Aula 00

BACEN (Analista - Área 2 - Economia e Finanças) Passo Estratégico de Estatística - 2024 (Pós-Edital)

Autor:

Allan Maux Santana

02 de Fevereiro de 2024

Índice

O QUE É O PASSO ESTRATÉGICO?

O Passo Estratégico é um material escrito e enxuto que possui dois objetivos principais:

a) orientar revisões eficientes;

b) destacar os pontos mais importantes e prováveis de serem cobrados em prova.

Assim, o Passo Estratégico pode ser utilizado tanto para **turbinar as revisões dos alunos mais adiantados nas matérias, quanto para maximizar o resultado na reta final de estudos por parte dos alunos que não conseguirão estudar todo o conteúdo do curso regular.**

Em ambas as formas de utilização, como regra, **o aluno precisa utilizar o Passo Estratégico em conjunto com um curso regular completo.**

Isso porque nossa didática é direcionada ao aluno que já possui uma base do conteúdo.

Assim, se você vai utilizar o Passo Estratégico:

a) **como método de revisão**, você precisará de seu curso completo para realizar as leituras indicadas no próprio Passo Estratégico, em complemento ao conteúdo entregue diretamente em nossos relatórios;

b) **como material de reta final**, você precisará de seu curso completo para buscar maiores esclarecimentos sobre alguns pontos do conteúdo que, em nosso relatório, foram eventualmente expostos utilizando uma didática mais avançada que a sua capacidade de compreensão, em razão do seu nível de conhecimento do assunto.

APRESENTAÇÃO

Olá! Sou o professor ***Allan Maux*** e serei o seu analista do ***Passo Estratégico*** nas matérias de ***EXATAS.***

Para que você conheça um pouco sobre mim, segue um resumo da minha ***experiência profissional***, acadêmica e como concurseiro:

Sou, atualmente, Auditor Fiscal do Município de Petrolina – PE, ***aprovado em 2° lugar*** *no concurso de 2011.*

Sou formado em ***matemática*** *e* ***pós-graduado em direito tributário municipal****.*

Fui, por 05 anos, ***Secretário de Fazenda do Município de Petrolina****, período no qual participei da comissão que elaborou o* ***novo Código Tributário da Cidade, vigente até o momento****, colocando a cidade entre as maiores arrecadações do Estado de Pernambuco.*

Lecionei, também, em cursos preparatórios para o ITA, em Recife-PE.

Fui aprovado e nomeado no concurso para Analista da Receita Federal, em 2012.

Aprovado e nomeado, em 2007, para o cargo de gestor de tributos da Secretaria da Fazenda do Estado de Minas Gerais.

Nossa carreira como Auditor Fiscal de Petrolina é bastante atraente e me fez refletir bastante por sua manutenção, nosso salário inicial beira aos 18k e, final de carreira, passa dos 35k, basicamente, esse salário me fez refletir por aposentar as chuteiras como concurseiro e permanecer no meu Pernambuco.

Atualmente, também, leciono matemática para concursos e vestibulares, presencialmente e com aulas em vídeo.

Estou extremamente feliz de ter a oportunidade de trabalhar na equipe do "Passo", porque tenho convicção de que nossos relatórios e simulados proporcionarão uma preparação diferenciada aos nossos alunos!

Bem, vamos ao que interessa!!

Prof. Allan Maux

ANÁLISE ESTATÍSTICA – CEBRASPE - BACEN

Inicialmente, convém destacar os percentuais de incidência de todos os assuntos previstos em nosso curso – quanto maior o percentual de incidência de um determinado assunto, maior será sua importância para nosso certame.

Nossa análise será executada em concursos realizados de *2019 a 2023* de *Matemática e RLM* da banca *CEBRASPE.*

Raciocínio Lógico e Estatística:

Raciocínio Lógico e Estatística	
PROBABILIDADE / VARIÁVEIS ALEATÓRIAS	25,40%
RACIOCÍNIO LÓGICO ENVOLVENDO PROBLEMAS ARITMÉTICOS	25,15%
ESTRUTURAS LÓGICAS / DIAGRAMAS LÓGICOS	24,79%
MEDIDAS DE POSIÇÃO E DISPERSÃO	15,71%
LÓGICA DE ARGUMENTAÇÃO / RACIOCÍNIO SEQUENCIAL	8,10%
NOÇÕES DE ESTATÍSTICA	0,86%
TOTAL	100%

Estatística:

Estatística	
AMOSTRAGEM / CORRELAÇÃO / REGRESSÃO	51,92%
INTERVALO DE CONFIANÇA / TESTE DE HIPÓTESES	27,53%
DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE	19,86%
LEI DOS GRANDES NÚMEROS	0,70%
TOTAL	100%

Vocês perceberão que nos cursos de exatas os perfis das questões das bancas são muito idênticos, portanto, treinem exaustivamente principalmente aquele assunto que possui uma maior incidência em nossa análise e que você tenha mais dificuldade.

@estrategiaconcursos

@passoestrategico

@profallanmaux

DISTRIBUIÇÕES DISCRETAS DE PROBABILIDADE

Sumário

Roteiro de revisão e pontos do assunto que merecem destaque

A ideia desta seção é apresentar um roteiro para que você realize uma revisão completa do assunto e, ao mesmo tempo, destacar aspectos do conteúdo que merecem atenção.

Para revisar e ficar bem preparado no assunto, você precisa, basicamente, seguir os passos a seguir:

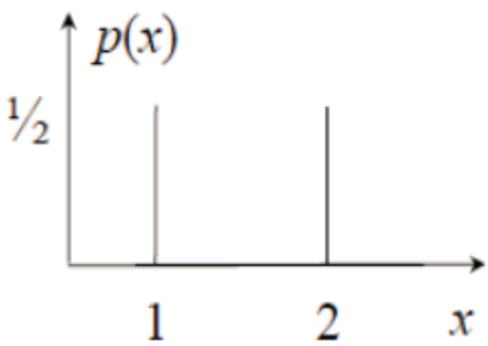
Distribuições Discretas de Probabilidade

Nessa aula iremos aprender as distribuições teóricas de probabilidade de variáveis aleatórias discretas.

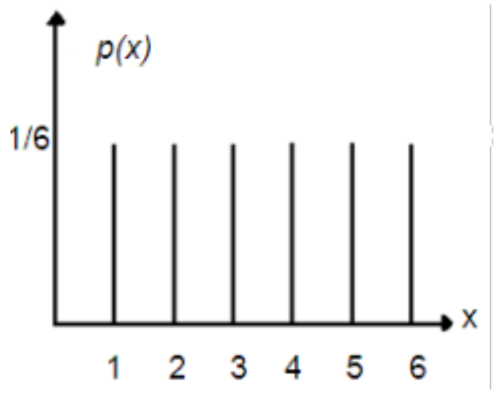
Distribuição Uniforme Discreta

A ***distribuição uniforme discreta*** é uma distribuição em que todos os elementos apresentam a mesma probabilidade de ocorrer. São exemplos desse tipo de distribuição, o lançamento de uma moeda (figura ***(A)***), o lançamento de um dado honesto (figura ***(B)***), entre outros.

(A) Lançamento de uma moeda



(B) lançamento de um dado honesto



Para exemplificar, iremos calcular a esperança dos lançamentos de um dado honesto. Como sabemos, um dado honesto tem 6 faces e as probabilidades são iguais a 1/6.

$$P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = P(5) = P(6) = \frac{1}{6}$$

X_i	$P(X_i)$	$X_i \,.\, P(X_i)$
1	1/6	$1\,.\frac{1}{6} = \frac{1}{6}$

2	1/6	$2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{6}$
3	1/6	$3 \cdot \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$
4	1/6	$4 \cdot \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$
5	1/6	$4 \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$
6	1/6	$6 \cdot \frac{1}{6} = \frac{6}{6}$
Total	$\sum_{i=1}^{6} P(X_i) = 1$	**21/6**

Portanto, a E(X) será

$$E(X) = \mu = \sum_{i=1}^{n} X_i \, . \, P(X_i) = \frac{21}{6} = 3{,}5$$

Vejam que, como trata-se de uma distribuição uniforme discreta, a esperança poderia ser feita através da média aritmética:

$$E(X) = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

Logo,

$$E(X) = \frac{1+2+3+4+5+6}{6} = \frac{21}{6} = 3{,}5$$

Distribuição de Bernoulli

Uma ***distribuição de Bernoulli*** é caracterizada pela existência de apenas dois eventos, mutuamente exclusivos, que chamamos de ***sucesso*** e ***fracasso***. Sendo a probabilidade de ***sucesso*** representado por "p" e a probabilidade de ***fracasso*** por "p-1". Além disso, é comum associar o valor 1 para o sucesso é o valor 0 para o fracasso.

A esperança da distribuição Bernoulli é dada por:

$$E(X) = p$$

Já a variância por:

$$Var(X) = p \, . \, (1 - p)$$

Sendo, $q = 1 - p$. Podemos escrever a variância da seguinte forma:

$$Var(X) = p \, . \, q$$

A fórmula da probabilidade da distribuição Bernoulli é dada por:

$$P(X = k) = p^k . \ q^{1-k}$$

Onde,

“n” é o número de repetições do experimento;

“p” é o sucesso;

“q = 1 - p” é o fracasso;

“k” é o número de vezes que o experimento irá se repetir.

Onde, X só pode assumir os valores de 0 ou 1.

Distribuição Binomial

Na ***distribuição de Probabilidade Binomial*** o experimento é repetido, nas mesmas condições, um número finito de vezes. Além disso, as tentativas devem ser independentes e cada tentativa deve ter os resultados classificados em **sucesso** e **fracasso**. Além disso, a probabilidade “p” do **sucesso** e a probabilidade “1-p” do **fracasso** devem se manter constante.

A diferença entre o experimento de ***Bernoulli*** e o ***Binomial*** está no fato de que Bernoulli é realizado apenas uma vez e binomial “n” vezes.

A probabilidade de uma distribuição binomial é dada por:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} . p^k . q^{n-k}$$

Onde,

“n” é o número de repetições do experimento;

“p” é o sucesso;

"q = 1 - p" é o fracasso;

"k" é o número de vezes que o experimento irá se repetir.

Exemplo!

Pedro lança uma moeda honesta 5 vezes, qual a probabilidade de ocorrerem exatamente dois resultados cara?

Vejam que temos as seguintes informações:

n = 5

k = 2

Sabemos que no lançamento de uma moeda honesta tanta a probabilidade de sair cara quanto a de sair coroa é igual a 1/2. No nosso experimento o sucesso será a cara e o fracasso será a coroa.

$$Evento\ sucesso = cara = p = \frac{1}{2}$$

$$Evento\ Fracasso = coroa = q = \frac{1}{2}$$

Aplicando a fórmula teremos o seguinte:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} . p^k . q^{n-k}$$

$$P(X = 2) = \binom{5}{2} . \left(\frac{1}{2}\right)^2 . \left(\frac{1}{2}\right)^{5-2}$$

Sendo,

$$\binom{n}{k} = C_{n,k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

$$\binom{5}{2} = C_{5,2} = \frac{5!}{2!\,(5-2)!} = \frac{5!}{2!\ .\ 3!} = \frac{5\ .\ 4\ .\ \cancel{3!}}{2\ .\ 1\ .\ \cancel{3!}} = \frac{20}{2} = 10$$

Logo,

$$P(X = 2) = 10\,.\frac{1}{4}\,.\frac{1}{8} = \frac{10}{32} = \frac{5}{32}$$

A esperança da distribuição Binomial é dada por:

$$E(X) = n\,.\,p$$

Já a variância por:

$$Var(X) = n\,.\,p\,.\,(1 - p)$$

Sendo, $q = 1 - p$. Podemos escrever a variância da seguinte forma:

$$Var(X) = n\,.\,p\,.\,q$$

Distribuição Geométrica

A ***distribuição geométrica***, assim como a binomial, é baseada em experimentos de Bernoulli independentes com a mesma probabilidade de sucesso "p". Sendo que, o número de experimentos acontece até que ocorra o primeiro sucesso.

