Aula 00

CBME-RJ (Oficial) Matemática

Autor:
Equipe Exatas Estratégia Concursos

18 de Janeiro de 2023

Índice

AVISO IMPORTANTE!

Olá, Alunos (as)!

Passando para informá-los a respeito da **disposição das questões** dentro do nosso material didático. Informamos que a escolha das bancas, dentro dos nossos Livros Digitais, é feita de maneira estratégica e pedagógica pelos nossos professores a fim de proporcionar a melhor didática e o melhor direcionamento daquilo que mais se aproxima do formato de cobrança da banca do seu concurso.

Assim, o formato de questões divididas por tópico facilitará o seu processo de estudo, deixando mais alinhado às disposições constantes no edital.

No mais, continuaremos à disposição de todos no Fórum de dúvidas!

Atenciosamente,

Equipe Exatas

Estratégia Concursos

APRESENTAÇÃO DO CURSO

Olá, pessoal! Tudo bem?

É com grande satisfação que damos início ao nosso curso!

Os professores **Eduardo Mocellin, Francisco Rebouças, Luana Brandão, Djefferson Maranhão** e **Vinicius Veleda** ficarão responsáveis pelo **Livro Digital**.

Antes de continuarmos, vamos apresentar os professores do material escrito:

Eduardo Mocellin: Fala, pessoal! Meu nome é Eduardo Mocellin, sou professor de Matemática e de Raciocínio Lógico do Estratégia Concursos e engenheiro Mecânico-Aeronáutico pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Sinto-me feliz em poder contribuir com a sua aprovação! Não deixe de me seguir no Instagram: **@edu.mocellin**

Francisco Rebouças: Fala, alunos! Aqui é o Francisco Rebouças, professor de Matemática do Estratégia Concursos. Sou Engenheiro Aeroespacial formado pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Saiba que será uma honra fazer parte da sua jornada rumo à aprovação e que estaremos sempre aqui para auxiliá-los com o que precisarem. Um grande abraço e nos vemos nas aulas!

Luana Brandão: Oi, pessoal! O meu nome é Luana Brandão e sou professora de Estatística do Estratégia Concursos. Sou Graduada, Mestre e Doutora em Engenharia de Produção, pela Universidade Federal Fluminense. Passei nos concursos de Auditor Fiscal (2009/2010) e Analista Tributário (2009) da Receita Federal e de Auditor Fiscal do Estado do Rio de Janeiro (2010). Sou Auditora Fiscal do Estado do RJ desde 2010. Vamos juntos nesse caminho até a aprovação? **@professoraluanabrandao**

Djefferson Maranhão: Olá, amigos do Estratégia Concursos, tudo bem? Meu nome é Djefferson Maranhão, professor de Estatística do Estratégia Concursos. Sou Graduado em Ciência da Computação pela Universidade Federal do Maranhão (UFMA). Desde 2015, sou Auditor da Controladoria Geral do Estado do Maranhão (2015 - 5º lugar). Antes, porém, exerci os cargos de Analista de Sistemas na UFMA (2010 - 1º lugar) e no TJ-MA (2011 - 1º lugar). Já estive na posição de vocês e sei o quanto a vida de um concurseiro é um tanto atribulada! São vários assuntos para se dominar em um curto espaço de tempo. Por isso, contem comigo para auxiliá-los nessa jornada rumo à aprovação. Um grande abraço.

Vinicius Veleda: Olá, caros alunos! Sou Auditor Fiscal do Estado do Rio Grande do Sul. Professor de Matemática e Matemática Financeira do Estratégia Concursos. Aprovado nos Concursos de Auditor Fiscal da Secretaria da Fazenda dos Estados do Rio Grande do Sul (SEFAZ RS - 2019), Santa Catarina (SEFAZ SC - 2018) e Goiás (SEFAZ GO - 2018). Formado em Engenharia de Petróleo pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) com graduação sanduíche em Engenharia Geológica pela Universidade Politécnica de Madrid (UPM). Pela UFRJ, fui campeão sul americano do Petrobowl (Buenos Aires) e, posteriormente, Campeão Mundial (Dubai). Cursei meu ensino médio na Escola Preparatória de Cadetes do Exército (EsPCEx). Contem comigo nessa trajetória! **@viniciusveleda**

O material escrito em **PDF** está sendo construído para ser sua fonte **autossuficiente** de estudos. Isso significa que o livro digital será **completo** e **voltado para o seu edital**, justamente para que você não perca o seu precioso tempo "caçando por aí" o conteúdo que será cobrado na sua prova. Ademais, sempre que necessário, você poderá fazer perguntas sobre as aulas no **fórum de dúvidas**. **Bons estudos!**

TEORIA DOS CONJUNTOS

Introdução à Teoria dos Conjuntos

Definição de Conjunto

Iniciaremos o nosso estudo da matemática pela **Teoria dos Conjuntos**. A escolha desse conteúdo é **cuidadosamente pensada** para que você possa formar **uma base sólida,** que lhe servirá de alicerce na construção de toda matemática necessária a sua prova.

A palavra "conjunto" significa exatamente o que você deve estar pensando: uma espécie de **grupo, lista** ou **uma coleção** de determinado objeto. Observe alguns exemplos de **como podemos representar** conjuntos na matemática:

- $A = \{a, b, c, d, e\}$
- $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$
- $C = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$

O conjunto A é formado pelas **5 primeiras letras** no nosso alfabeto. O conjunto B é formado por **5 números pares**. O conjunto C é formado por **10 números ímpares**. Você pode estar se perguntando: *só podemos fazer conjuntos de números e letras?*

A resposta é não! Podemos criar conjuntos de basicamente qualquer coisa, desde um conjunto representando **os funcionários de determinada empresa** a **conjuntos formados por outros conjuntos!** Por exemplo, o conjunto E lista alguns professores de exatas do Estratégia Concursos.

- $\mathrm{E} = \{\mathrm{Francisco}, \mathrm{Eduardo}, \mathrm{Vinicius}, \mathrm{Luana}, \mathrm{Djefferson}\}$

Primeiramente, note que um conjunto muitas vezes aparecerá com seus elementos listados **dentro de um par de chaves**. Por isso, sempre que for escrever algum conjunto, não esqueça de colocar seus elementos aqui dentro: $\{\ \}$. É também usual as pessoas nomearem seus conjuntos com letras maiúsculas, mas **isso não é mandatório, nem necessário,** em algumas situações.

Relação de Pertinência

Quando um elemento faz parte de determinado conjunto, dizemos que **o elemento PERTENCE ao conjunto**. Essa relação de pertinência **entre um elemento e um conjunto** é representada pelo símbolo $\in$.

- $b \in A$: **Lemos**: b **pertence** a A;
- $4 \in B$: **Lemos**: 4 **pertence** a B;
- $15 \in C$: **Lemos**: 15 **pertence** a C.

Atente-se à simbologia! Podemos dizer que um elemento **não pertence** a um determinado conjunto. Para isso, utilizamos o símbolo "não pertence": $\notin$.

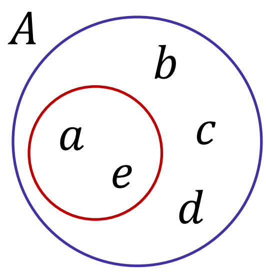
- $z \notin A$: z **não pertence** a A;
- $100 \notin B$: 100 **não pertence** a B;
- $\text{Beltrano} \notin E$: Beltrano **não pertence** a E.

Relação de Inclusão

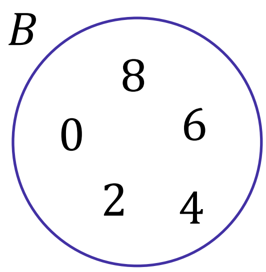
Existe mais um tipo de relação que devemos estudar: **a relação de inclusão**. Nesse tipo de relação, é estabelecido **um relacionamento entre dois conjuntos** e não mais entre um elemento e outro conjunto. Para isso, usamos uma simbologia específica que você deverá guardar: $\subset, \not\subset, \supset$ *e* $\not\supset$. Vamos ver com calma o que cada um deles diz! Considere: $\boldsymbol{A = \{a, b, c, d, e\}}$, $\boldsymbol{B = \{0, 2, 4, 6, 8\}}$ e $\boldsymbol{C = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}}$.

- $\{a, e\} \subset A$: **Lemos**: $\{a, e\}$ **está contido** em A;
- $\{0, 2, 8\} \subset B$: **Lemos**: $\{0, 2, 8\}$ **está contido** em B;

Perceba que agora não estamos estabelecemos uma relação entre um elemento e um conjunto**. A relação de inclusão envolve 2 conjuntos!** Diante disso, podemos introduzir um novo termo: **o subconjunto**. O subconjunto nada mais é do que **parte de um conjunto maior**. Quando dizemos, por exemplo, que $\boldsymbol{\{a, e\}}$ **está contido em $\boldsymbol{A}$**, estamos dizendo, com outras palavras, que $\{a, e\}$ é um subconjunto de $\boldsymbol{A}$.



O diagrama acima ajuda a compreender a relação de inclusão. Observe que **o conjunto $\boldsymbol{\{a, e\}}$ está inteiramente contido em $\boldsymbol{A}$**. Nessas condições, dizemos que $\{a, e\}$ está contido em A ou ainda que $\{a, e\}$ é um subconjunto de A. Algumas vezes, você poderá ver **o termo "parte" sendo usado como sinônimo de subconjunto**. Agora, imagine a seguinte situação:



Nesse caso, temos que $\{a, e\} \not\subset B$: **Lemos**: $\{a, e\}$ não está contido em B ou $\{a, e\}$ não é um subconjunto de B. Vamos ver mais alguns exemplos de quando **um conjunto não está contido em outro**:

- $\{a, e, f\} \not\subset A$
- $\{1, 3, 5\} \not\subset B$
- $\{0, 1\} \not\subset C$
- $\{\text{Sicrano}, \text{Beltrano}\} \not\subset \text{E}$

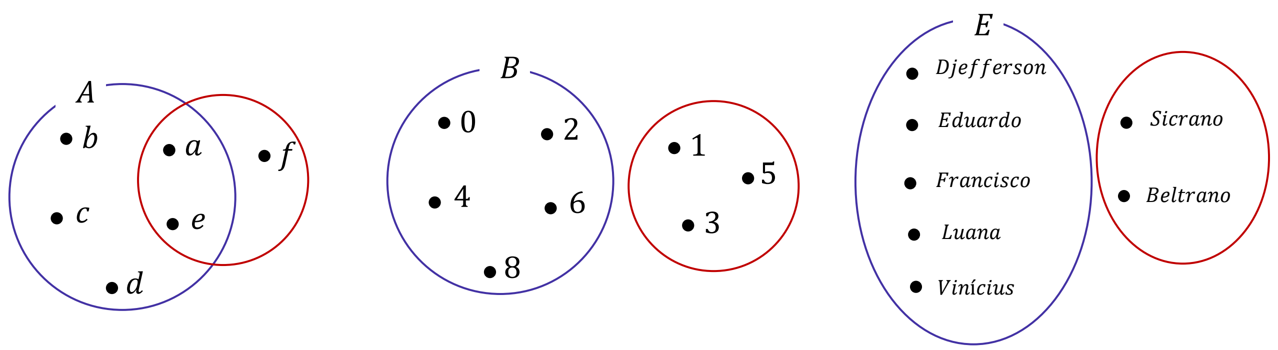
Perceba que **basta um elemento do conjunto não pertencer** ao conjunto maior que **não poderemos estabelecer uma relação de inclusão** entre os dois conjuntos e, portanto, dizemos que um não está contido no outro. Pessoal, **se $\{a, e\}$ está contido em A,** então também podemos dizer que **A contém $\{a, e\}$**. Quando queremos expressar essa ideia de que um conjunto maior contém determinado subconjunto, utilizamos o símbolo $\supset$.

