.

<u>O montante daqui a 2 bimestres</u>:

$$M = C\,.\,(1+i)^n$$

$$M = 5.000\,.\,(1+0{,}04)^2$$

$$M = 5.000\,.\,1{,}04^2$$

$$M = 5.000\,.\,1{,}0816$$

$$M = 5.408{,}00$$

Foi retirado 608,00. Logo, o valor que continuará na aplicação será ***4.800,00*** (5.408,00 – 608,00). Portanto, esse valor será aplicado por um bimestre. Logo, será o novo capital.

O montante daqui a 1 bimestre:

$$M = C\,.\,(1+i)^n$$
$$M = 4.800\,.\,(1+0{,}04)^1$$
$$M = 4.800\,.\,1{,}04^1$$
$$M = 4.800\,.\,1{,}04$$
$$M = 4.992{,}00$$

Gabarito: C

Q.06 (FGV / Técnico Bancário (BANESTES) / 2018)

O INPC (Índice Nacional de Preços ao Consumidor) é um indicador auferido mensalmente pelo IBGE que mede a variação de preços de um conjunto de produtos e serviços. Esse índice é utilizado pelo Governo como parâmetro para os reajustes de salários dos trabalhadores brasileiros.

Se, em determinado ano, o salário mínimo nacional for reajustado (aumentado) em 6,89% e, nesse mesmo período, o INPC for de 5%, então o aumento real do poder de compra do salário mínimo será de:

a) 1,78%.
b) 1,80%.
c) 1,85%.
d) 1,89%.
e) 1,90%.

Comentários:

Nessa questão a banca quer saber qual foi o aumento real do poder de compra do salário-mínimo. Podemos encontrar esse aumento real através da seguinte expressão:

$$(1+i_a) = (1+i_r)\,.\,(1+inf)$$

Onde,

- $i_a = taxa\ aparente$
- $i_r = taxa\ real$
- $inf = inflação$

A questão traz as seguintes informações:

Reajuste no salário-mínimo = 6,89% (será a nossa taxa aparente);

INPC = 5% (será a nossa inflação).

$$(1+i_a) = (1+i_r)\,.\,(1+inf)$$
$$(1+0{,}0689) = (1+i_r)\,.\,(1+0{,}05)$$
$$1{,}0689 = 1{,}05.\,(1+i_r)$$

$$(1 + i_r) = \frac{1{,}0689}{1{,}05}$$

$$(1 + i_r) = 1{,}018$$

$$i_r = 1{,}018 - 1$$

$$i_r = 0{,}018 = \mathbf{1{,}8\%}$$

Gabarito: B

Prof. Allan Maux

LISTA DE QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Questões FGV

Q.01 (FGV/Técnico (FunSaúde CE) / Contabilidade/2021)

Em 01/01/X0, uma pessoa realizou uma aplicação com taxa de 4% ao mês, a juros simples. Os juros são recebidos no final do prazo, junto com a aplicação. Depois de 10 meses, a aplicação tinha rendido R$ 6.000 em juros.

Assinale a opção que indica o montante total do investimento, em 31/10/X0.

a) R$ 10.054.

b) R$ 12.000.

c) R$ 12.500.

d) R$ 18.500.

e) R$ 21.000.

Q.02 (FGV/ Assistente em Administração (TCE-PI) / 2021)

João aplicou R$ 4.500,00 a juros compostos. Após 2 anos de capitalização, sem que houvesse qualquer aporte ou retirada, o montante dessa aplicação era R$ 7.605,00.

Considerando-se que a taxa de juros permanece constante ao longo de todo o período, seu valor é:

a) 30% a.a.

b) 34,5% a.a.

c) 60% a.a.

d) 60,5% a.a.

e) 69% a.a.

Q.03 (FGV/Técnico (Fun Saúde CE) / Contabilidade/2021)

Assinale a opção que indica a taxa bimestral de juros que é equivalente a 48% ao ano, capitalizado mensalmente.

a) 3,68%.

b) 5,38%.

c) 7,36%.

d) 8,16%.

e) 9,52%.

Q.04 (FGV/ Auditor Fiscal de Tributos Estaduais (SEFIN RO) / 2018)

A taxa efetiva trimestral, que é equivalente a uma taxa nominal de 120% ao ano, capitalizados mensalmente, é igual a

a) 21,78%.

b) 30,00%.

c) 33,10%.

d) 46,41%.

e) 50,00%.

Q.05 (FGV/ Analista Econômico-Financeiro (BANESTES) / Gestão Contábil / 2018)

Um capital de R$ 5.000,00 é aplicado à taxa de juros compostos de 24% a.a. com capitalizações bimestrais. Depois de quatro meses de capitalização sem que houvesse qualquer depósito adicional ou qualquer retirada, o proprietário desse montante faz um saque de R$ 608,00 e o restante do dinheiro continuou a ser capitalizado nas mesmas condições.

Seis meses após o início dessa aplicação, o valor acumulado era:

a) R$ 5.000,00.

b) R$ 4.998,00.

c) R$ 4.992,00.

d) R$ 4.948,00.

e) R$ 4.942,00.

Q.06 (FGV / Técnico Bancário (BANESTES) / 2018)

O INPC (Índice Nacional de Preços ao Consumidor) é um indicador auferido mensalmente pelo IBGE que mede a variação de preços de um conjunto de produtos e serviços. Esse índice é utilizado pelo Governo como parâmetro para os reajustes de salários dos trabalhadores brasileiros.

Se, em determinado ano, o salário mínimo nacional for reajustado (aumentado) em 6,89% e, nesse mesmo período, o INPC for de 5%, então o aumento real do poder de compra do salário mínimo será de:

a) 1,78%.

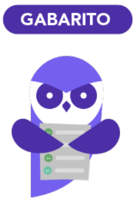
b) 1,80%.

c) 1,85%.

d) 1,89%.

e) 1,90%.

Gabarito - FGV



1	2	3	4	5	6
E	A	D	C	C	B

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.