A fórmula da distribuição geométrica é dada por:

$$P(X = k) = q^{k-1}\,.\,p$$

Onde,

"p" é o sucesso.

"q" é o fracasso.

Logo, o experimento irá fracassar algumas vezes e assim que ocorrer um sucesso o ele acaba.

A esperança da distribuição geométrica é dada por:

$$E(X) = \frac{1}{p}$$

Já a variância por:

$$Var(X) = \frac{q}{p^2}$$

Distribuição Hipergeométrica

A ***distribuição hipergeométrica***, assim como a binomial, é baseada em experimentos que consideram dois possíveis resultados (sucesso e fracasso). Sendo que, a seleção de elementos é sem reposição. Logo, diferente da binomial os eventos não são independentes.

Desta forma, temos "N" elementos dos quais "S" é o sucesso e "N-S" é o fracasso. Desses "N" elementos serão retiradas uma amostra de "n" elementos sem reposição. Depois disso, é calculada a probabilidade de obter "k" sucessos.

A probabilidade é dada por:

$$P(X = k) = \frac{\binom{S}{k}\binom{N-S}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

O valor de "k" será: $0 \leq k \leq n$.

A esperança da distribuição hipergeométrica é dada por:

$$E(X) = np$$

Já a variância por:

$$Var(X) = npq.\frac{N-n}{N-1}$$

Sendo,

$p = \frac{S}{N}$

$q = 1 - p$

Vejam que a esperança é igual a distribuição binomial, mas variância é igual à da binomial multiplicada por $\frac{N-n}{N-1}$.

Distribuição de Poisson

Pessoal, enquanto na probabilidade de binomial, estamos interessados na probabilidade de "S" resultados sucessos em "n" repetições do experimento. Na ***probabilidade de Poisson***, estamos interessados na probabilidade de "k" ocorrências em determinado intervalo (tempo ou espaço).

Exemplos da aplicação da distribuição de Poisson:

- Número de vezes que um telefone toca em um dia;
- Número de pessoas que são contaminadas por um vírus em determinado espaço.
- Número de defeitos de um rolo de papel de jornal de 1000 metros.

A probabilidade de Poisson partimos de uma distribuição binomial, sendo que "p" (sucesso) é muito pequeno (tende a zero) e "n" muito grande (tende a infinito). Sendo, a média dada por:

$$\lambda = np$$

Onde, λ é o número médio de vezes que um evento ocorre (quanto vezes um telefone toca em um dia).

Sabemos que na distribuição binomial a variância é dada por:

$$\sigma^2 = npq = np(1-p)$$

Como, "p" tende a zero temos que (1-p) é igual a 1. Logo,

$$\sigma^2 = npq = np\,.\,1$$

Sendo que, $\lambda = np$.

Portanto, a variância da distribuição Poisson será a seguinte:

$$\sigma^2 = \lambda$$

Desta forma, temos que na distribuição de Poisson a média e a variância são iguais.

A fórmula da probabilidade da distribuição Poisson é dada por:

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k \,.\, e^{-\lambda}}{k!}$$

Onde, "e" é o número Euler (~2,718 ...).

QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Nesta seção, apresentamos e comentamos uma amostra de questões objetivas selecionadas estrategicamente: são questões com nível de dificuldade semelhante ao que você deve esperar para a sua prova e que, em conjunto, abordam os principais pontos do assunto.

A ideia, aqui, não é que você fixe o conteúdo por meio de uma bateria extensa de questões, mas que você faça uma boa revisão global do assunto a partir de, relativamente, poucas questões.

Q.01 (Instituto AOCP - Analista (EBSERH HU-UFGD)/Administrativo/Economia/2014)

A distribuição que apresenta o caso mais simples de variável aleatória discreta, em que cada valor possível ocorre com a mesma probabilidade, é a

a) Distribuição Binomial.

b) Distribuição de Poisson.

c) Distribuição Uniforme Discreta.

d) Distribuição de Bernoulli.

e) Distribuição Tripla.

Comentários:

Nessa questão, a banca traz o conceito de distribuição uniforme discreta. Os demais conceitos vimos ao longo de nossa aula (tirando distribuição tripla, invenção da banca).

Gabarito: C

Q.02 (FCC - Analista Judiciário (TRF 2ª Região)/Apoio Especializado/Estatística/2012)

A variável aleatória X tem distribuição uniforme discreta nos pontos 1,2,3,4,5. A variância da variável aleatória $Y = 3X - 3$ é igual a

a) 10.

b) 12.

c) 15.

d) 16.

e) 18.

Comentários:

Pessoal, nessa questão temos uma distribuição uniforme discreta. E os dados fornecidos foram os seguintes:

X={1, 2, 3, 4, 5}

Y = 3X – 3

E é pedido a variância da variável Y.

A primeira coisa a ser feita é calcular a média (esperança) da distribuição contínua. Como vimos na teoria, podemos encontrar essa média através da média aritmética, uma vez que a probabilidade é a mesma.

$$E(X) = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

$$E(X) = \frac{1+2+3+4+5}{5} = \frac{15}{5} = 3$$

De posse da média podemos calcular a variância.

$$Var(X) = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - E(X))^2}{n}$$

- $$Var(X) = \frac{(1-3)^2 + (2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2}{5} = \frac{4+1+0+1+4}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

Portanto, Var(X) = 2

Para calcular a Var(Y) utilizamos a expressão dada pela banca.

$$Y = 3X - 3$$

Como sabemos a variância não é afetada por soma ou subtração.

$$Var(Y) = Var(3X)$$

Quando multiplicamos a variância por de uma constante "k", a variância fica multiplicada pelo quadrado dessa constante.

$$Var(Y) = 3^2 .\ Var(X)$$

Sendo, Var(X) = 2.

$$Var(Y) = 9\ .\ 2 = 18$$

Gabarito: E

Q.03 (ESMARN - Estagiário (TJ RN)/Estatística/2014)

Assinale a alternativa que representa CORRETAMENTE uma sequência de tentativas de Bernoulli:

a) Número de falhas de uma máquina.

b) Quantidade de chuva medida em milímetros.

c) Classificação de um produto como bom, regular, ruim ou péssimo.

d) Classificação da pressão sanguínea como normal ou não.

e) Nenhuma das respostas.

Comentários:

Sabemos que um experimento Bernoulli é caracterizado pela existência de apenas dois eventos, mutuamente exclusivos, isto é, sucesso e fracasso. Analisando as alternativas podemos observar que a **D** apresenta uma sequência de tentativas Bernoulli, pois temos apenas dois resultados (pressão sanguínea normal ou pressão sanguínea não normal).

Gabarito: D

Q.04 (Instituto AOCP - Analista (EBSERH HE-UFPEL)/Administrativo/Estatística/2015)

O sucesso, S, em certo procedimento cirúrgico, tem uma probabilidade de 0,95. O resultado do procedimento é um evento aleatório dicotômico podendo ocorrer somente sucesso ou insucesso e pode ser representado pela variável aleatória X. Assim, o nome da distribuição de probabilidade relacionada com essa variável aleatória e a sua função de probabilidade são, respectivamente:

a) Distribuição Normal e $P(X = x) = 0{,}95^x 0{,}05^{1-x}\ x = 0{,}1.$

b) Distribuição Binomial e $P(X = x) = \binom{n}{x} 0{,}95^x 0{,}05^{n-x}\ x = 0{,}1, \dots, n.$

c) Distribuição Normal e $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2}\ X \in R.$

d) Bernoulli e $P(X = x) = 0{,}95^x 0{,}05^{1-x}\ x = 0{,}1.$

e) Bernoulli e $P(X = x) = \binom{n}{x} 0{,}95^x 0{,}05^{n-x}\ x = 0{,}1.$

Comentários:

Pessoal, a questão fala de um experimento que só pode assumir dois resultados (sucesso e insucesso). E quer saber distribuição representa esse experimento. Como sabemos, essa distribuição só pode ser a Bernoulli. Desta forma, ficamos com as alternativas D e E.

Vejam que a resposta só pode ser a letra D, pois na E temos uma fórmula parecida com a distribuição Binomial.

Gabarito: D

Q.05 (CEBRASPE (CESPE) - Analista (SERPRO)/Ciência de Dados/2021)

Considerando que a tabela precedente mostra o cruzamento de duas variáveis categorizadas A e B, Considerando que o número X de erros registrados em determinado tipo de código computacional siga uma distribuição binomial com média igual a 4 e variância igual a 3, julgue o item a seguir.

É impossível haver registros de 18 erros nesse tipo de código computacional.

C – CERTO

E - ERRADO

Comentários:

Pessoal, essa é uma questão de distribuição binomial. E diz que é impossível haver registros de 18 erros. Logo, quer saber o valor do “n”. Foram dadas as seguintes informações:

E(X) = 4

Var(X) = 3

Sabemos que as fórmulas da esperança e da variância para uma distribuição binomial são dadas por:

$$E(X) = np$$

$$Var(X) = npq$$

Onde, $q = 1 - p$.

Fazendo as substituições teremos o seguinte:

$$4 = np \ \ (1)$$

$$3 = npq \ \ (2)$$

Vejam que podemos substituir o “np” da equação (1) na equação (2) e com isso encontrar o “q”.

$$3 = 4q$$

$$q = \frac{3}{4}$$

Logo,

$$q = 1 - p$$

$$\frac{3}{4} = 1 - p$$

$$\frac{3}{4} - 1 = -p \quad \rightarrow \quad -p = \frac{3-4}{4} \quad \rightarrow \quad -p = -\frac{1}{4}$$

$$p = \frac{1}{4}$$

Sabendo o valor de “p”, basta substituir na equação (1) e teremos o valor de “n”.

$$4 = np$$

$$4 = n.\frac{1}{4}$$

$$n = 16$$

Portanto, correta a questão. Pois é impossível ter mais de 18 erros.

Gabarito: Certo

Q.06 (CEBRASPE (CESPE) - Analista (SERPRO)/Ciência de Dados/2021)

Considerando que a tabela precedente mostra o cruzamento de duas variáveis categorizadas A e B, Considerando que o número X de erros registrados em determinado tipo de código computacional siga uma distribuição binomial com média igual a 4 e variância igual a 3, julgue o item a seguir.

P(X=0)=3/4.

C – CERTO

E - ERRADO

Comentários:

Pessoal, na questão anterior encontramos que o valor de "n" foi 16. Além disso, vimos que "p" foi 1/4 e que "q" foi 3/4.