- $A \supset \{a, e\}$: A **contém** $\{a, e\}$
- $B \supset \{0, 2, 8\}$: B **contém** $\{0, 2, 8\}$
- $C \supset \{1, 3, 5, 19\}$: C **contém** $\{1, 3, 5, 19\}$
- $\text{E} \supset \{\text{Francisco}, \text{Eduardo}\}$: E **contém** $\{\text{Francisco}, \text{Eduardo}\}$

Analogamente, podemos estender o raciocínio para quando queremos dizer que determinado conjunto **não contém outro**. Nessas situações, utilizamos $\not\supset$.

- $A \not\supset \{a, e, f\}$: A **não contém** $\{a, e, f\}$
- $C \not\supset \{0, 1\}$: C **não contém** $\{0, 1\}$
- $\text{E} \not\supset \{\text{Sicrano}, \text{Beltrano}\}$ -- E **não contém** $\{\text{Sicrano}, \text{Beltrano}\}$

ESQUEMATIZANDO



$A \not\supset \{a, e, f\}$ $\quad$ $B \not\supset \{1, 3, 5\}$ $\quad$ $\text{E} \not\supset \{\text{Sicrano}, \text{Beltrano}\}$

HORA DE PRATICAR!

(PREF. PIÊN/2023) Sejam A, B e C conjuntos dados por $A = \{-1,2,9,7,3\}$, $B = \{2,7\}$ e $C = \{-1,0\}$. Assinale a alternativa **CORRETA**.

A) $0 \in A$

B) $7 \subset A$

C) $B \subset A$

D) $C \subset A$

E) $-1 \notin A$

Comentários:

Vamos verificar se cada alternativa, de acordo com a definição dos conjuntos A, B e C.

A) $0 \in A$

Falsa, pois 0 **não** está no conjunto $A = \{-1,2,9,7,3\}$.

B) $7 \subset A$

Falsa, pois **7 não é um conjunto, mas um elemento**. Não podemos dizer que um elemento está contido em outro conjunto.

C) $B \subset A$

Verdadeira, pois todos os elementos de $B = \{2,7\}$ também estão no conjunto A.

D) $C \subset A$

Falsa, pois $C = \{-1,0\}$ tem um elemento, 0, que não está no conjunto A.

E) $-1 \notin A$

Falsa, pois -1 está no conjunto A.

Gabarito: LETRA C.

Igualdade entre Conjuntos

Pessoal, dois conjuntos são considerados iguais (ou idênticos) se eles possuem **exatamente os mesmos elementos!** Todo elemento que estiver em um deve necessariamente estar no outro. Por exemplo, considere os conjuntos $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{3, 2, 1\}$. Nessa situação, podemos escrever que $A = B$.

Professor, mas a ordem está diferente!

Não importa! O importante é que todos elementos de A são os mesmos elementos de B.

HORA DE PRATICAR!

(MPE-GO/2022) Sejam x e y números tais que os conjuntos $\{0, 8, 2\}$ e $\{x, y, 2\}$ são iguais, podemos afirmar que:

A) $x = 0$ e $y = 8$

B) $x + y = 8$

C) $x < y$

D) $x + 2y = 8$

Comentários:

Para que os dois conjuntos sejam iguais, **seus elementos devem ser iguais**. Note que o "2" já aparece nos dois conjuntos, então não vamos nos preocupar com ele.

$$\{0, 8, 2\} \qquad\qquad \{x, y, 2\}$$

Com isso, observe que **podemos ter duas situações**.

1ª situação) $x = 0$ e $y = 8$
2ª situação) $x = 8$ e $y = 0$

Sabendo disso, vamos analisar as alternativas.

A) $x = 0$ e $y = 8$
Errado. Essa é a nossa primeira situação, que não é necessariamente verdade. Também é uma possibilidade o caso em que $x = 8$ e $y = 0$.

B) $x + y = 8$
Correto. Esse é nosso gabarito, pessoal. Verifique que **independentemente da situação**, sempre vamos ter $x + y = 8$. Afinal, sempre um vai ser 0 (zero) e o outro será 8 (oito), de forma que a soma é sempre 8 (oito).

C) $x < y$
Errado. Essa afirmação é verdade apenas para a primeira situação. Como podemos ter o caso em que $x = 8$ e $y = 0$, tem-se também que x pode ser maior que y.

D) $x + 2y = 8$
Errado. Essa equação é válida apenas para a segunda situação. No caso em que $x = 0$ e $y = 8$, já é possível verificar que ela é inválida.

Gabarito: LETRA B.

Subconjuntos

Vamos aprofundar um pouco o nosso estudo sobre **os subconjuntos**. Para começar, tente dizer quais são os subconjuntos do conjunto $A = \{a, b\}$. *Pronto?* Observe como fica:

Conjunto	Subconjuntos
$A = \{a, b\}$	$\emptyset$
	$\{a\}$
	$\{b\}$
	$\{a, b\}$

A tabela acima lista todos os subconjuntos que podemos formar utilizando o conjunto A. Sabendo disso, podemos escrever as seguintes relações:

- $\emptyset \subset A$
- $\{a\} \subset A$
- $\{b\} \subset A$
- $\{a, b\} \subset A$

Devemos falar um pouco do **conjunto vazio e conjunto unitário**. O conjunto vazio, como o próprio nome sugere, **é um conjunto que não possui elementos**! É representado por meio do **símbolo** $\emptyset$ mas também pode aparecer como um simples par de chaves $\{\ \}$. Já **o conjunto unitário** é todo conjunto que **possui um único elemento**!

TOME NOTA!

O conjunto vazio é subconjunto de qualquer outro conjunto.

Seja X um conjunto genérico, então:

$$\emptyset \subset X \qquad ou \qquad \{\ \} \subset X$$

Observe que $\{a, b\} \subset A$, indicando que **qualquer conjunto é também um subconjunto de si mesmo**! Seja $B = \{a, b, c\}$. Vamos listar os seus subconjuntos também?

Conjunto	Subconjuntos
$B = \{a, b, c\}$	$\emptyset$
	$\{a\}$
	$\{b\}$
	$\{c\}$
	$\{a, b\}$
	$\{a, c\}$
	$\{b, c\}$
	$\{a, b, c\}$

Quando um subconjunto de B é diferente do próprio B, chamamos ele de **subconjunto próprio de B**. Por exemplo, $\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}$ são subconjuntos próprios de B. Já o subconjunto $\{a, b, c\}$ é denominado **impróprio** pois é igual ao próprio B! Com os conjuntos listados na tabela acima são subconjuntos de B, então podemos escrever:

- $\emptyset \subset B$
- $\{a\} \subset B$
- $\{b\} \subset B$
- $\{c\} \subset B$
- $\{a, b\} \subset B$
- $\{a, c\} \subset B$
- $\{b, c\} \subset B$
- $\{a, b, c\} \subset$

Pessoal, observe que **os subconjuntos de um conjunto são apenas diferentes combinações de seus elementos**. Portanto, se você precisar listar os subconjuntos, siga os seguintes passos:

PRESTE MAIS
ATENÇÃO!

Passo 1: O primeiro conjunto que você deve anotar como subconjunto é o **conjunto vazio**.

Passo 2: Depois, transforme em subconjunto cada elemento, um por um.

Passo 3: Em seguida, escreva os subconjuntos formado por pares de elementos.

Passo 4: Acabando os pares, pegue os trios e assim sucessivamente.

Seguindo essa receita, vamos listar os subconjuntos de $C = \{1, 2, 3\}$?

Passo 1: Você não deve esquecer que **o conjunto vazio é subconjunto de qualquer outro conjunto**, portanto:

$$\emptyset$$

Passo 2: Transformando cada elemento em um subconjunto, **um por um**.

$$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}$$

Passo 3: Escrever os subconjuntos formado por **pares** de elementos.

$$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2,3\}$$

Passo 4: Ir para os trios.

$$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2,3\}, \{1, 2, 3\}$$

Como o conjunto C só possui 3 elementos, encerramos por aqui! Listamos todos os subconjuntos dele. Observe que quando tínhamos um conjunto com **2 elementos, obtivemos 4 subconjuntos**. Ao aumentar um elemento no conjunto, **passamos a ter 8 subconjuntos**. Será que é possível estabelecer uma fórmula para calcular **o número de subconjuntos baseado na quantidade de elementos de um conjunto**?

É possível sim e **a fórmula é bem simples**. Seja $n(A)$ **o número de elementos de um conjunto A**. Então, **o número de subconjuntos de A, n_{S_A}**, é dado por:

$$\boxed{n_{S_A} = 2^{n(A)}}$$

Por exemplo, vamos voltar no conjunto $C = \{1, 2, 3\}$. Como ele tem **três elementos**, para encontrar o número de subconjuntos de C, fazemos assim:

$$n_{S_C} = 2^{n(C)} \quad \rightarrow \quad n_{S_C} = 2^3 \quad \rightarrow \quad n_{S_C} = 8$$

Logo, C tem **oito subconjuntos**.

HORA DE PRATICAR!

(Pref. Tuparetema/2024) Julgue o item:

Um conjunto não pode ser um subconjunto de si mesmo.

Comentários:

Para julgar o item, precisamos saber o que é um subconjunto. Um conjunto A é um subconjunto de um conjunto B **se todos os elementos de A também pertencem a B**. Por exemplo, $\{a, b\}$ é um subconjunto de $\{a, b, c\}$, mas $\{a, d\}$ não é um subconjunto de $\{a, b, c\}$. A relação de subconjunto é representada pelo símbolo $\subseteq$. Podemos escrever $\{a, b\} \subseteq \{a, b, c\}$, mas não podemos escrever $\{a, d\} \subseteq \{a, b, c\}$.

Uma propriedade importante da relação de subconjunto é que todo conjunto é um subconjunto de si mesmo. **Isso significa que qualquer conjunto A satisfaz $A \subseteq A$, pois todos os elementos de A pertencem a A.** Portanto, o item está errado. Um conjunto pode sim ser um subconjunto de si mesmo.

Gabarito: ERRADO.

Conjunto das Partes

Você sabia que **podemos juntar todos os subconjuntos de um conjunto para formar um novo conjunto**? Esse novo conjunto formado é denominado **conjunto das partes** e é representado pelo **símbolo** $\wp$. Por exemplo, os **conjuntos das partes** de $A = \{a, b\}$ e de $B = \{a, b, c\}$ são:

$$\wp(A) = \big\{\{\ \}, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\big\}$$

$$\wp(B) = \big\{\{\ \}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\big\}$$

Observe que $\wp(A)$ e $\wp(B)$ são **conjuntos formados por outros conjuntos**! Note ainda que **a sua quantidade de elementos é exatamente a quantidade de subconjuntos** calculada pela fórmula $\boldsymbol{nS_A = 2^{n(A)}}$. Um outro ponto que chamamos atenção é que, no conjunto das partes, listamos **o conjunto vazio** $\{\ \}$ explicitamente com um dos seus elementos.

(CRQ 4/2023) Considerem-se A o conjunto dos meses do ano que começam com vogal, B o conjunto dos meses do ano que começam com consoante e C o conjunto dos meses do ano que começam com a letra J. Com base nessas informações, julgue o item.

O conjunto das partes de A tem 8 subconjuntos não vazios.