Com essas informações, basta utilizar a fórmula da probabilidade binomial e verificar se realmente P(X=0) é 3/4.

$$P(X = k) = \binom{n}{k} . p^k . q^{n-k}$$

$$P(X = 0) = \binom{16}{0} . \left(\frac{1}{4}\right)^0 . \left(\frac{3}{4}\right)^{16-0}$$

Sendo,

$$\binom{n}{k} = C_{n,k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

$$\binom{16}{0} = C_{16,0} = \frac{16!}{0!\,(16-0)!} = \frac{16!}{0!\ .\ 16!} = 1$$

Pessoal, na prova quando tivermos uma combinação de "n" zero a zero. O resultado é sempre o 1. Como demonstrado acima.

Além disso, o fatorial de zero e 1 será igual a 1.

0! =1

1! =1

Voltando ao cálculo de P(X=0)

$$P(X = 0) = 1 . \left(\frac{1}{4}\right)^0 . \left(\frac{3}{4}\right)^{16}$$

$$P(X = 0) = 1 . 1 . \left(\frac{3}{4}\right)^{16}$$

$$P(X = 0) = \left(\frac{3}{4}\right)^{16}$$

Portanto, está errada a questão.

Gabarito: Errado

Q.07 (VUNESP - Administrador Judiciário (TJ SP)/2019)

Em uma eleição, sabe-se que 40% dos eleitores são favoráveis ao candidato X e o restante ao candidato Y. Extraindo uma amostra aleatória, com reposição, de tamanho 3 da população de eleitores, obtém-se que a probabilidade de que no máximo 1 eleitor da amostra seja favorável ao candidato X é igual a

a) 36,0%.

b) 43,2%.

c) 64,8%.

d) 78,4%.

e) 35,2%.

Comentários:

As informações dadas na questão são as seguintes:

Favorável ao candidato X =40% = 0,4

Favorável ao candidato Y = 60% = 0,6

Amostra igual a 3 (n=3)

A banca quer saber qual a probabilidade de no máximo 1 eleitor ser favorável ao candidato X. Logo, X é o sucesso e Y é o fracasso.

$$P(X = k) = \binom{n}{k} . p^k . q^{n-k}$$

No máximo 1 é a soma de P(X=0) e P(X=1).

Cálculo de P(X=0)

$$P(X = 0) = \binom{3}{0} . 0{,}4^0 . 0{,}6^{3-0}$$

Sendo,

$$\binom{3}{0} = C_{3,0} = 1$$

$$P(X = 0) = 1 . 1 . 0{,}6^3 = 0{,}216$$

Cálculo de P(X=1)

$$P(X = 0) = \binom{3}{1} . 0{,}4^1 . 0{,}6^{3-1}$$

Sendo,

$$\binom{n}{k} = C_{n,k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

$$\binom{3}{1} = C_{3,1} = \frac{3!}{1!\,(3-1)!} = \frac{3!}{1!\ .\ 2!} = \frac{3\ .\ 2!}{1\ .\ 2!} = 3$$

Pessoal, quando tivermos uma combinação de “n” 1 a 1. O resultado é sempre o “n”. Como demonstrado acima.

$$P(X = 1) = 3 . 0{,}4 . 0{,}6^2 = 1{,}2 . 0{,}36 = 0{,}432$$

Portanto,

$$P(X = 0) + P(X = 1) = 0{,}216 + 0{,}432 = 0{,}648 = 68{,}4\%$$

Gabarito: C

Q.08 (FGV - Técnico Superior Especializado (DPE RJ)/Estatística/2019)

Para que as pessoas que aguardam atendimento em uma repartição pública fiquem acomodadas com relativo conforto, é necessário que o recinto seja dimensionado à razão de um metro quadrado de espaço para cada cidadão em espera.

Se o número de pessoas que comparece, por dia, tem distribuição geométrica, com parâmetro p = 0,2, é correto afirmar que:

a) em função da distribuição do número de pessoas, o tamanho médio ideal do recinto deve ser de 16 metros quadrados.

b) a probabilidade de que uma sala de espera com 4 metros quadrados não seja confortável em certo dia é (0,2).(0,8)^4.

c) a probabilidade de que uma sala com 3 metros quadrados fique subutilizada em certo dia é igual a 0,448.

d) considerando uma sala de espera que tem 20 metros quadrados e o fato de que 18 pessoas já estão aguardando, a probabilidade de que atinja sua lotação exata é igual a 0,16.

e) a distribuição de probabilidade do tamanho (A) de sala ideal, a cada dia, é dada por P (A=x) = (0,2)^2.(0,8)^{2x} para X=1,2,3,...

Comentários:

Pessoal, essa é uma questão de distribuição geométrica. Para o conforto das pessoas que aguardam atendimento é necessário um metro quadrado por pessoa. A banca diz que "p" é igual a 0,2. Com base nessas informações iremos analisar as alternativas apresentadas pela banca.

Letra A) ***em função da distribuição do número de pessoas, o tamanho médio ideal do recinto deve ser de 16 metros quadrados.***

Aqui temos que calcular a média. Sabemos que a média (esperança) da distribuição geométrica é dada por:

$$E(X) = \frac{1}{p}$$

Onde,

p=0,2

$$E(X) = \frac{1}{0,2} = 5$$

Logo, errada a alternativa.

Letra B) ***a probabilidade de que uma sala de espera com 4 metros quadrados não seja confortável em certo dia é (0,2).(0,8)^4.***

Nessa alternativa, iremos utilizar a fórmula da probabilidade da distribuição geométrica.

$$P(X = k) = q^{k-1} \, . \, p$$

Onde,

k=4

p = 0,2

q = 1-p = 1 – 0,2 = 0,8

$$P(X = 4) = 0,8^{4-1} \, . \, 0,2$$

$$P(X = 4) = 0,8^{3} \, . \, 0,2$$

Logo, errada a alternativa.

Letra C) ***a probabilidade de que uma sala com 3 metros quadrados fique subutilizada em certo dia é igual a 0,448.***

Aqui também é pedida a probabilidade.

$$P(X = k) = q^{k-1} \,.\, p$$

Onde,

k=3

p = 0,2

q = 1-p = 1 – 0,2 = 0,8

$$P(X = 3) = 0{,}8^{3-1} \,.\, 0{,}2$$

$$P(X = 3) = 0{,}8^{2} \,.\, 0{,}2 = 0{,}64 \,.\, 0{,}2 = 0{,}128$$

Logo, errada a alternativa.

Letra D) ***considerando uma sala de espera que tem 20 metros quadrados e o fato de que 18 pessoas já estão aguardando, a probabilidade de que atinja sua lotação exata é igual a 0,16.***

Nessa alternativa, tempos que a sala de espera tem 20 metros quadrados e que já tem 18 pessoas aguardando. A banca quer saber se a probabilidade de atingir o máximo de lotação é 0,16. Vejam que faltam duas pessoas para atingir esse máximo. Logo, "k" será 2.

Aplicando a fórmula da probabilidade teremos o seguinte:

$$P(X = k) = q^{k-1} \,.\, p$$

Onde,

k=2

p = 0,2

q = 1-p = 1 – 0,2 = 0,8

$$P(X = 2) = 0{,}8^{2-1} \,.\, 0{,}2$$

$$P(X = 3) = 0{,}8 \,.\, 0{,}2 = 0{,}16$$

Portanto, resposta da questão.

Letra E) ***a distribuição de probabilidade do tamanho (A) de sala ideal, a cada dia, é dada por P (A=x) = $(0,2)^2.(0,8)^{2x}$ para X=1,2,3,...***

Errada, pois a distribuição de probabilidade será dada por:

$$P(X = k) = q^{k-1} \, . \, p$$

$$P(X = k) = 0{,}8^{k-1} \, . \, 0{,}2 \qquad k = 1, 2, 3, ...$$

Gabarito: D

Q.09 (ACEP - Analista (Pref Aracati)/Fundos de Investimento/2019)

Em uma casa de jogos de sinuca, para participar de uma partida, cada integrante deverá pagar R$ 50,00. Nícolas é um jogador com probabilidade de ganhar uma partida qualquer de 40%. Qual a probabilidade de que Nícolas ganhe na quarta partida e qual o custo esperado (em R$) para obter a primeira vitória?

a) 8,64% e R$ 150,00.

b) 7,32% e R$ 150,00.

c) 9,60% e R$ 100,00.

d) 9,82% e R$ 100,00.

Comentários:

Temos as seguintes informações:

Probabilidade de ganhar = sucesso = p= 40% = 0,4

Probabilidade de perder = fracasso = q = (1-p) = 60% = 0,6

A banca quer saber qual a probabilidade de ganhar na quarta partida. Logo, estamos diante de uma distribuição geométrica.

Aplicando a fórmula da probabilidade teremos o seguinte:

$$P(X = k) = q^{k-1} \, . \, p$$

Onde,

k=4

$$P(X = 4) = 0{,}6^{4-1} \, . \, 0{,}4 = 0{,}6^3 . 0{,}4 = 0{,}216 \, . \, 0{,}4 = 0{,}0864 = 8{,}64\%$$

$$P(X = 3) = 0{,}216\ .\ 0{,}4 = 0{,}0864 = 8{,}64\%$$

O custo será de 150,00. Pois serão necessárias 3 derrotas e cada uma delas custa 50,00.

Gabarito: A

Q.10 (CESGRANRIO - Analista Júnior (TRANSPETRO)/Financeiro/2018)

A febre amarela é uma doença infecciosa febril aguda, causada por um vírus transmitido por mosquitos. Uma medida importante para prevenção e controle da febre amarela é a vacinação. Uma empresa, preocupada com a saúde de seus funcionários, fez um levantamento para saber quantos já tinham sido vacinados. Foi verificado que dos 1.000 funcionários apenas 200 já haviam tomado a vacina.

Se forem selecionados ao acaso 200 funcionários da empresa, o número esperado de pessoas que não tomaram a vacina é de

a) 20.

b) 40.

c) 80.

d) 120.

e) 160.

Comentários:

Essa é uma questão de distribuição hipergeométrica. Temos uma população é 1000 e desses 200 foram vacinados. Logo, 800 não foram vacinados.

Vacinadas = 20% (200 de 1000)

Não vacinadas = 80% (800 de 1000)

Se 200 pessoas forem selecionadas, qual o valor esperado das pessoas não vacinadas. Logo, o nosso "p" será de 0,8 (pessoas não vacinadas). A fórmula da esperança é a seguinte:

$$E(X) = np$$

Onde, o "n" é 200 e o "p" é 0,8.

$$E(X) = 200.0{,}8 = 160$$

Gabarito: E

Q.11 (Instituto AOCP - Analista (EBSERH HU-UFS)/Administrativo/Estatística/2014)

O inspetor de qualidade de um laboratório químico recebe um lote de 80 frascos de reagentes que, segundo o fabricante, não contém mais do que 5% de produtos defeituosos. O inspetor toma uma amostra de 10 produtos e decide rejeitar o lote completo se a amostra tem pelo menos um reagente defeituoso. Qual é a probabilidade de rejeitar o lote?

a) $1-0{,}95^{10}$.

b) $1-\frac{\binom{4}{0}\binom{76}{10}}{\binom{80}{10}}$.

c) $\frac{\binom{4}{0}\binom{76}{10}}{\binom{80}{10}}$.

d) $1-\frac{\binom{4}{0}\binom{80}{10}}{\binom{76}{10}}$.

e) $0{,}95^{10}$.

Comentários:

Pessoal, pelo enunciado da questão podemos perceber que se trata de uma distribuição hipergeométrica. Sendo a fórmula expressa da seguinte forma:

$$P(X=k)=\frac{\binom{S}{k}\binom{N-S}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

Só com isso eliminamos as letras A e E. Além disso, a banca quer saber a probabilidade de ter **"pelo menos"** um reagente defeituoso. Desta forma, é mais fácil calcular a probabilidade pela complementação.

$$P(pelo\ menos\ 1)=1-P(nenhum)$$

Com isso, ficamos com as alternativas B e D.

Os dados fornecidos na questão foram os seguintes:

N = 80

S = 5% dos fracos defeituosos = 0,05.80 = 4

n = 10 (é amostra selecionada)

k = é o número de defeitos que queremos. Como iremos utilizar a probabilidade complementar esse valor será 0.

Substituindo esses dados na fórmula teremos o seguinte:

$$P(X=0)=\frac{\binom{4}{0}\binom{80-4}{10-0}}{\binom{80}{10}}$$

$$P(X=0)=\frac{\binom{4}{0}\binom{76}{10}}{\binom{80}{10}}$$

$$P(pelo\ menos\ 1)=1-\frac{\binom{4}{0}\binom{76}{10}}{\binom{80}{10}}$$

Portanto, ficamos com a letra B.

Gabarito: B

Q.12 (VUNESP - Analista Administrativo (EBSERH HC-UFU)/Estatística/2020)

Uma doença atinge um indivíduo a cada mil. Qual é, aproximadamente, a probabilidade de que, numa comunidade de dois mil indivíduos, quatro contraiam a doença?

Dado: e (número de Euler) = 2,71828...

a) e^{-2}.

b) $\frac{1}{24}e^{-2}$.

c) $\frac{2}{3}e^{-2}$.

d) e^{-4}.

e) $8e^{-4}$.

Comentários:

Essa é uma questão de distribuição Poisson.

Uma doença atinge 1 indivíduo/mil. A banca quer saber qual a probabilidade de 4 pessoal contrai a doença em uma população de 2 mil indivíduos.

A primeira coisa a ser feita é calcular a média.

$$\lambda = 1\ individuo\ a\ cada\ mil = 2\ individuos\ a\ cada\ 2\ mil$$

A probabilidade é dada por:

$$P(X = k) = \frac{\lambda^{k} . e^{-\lambda}}{k!}$$

Onde, "k" é 4.

$$P(X = 4) = \frac{2^{4} . e^{-2}}{4!} = \frac{16 . e^{-2}}{4 . 3 . 2 . 1} = \frac{16}{24}e^{-2} = \frac{2}{3}e^{-2}$$

Gabarito: C

Q.13 (FCC - Auditor Fiscal (SEFAZ BA)/Administração Tributária/2019)

Uma variável aleatória X representa o número de contribuintes que chega a cada hora para ser atendido em um órgão público. Supõe-se que X tem distribuição de Poisson, com parâmetro λ, ou seja, $P(x) = \frac{\lambda^{x} . e^{-\lambda}}{x!}$, sendo e a base do logaritmo (In) tal que In(e) = 1. Se P(x = 2) = P(x = 3), então a probabilidade de que menos de 3 contribuintes cheguem em 1 hora é

Dados:

e^{-1}=0,37

e^{-2}=0,14

e^{-3}=0,05

a) 30,0%.

b) 42,5%.

c) 22,5%.

d) 57,5%.

e) 37,5%.

Comentários:

Nessa questão de Poisson a banca **dá** até a fórmula e pede a probabilidade de **menos** de 3 contribuintes **chegarem** em uma hora.

$$P(x) = \frac{\lambda^{x} . e^{-\lambda}}{x!}$$

A primeira coisa a ser feita é encontrar λ. Para isso, iremos igualar as chances de X = 2 e X = 3. Pois, as probabilidades são iguais.

$$P(x = 2) = P(x = 3)$$

$$\frac{\lambda^{2} . \cancel{e^{-\lambda}}}{2!} = \frac{\lambda^{3} . \cancel{e^{-\lambda}}}{3!}$$

$$\frac{\lambda^2}{2} = \frac{\lambda^3}{6}$$

$$2.\lambda^3 = 6\lambda^2$$

$$\lambda = 3$$

Logo,

$\lambda = 3\ contribuinte\ /hora$

$$P(x) = \frac{\lambda^{x} . e^{-\lambda}}{x!}$$

Para menos de 3 temos o seguinte:

$$P(0) + P(1) + P(2)$$

$$P(0) = \frac{3^{0} . e^{-3}}{0!} = e^{-3} = 0{,}05 = 5\%$$

$$P(1) = \frac{3^{1} . e^{-3}}{1!} = 3e^{-3} = 3 . 0{,}05 = 0{,}15 = 15\%$$

$$P(2) = \frac{3^{2} . e^{-3}}{2!} = \frac{9}{2}e^{-3} = 4{,}5 . 0{,}05 = 0{,}225 = 22{,}5\%$$

Logo,

$$P(0) + P(1) + P(2) = 5\% + 15\% + 22{,}5\% = 42{,}5\%$$

Gabarito: B

Q.14 (FGV/Analista de Pesquisa e Informações (FunSaúde CE)/Estatística/2021)

Em uma população muito grande, pessoas serão aleatoriamente escolhidas até que uma pessoa acometida por uma certa doença seja encontrada.

A variável aleatória que contará quantas pessoas serão observadas até que tal pessoa seja encontrada, tem distribuição de probabilidades

a) binomial.

b) Poisson.

c) geométrica.

d) hipergeométrica.

e) binomial negativa.

Comentários:

Pessoal, nessa questão a banca traz um conceito de distribuição de probabilidade. Pelas informações trazidas podemos perceber que se trata da distribuição geométrica. Resposta Letra "C".

Vamos aos conceitos de cada distribuição:

Letra A) ***Binomial.***

Na ***distribuição de Probabilidade Binomial*** o experimento é repetido, nas mesmas condições, um número finito de vezes. Além disso, as tentativas devem ser independentes e cada tentativa deve ter os resultados classificados em sucesso e fracasso. Além disso, a probabilidade "p" do sucesso e a probabilidade "1-p" do fracasso devem se manter constante.

Letra B) ***Poisson.***

Na ***probabilidade de Poisson***, estamos interessados na probabilidade de "k" ocorrências em determinado intervalo (tempo ou espaço).

Exemplos da aplicação da distribuição de Poisson:

- Número de vezes que um telefone toca em um dia;
- Número de pessoas que são contaminadas por um vírus em determinada espaço.
- Número de defeitos de um rolo de papel de jornal de 1000 metros.

A ***probabilidade de Poisson*** partimos de uma ***distribuição binomial***, sendo que "p" (sucesso) é muito pequeno (tende a zero) e "n" muito grande (tende a infinito).

Letra C) ***Geométrica.*** Nossa resposta.

A ***distribuição geométrica***, assim como a binomial, é baseada em experimentos de Bernoulli independentes com a mesma probabilidade de sucesso "p". Sendo que, o número de experimentos acontece até que ocorra o primeiro sucesso.

Letra D) ***Hipergeométrica.***

A ***distribuição hipergeométrica***, assim como a binomial, é baseada em experimentos que considera dois possíveis resultados (sucesso e fracasso). Sendo que, a seleção de elementos é sem reposição. Logo, diferente da binomial os eventos não são independentes.

Letra E) ***Binomial negativa.***

A ***distribuição binomial negativa*** ou ***distribuição de Pascal*** é uma distribuição de probabilidade discreta. Esta distribuição indica o número de tentativas necessárias para obter k sucessos de igual probabilidade θ ao fim de n experimentos de Bernoulli, sendo a última tentativa um sucesso.

Por fim, vamos revisar o conceito de ***distribuição de Bernoulli***.

Uma ***distribuição de Bernoulli*** é caracterizada pela existência de apenas dois eventos, mutuamente exclusivos, que chamamos de ***sucesso*** e ***fracasso***. Sendo a probabilidade de ***sucesso*** representado por "p" e a probabilidade de ***fracasso*** por "p-1". Além disso, é comum associar o valor 1 para o sucesso é o valor 0 para o fracasso.

Gabarito: C

Q.15 (FGV/Analista de Pesquisa e Informações (FunSaúde CE)/Estatística/2021)

Se X tem distribuição binomial (n, p), então a média e a variância de X são, respectivamente,

a) np e np(1 – p).

b) p e p(1 – p)/n.

c) np e np².

d) p e np(1 – p).

e) np e p(1 – p).

Comentários:

Pessoal, nessa questão temos que conhecer a fórmula da média e da variância da distribuição binomial. Resposta Letra "A".

A esperança (média) da distribuição Binomial é dada por:

$$E(X) = n \, . \, p$$

Já a variância por:

$$Var(X) = n \, . \, p \, . \, (1 - p)$$

Gabarito: C

LISTA DE QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Q.01 (Instituto AOCP - Analista (EBSERH HU-UFGD)/Administrativo/Economia/2014)

A distribuição que apresenta o caso mais simples de variável aleatória discreta, em que cada valor possível ocorre com a mesma probabilidade, é a

a) Distribuição Binomial.

b) Distribuição de Poisson.

c) Distribuição Uniforme Discreta.

d) Distribuição de Bernoulli.

e) Distribuição Tripla.

Q.02 (FCC - Analista Judiciário (TRF 2ª Região)/Apoio Especializado/Estatística/2012)

A variável aleatória X tem distribuição uniforme discreta nos pontos 1,2,3,4,5. A variância da variável aleatória $Y = 3X - 3$ é igual a

a) 10.

b) 12.

c) 15.

d) 16.

e) 18.

Q.03 (ESMARN - Estagiário (TJ RN)/Estatística/2014)

Assinale a alternativa que representa CORRETAMENTE uma sequência de tentativas de Bernoulli:

a) Número de falhas de uma máquina.

b) Quantidade de chuva medida em milímetros.

c) Classificação de um produto como bom, regular, ruim ou péssimo.

d) Classificação da pressão sanguínea como normal ou não.

e) Nenhuma das respostas.

Q.04 (Instituto AOCP - Analista (EBSERH HE-UFPEL)/Administrativo/Estatística/2015)

O sucesso, S, em certo procedimento cirúrgico, tem uma probabilidade de 0,95. O resultado do procedimento é um evento aleatório dicotômico podendo ocorrer somente sucesso ou insucesso e pode ser representado pela variável aleatória X. Assim, o nome da distribuição de probabilidade relacionada com essa variável aleatória e a sua função de probabilidade são, respectivamente:

a) Distribuição Normal e $P(X = x) = 0{,}95^x 0{,}05^{1-x} \; x = 0{,}1.$

b) Distribuição Binomial e $P(X = x) = \binom{n}{x} 0{,}95^x 0{,}05^{n-x} \; x = 0{,}1, \ldots, n.$

c) Distribuição Normal e $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2} \; X \in R.$

d) Bernoulli e $P(X = x) = 0{,}95^x 0{,}05^{1-x} \; x = 0{,}1.$

e) Bernoulli e $P(X = x) = \binom{n}{x} 0{,}95^x 0{,}05^{n-x} \; x = 0{,}1.$

Q.05 (CEBRASPE (CESPE) - Analista (SERPRO)/Ciência de Dados/2021)

Considerando que a tabela precedente mostra o cruzamento de duas variáveis categorizadas A e B, Considerando que o número X de erros registrados em determinado tipo de código computacional siga uma distribuição binomial com média igual a 4 e variância igual a 3, julgue o item a seguir.