Comentários:
Vamos lá!

conjunto A é **formado pelos meses do ano que começam com vogal**, ou seja:

$$\mathrm{A} = \{\text{abril, agosto, outubro}\}$$

O **conjunto das partes de A é o conjunto que contém todos os subconjuntos possíveis de A**, incluindo o subconjunto vazio e o próprio A. Para calcular o número de elementos do conjunto das partes de um conjunto finito, usa-se a fórmula $\boldsymbol{2^n}$**,** onde n é o número de elementos do conjunto original. No caso de A, $n = 3$, então o conjunto das partes de A tem $2^3 =$ **8 elementos**.

Porém, desses 8 elementos, um deles é o subconjunto vazio. Portanto, **o conjunto das partes de A tem 7 subconjuntos não vazios**, e não 8 como afirma o item.

Os subconjuntos não vazios de A são: {abril}, {agosto}, {outubro}, {abril, agosto}, {abril, outubro}, {agosto, outubro} e {abril, agosto, outubro}.

Gabarito: ERRADO.

INDO MAIS FUNDO!

Observe o conjunto F exemplificado abaixo.

$$F = \{1, 2, 3, \{a, b, c\}, \{d, e, f\}, \{W\}\}$$

Assim como o conjunto das partes, ***F* é um conjunto que possui como elemento outros conjuntos**. Note que o conjunto $\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\}$ **é um elemento de** $\boldsymbol{F}$. Nessas situações, e somente nelas, podemos escrever $\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\} \in \boldsymbol{F}$. Galera, muita atenção aqui! $\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\}$ **não é um subconjunto de F, é um elemento!** Perceba que ele está listado juntamente com os demais elementos!

- $1 \in F$
- $2 \in F$
- $3 \in F$
- $\{a, b, c\} \in F$
- $\{d, e, f\} \in F$
- $\{W\} \in F$

E nesses casos, *quando usaremos a relação de inclusão?* Veja alguns exemplos de subconjuntos de F:

- $\{1\} \subset F$
- $\{1, 2\} \subset F$
- $\{1, 2, 3\} \subset F$
- $\{\{a, b, c,\}\} \subset F$
- $\{\{W\}\} \subset F$
- $\{\{a, b, c,\}, \{d, e, f\}, \{W\}\} \subset F$

Observe que, para representar os subconjuntos que contém outros conjuntos, utilizamos, <u>sem problema algum</u>, dois pares de chaves. Tenha bastante cuidado em questões que tragam esse tipo de abordagem! Já vi muitas bancas se enrolarem ao cobrar questões com essa temática, pois desconhecem que conjuntos podem sim ser elementos de outros conjuntos e que podemos estabelecer uma relação de pertinência nessas situações.

HORA DE PRATICAR!

(FMS POMBOS/2023) Julgue o item:

Dado que X = {3, 5, 7, 9} e Y = {3, 5, {7, 9}}, podemos afirmar corretamente que esses conjuntos são iguais.

Comentários:
Para julgar o item, devemos lembrar a definição de conjunto e de igualdade entre conjuntos. Um conjunto é uma coleção de objetos distintos e não ordenados, chamados de elementos. **Dois conjuntos são iguais se e somente se têm os mesmos elementos**, independentemente da ordem ou da forma como são apresentados.

No caso dos conjuntos X = {3, 5, 7, 9} e Y = {3, 5, {7, 9}}, podemos observar que eles não são iguais, pois têm elementos diferentes. **O conjunto X tem quatro elementos: 3, 5, 7 e 9.** **O conjunto Y tem três elementos: 3, 5 e {7, 9}**. O elemento {7, 9} é um conjunto em si mesmo, formado por dois números. Portanto, ele é diferente do elemento 7 e do elemento 9, que são números simples.

Logo, **o item está errado**, pois afirma incorretamente que os conjuntos X e Y são iguais.

Gabarito: ERRADO.

(FMS POMBOS/2023) Julgue o item:

Ao empregar a linguagem de conjuntos e considerando o conjunto $X = \{x, \{y\}, z\}$, podemos afirmar corretamente que o conjunto $\{x, \{y\}\}$ pertence a X.

Comentários:
Na linguagem dos conjuntos, usamos os símbolos ∈ (pertence) e ∉ (não pertence) para indicar se um elemento faz ou não parte de um conjunto. Por exemplo, se A = {1, 2, 3}, então 1 ∈ A e 4 ∉ A. **Um conjunto também pode conter outros conjuntos como seus elementos**. Nesse caso, usamos as chaves {{ }} para diferenciar os conjuntos dos elementos. Por exemplo, se B = {a, {b, c}, d}, então a ∈ B, b ∉ B, {b, c} ∈ B e {a, d} ∉ B.

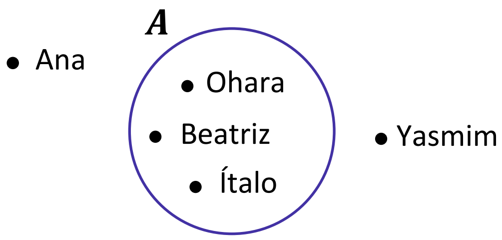
No item, temos **o conjunto $X = \{x, \{y\}, z\}$, que contém três elementos: x, {y} e z**. O elemento {y} é um conjunto que contém o elemento y. Portanto, podemos dizer que y ∈ {y} e {y} ∈ X. No entanto, **o conjunto {x, {y}} não é um elemento de X, mas sim um subconjunto de X**. Logo, o item está errado.

Gabarito: ERRADO.

Operações com Conjuntos

Representação por Diagramas

Você deve ter visto ao longo da aula que **apareceram alguns conjuntos na forma de diagramas**. Esse tipo de representação é extremamente útil na resolução de questões, pois **possibilita uma melhor compreensão do problema**. Por exemplo, seja $\boldsymbol{A}$ o conjunto de funcionários de uma determinada empresa.



Todos aqueles que estão dentro do conjunto $\boldsymbol{A}$ **representam funcionários da empresa**. **Quem está fora, não é funcionário da empresa**. Olhando simplesmente para o diagrama, podemos dizer que:

- $Ohara \in A$;
- $Beatriz \in A$;
- $Italo \in A$;
- $Yasmim \notin A$;
- $Ana \notin A$.

Esses diagramas são bastante conhecidos no meio matemático e possuem um nome especial: são os **Diagramas de Venn-Euler** ou, simplesmente, **Diagramas de Venn**. Esse tipo de representação é utilizado principalmente quando **precisamos representar vários conjuntos ao mesmo tempo**. Nos tópicos a seguir, usaremos bastante esses diagramas e você logo ficará habituado.

Existem diferentes maneiras de representarmos os conjuntos. A primeira dela é como estamos fazendo desde o começo da aula, como por exemplo, em $V = \{a, e, i, o, u\}$. Chamamos esse tipo de representação de "**representação por enumeração**".

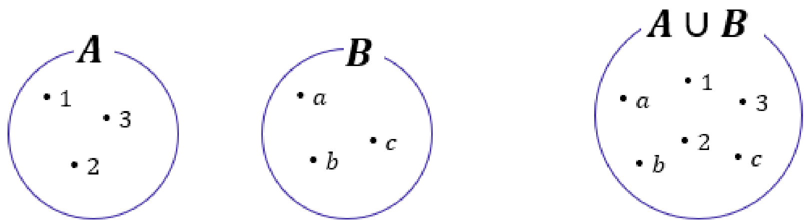
Ademais, temos a **representação por propriedade**. Para entender melhor, considere o mesmo conjunto V citado anteriormente. Ele também poderia ser escrito da seguinte forma: $\boldsymbol{V = \{x \mid x \text{ é vogal}\}}$.

Na prática, podemos ler tal conjunto da seguinte forma: **V é o conjunto dos elementos de x, tal que x é vogal**. Lemos essa barrinha vertical como **"tal que"**. **Não esqueça!**

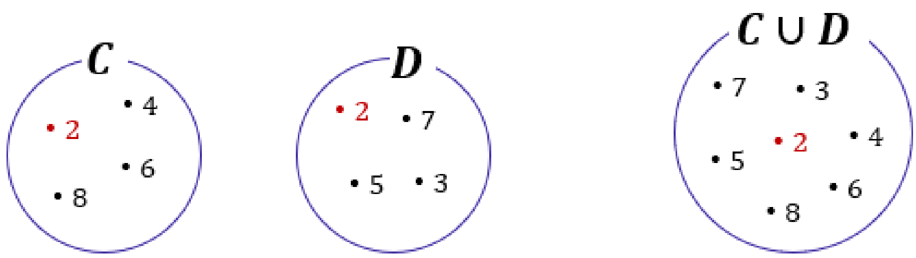
Por fim, temos a **representação por diagramas** que estudamos agora a pouco! Fechou?

União

Nessa parte da nossa aula, veremos que existem **várias operações** que os conjuntos podem se submeter. A mais conhecida talvez seja **a união (ou reunião) de conjuntos**. A união de conjuntos é representada pelo **símbolo** $\cup$ e, basicamente, **funde dois conjuntos em um só**.



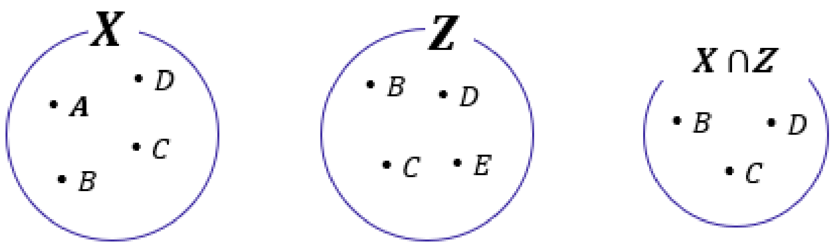
No diagrama acima, temos que $\boldsymbol{A} = \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}\}$ e $B = \{a, b, c\}$. Quando fazemos a união de A e B, criamos um conjunto que possui <u>todos</u> **os elementos dos dois conjuntos**, $\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B} = \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\}$. Haverá casos em que os conjuntos possuirão um mesmo elemento e, quando for necessário fazer a união dos dois, **você não precisará escrever duas vezes o elemento repetido**. Observe um exemplo nos diagramas abaixo.



Note que **o 2 é um elemento comum aos dois conjuntos**: $C = \{2, 4, 8, 6\}$ e $D = \{2, 3, 5, 7\}$. Nessas situações, quando fazemos a união de conjuntos que possuem elementos em comum, **esse elemento não vai aparecer duas vezes no conjunto união**! Confira que $C \cup D = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, **o 2 aparece apenas uma vez**.

Intersecção

A operação que seleciona **os elementos comuns entre dois ou mais conjuntos é denominada intersecção e é representada por** $\cap$. Por exemplo, nos diagramas acima o número 2 é o único elemento comum entre C e D. Logo, o conjunto intersecção será formado apenas pelo elemento 2: $\boldsymbol{C} \cap \boldsymbol{D} = \{\mathbf{2}\}$. Veja mais um exemplo abaixo.



Temos que $X = \{A, B, C, D\}$ e $Z = \{B, C, D, E\}$. São dois conjuntos distintos, mas que **possuem alguns elementos em comum**. Os elementos $B, C\ e\ D$ aparecem nos 2 conjuntos e formam o conjunto intersecção: $\boldsymbol{X \cap Z = \{B, C, D\}}$. Vamos treinar um pouco esses conceitos?

(IBGE/2023) Assinale a alternativa que identifica corretamente a intersecção entre esses três conjuntos A = {1, 2, 5, 6, 7}, B = {2, 3, 4, 5, 6, 7} e C = {0, 1, 2, 3, 4, 5}.

A) {2, 3, 5}

B) {2, 5}

C) {6, 7}

D) {1, 2, 5}

E) {1, 2, 3, 4, 5}

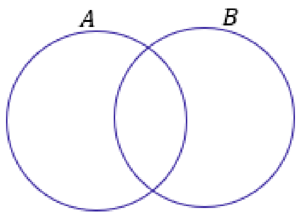
Comentários:

A intersecção entre três conjuntos é o conjunto formado pelos elementos que pertencem aos três conjuntos ao mesmo tempo. Portanto, **para encontrar a intersecção entre A, B e C, basta identificar quais elementos estão presentes nos três conjuntos dados**.

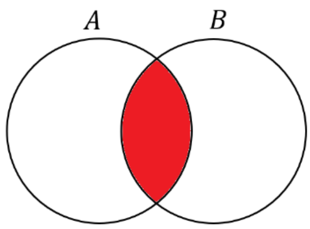
Assim, para encontrar a intersecção entre A, B e C, devemos verificar quais elementos satisfazem a condição de pertencer aos três conjuntos A, B e C. Dados os conjuntos A = {1, 2, 5, 6, 7}, B = {2, 3, 4, 5, 6, 7} e C = {0, 1, 2, 3, 4, 5}, podemos ver que **os únicos elementos que cumprem essa condição são 2 e 5**. Portanto, a intersecção entre esses três conjuntos é o conjunto {2, 5}. Assim, a alternativa correta é a letra B.

Gabarito: LETRA B.

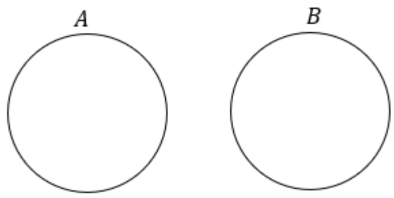
Quando dois conjuntos **possuem elementos em comum**, podemos representá-los assim:



Essa região comum representa exatamente a sua intersecção. Os elementos que estão na região em **vermelho** abaixo **pertencem simultaneamente aos conjuntos A e B**.

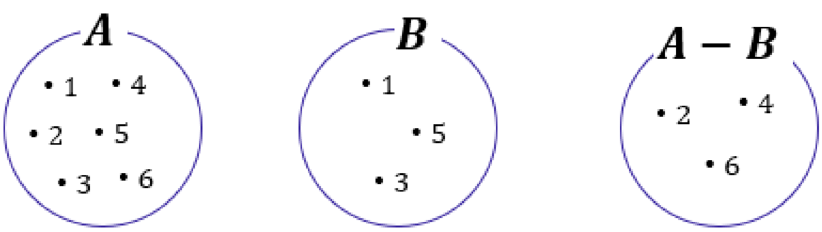


Caso os conjuntos não possuam elementos em comum, isto é, **não haja intersecção entre os dois**, nós vamos chamá-los de **disjuntos** e os representaremos utilizando círculos afastados um do outro.

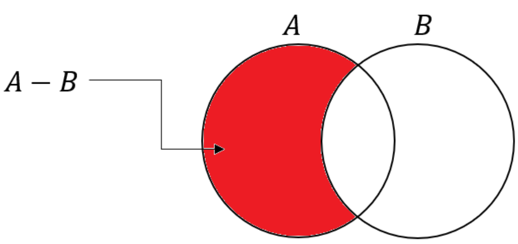


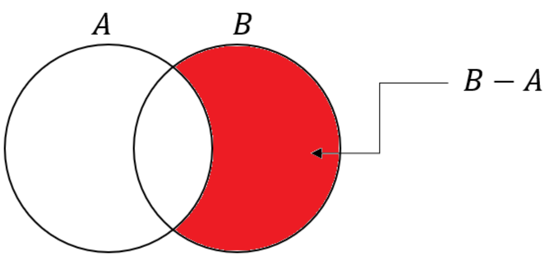
Diferença

Existe uma outra operação que é muito importante para a sua prova! Essa operação **é a diferença ou, como também é conhecida, a subtração de conjuntos**! O conjunto diferença é representado por $\boldsymbol{A - B}$ e é formado por **todos os elementos de A que não são elementos de B**! Por exemplo, considere os conjuntos:

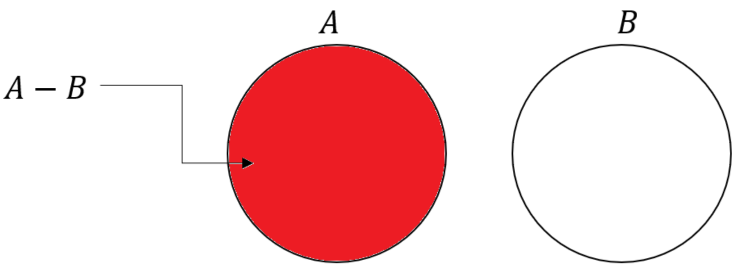


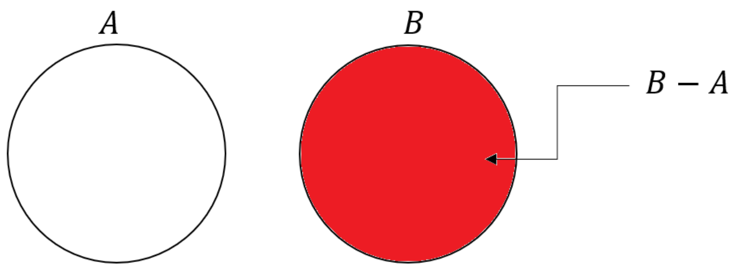
Observe que $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $B = \{1, 3, 5\}$. Para encontrar $A - B$, devemos selecionar **os elementos de $\boldsymbol{A}$ que não são elementos de $\boldsymbol{B}$**! Ou seja, **aqueles elementos que são apenas elementos de $\boldsymbol{A}$**! Observe que A e B possuem em comum os seguintes elementos: $A \cap B = \{1, 3, 5\}$. Logo, se $A = \{\mathbf{1}, 2, \mathbf{3}, 4, \mathbf{5}, 6\}$, então o $A - B = \{2, 4, 6\}$. Em diagramas, também é possível representar o conjunto diferença.





Um detalhe importante é que se A e B são **conjuntos disjuntos**, então $\boldsymbol{A - B = A}$ **e** $\boldsymbol{B - A = B}$. Veja como essa informação pode ser representada:





Vamos fazer alguns **exemplos numéricos** para visualizar ainda melhor essa última situação.

Considere os conjuntos $A = \{10, 20, 30\}$ e $B = \{40, 50\}$. Primeiramente, note que os conjuntos são disjuntos. *Mas qual é o motivo mesmo para eles serem disjuntos, professor?*

A e B são disjuntos pois não possuem elementos em comum! Nenhum sequer!! São totalmente diferentes um outro. *Tudo bem?!* Agora, lembre-se que **$A - B$ é o conjunto de elementos formados por todos os elementos de A que não são elementos de B**.

Ora, nesse nosso exemplo, **<u>todos</u> os elementos de A não são elementos de B**!! Sendo assim, podemos escrever que:

$$A - B = \{10, 20, 30\} = A$$

(UFPB/2023) Sejam os conjuntos finitos A = {0,1,2,3,5,6} e B = {0,2,3,5,8}, então podemos dizer que:
A) A união entre os conjuntos A e B possui exatamente 8 elementos
B) A – B possui exatamente 2 elementos
C) B – A possui exatamente 2 elementos
D) A intersecção entre os conjuntos A e B possui exatamente 3 elementos
E) Os conjuntos A e B são disjuntos

Comentários:

Essa questão envolve várias operações e conceitos da Teoria dos Conjuntos! Vamos comentar cada uma das alternativas.

A) A união entre os conjuntos A e B possui exatamente 8 elementos

Incorreta! A união entre A e B é formada pelos elementos {0,1,2,3,5,6,8}, que **são 7 ao todo.**

B) A – B possui exatamente 2 elementos

Correta! A – B é formado pelos elementos que pertencem a A, mas não a B. Neste caso, temos que $A - B = \{1,6\}$, que **possui exatamente 2 elementos**.

C) B – A possui exatamente 2 elementos

Incorreta! $B - A$ é formado pelos elementos que pertencem a B, mas não a A. Neste caso, temos que $B - A = \{8\}$, que **possui apenas 1 elemento**.

D) A intersecção entre os conjuntos A e B possui exatamente 3 elementos

Incorreta! A intersecção entre A e B é formada pelos elementos que pertencem aos dois conjuntos ao mesmo tempo. Neste caso, temos que $A \cap B = \{0,2,3,5\}$, que possui **4 elementos**.

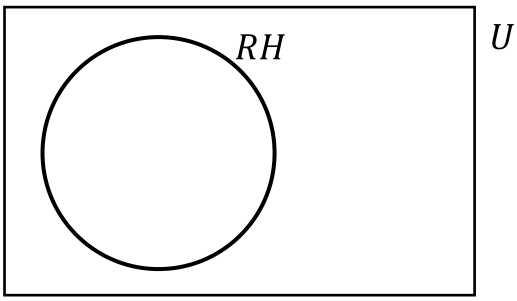
E) Os conjuntos A e B são disjuntos

Incorreta! Dois conjuntos são disjuntos **se não possuem nenhum elemento em comum**. Neste caso, podemos ver que A e B possuem vários elementos em comum, como 0, 2, 3 e 5.

Gabarito: LETRA B.

Complementar

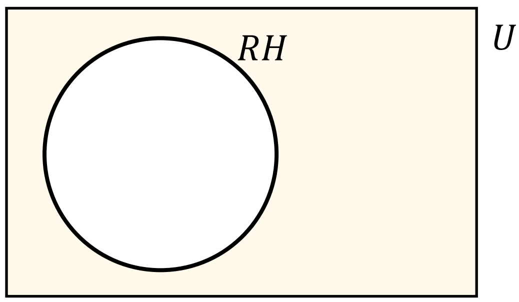
Quando falamos de um determinado conjunto, normalmente **estamos destacando determinado grupo dentro de um universo maior**. Por exemplo, podemos formar um conjunto dos funcionários especializados em RH de uma empresa. Esse grupo de funcionários foi retirado de um conjunto maior: **o conjunto formado por todos os funcionários da empresa**. Acompanhe o diagrama abaixo.



Observe que o conjunto formado por aqueles especializados em RH está contido dentro de um conjunto U. **Esse conjunto maior é frequentemente chamado de conjunto universo** e, nesse exemplo, poderia representar **o conjunto de todos os funcionários da empresa**.

Quer um outro exemplo? Imagine um conjunto formado por todas as vogais: $V = \{a, e, i, o, u\}$. Em um problema que estamos trabalhando com esse conjunto, qual seria o conjunto universo? O conjunto universo nessa situação seria o conjunto formado por todas as letras do alfabeto: $U = \{a, b, c, d, e, f, \ldots, x, y, z\}$.

Quando estamos falando de conjunto universo, um novo conceito surge: **o conjunto complementar**. Lembre-se do conjunto que inventamos com os funcionários de uma empresa especializados em RH. *Qual o complementar desse conjunto?* Seria o conjunto formado por **todos os outros funcionários da empresa que não são especializados em RH!** Vamos mostrar no diagrama.



O complementar do conjunto RH é representado pela **parte pintada em amarelo**. *E no nosso exemplo das letras?* Qual o complementar do conjunto formado apenas pelas vogais? Ora, é **o conjunto formado por todas as outras letras que não são vogais, isto é, o conjunto das consoantes**! Para determinar o complementar de qualquer conjunto, **é de fundamental importância conseguir identificar qual é o conjunto universo**.