É impossível haver registros de 18 erros nesse tipo de código computacional.

C – CERTO

E - ERRADO

Q.06 (CEBRASPE (CESPE) - Analista (SERPRO)/Ciência de Dados/2021)

Considerando que a tabela precedente mostra o cruzamento de duas variáveis categorizadas A e B, Considerando que o número X de erros registrados em determinado tipo de código computacional siga uma distribuição binomial com média igual a 4 e variância igual a 3, julgue o item a seguir.

P(X=0)=3/4.

C – CERTO

E - ERRADO

Q.07 (VUNESP - Administrador Judiciário (TJ SP)/2019)

Em uma eleição, sabe-se que 40% dos eleitores são favoráveis ao candidato X e o restante ao candidato Y. Extraindo uma amostra aleatória, com reposição, de tamanho 3 da população de eleitores, obtém-se que a probabilidade de que no máximo 1 eleitor da amostra seja favorável ao candidato X é igual a

a) 36,0%.

b) 43,2%.

c) 64,8%.

d) 78,4%.

e) 35,2%.

Q.08 (FGV - Técnico Superior Especializado (DPE RJ)/Estatística/2019)

Para que as pessoas que aguardam atendimento em uma repartição pública fiquem acomodadas com relativo conforto, é necessário que o recinto seja dimensionado à razão de um metro quadrado de espaço para cada cidadão em espera.

Se o número de pessoas que comparece, por dia, tem distribuição geométrica, com parâmetro p = 0,2, é correto afirmar que:

a) em função da distribuição do número de pessoas, o tamanho médio ideal do recinto deve ser de 16 metros quadrados.

b) a probabilidade de que uma sala de espera com 4 metros quadrados não seja confortável em certo dia é $(0,2).(0,8)^4$.

c) a probabilidade de que uma sala com 3 metros quadrados fique subutilizada em certo dia é igual a 0,448.

d) considerando uma sala de espera que tem 20 metros quadrados e o fato de que 18 pessoas já estão aguardando, a probabilidade de que atinja sua lotação exata é igual a 0,16.

e) a distribuição de probabilidade do tamanho (A) de sala ideal, a cada dia, é dada por P (A=x) = $(0,2)^2.(0,8)^{2x}$ para X=1,2,3,...

Q.09 (ACEP - Analista (Pref Aracati)/Fundos de Investimento/2019)

Em uma casa de jogos de sinuca, para participar de uma partida, cada integrante deverá pagar R$ 50,00. Nícolas é um jogador com probabilidade de ganhar uma partida qualquer de 40%. Qual a probabilidade de que Nícolas ganhe na quarta partida e qual o custo esperado (em R$) para obter a primeira vitória?

a) 8,64% e R$ 150,00.

b) 7,32% e R$ 150,00.

c) 9,60% e R$ 100,00.

d) 9,82% e R$ 100,00.

Q.10 (CESGRANRIO - Analista Júnior (TRANSPETRO)/Financeiro/2018)

A febre amarela é uma doença infecciosa febril aguda, causada por um vírus transmitido por mosquitos. Uma medida importante para prevenção e controle da febre amarela é a vacinação. Uma empresa, preocupada com a saúde de seus funcionários, fez um levantamento para saber quantos já tinham sido vacinados. Foi verificado que dos 1.000 funcionários apenas 200 já haviam tomado a vacina.

Se forem selecionados ao acaso 200 funcionários da empresa, o número esperado de pessoas que não tomaram a vacina é de

a) 20.

b) 40.

c) 80.

d) 120.

e) 160.

Q.11 (Instituto AOCP - Analista (EBSERH HU-UFS)/Administrativo/Estatística/2014)

O inspetor de qualidade de um laboratório químico recebe um lote de 80 frascos de reagentes que, segundo o fabricante, não contém mais do que 5% de produtos defeituosos. O inspetor toma uma amostra de 10 produtos e decide rejeitar o lote completo se a amostra tem pelo menos um reagente defeituoso. Qual é a probabilidade de rejeitar o lote?

a) $1-0{,}95^{10}$.

b) $1-\frac{\binom{4}{0}\binom{76}{10}}{\binom{80}{10}}$.

c) $\frac{\binom{4}{0}\binom{76}{10}}{\binom{80}{10}}$.

d) $1-\frac{\binom{4}{0}\binom{80}{10}}{\binom{76}{10}}$.

e) $0{,}95^{10}$.

Q.12 (VUNESP - Analista Administrativo (EBSERH HC-UFU)/Estatística/2020)

Uma doença atinge um indivíduo a cada mil. Qual é, aproximadamente, a probabilidade de que, numa comunidade de dois mil indivíduos, quatro contraiam a doença?

Dado: e (número de Euler) = 2,71828...

a) e^{-2}.

b) $\frac{1}{24}e^{-2}$.

c) $\frac{2}{3}e^{-2}$.

d) e^{-4}.

e) $8e^{-4}$.

Q.13 (FCC - Auditor Fiscal (SEFAZ BA)/Administração Tributária/2019)

Uma variável aleatória X representa o número de contribuintes que chega a cada hora para ser atendido em um órgão público. Supõe-se que X tem distribuição de Poisson, com parâmetro λ, ou seja, $P(x) = \frac{\lambda^x \cdot e^{-\lambda}}{x!}$, sendo e a base do logaritmo (ln) tal que ln(e) = 1. Se P(x = 2) = P(x = 3), então a probabilidade de que menos de 3 contribuintes cheguem em 1 hora é

Dados:

e^{-1}=0,37

e^{-2}=0,14

e^{-3}=0,05

a) 30,0%.

b) 42,5%.

c) 22,5%.

d) 57,5%.

e) 37,5%.

Q.14 (FGV/Analista de Pesquisa e Informações (FunSaúde CE)/Estatística/2021)

Em uma população muito grande, pessoas serão aleatoriamente escolhidas até que uma pessoa acometida por uma certa doença seja encontrada.

A variável aleatória que contará quantas pessoas serão observadas até que tal pessoa seja encontrada, tem distribuição de probabilidades

a) binomial.

b) Poisson.

c) geométrica.

d) hipergeométrica.

e) binomial negativa.

Q.15 (FGV/Analista de Pesquisa e Informações (FunSaúde CE)/Estatística/2021)

Se X tem distribuição binomial (n, p), então a média e a variância de X são, respectivamente,

a) np e np(1 – p).

b) p e p(1 – p)/n.

c) np e np^2.

d) p e np(1 – p).

e) np e p(1 – p).

Gabarito

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	E	D	D	C	E	C	D	A	E
11	12	13	14	15					
B	C	B	C	C					

DISTRIBUIÇÕES CONTÍNUAS

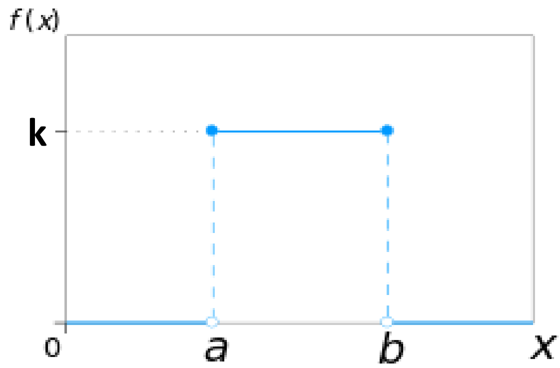
Sumário

DISTRIBUIÇÕES CONTÍNUAS

Pessoal, nesse tópico iremos estudar as ***Distribuições Teóricas*** ou ***Especiais de variáveis contínuas***.

Distribuição Uniforme

As ***distribuições uniformes*** apresentam o mesmo valor de probabilidade para todos os possíveis resultados. Sendo, portanto, a função densidade de probabilidade (f.d.p.) constante em todo o intervalo. Logo, a f.d.p. para uma variável com distribuição uniforme dada por:



Como sabemos, a probabilidade de todo espaço amostral é 100%, isto é, 1. Com isso, temos que a área sob a função é igual a 1.

$$\acute{A}rea = base \text{ x } altura = (b - a) \text{ x } k = 1$$

ou

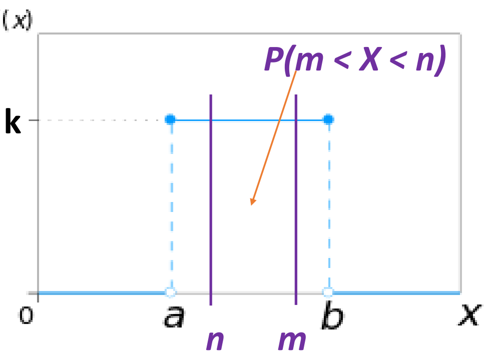
$$k = \frac{1}{(b - a)}$$

A função densidade de probabilidade é dada por:

$$f(x) = \begin{cases} k, & se\ a < x < b \\ 0, & caso\ contr\acute{a}rio \end{cases}$$

Vejam que, se for conhecido o intervalo (a, b), podemos calcular a f.d.p. para "k".

A probabilidade de uma distribuição uniforme contínua está associada a um intervalo (m, n). Em que a < m < n < b, e a área será dada por:



$$\acute{A}rea = base \text{ x } altura = (m - n) \text{ x } k$$

Sendo,

$$k = \frac{1}{(b - a)}$$

Desta forma, fazendo as substituições teremos o seguinte:

$$P(m < X < n) = \frac{(m - n)}{(b - a)}$$

Portanto, a probabilidade de um intervalo em uma distribuição uniforme é a razão entre a amplitude desse intervalo (desejado) e a amplitude do intervalo total.

Esperança e Variância

A esperança matemática é dada por:

$$E(X) = \frac{b + a}{2}$$

E a variância por:

$$Var(X) = \frac{(b - a)^2}{12}$$

Distribuição Exponencial

A ***distribuição exponencial*** tem uma taxa de falha constante, sendo normalmente associada ao tempo. A função densidade da distribuição exponencial é dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & se\ x \geq 0 \\ 0, & se\ x < 0 \end{cases}$$

Onde, "e" é o número de Euler (≈ 2,7818) e λ representa a taxa de falha por unidade de tempo. Além disso, como a f.d.p apresenta algum valor somente para valores de X positivos, λ também é necessariamente positivo.

A probabilidade de X está em um intervalo (a < X < b) é calculada da seguinte forma:

$$P(a < X < b) = e^{-\lambda.a} - e^{-\lambda.b}$$

Pessoal, se quisermos calcula a P(X < x), a fórmula da probabilidade será dada por:

$$P(X < x) = 1 - e^{-\lambda.x}$$

Onde, P(X < x) é igual à função densidade de probabilidade acumulada no ponto x. Desta forma, a f.d.p. da variável exponencia é dada por:

$$F(X) = 1 - e^{-\lambda.x}$$

É importante saber a probabilidade da variável X assumir valores maiores ou iguais a "x". Para tanto, temos que utilizar a probabilidade do evento complementar.

$$P(X \geq x) = 1 - P(X < x)$$

Logo, fazendo a substituição de P(X < x) teremos o seguinte:

$$P(X \geq x) = 1 - (1 - e^{-\lambda.x})$$

$$P(X \geq x) = e^{-\lambda.x}$$

A distribuição exponencial descreve o tempo entre as ocorrências de eventos sucessivos de uma distribuição Poisson.