A notação utilizada para representar o complementar de um conjunto X é $\boldsymbol{X^C}$ **ou** $\boldsymbol{\overline{X}}$. Representamos o conjunto complementar com esse "expoente" C ou uma barra em cima. Ademais, podemos definir o conjunto complementar utilizando o que acabamos de ver **sobre conjunto diferença**.

TOME NOTA!

$$\boxed{\overline{X} = X^C = U - X}$$

Veja que utilizando a definição acima, temos que o conjunto complementar X^C é formado por **tudo que está no conjunto universo, mas não está em $\boldsymbol{X}$**. Vamos fazer algumas questões para aplicar o que acabamos de ver?

(CREFONO/2023) Os alienígenas estão estudando a população da Terra e, para isso, estão analisando alguns conjuntos de dados. Considere os conjuntos A, B e C, em que:

- A representa os seres humanos que já avistaram um OVNI;
- B representa os seres humanos que acreditam em vida extraterrestre; e
- C representa os seres humanos que afirmam ter sido abduzidos por alienígenas.

Com base nesse caso hipotético, julgue o item.

O complemento de A representa os seres humanos que nunca avistaram um OVNI.

Comentários:

O complemento de um conjunto A é o conjunto formado por todos os elementos que <u>não</u> pertencem a A. Como A representa os seres humanos que já avistaram um OVNI, o complemento de A representa os seres humanos que **não avistaram um OVNI**. Portanto, o item está certo.

Gabarito: CERTO.

(CRAS/2023) Sendo $X = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 5, 7, 10\}$ e $Y = \{2, 3, 4, 5, 10, 11\}$, então o complementar de Y em X é:

A) $\{2, 3, 5, 10\}$.
B) Ø.
C) $\{-3, -2, -1\}$.
D) $\{11\}$.
E) $\{-3, -2, -1, 0, 1, 7\}$.

Comentários:

O complementar de Y em X (C_X^Y) é o conjunto formado pelos **elementos que pertencem a X mas não pertencem a Y**. Para encontrar esse conjunto, temos que eliminar de X os elementos que são comuns a Y. Assim:

$$C_X^Y = X - Y = \{-3, -2, -1, 0, 1, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \mathbf{5}, 7, \mathbf{10}\} - \{\mathbf{2}, \mathbf{3}, 4, \mathbf{5}, \mathbf{10}, 11\}$$

Note que **os elementos comuns são {2,3,5,10}**. Logo, sobram os elementos {-3,-2,-1,0,1,7}, que formam o complementar de Y em X.

$$\boxed{\boldsymbol{X - Y \ = \ \{-3, -2, -1, 0, 1, 7\}}}$$

Gabarito: LETRA E.

Leis de De Morgan

Pessoal, as leis de De Morgan são dois teoremas que **relacionam as operações de união e intersecção de conjuntos com a complementação**. Elas foram formuladas pelo matemático britânico Augustus De Morgan no século 19 e podem ser enunciadas assim:

- O complemento da união de dois conjuntos é igual à intersecção dos complementos desses conjuntos.

$$(A \cup B)^{c} = A^{c} \cap B^{c}$$

- O complemento da intersecção de dois conjuntos é igual à união dos complementos desses conjuntos.

$$(A \cap B)^{c} = A^{c} \cup B^{c}$$

Essas leis nos permitem manipular expressões envolvendo conjuntos de maneiras diferentes e facilitam o entendimento de algumas propriedades dos conjuntos. Vamos ver alguns exemplos para ilustrar como elas funcionam.

Suponha que **A seja o conjunto dos números pares menores que 10** e que **B seja o conjunto dos números múltiplos de 3 menores que 10.** Temos que:

- $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$
- $B = \{0, 3, 6, 9\}$
- $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Então, a união de A e B é o conjunto que contém todos os elementos de A ou de B, ou seja:

$$A \cup B = \{0, 2, 3, 4, 6, 8, 9\}$$

O complemento de AUB é o conjunto que contém todos os elementos de U que não estão em AUB, ou seja:

$$(A \cup B)^{c} = \{1, 5, 7\}$$

Por outro lado, **o complemento de A é o conjunto que contém todos os elementos que não estão em A**:

$$A^c = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

E **o complemento de B é o conjunto que contém todos os elementos que não estão em B**:

$$B^c = \{1, 2, 4, 5, 7, 8\}$$

A **intersecção de Aᶜ e Bᶜ é o conjunto que contém todos os elementos que estão em Aᶜ e em Bᶜ**, ou seja:

$$A^c \cap B^c = \{1, 5, 7\}$$

Observe que **esse conjunto é exatamente o mesmo que o complemento de A ∪ B**. Isso mostra que a primeira lei de De Morgan é válida nesse caso. Podemos fazer um raciocínio análogo para mostrar a validade da segunda lei! Agora, vamos ver como o tema aparece em prova!

HORA DE PRATICAR!

(PM-SP/2018) De acordo com as leis de De Morgan, o complementar da união é igual a intersecção dos complementares. Assim, dado um conjunto X, seja X^C o seu complementar em relação ao conjunto universo. Considerando $V = \{a, e, i, o, u\}$ o conjunto universo, sejam os subconjuntos $A = \{a, e\}$ e $B = \{o, u\}$. O conjunto $A^C \cap B^C$ é igual ao conjunto

A) $\{i\}$

B) $\{o\}$

C) $\{o, i\}$

D) $\{a, i\}$

Comentários:

O complementar de A é tudo que pertence ao universo de A, mas **não pertence a A**.

$$A^C = V - A$$

Como $V = \{a, e, i, o, u\}$ e $\boldsymbol{A} = \{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{e}\}$, ficamos:

$$A^C = \{i, o, u\}$$

Por sua vez:

$$B^C = V - B$$

Como $V = \{a, e, i, o, u\}$ e $\boldsymbol{B = \{o, u\}}$, ficamos:

$$B^C = \{a, e, i\}$$

Queremos a intersecção entre A^C e B^C:

$$\boxed{\boldsymbol{A^C \cap B^C = \{i\}}}$$

Gabarito: LETRA A.

Princípio da Inclusão-Exclusão

Pessoal, muitas vezes vamos precisar **determinar o número de elementos de um conjunto**. Essa tarefa de contar **pode ficar um pouco complicada quando temos elementos que pertencem a mais de um conjunto**, pois, nesses casos, **devemos eliminar as repetições** para não contar o mesmo elemento duas vezes.

Nesse sentido, surge o Princípio da Inclusão-Exclusão (PIE). Esse princípio possibilita uma contagem exata da quantidade de elementos **de um conjunto formado pela união de vários outros, mesmo que contenham intersecções**.

➢ 2 Conjuntos

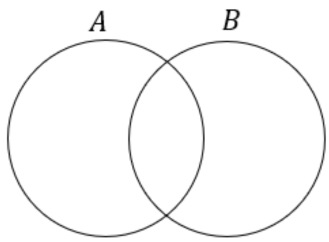
Imagine **dois conjuntos A e B com elementos em comum**. Se $n(A)$ é o número de elementos de A e $n(B)$ é o número de elementos de B, quanto vale $n(A \cup B)$?

TOME NOTA!

$$\boxed{\boldsymbol{n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)}}$$

Vamos tentar entender o caminho das pedras para chegar na relação acima. Considere os conjuntos:

- $A = \{1, 2, 3\} \quad \Longrightarrow \quad n(A) = 3$
- $B = \{3, 4, 5\} \quad \Longrightarrow \quad n(B) = 3$
- $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad \Longrightarrow \quad n(A \cup B) = 5$
- $A \cap B = \{3\} \quad \Longrightarrow \quad n(A \cap B) = 1$



Observe que **apesar da união entre A e B ser uma espécie de fusão entre os dois conjuntos**, o número de elementos na união, na maioria dos casos, **não é a soma direta do número de elementos de A com o número de elementos de B**.

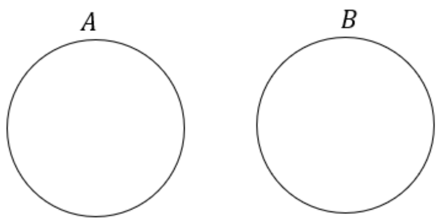
Perceba que **o elemento 3 aparece tanto em A como em B** e ao somar o número de elementos dos dois conjuntos **devemos considerar que estamos somando o mesmo elemento duas vezes!** É por isso esse motivo que devemos subtrair a quantidade de elementos que estão na intersecção. Já para **conjuntos disjuntos** temos que:

TOME NOTA!

$$\boxed{\boldsymbol{n(A \cup B) = n(A) + n(B)}}$$

pois:

$$\boldsymbol{n(A \cap B) = 0}.$$



HORA DE PRATICAR!

(PREF. CAMPOS DOS GOYTACAZES/2024) Certo congresso acadêmico organizado na universidade federal de determinado Estado contou com a participação de 160 pesquisadores e foi realizado em dois dias. O primeiro dia do congresso teve a participação de 120 pesquisadores e, no segundo, a participação foi de 100 pesquisadores. Considerando estas informações, quantos pesquisadores participaram dos dois dias do congresso?

A) 30.
B) 45.
C) 60.
D) 75.

Comentários:

Para resolver esta questão, podemos usar o **princípio da inclusão-exclusão**, que diz que:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

No caso, o conjunto A é formado pelos pesquisadores que participaram do primeiro dia do congresso, e o conjunto B é formado pelos que participaram do segundo dia. **O número de elementos da união entre A e B é igual ao número total de pesquisadores, ou seja, 160**. Substituindo os dados na fórmula, temos:

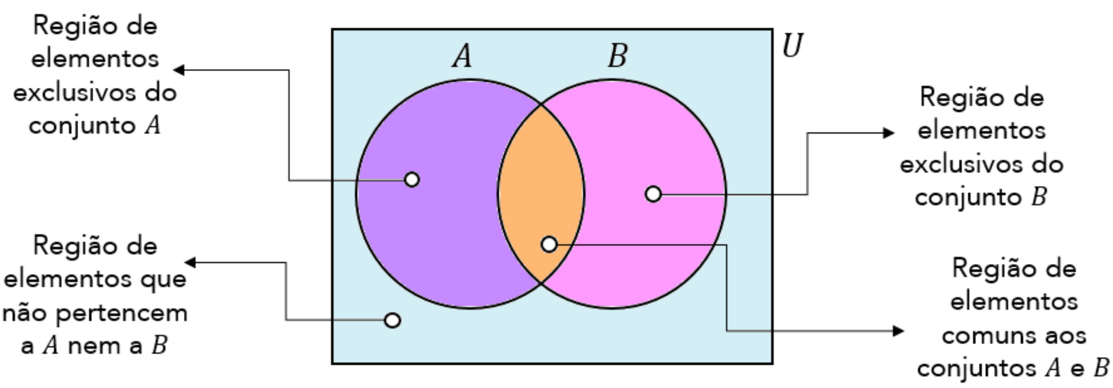
$$160 = 120 + 100 - n(A \cap B)$$

Simplificando, obtemos:

$$n(A \cap B) = 60$$

Gabarito: LETRA C.

A verdade é que **não precisamos decorar fórmulas** para responder questões que envolva esse princípio. Utilizando **um pouco de lógica e diagramas de Venn**, podemos encontrar a quantidade de elemento de cada conjunto envolvido em um problema típico de Princípio da Inclusão-Exclusão. Antes disso, quero deixar claro para vocês **o significado de cada uma das regiões** no seguinte diagrama:



HORA DE PRATICAR!

(PREF. AMERICANA/2023) Para uma vaga de emprego foram entrevistados 820 candidatos, dos quais 450 são carpinteiros, 250 são pedreiros, 320 não são carpinteiros nem pedreiros. Dos candidatos entrevistados, são carpinteiro e pedreiro, aproximadamente:

A) 13,05%.

B) 19,15%.

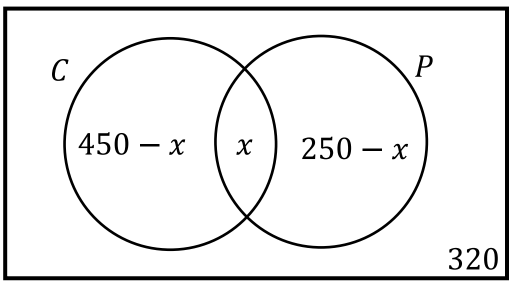
C) 24,39%.

D) 25,50%.

E) 32,95%.

Comentários:

Vamos organizar as informações do enunciado em um diagrama.



No diagrama desenhado, "C" representa o conjunto dos carpinteiros e "P", o dos pedreiros. Tem-se ainda:

- "x" é a quantidade de candidatos que **são carpinteiro e pedreiro**;
- "$450 - x$" é a quantidade de candidatos que são **apenas** carpinteiros;
- "$250 - x$" é a quantidade de candidatos que são **apenas** pedreiros;
- "320" é a quantidade de candidatos que **não são carpinteiros nem pedreiros**.

A soma dos valores dessas regiões **deve totalizar a quantidade de candidatos entrevistados**. Logo:

$$x + (450 - x) + (250 - x) + 320 = 820$$

$$1020 - x = 820$$

$$x = 200$$

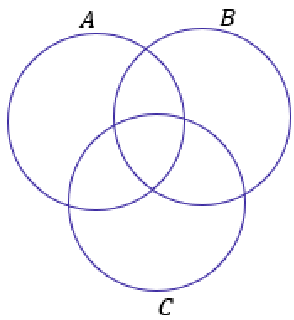
A questão quer esse resultado e**m porcentagem**. Logo:

$$x\% = \frac{200}{820} \cdot 100 \qquad \rightarrow \qquad \boxed{x\% = 24,39\%}$$

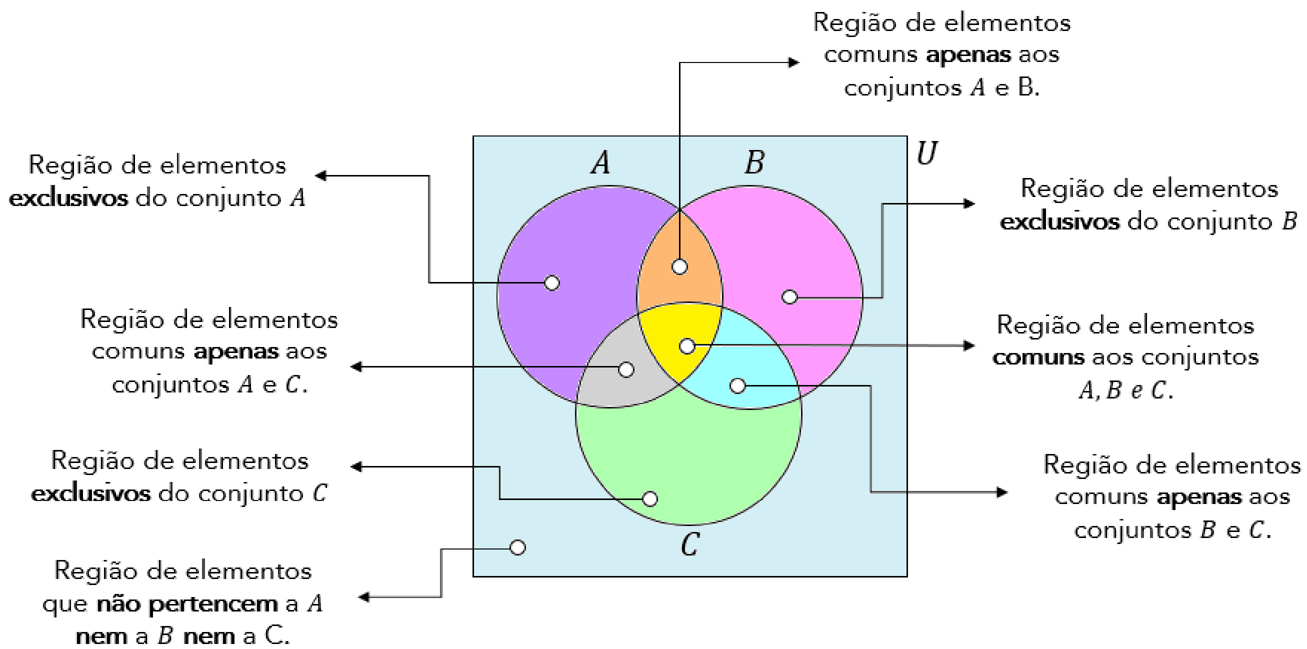
Gabarito: LETRA C.

3 Conjuntos

Imagine que você tem 3 conjuntos, **cada conjunto possui elementos em comum com os outros dois**. A situação **mais completa** que podemos imaginar está representada pelo diagrama abaixo.



Vamos fazer **uma leitura** de cada uma das regiões da figura acima?



Observe que **o número de regiões com três conjuntos aumenta bastante** em relação à análise anteriormente feita com dois. Agora, considere que **você conhece a quantidade** de elementos de cada um dos conjuntos cima, isto é, $n(A)$, $n(B)$ e $n(C)$.

Como você faria para encontrar $n(A \cup B \cup C)$ *? Será que é só somar as três quantidades?* **A resposta para essa pergunta é não!** Precisamos ter atenção aos **elementos que podem pertencer a mais de um conjunto**.

Segundo o Princípio da Inclusão- Exclusão, a fórmula geral que permite calcular a quantidade de elementos de um **conjunto formado pela união de outros três** é dada por:

TOME NOTA!

$$\boxed{n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)}$$

Vamos tentar entender com ela surge? Note que para achar a quantidade de elementos do conjunto união, primeiro **somamos individualmente as quantidades de cada um dos conjuntos**.

$$n(A) + n(B) + n(C)$$

No entanto, nós vimos que, ao fazer isso, **não estamos considerando os elementos que podem pertencer a mais de um conjunto**. Essa soma dará, certamente, uma quantidade de elementos maior do que a quantidade real. *Mas, então, o que fazer?* **É preciso subtrair as quantidades dos elementos que estão nas intersecções, evitando assim a dupla contagem**.

$$n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C)$$

Perceba que a fórmula ainda não está completa. Imagine um elemento que é **comum a todos os 3 conjuntos**, isto é, pertence a $A \cap B \cap C$. Esse elemento pertence tanto a A, quanto a B e a C. Quando fizemos a soma $n(A) + n(B) + n(C)$, **contamos ele três vezes**!

Quando fizemos a subtração $-n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C)$ estamos **tirando ele três vezes**! **Resultado: não estamos contando os elementos de $A \cap B \cap C$**. Por esse motivo, **adicionamos $n(A \cap B \cap C)$.** Logo,

$$\boxed{n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)}$$

Eu sei que a fórmula **pode parecer um pouco complicada**, mas garanto que com **um pouco de paciência e resolução de exercícios**, ela se tornará **mais amigável e bastante intuitiva**! Além disso, também ensinarei um jeito que vocês poderão utilizar **caso não lembrem da fórmula**. Algumas vezes, no entanto, **a questão pode exigir a aplicação direta dela**. Confira o exercício abaixo.

(ITAIPU/2024) A divisão de saúde da usina de Itaipu entrevistou 79 servidores a respeito dos seus hábitos esportivos. Nessa pesquisa, verificou-se que:

- 35 jogam futebol;
- 35 praticam natação;
- 30 jogam tênis;
- 11 praticam futebol e natação;
- 8 praticam natação e tênis;
- 6 praticam tênis e futebol;
- todos os entrevistados praticam algum esporte.

Na situação apresentada, o número de entrevistados que praticam todos os esportes é igual a
A) 1.
B) 3.
C) 4.
D) 6.
E) 11.

Comentários:
Para resolver essa questão, podemos usar o princípio da inclusão-exclusão!

$$\boxed{\boldsymbol{n(F \cup N \cup T) = n(F) + n(N) + n(T) - n(F \cap N) - n(F \cap T) - n(N \cap T) + n(F \cap N \cap T)}}$$

- "F" representa o conjunto daqueles que jogam futebol;
- "N" representa o conjunto daqueles que praticam natação;
- "T" representa o conjunto daqueles que jogam tênis;

De acordo com o enunciado, podemos retirar as seguintes informações:

- 35 jogam **futebol:**

$$n(F) = 35$$

- 35 praticam **natação**:

$$n(N) = 35$$

- 30 jogam **tênis**:

$$n(T) = 30$$

- 11 praticam **futebol e natação**;

$$n(F \cap N) = 11$$

- 8 praticam **natação e tênis**;

$$n(N \cap T) = 8$$

- 6 praticam **tênis e futebol**:

$$n(F \cap T) = 6$$

- todos os entrevistados (79) praticam algum esporte.

$$\boldsymbol{n(F \cup N \cup T) = 79}$$

Pronto! Podemos substituir essas quantidades na fórmula:

$$79 = 35 + 35 + 30 - 11 - 6 - 8 + n(F \cap N \cap T)$$

Simplificando:

$$79 = 75 + n(F \cap N \cap T)$$

$$\boxed{\boldsymbol{n(F \cap N \cap T) = 4}}$$

Gabarito: LETRA C.

Em algumas questões **não precisaremos aplicar diretamente a fórmula acima**. Será necessário um trabalho mais braçal da nossa parte, para chegar à resposta. Muitas vezes a questão pede valores específicos que vão surgir de uma maneira mais fácil **se a gente for completando o diagrama de Venn** com as quantidades.

Por favor, **dê mais olhada naquele "mapa" que mostrei logo no início desse tópico**, destacando as regiões e o seu significado.

Para contar elementos em um diagrama de Venn, o primeiro passo é sempre inserir a quantidade de elementos que possui a intersecção dos três conjuntos! Depois, partimos para as intersecções duplas e, por fim, analisamos a quantidade de elementos exclusivos de cada conjunto. Vamos ver na prática como fazemos isso?

HORA DE PRATICAR!