Esperança e Variância

A esperança é dada por:

$$E(X) = \frac{1}{\lambda}$$

Já a variância é dada por:

$$Var(X) = \frac{1}{\lambda^2}$$

Como o desvio padrão é a raiz quadra da variância, ele será igual a esperança.

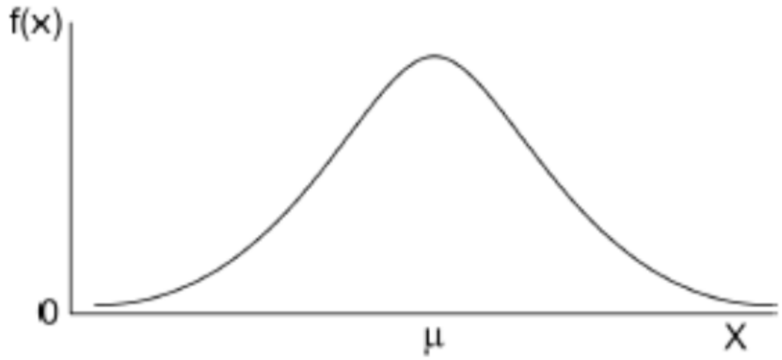
$$\sigma = \frac{1}{\lambda}$$

Distribuição Normal

A ***distribuição normal*** é considerada uma das distribuições mais importantes. A função densidade de probabilidade é dada por:

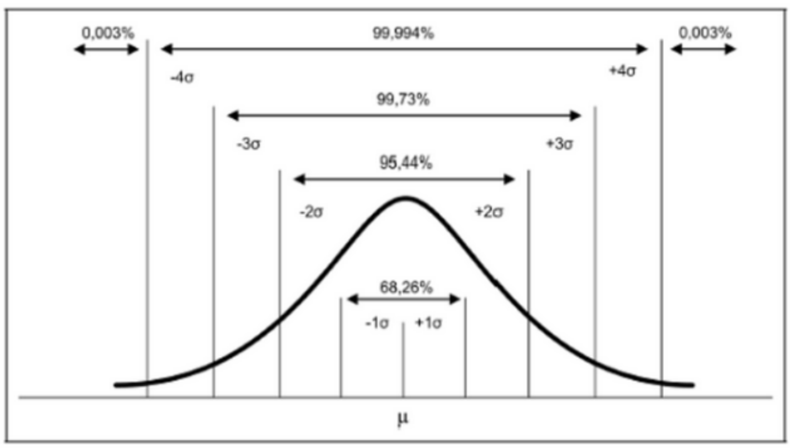
$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, \qquad x \in (-\infty, \infty)$$

Portanto, a f.d.p. da distribuição normal tem o formato de um sino.



- Essa distribuição tem as seguintes características:
- Simétrica – ***média*** = ***mediana*** = ***moda***;
- Mesocúrtica;
- Unimodal.

Uma ***distribuição normal perfeita*** caracteriza-se pelo fato de 68.26% dos casos se concentrem em valores que se situam no intervalo entre um desvio padrão acima e um desvio padrão abaixo da média. Esse valor sobe para 95.44% quando consideramos dois desvios padrões (acima e abaixo da média) e 99.73% se considerarmos três desvios padrões. Esse conceito é a base para o 6 Sigma. ***Veja a figura abaixo***.



Distribuição Normal Padrão

No cálculo dos valores da probabilidade utilizamos uma tabela. Essa tabela, refere-se a uma distribuição normal N (0,1). Onde, o zero é a média e o 1 é a variância, é chamada de normal padrão.

A trans formação de valores de "X" (curva normal qualquer) em valores de "Z" (curva normal padronizada) é feita da seguinte forma:

$$Z = \frac{(X - \mu)}{\sigma}$$

Exemplo!

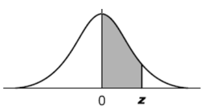
Considere que o peso médio de um grupo de mulheres segue uma distribuição normal com média 60 Kg e desvio padrão de 10 Kg.

Qual a probabilidade de uma mulher, escolhida ao acaso, pesar mais de 70 Kg?

$$Z = \frac{(70 - 60)}{10} = 1$$

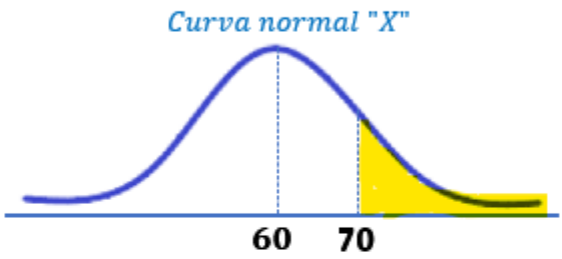
Depois de encontrado o valor de "Z" consultamos uma tabela para saber a probabilidade. A tabela abaixo, mostra um exemplo em que a probabilidade é dada por: P(0 < Z < z). Desta forma, para o Z igual 1, a probabilidade será de ***34,13%*** (vejam marcado de vermelho na tabela).

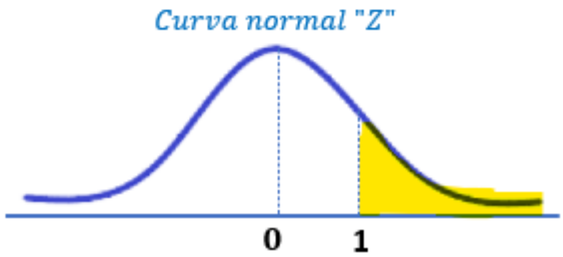
Zo	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2704	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767



Área sob a Curva Normal Padronizada de 0 a z

Fazendo o desenho do exemplo, teremos o seguinte:





Ao consultar a tabela vimos que que Z = 1 corresponde a uma probabilidade de ***34,13%***. Sendo que queremos a probabilidade da área amarela. Para isso, temos que fazer uma subtração.

Sabemos que a metade curva corresponde a 50% e que a área entre 0 e 1 corresponde à ***34,13%***. Logo, basta fazer a subtração:

50,00% - 34,13% = 15,87%

Desta forma, ***15,87%*** das mulheres pesam acima de 70 Kg.

DISTRIBUIÇÕES CONDICIONAIS E INDEPENDENTES

Distribuição conjunta de Duas variáveis Aleatórias

Na distribuição conjunta trabalhamos com duas ou mais de uma varável aleatória. Considere duas variáveis aleatória X e Y. Supomos que X assuma os valores 0, 1 e 2 e que Y assuma os valores de 0 e 1. E que a distribuição conjunta entre essas duas variáveis será dada por:

	Y = 0	Y = 1	Total
X = 0	0,20	0,10	0,30
X = 1	0,10	0,25	0,35
X = 2	0,15	0,20	0,35
Total	0,45	0,55	1,00

De posse dessa tabela de distribuição conjunta, podemos fazer o cruzamento e encontrar a probabilidade, por exemplo, de X = 1 e Y =1 é 0,25. Podemos escrever da seguinte forma:

$$P(X = 1 \ \cap \ Y = 1) = 0{,}25$$

ou

$$P(X = 1;\ Y = 1) = 0{,}25$$

Distribuição Condicional

Iremos utilizar a mesma tabela apresentada anteriormente.

	Y = 0	Y = 1	Total
X = 0	0,20	0,10	0,30
X = 1	0,10	0,25	0,35
X = 2	0,15	0,20	0,35
Total	0,45	0,55	1,00

Na distribuição condicional, podemos encontrar a probabilidade Y ser 1 dado que X foi 0. E a probabilidade Y ser 0 dado que X foi 0. Podemos escrever da seguinte forma:

$$P(Y = 0|X = 0) \text{ e } P(Y = 1|X = 0)$$

Para calcular essa probabilidade utilizamos a fórmula da probabilidade condicional. Isto é, a probabilidade de ocorrer o evento A dado que o evento B ocorreu.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Aplicando essa fórmula para as variáveis X e Y, teremos o seguinte:

$$P(Y = 0|X = 0) = \frac{P(Y = 1 \cap X = 0)}{P(X = 0)}$$

A probabilidade da intersecção de Y=1 e X = 0 é 0,20 (valor preenchido de vermelho na tabela) e que a probabilidade de X = 0 é 0,30 (valor preenchido de verde da tabela). Aplicando esses valores na fórmula da probabilidade condicional teremos o seguinte.

$$P(Y = 0|X = 0) = \frac{0{,}20}{0{,}30} = \frac{2}{3}$$

A probabilidade da intersecção de Y=1 e X = 0 é 0,10 (valor preenchido de azul claro na tabela) e que a probabilidade de X = 0 é 0,30 (valor preenchido de verde da tabela). Aplicando esses valores na fórmula da probabilidade condicional teremos o seguinte.

$$P(Y = 1|X = 0) = \frac{0,10}{0,30} = \frac{1}{3}$$

Desta forma, podemos construir uma tabela que representa a distribuição condicional de Y, dado que X=0.

Y	P(Y|X=0)
0	2/3
1	1/3
Total	**1**

Poderíamos fazer outras combinações de construir outras distribuições condicionais.

Esperança e Variância

De posse da tabela de distribuição condicional que calculamos, podemos calcular a esperança de a variância.

Como sabemos, a para calcular a esperança basta multiplicar cada valor da variável pela respectiva probabilidade e somar os resultados.

Y	P(Y|X=0)	Y. P(Y|X=0)
0	2/3	0
1	1/3	1/3
Total	**1**	

$$E(Y|X = 0) = 0 + \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

Já na variância temos primeiro que elevar a variável ao quadrado e só depois multiplicar pela respectiva probabilidade. E por fim fazer a soma.

Y	P(Y|X=0)	Y^2	Y. P(Y|X=0)
0	2/3	0	0
1	1/3	1	1/3
Total	**1**		

$$E(Y^2|X = 0) = 0 + \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

Depois disso, basta utilizar a fórmula da variância.

$$Var(Y|X = 0) = E(Y^2|X = 0) - [E(Y|X = 0)]^2$$

$$Var(Y|X = 0) = \frac{1}{3} - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{3} - \frac{1}{9} = \frac{3-1}{9} = \frac{2}{9}$$

QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Q.01 (CEBRASPE/Agente de Polícia/(PC DF)/2021)

Considere que uma amostra aleatória simples de tamanho $n = 10$, representada como $X_1,...,X_{10}$, seja retirada de uma população uniformemente distribuída no intervalo [a,b], em que a e b são parâmetros desconhecidos, tais que $0 < a < b$. Com respeito a essa população, a média amostral $\bar{X} = (X_1 + ... + X_{10})/10$ e a variância amostral $S^2 = \sum_{j=1}^{10}(X_j - \bar{X})^2/9$, julgue o item a seguir.

O valor esperado da média amostral $\bar{X}$ é igual a b/2.

C – Certo

E – Errado

Comentários:

Pessoal, nessa questão a banca quer que o candidato saiba como se calcula a média de uma distribuição uniforme.

Sabemos que a média de uma distribuição uniforme de variável contínua é dada por:

$$E(X) = \frac{b + a}{2}$$

E como dito na questão $0 < a < b$. Logo, a questão está errada, pois o valor de "a" é maior que zero. Para dar o resultado dado pela banca, teríamos que considerar "a" igual a zero.