(UNICAMP/2024) Num congresso, o número de pessoas que falam inglês é o dobro do número de pessoas que falam espanhol e é o triplo do número de pessoas que falam alemão. Há 3 pessoas que falam inglês e espanhol, 4 pessoas que falam inglês e alemão e 6 pessoas que falam espanhol e alemão. Não há ninguém que fale as três línguas. Há 447 pessoas que falam apenas uma dessas três línguas. Nessas condições, o número de pessoas que falam apenas inglês é igual a:

A) 294

B) 280

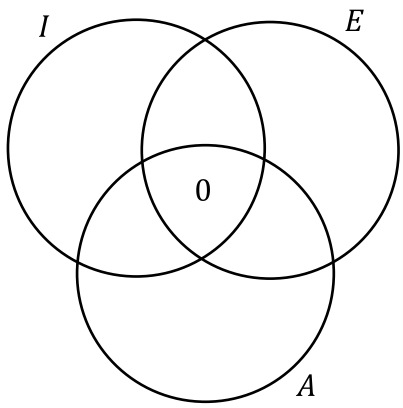
C) 273

D) 260

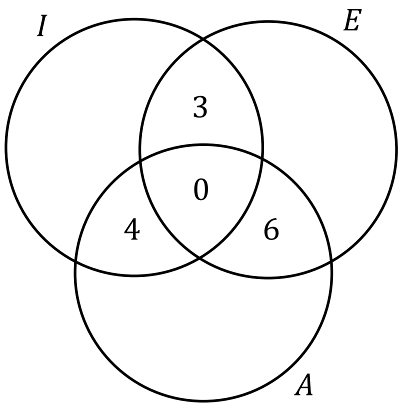
E) 251

Comentários:

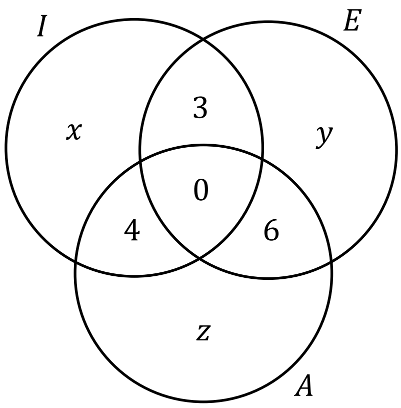
Vamos organizar as informações do enunciado em um diagrama. A primeira coisa que fazemos é colocar a **intersecção entre os três conjuntos**. Sendo assim, note que o enunciado diz que não há ninguém que fale as três línguas. Logo, essa intersecção é zero.



O enunciado também diz as intersecções dois a dois: **Há 3 pessoas que falam inglês e espanhol, 4 pessoas que falam inglês e alemão e 6 pessoas que falam espanhol e alemão**. No diagrama, ficamos:



Sobre as quantidades de pessoas que falam apenas inglês, apenas espanhol ou apenas alemão, o enunciado não fala nada. Por esse motivo, **vamos chamar essas quantidades de "x", "y" e "z",** respectivamente.



Ora, o enunciado afirma **447 pessoas falam apenas uma dessas três línguas**. Logo:

$$x + y + z = 447 \qquad (1)$$

Por sua vez, temos que **o número de pessoas que falam inglês é o dobro do número de pessoas que falam espanhol**. Logo:

$$(x + 3 + 0 + 4) = 2 \cdot (3 + y + 0 + 6)$$

$$x + 7 = 2y + 18$$

$$x = 2y + 11 \qquad (2)$$

Por fim, sabemos também que **o número de pessoas que falam inglês é o triplo do número de pessoas que falam alemão**. Logo:

$$(x + 3 + 0 + 4) = 3 \cdot (z + 0 + 4 + 6)$$

$$x + 7 = 3z + 30$$

$$x = 3z + 23 \qquad (3)$$

Vamos isolar "y" em (2) e "z" em (3):

$$y = \frac{x - 11}{2} \qquad\qquad z = \frac{x - 23}{3}$$

Substituindo em (1):

$$x + \frac{(x - 11)}{2} + \frac{(x - 23)}{3} = 447$$

Multiplicando os dois membros da equação pelo mínimo múltiplo comum dos denominadores, que é 6, obtemos:

$$6x + 3(x - 11) + 2(x - 23) = 2682$$

Simplificando e colocando em ordem, temos:

- $$11x - 79 = 2682$$

Isolando x, obtemos:

$$x = \frac{(2682 + 79)}{11}$$

$$x = \frac{2761}{11}$$

$$\boxed{x = 251}$$

"x" é exatamente o valor procurado pela questão, pois é a quantidade de pessoas que falam apenas inglês.

Gabarito: LETRA E.

CONJUNTOS NUMÉRICOS

Introdução

Chegou a hora de falarmos sobre conjuntos numéricos! Como o próprio nome sugere, são **grupos exclusivamente formados por números**! Compreender essa parte inicial da matemática é fundamental para que você possa **construir uma base sólida na matéria**. *Vamos nessa?!*

Conjunto dos Números Naturais ($\mathbb{N}$)

O conjunto dos números naturais é representado pelo símbolo $\mathbb{N}$. Basicamente, esse conjunto compreenderá aqueles números que **surgem "naturalmente" da necessidade de contar**. Observe.

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

A primeira coisa que você deve notar é que no conjunto dos números naturais **não vamos ter os famosos "números quebrados",** tais como "1,5", "2,81", "101,12"... Também não teremos os números negativos, tais como o "-1", '-105", "-56,15"...

É o conjunto mais simples e **possui uma quantidade infinita de elementos**. Uma notação importante é **o asterisco sobrescrito** ao símbolo do conjunto. **Ele vai indicar que o 0 está sendo excluído da lista**. Essa notação pode ser usada para qualquer conjunto que veremos.

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots\}$$

No estudo dos números naturais, podemos introduzir dois novos conceitos: **o antecessor e o sucessor** de um número. O antecessor de um número natural nada mais é do que **o número que vem antes dele**. Por exemplo, o antecessor do 5 é o 4, o antecessor do 100 é o 99, o antecessor do 12341 é o 12340.

Note que **o número 0 é o único natural que não possui antecessor natural**, pois **-1 pertence ao conjunto dos números inteiros,** como veremos posteriormente.

O **sucessor de um número é o número que vem após ele**. Por exemplo, o sucessor do 5 é o 6 e o sucessor do 80 é o 81. Dessa vez, perceba que **todos os naturais possuem sucessores**.

(CM ITAPISSUMA/2024) Considere o conjunto dos números naturais em que o 1 não é sucessor de nenhum outro. Nesse sentido, não podemos garantir que

A) O quociente entre números naturais resulte em um número natural

B) O sucessor de a é a + 1

C) Um número b é dito primo quando seus únicos divisores forem 1 e o próprio b

D) O sucessor de a mais o sucessor de b resulta no sucessor do sucessor de a + b

E) Um número natural N qualquer, exceto a unidade, tem como antecessor o número N-1.

Comentários:

Inicialmente, observe que o enunciado fala do conjunto dos números naturais em que **o 1 não é sucessor de nenhum outro**, ou seja, estamos falando de $\mathbb{N}^*$. Com isso em mente, vamos analisar as alternativas.

A) O quociente entre números naturais **pode** resultar em um número natural, mas **nem sempre isso acontece**. Por exemplo, **se dividirmos 5 por 2, obteremos 2,5, que não é um número natural**. A divisão entre números naturais só resulta em um número natural quando o divisor é um fator do dividendo, ou seja, quando a divisão é exata. Sendo assim, **essa é a alternativa procurada!**

B) O sucessor de a é o próximo número natural depois de a, e **podemos obtê-lo somando 1 a a.** Por exemplo, o sucessor de 3 é 4, que é igual a 3 + 1. Portanto, alternativa correta!

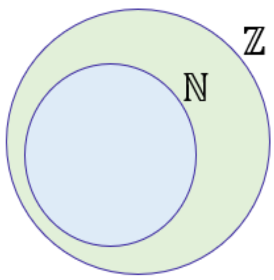
C) Um número b é dito primo quando ele tem apenas dois divisores naturais distintos: **1 e o próprio b**. Por exemplo, 2, 3, 5, 7, 11 são números primos, pois só podem ser divididos por 1 e por eles mesmos. Já 4, 6, 8, 9, 10 não são primos, pois **têm mais de dois divisores naturais.** Portanto, alternativa correta!

D) Verdadeira. O sucessor de a mais o sucessor de b é o mesmo que (a + 1) + (b + 1), que por sua vez é igual a (a + b) + 2. E **o sucessor do sucessor de a + b é o mesmo que (a + b) + 1 + 1**, que também é igual a (a + b) + 2. Portanto, **as duas expressões são equivalentes**. Portanto, alternativa correta!

E) Um número natural N qualquer, exceto a unidade, tem como antecessor o número natural que vem antes dele na sequência dos naturais, e **podemos obtê-lo subtraindo 1 de N**. Por exemplo, **o antecessor de 4 é 3, que é igual a 4 - 1**. Logo, alternativa correta!

Gabarito: LETRA A.

Conjunto dos Números Inteiros ($\mathbb{Z}$)



Para obtermos o conjunto dos números inteiros, basta **pegar os naturais e adicionar os números negativos**!

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

As primeiras informações que devemos ter em mente sobre o conjunto dos números inteiros é que ele **contém o conjunto dos números naturais**: $\mathbb{Z} \supset \mathbb{N}$. Em outras palavras, **o conjunto dos números naturais é um subconjunto dos inteiros**.

Nesse contexto, note que **todos os números naturais são também números inteiros**. Portanto, é correto dizer que $1, 2, 3, 4, 5, \dots$ **além de números naturais, são números inteiros**. Atenção ao fato de que, **os números negativos são números inteiros, mas não são números naturais**. Podemos utilizar o asterisco sobrescrito caso se queira tirar o 0 do conjunto.

$$\mathbb{Z}^* = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

Nessa altura da aula, **é importante** definirmos duas classes especiais de números: **os números pares e os números ímpares**.

- **Número par**: todo número inteiro que pode ser escrito na forma $\boldsymbol{p = 2n}$, $n \in \mathbb{Z}$.
- **Número ímpar**: todo número inteiro que pode ser escrito na forma $\boldsymbol{i = 2n + 1}$, $n \in \mathbb{Z}$.

As definições acima podem parecer um pouco complicadas, normalmente, elas são utilizadas apenas para demonstrar propriedades desses números. Logo, podemos defini-los de uma maneira mais simplificada.

- **Número par:** todo número terminado em $0, 2, 4, 6$ e 8.
- **Número ímpar**: todo número terminado em $1, 3, 5, 7$ e 9.

A forma como conceituamos acima é **uma consequência da definição original**. É muito útil quando precisamos identificar se um número é par ou ímpar!

HORA DE PRATICAR!

(AEB/2024) Julgue o item a seguir:

Números inteiros são um conjunto de números que incluem todos os números naturais (0, 1, 2, ...), partindo do zero, os quais são utilizados para contar, ordenar e realizar operações matemáticas básicas.

Comentários:

Pessoal, o item está errado porque **os números inteiros não partem do zero**, mas sim se estendem infinitamente tanto para os números positivos quanto para os negativos. **Os números inteiros incluem todos**

os números naturais (0, 1, 2, ...) e seus opostos negativos (-1, -2, -3, ...). O conjunto dos números inteiros pode ser escrito assim:

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

Gabarito: ERRADO.

(PREF. S. PARNAÍBA/2023) A soma de dois números inteiros consecutivos resulta em um número:
A) positivo.
B) primo.
C) múltiplo de três.
D) ímpar.

Comentários:
Vamos chamar os dois números inteiros consecutivos de x e x+1. A soma desses números é 2x + 1, que é uma expressão ímpar. Isso acontece porque 2x é um número par, já que é o dobro de um número inteiro, e 1 é um número ímpar.

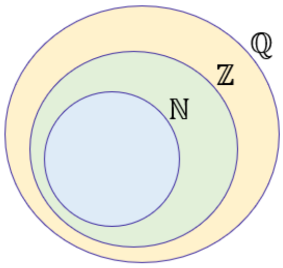
Quando somamos um número par com um número ímpar, o resultado é sempre ímpar. Isso significa que qualquer que seja o valor de x, a soma será ímpar. Por exemplo, se x = 0, a soma é 1; se x = 1, a soma é 3; se x = 2, a soma é 5, e assim por diante.

Logo, **a resposta correta é a letra D**, pois é a única que vale para todos os casos possíveis.

Gabarito: LETRA D.

Conjunto dos Números Racionais ($\mathbb{Q}$)

Chegamos aos conjuntos dos números racionais! **O $\mathbb{Q}$ será formado pelo conjunto dos números inteiros mais os "números quebrados"!** Basicamente, dizemos que um número é racional se ele pode ser representado na **forma de fração**! Perceba, portanto, que o conjunto dos inteiros é um subconjunto dos racionais! $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.