Gabarito: Errado

Q.02 (CEBRASPE/Agente de Polícia/(PC DF)/2021)

Considere que uma amostra aleatória simples de tamanho $n = 10$, representada como $X_1,\ldots,X_{10}$, seja retirada de uma população uniformemente distribuída no intervalo [a,b], em que a e b são parâmetros desconhecidos, tais que $0 < a < b$. Com respeito a essa população, a média amostral $\bar{X} = (X_1 + \ldots + X_{10})/10$ e a variância amostral $S^2 = \sum_{j=1}^{10}(X_j - \bar{X})^2/9$, julgue o item a seguir.

A variância populacional é $(b-a)^2/12$

C – Certo

E – Errado

Comentários:

Pessoal, da mesma forma que a questão anterior, a banca quer que o candidato saiba como se calcula a variância de uma distribuição uniforme.

Sabemos que a variância de uma distribuição uniforme de variável contínua é dada por:

$$Var(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

Gabarito: Certo

Q.03 (CEBRASPE/ Professor de Ensino Básico/(IFF)/Matemática/2018)

Suponha que o tempo, em anos, de vida útil de um equipamento eletrônico, contado a partir da data de sua fabricação, é uniformemente distribuído no intervalo [2, 10] anos. Nesse caso, a probabilidade de esse equipamento ter pelo menos 8 anos de vida útil é igual a

a) 1/5.

b) 1/4.

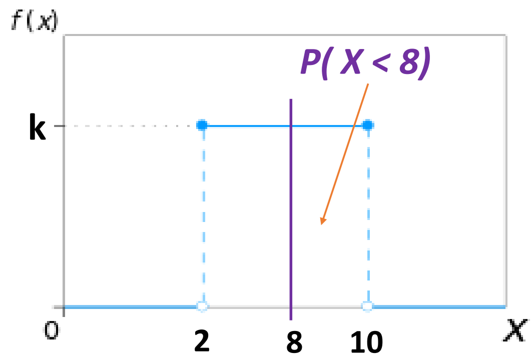
c) 1/3.

d) 3/5.

e) 3/4.

Comentários:

Nessa questão de distribuição uniforme é dado o intervalo [2, 10], que correspondem aos valores de "a" e "b" [a, b]. Sendo a probabilidade dada por:



E pede-se a probabilidade de um equipamento ter uma vida útil de pelo menos 8 anos. O intervalo desejado será [8, 10]. E como sabemos, a probabilidade é a razão entre a amplitude do intervalo desejado e a amplitude do intervalo total.

Logo,

$$P(8 < X) = \frac{(10-8)}{(10-2)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

Gabarito: B

Q.04 (CEBRASPE/Analista Judiciário (STM)/Apoio Especializado/Estatística/2018)

Supondo que o custo unitário X de um processo de execução fiscal na justiça federal seja descrito por uma distribuição exponencial com média igual a R$ 5.000, julgue o item.

O coeficiente de variação de X é igual a 1.

C – Certo

E – Errado

Comentários:

Nessa questão, a banca que saber se o Coeficiente de Variação (CV) é igual a 1.

Como sabemos, o CV é dado pela razão entre o desvio padrão e a média. Na questão foi dito que a média era R$ 5.000,00 e como trata-se de uma distribuição exponencial o desvio padrão será igual a média.

$$\boldsymbol{E(X) = \sigma = 5.000}$$

Logo,

$$\boldsymbol{CV = \frac{\sigma}{E(X)} = 1}$$

Portanto, correta a questão.

Gabarito: Certo

Q.05 (CEBRASPE/Analista Administrativo (EBSERH)/Estatística/2018)

Em uma pequena clínica hospitalar, a receita diária R e a despesa diária D, ambas em R\$ mil, são variáveis aleatórias contínuas, tais que:

P(R ≤ r) = 1 $e^{0,2r}$, para r ≥ 0; e P(R < r) = 0, para r < 0; e

P(D ≤ d) = 1 $e^{0,25d}$, para d ≥ 0; e P(D < d) = 0, para d < 0.

Considerando que a covariância entre as variáveis R e D seja igual a 10, e que S = R - D seja o saldo diário, julgue o item a seguir.

A variância do saldo diário é Var(S) = 41.

C – Certo

E – Errado

Comentários:

Nessa questão, a banca que saber se a variância de S é igual a 41.

Foram dadas as seguintes informações:

Covariância entre as variáveis R e D = 10

$$\boldsymbol{S = R - D}$$

Logo, a variância de S será dada da seguinte forma:

$$\boldsymbol{Var\ (S) = Var(R - D)}$$

$$\boldsymbol{Var\ (S) = Var(R) + Var(D) - 2.Cov(R, D)}$$

Na questão é dada a probabilidade R e D são distribuições exponenciais. E dar as seguintes probabilidades.

P(R ≤ r) = 1 $e^{0,2r}$

P(D ≤ d) = 1 $e^{0,25d}$

Logo, os valores dos parâmetros são os seguintes:

$\boldsymbol{\lambda_R = 0,2}$

$\boldsymbol{\lambda_R = 0,25}$.

Sendo a variância dada por:

$$\boldsymbol{Var(R) = \frac{1}{\lambda_R^2} = \frac{1}{0,2^2} = \frac{1}{0,04} = 25}$$

$$\boldsymbol{Var(D) = \frac{1}{\lambda_D^2} = \frac{1}{0,25^2} = \frac{1}{0,0625} = 16}$$

Portanto,

$$Var\ (S) = Var(R) + Var(D) - 2.Cov(R, D)$$

$$Var\ (S) = 25 + 16 - 2.10 = 41 - 20 = 21$$

Portanto, errada a questão.

Gabarito: Errado

Q.06 (IBFC/Supervisor de Pesquisas (IBGE)/Suporte Gerencial/2021)

Considerando que numa distribuição normal a média de uma variável é igual a 12, o desvio padrão é igual a 3, então o valor do score "z" para uma variável igual a 18 é igual a:

a) 0,25.

b) 1.

c) 0,5.

d) -1.

e) 2.

Comentários:

Nessa questão, a banca que saber apenas o valor de Z. Para tanto, foram dadas as seguintes informações:

$\mu = 12$

$\sigma = 3$

E deseja-se saber o valor de Z para uma variável igual a 18.

$$Z = \frac{(X - \mu)}{\sigma}$$

$$Z = \frac{(18 - 12)}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

Gabarito: E

Q.07 (CEBRASPE/Analista de Controle (TCE-PR)/Administração/2016)

Se X for uma variável aleatória normal com média 0,8 e variância 0,4, e P(X ≤ x) representar a função de distribuição de probabilidade acumulada dessa variável X, para x∈ R, então

a) a razão $\frac{X-0,8}{0,4}$ será uma variável aleatória normal padrão.

b) coeficiente de variação de X será inferior a 0,4.

c) moda de X será inferior a 0,6.

d) (X = 0,8) = P(X = 0,1).

e) P(X < 0,7) < P(X > 0,9).

Comentários:

Pessoal, temos as seguintes informações sobre uma variável X aleatória normal.

$\mu = 0{,}8$

$\sigma^2 = 0{,}4$

Portanto, o desvio padrão será a raiz quadrada da variância.

$\sigma = \sqrt{0{,}4}$

Letra A – Errada. Pois, está errado o valor do desvio padrão. A razão correta seria a seguinte:

$$\frac{X - 0{,}8}{\sqrt{0{,}4}}$$

Letra B – Errada. O coeficiente de variação é a razão entre o desvio padrão e a média. Logo,

$$CV = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{\sqrt{0{,}4}}{0{,}8}$$

Agora só temos que fazer um teste para provar que o CV é menor que 0,4. Para isso, podemos comparar o resultado que encontramos com o que a banca está afirmando.

$$\frac{\sqrt{0{,}4}}{0{,}8} < 0{,}4$$

A primeira coisa a ser feita é elevar ao quadrado os dois lados para sumir com a raiz quadrada.

$$\left(\frac{\sqrt{0{,}4}}{0{,}8}\right)^2 < 0{,}4^2$$

$$\frac{0{,}4}{0{,}64} < 0{,}16$$

Fazendo a divisão do lado esquerdo podemos observar que será maior do que o da direita. Logo, a questão está errada

$$0{,}625 > 0{,}16$$

Letra C – Errada. Pessoal, em uma distribuição normal a média = mediana = moda. Logo, a moda é 0,8.

Letra D – ***Correta***. Na distribuição normal é contínua, a probabilidade associada a pontos da reta real é sempre nula. Portanto,

$$(X = 0{,}8) = P(X = 0{,}1) = 0$$

Letra E – Errada. A distribuição normal é simétrica em torno da média. A média dada na questão foi 0,8. Se colocamos a ***P(X < 0,7) e P(X > 0,9)*** em no gráfico da normal ficará claro que a distância entre ***0,9*** e a média é igual a distância entre **0,7** e a média. Desta forma, as probabilidades são iguais.

Gabarito: D

Q.08 (CEBRASPE/Analista de Controle (TCE-PR)/Atuarial/2016)

A variável aleatória Y segue uma distribuição normal com média 10 e desvio padrão 20, sendo P(Z≤1)=0,84, em que Z representa a distribuição normal padrão. Nesse caso, a probabilidade P(|Y|≤10) é igual a

a) 0,68.

b) 0,84.

c) 0,16.

d) 0,34.

e) 0,50.

Comentários:

Essa é uma questão de distribuição normal. E foram dadas as seguintes informações:

$\mu = 10$

$\sigma = 20$

A questão quer saber a chance do evento |Y|≤10. Isto é, a chance de *Y* estar entre -10 e 10:

$$-10<Y<10$$

Fazendo o cálculo de Z, teremos o seguinte:

$$\boldsymbol{Z} = \frac{(Y - \boldsymbol{\mu})}{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{(-10 - 10)}{20} = -1$$

$$\boldsymbol{Z} = \frac{(Y - \boldsymbol{\mu})}{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{(10 - 10)}{20} = 0$$

A probabilidade de $-10<Y<10$ é exatamente a mesma de $-1<Z<0$. Desta forma,

$$P(-1 < Z < 0) = P(Z<0) - P(Z<-1)$$

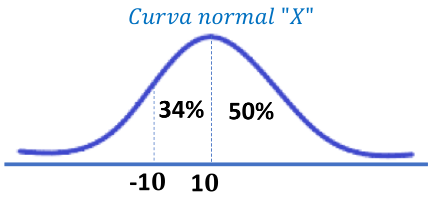
Como a curva normal padrão é simetria em torno de zero, sabemos que $P(Z<0)$ é igual a 50%.

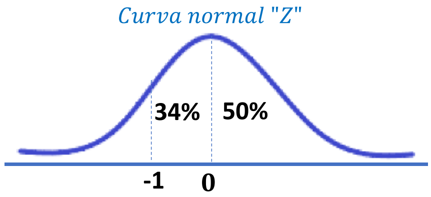
$$P(-1 < Z < 0) = 0{,}5 - P(Z < -1)$$

Na questão foi dado que $P(Z \leq 1)$ é de 84%. Logo, $P(Z>1)$ será de 16%. E por simetria $P(Z < -1)$ será também 16%. Desta forma,

$$P(-1 < Z < 0) = 0{,}5 - 0{,}16 = 0{,}34$$

Colocando essas informações em um gráfico, teremos o seguinte:





Portanto, letra D reposta da questão.

Gabarito: D

Q.09 (CEBRASPE/Analista Judiciário (CNJ)/Apoio Especializado/Estatística/2013)

Uma máquina de café expresso precisa ser reiniciada algumas vezes durante o dia, devido ao uso excessivo. A tabela abaixo mostra a distribuição de probabilidade conjunta do número de vezes que ela é reiniciada na parte da manhã (M) e na parte da tarde (T).

M\T	0	1	2
0	0,10	0,10	0,30
1	0,04	0,06	0,12
2	0,06	0,10	x

Considerando essa tabela, julgue o próximo item.

O valor de x é inferior a 0,15.

C – Certo

E – Errado

Comentários:

Para encontra o valor de "x" temos que somar todas a probabilidade e igualar a 1.

$$0{,}10 + 0{,}04 + 0{,}06 + 0{,}10 + 0{,}06 + 0{,}10 + 0{,}30 + 0{,}12 + x = 1$$

$$0{,}88 + x = 1$$

$$x = 1 - 0{,}88$$

$$x = \mathbf{0{,}12}$$

Substituindo esse valor na tabela, podemos encontrar os totais.

	T = 0	T = 1	T = 2	Total
M = 0	0,10	0,10	0,30	0,50
M = 1	0,04	0,06	0,12	0,22
M = 2	0,06	0,10	0,12	0,28
Total	**0,20**	**0,26**	**0,54**	**1,00**

Portanto, correta a questão.

Gabarito: Certo

Q.10 (CEBRASPE/Analista Judiciário (CNJ)/Apoio Especializado/Estatística/2013)

Uma máquina de café expresso precisa ser reiniciada algumas vezes durante o dia, devido ao uso excessivo. A tabela abaixo mostra a distribuição de probabilidade conjunta do número de vezes que ela é reiniciada na parte da manhã (M) e na parte da tarde (T).

M\T	0	1	2
0	0,10	0,10	0,30
1	0,04	0,06	0,12
2	0,06	0,10	x

Considerando essa tabela, julgue o próximo item.

O número médio de vezes que a máquina é reiniciada na parte da manhã é inferior a 1.

C – Certo

E – Errado

Comentários:

Já encontramos o valor de “x” na questão anterior.

	T = 0	T = 1	T = 2	Total
M = 0	0,10	0,10	0,30	0,50
M = 1	0,04	0,06	0,12	0,22
M = 2	0,06	0,10	0,12	0,28
Total	**0,20**	**0,26**	**0,54**	**1,00**

Agora temos que calcular a esperança de “M”. Para tanto podemos escrever a tabela da seguinte forma:

M	P(M)
0	0,50
1	0,22

2	0,28
Total	**1,00**

Agora temos que multiplicar cada valor de "M" pela respectiva probabilidade e depois somar.

M	P(M)	M.P(M)
0	0,50	0
1	0,22	0,22
2	0,28	0,56
Total	**1,00**	

$$E(M) = 0 + 0{,}22 + 0{,}56 = \mathbf{0,78}$$

Portanto, inferior a 1 como afirma o item.

Gabarito: Certo

Q.11 (CEBRASPE/Analista Judiciário (CNJ)/Apoio Especializado/Estatística/2013)

Uma máquina de café expresso precisa ser reiniciada algumas vezes durante o dia, devido ao uso excessivo. A tabela abaixo mostra a distribuição de probabilidade conjunta do número de vezes que ela é reiniciada na parte da manhã (M) e na parte da tarde (T).

M\T	0	1	2
0	0,10	0,10	0,30
1	0,04	0,06	0,12
2	0,06	0,10	x

Considerando essa tabela, julgue o próximo item.

A probabilidade da máquina ser reiniciada duas vezes à tarde, considerando que ela tenha sido reiniciada uma vez pela manhã, é superior a 0,6.

C – Certo

E – Errado

Comentários:

Já encontramos o valor de "x" na questão anterior.

	T = 0	T = 1	T = 2	Total
M = 0	0,10	0,10	0,30	0,50
M = 1	0,04	0,06	0,12	0,22
M = 2	0,06	0,10	0,12	0,28
Total	**0,20**	**0,26**	**0,54**	**1,00**

A banca quer a probabilidade da máquina se reiniciada 2 vezes à tarde, dado que foi reiniciada 1 vez pela manhã. Logo, a fórmula da probabilidade condicional é dada por:

$$P(T = 2|M = 1) = \frac{P(T = 2 \cap M = 1)}{P(M = 1)}$$

Utilizando os dados da tabela temos o seguinte:

$P(T = 2 \cap M = 1) = \mathbf{0,12}$ (veja valor preenchido de verde na tabela)

$P(M = 1) = \mathbf{0,22}$ (veja valor preenchido de vermelho na tabela)

Substituindo esses valores teremos o seguinte:

$$P(T = 2|M = 1) = \frac{0{,}12}{0{,}22} = 0{,}54$$

Portanto, errada questão, pois o valor foi inferior a 0,6.

Gabarito: Errado

Allan Maux

LISTA DE QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Q.01 (CEBRASPE/Agente de Polícia/(PC DF)/2021)

Considere que uma amostra aleatória simples de tamanho $n = 10$, representada como $X_1,...,X_{10}$, seja retirada de uma população uniformemente distribuída no intervalo [a,b], em que a e b são parâmetros desconhecidos, tais que $0 < a < b$. Com respeito a essa população, a média amostral $\bar{X} = (X_1 + ... + X_{10})/10$ e a variância amostral $S^2 = \sum_{j=1}^{10}(X_j - \bar{X})^2/9$, julgue o item a seguir.

O valor esperado da média amostral $\bar{X}$ é igual a b/2.

C – Certo

E – Errado

Q.02 (CEBRASPE/Agente de Polícia/(PC DF)/2021)

Considere que uma amostra aleatória simples de tamanho $n = 10$, representada como $X_1,...,X_{10}$, seja retirada de uma população uniformemente distribuída no intervalo [a,b], em que a e b são parâmetros desconhecidos, tais que $0 < a < b$. Com respeito a essa população, a média amostral $\bar{X} = (X_1 + ... + X_{10})/10$ e a variância amostral $S^2 = \sum_{j=1}^{10}(X_j - \bar{X})^2/9$, julgue o item a seguir.

A variância populacional é $(b - a)^2/12$

C – Certo

E – Errado

Q.03 (CEBRASPE/ Professor de Ensino Básico/(IFF)/Matemática/2018)

Suponha que o tempo, em anos, de vida útil de um equipamento eletrônico, contado a partir da data de sua fabricação, é uniformemente distribuído no intervalo [2, 10] anos. Nesse caso, a probabilidade de esse equipamento ter pelo menos 8 anos de vida útil é igual a

a) 1/5.

b) 1/4.

c) 1/3.

d) 3/5.

e) 3/4.

Q.04 (CEBRASPE/Analista Judiciário (STM)/Apoio Especializado/Estatística/2018)

Supondo que o custo unitário X de um processo de execução fiscal na justiça federal seja descrito por uma distribuição exponencial com média igual a R$ 5.000, julgue o item.

O coeficiente de variação de X é igual a 1.

C – Certo

E – Errado

Q.05 (CEBRASPE/Analista Administrativo (EBSERH)/Estatística/2018)

Em uma pequena clínica hospitalar, a receita diária R e a despesa diária D, ambas em R$ mil, são variáveis aleatórias contínuas, tais que:

$P(R \leq r) = 1\ e^{0,2r}$, *para* $r \geq 0$; *e* $P(R < r) = 0$, *para* $r < 0$; *e*

$P(D \leq d) = 1\ e^{0,25d}$, *para* $d \geq 0$; *e* $P(D < d) = 0$, *para* $d < 0$.

Considerando que a covariância entre as variáveis R e D seja igual a 10, e que S = R - D seja o saldo diário, julgue o item a seguir.

A variância do saldo diário é Var(S) = 41.

C – Certo

E – Errado

Q.06 (IBFC/Supervisor de Pesquisas (IBGE)/Suporte Gerencial/2021)

Considerando que numa distribuição normal a média de uma variável é igual a 12, o desvio padrão é igual a 3, então o valor do score "z" para uma variável igual a 18 é igual a:

a) 0,25.

b) 1.

c) 0,5.

d) -1.

e) 2.

Q.07 (CEBRASPE/Analista de Controle (TCE-PR)/Administração/2016)

Se X for uma variável aleatória normal com média 0,8 e variância 0,4, e P(X ≤ x) representar a função de distribuição de probabilidade acumulada dessa variável X, para x∈ R, então

a) a razão $\frac{X-0,8}{0,4}$ será uma variável aleatória normal padrão.

b) coeficiente de variação de X será inferior a 0,4.

c) moda de X será inferior a 0,6.

d) (X = 0,8) = P(X = 0,1).

e) P(X < 0,7) < P(X > 0,9).

Q.08 (CEBRASPE/Analista de Controle (TCE-PR)/Atuarial/2016)

A variável aleatória Y segue uma distribuição normal com média 10 e desvio padrão 20, sendo P(Z≤1)=0,84, em que Z representa a distribuição normal padrão. Nesse caso, a probabilidade P(|Y|≤10) é igual a

a) 0,68.

b) 0,84.

c) 0,16.

d) 0,34.

e) 0,50.

Q.09 (CEBRASPE/Analista Judiciário (CNJ)/Apoio Especializado/Estatística/2013)

Uma máquina de café expresso precisa ser reiniciada algumas vezes durante o dia, devido ao uso excessivo. A tabela abaixo mostra a distribuição de probabilidade conjunta do número de vezes que ela é reiniciada na parte da manhã (M) e na parte da tarde (T).

M\T	0	1	2
0	0,10	0,10	0,30
1	0,04	0,06	0,12
2	0,06	0,10	x

Considerando essa tabela, julgue o próximo item.

O valor de x é inferior a 0,15.

C – Certo

E – Errado

Q.10 (CEBRASPE/Analista Judiciário (CNJ)/Apoio Especializado/Estatística/2013)

Uma máquina de café expresso precisa ser reiniciada algumas vezes durante o dia, devido ao uso excessivo. A tabela abaixo mostra a distribuição de probabilidade conjunta do número de vezes que ela é reiniciada na parte da manhã (M) e na parte da tarde (T).

M\T	0	1	2
0	0,10	0,10	0,30
1	0,04	0,06	0,12
2	0,06	0,10	x

Considerando essa tabela, julgue o próximo item.

O número médio de vezes que a máquina é reiniciada na parte da manhã é inferior a 1.

C – Certo

E – Errado

Q.11 (CEBRASPE/Analista Judiciário (CNJ)/Apoio Especializado/Estatística/2013)

Uma máquina de café expresso precisa ser reiniciada algumas vezes durante o dia, devido ao uso excessivo. A tabela abaixo mostra a distribuição de probabilidade conjunta do número de vezes que ela é reiniciada na parte da manhã (M) e na parte da tarde (T).

M\T	0	1	2
0	0,10	0,10	0,30
1	0,04	0,06	0,12
2	0,06	0,10	x

Considerando essa tabela, julgue o próximo item.

A probabilidade da máquina ser reiniciada duas vezes à tarde, considerando que ela tenha sido reiniciada uma vez pela manhã, é superior a 0,6.

C – Certo

E – Errado

Gabarito

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
E	C	B	C	E	E	D	D	C	C
11									
E									

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.