Isso significa que números como **$1, 2$ *ou* 3 além de serem naturais, são inteiros e também são racionais**. Mas vamos explicar melhor nossa definição de número racional, pois existe **mais uma condição que ele deve obedecer para ser considerado um número racional**. Logo, para um número ser racional precisamos que:

1. Ele possa ser representado em uma **forma fracionária de números inteiros**.

$$\frac{1}{1}=1 \quad ; \quad \frac{3}{2}=1{,}5 \quad ; \quad \frac{10}{2}=5 \quad ; \quad \frac{1}{10}=0{,}1 \quad ; \quad \frac{500}{3}=166{,}66\ldots$$

Todos os números acima são exemplos de números racionais.

2. Se ele tiver **uma representação decimal infinita**, para ser um racional, **ela também deve periódica**.

$$0{,}333\ldots \quad ; \quad 1{,}67676767\ldots ; \quad 100{,}123123123123\ldots \quad ; \quad 1{,}000100010001\ldots$$

Números com o formato acima são exemplos de números racionais pois, **apesar de possuírem uma representação decimal infinita, ela é periódica**. Esses números são **as famosas dízimas periódicas**! Estudaremos ela **com mais detalhes em um próximo momento**, quando daremos um foco especial no estudo das frações.

De antemão, eu quero que você grave: **dízimas periódicas são números racionais**! Elas podem ser convertidas em frações! Não se preocupe em entender as dízimas periódicas agora. **Dedicaremos um tempo na próxima aula exclusivamente para elas**! Guarde apenas que **são números racionais** e que **podemos transformá-las em frações**!

ESCLARECENDO!

Quando falamos da **representação decimal finita** de um número, estamos nos referindo a um número que possui uma **quantidade finita de algarismos**. Por exemplo, $100{,}003$ é um número com representação decimal finita. Já **o número $1{,}333\ldots$ é um exemplo de número com representação decimal infinita**.

As reticências indicam que há muitos mais números a serem considerados. Nesse caso, esse número é formado por **infinitos "3" após a vírgula**. **Como o número 3 se repete**, dizemos ainda que possui uma representação decimal infinita **e periódica**!

O que acontece se um número possuir uma **representação decimal <u>infinita</u> mas que <u>não</u> é periódica**? Nesses casos, **não poderemos escrever esses números em uma forma fracionária** e eles serão chamados de **<u>números irracionais</u>**!

Aposto que você conhece alguns números irracionais: $\sqrt{2} = 1{,}4142\ldots, \sqrt{3} = 1{,}7320\ldots, \pi = 3{,}1415\ldots$. **<u>Não ache</u>** que todas as raízes são números irracionais. Veja, por exemplo, que $\sqrt{4} = 2$, mas **2 é um número natural**.

HORA DE PRATICAR!

(AEB/2024) Julgue o item a seguir:

Os números racionais incluem inteiros (Z), decimais finitos (ex: 743,8432) e decimais infinitos periódicos (ex: 12,050505...), também chamados de dízimas periódicas.

Comentários:
Pessoal, item certo! É basicamente o que falamos acima!

Lembre-se que **os números racionais são aqueles que podem ser escritos na forma de fração entre dois números inteiros, como a/b, onde a e b são inteiros e $b \neq 0$**.

Os decimais finitos também podem ser escritos como frações, bastando multiplicar o numerador e o denominador por uma potência de 10 adequada. Por exemplo, 0,75 = 75/100 = 3/4.

Os decimais infinitos periódicos são aqueles que **apresentam uma parte decimal que se repete indefinidamente**. Eles também podem ser expressos como frações, usando uma regra específica que será vista posteriormente. Por exemplo, 0,333... = 3/9 = 1/3.

Gabarito: CERTO.

Conjuntos dos Números Irracionais ($\mathbb{I} = \mathbb{R} - \mathbb{Q}$)

Normalmente, **representamos o conjunto dos irracionais como $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ ou simplesmente $\mathbb{I}$**. Lembre-se da operação "Diferença" que já conhecemos! Sendo assim, $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ significa **o conjunto formado pelos números reais que não são números racionais**! Mas o que seriam os números irracionais? Os números irracionais são todos os números que não podem ser representados pela fração de dois inteiros! Por exemplo, $\sqrt{2}$ e π são exemplos de números irracionais. Abaixo, vamos conhecer alguns números irracionais famosos!

- Pi (π)

$$\pi \approx 3{,}141592\ldots$$

- Razão de Ouro (ou Proporção Áurea)

$$\phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \approx 1{,}618033\ldots$$

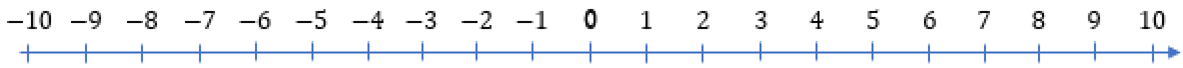
- Número de Euler (e)

$$e \approx 2{,}7182818\ldots$$

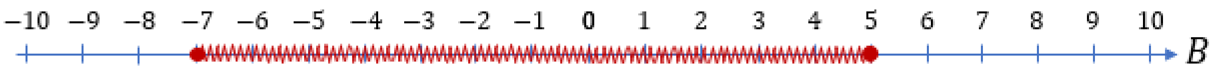
No momento, não vamos nos aprofundar muito em cada um dos números acima, teremos a oportunidade mais a frente! Para hoje, quero apenas que vocês **lembrem que tais números são irracionais**! Por fim, é importante saber que as raízes não exatas são também números irracionais. Por exemplo, temos $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$...

Conjunto dos Números Reais ($\mathbb{R}$)

Chegamos ao conjunto dos números reais! Esse conjunto **engloba tanto o conjunto dos números racionais quanto os números irracionais!** Um número real é o conjunto de **todos os números que lidamos no nosso dia a dia**... Não importa se ele tem uma representação decimal finita tal como os números $\mathbf{1,5}$ e $\mathbf{10,354}$ ou uma representação decimal infinita como $\mathbf{1,6666\ldots}$ e $\mathbf{3,1415\ldots}$. Além de representar o conjunto dos números reais em um diagrama, também usamos uma reta! **É a chamada reta real**!



Esse tipo de representação vai ser usado principalmente **quando estivermos estudando inequações**! Lá, precisaremos definir um tipo de conjuntos que **chamaremos de intervalo**. Por exemplo, se quero representar um conjunto B formado por todos os números que estão entre -7 e 5, **com eles inclusos**, podemos fazer o seguinte esquema:



(PREF. CANTO DO BURITI/2023) O conjunto dos números reais pode ser dividido em dois grupos, o conjunto dos números racionais e o conjunto dos números irracionais. Em qual das alternativas abaixo encontramos um número irracional?

A) 0,6666...

B) π

C) 1,351351...

D) 13

E) 1,301313...

Comentários:

Um número irracional é um número real que não pode ser escrito como uma fração de dois números inteiros. Ou seja, **um número irracional não tem uma representação decimal exata ou periódica**, **mas sim infinita e não repetitiva**. Podemos analisar as alternativas da seguinte forma:

A) **0,6666... é um número racional**, pois pode ser escrito como uma fração de dois números inteiros: 0,6666... = 2/3.

B) **π é um número irracional**, pois não pode ser expresso como uma fração de dois números inteiros. Além disso, a sua representação decimal é **infinita e não periódica**: π = 3,1415926...

C) **1,351351... é um número racional!** Lembre-se que as dízimas periódicas são números racionais pois podem ser escritas como uma fração de dois números inteiros!

D) **13 é um número racional**, pois pode ser escrito como uma fração de dois números inteiros: 13 = 13/1.

E) 1,301313... assim como as alternativas A e C, temos aqui uma dízima periódicas! **Elas são números racionais!**

Portanto, a única alternativa que contém um número irracional é a letra B.

Gabarito: LETRA B.

Conjunto dos Números Complexos ($\mathbb{C}$)

Aqui já estamos indo um pouquinho além! Vou comentar apenas brevemente, pessoal! É só a título de conhecimento! Os números complexos são estudados em uma aula própria! No entanto, quero que você saiba que eles existem! Eles são números na forma:

$$z = a + bi$$

Em que "a" e "b" são números reais e "i" é a chamada unidade imaginária.

$$i = \sqrt{-1}$$

Calma! Veremos tudo isso com mais detalhes em uma aula específica do curso, caso seu edital tenha previsto. Nesse momento, quero que você guarde **que todo número real é também um número complexo**. Veja que quando "b" é igual a zero, temos:

$$z = a + 0 \cdot i \qquad \rightarrow \qquad z = a$$

Ressalta-se que o inverso não é verdadeiro, ou seja, não é verdade que todo complexo é um real! Por exemplo, $z = 2 + i$ é um número complexo, mas não é um real.

- Um número complexo é um número "z" que possui a forma:

$$z = a + bi \qquad a, b \in \mathbb{R} \quad e \quad i = \sqrt{-1}$$

- Todo número real é um número complexo, mas nem todo complexo é um número real.

- O conjunto dos reais está contido no conjunto dos complexos.

$$\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$$

Operações envolvendo Conjuntos Numéricos

Nessa parte da aula, falaremos um pouco mais sobre **as operações** dentro dos conjuntos numéricos. O foco não será propriamente em como realizar essas operações, mas sim **em algumas propriedades que estão sempre aparecendo nas provas**.

Vamos responder os seguintes tipos de questionamentos: *a soma de números inteiros será sempre um número inteiro? E a multiplicação de números irracionais será sempre um número irracional? Fique atento e vamos nessa*!

Soma

Para a soma, devemos guardar as seguintes propriedades:

- A soma de números naturais é sempre um número natural;
- A soma de números inteiros é sempre um número inteiro;
- A soma de números racionais é sempre um número racional;
- A soma de números reais é sempre um número real.

Note que deixamos apenas um conjunto de números fora da nossa lista: **os irracionais**. Como já abordamos em uma questão feita no capítulo anterior, **a soma de números irracionais <u>nem sempre</u> será um número irracional**. Para mostrar isso, imagine o seguinte exemplo: considere os números irracionais $5+\sqrt{2}$ e $5-\sqrt{2}$. Vamos somá-los?

$$S=\left(5+\sqrt{2}\right)+\left(5-\sqrt{2}\right)$$

$$S=5+\sqrt{2}+5-\sqrt{2}$$

$$S=10$$

Perceba que a soma dos dois número irracionais que escolhemos **resultou em um número racional**. Logo, muito atenção com esse tipo de **generalização acerca dos números irracionais**! Além disso, podemos ainda comentar a soma de números pares e ímpares.

- $\text{PAR} \pm \text{PAR} = \text{PAR}$
- $\text{ÍMPAR} \pm \text{ÍMPAR} = \text{PAR}$
- $\text{ÍMPAR} \pm \text{PAR} = \text{ÍMPAR}$

HORA DE PRATICAR!

(UFRGS/2023) Adicionando-se seis números naturais distintos e maiores do que 1, obtém-se a soma S. Sobre o valor de S, considere as afirmações abaixo.

I - Se forem adicionados três números ímpares e três números pares, então o valor de S é par.
II - Se forem adicionados três números ímpares e três números pares, então o valor de S é ímpar.
III - Se forem adicionados cinco números ímpares e um número par, então o valor de S é par.

Quais afirmações são verdadeiras?
A) Apenas I.
B) Apenas II.
C) Apenas III.
D) Apenas I e III.
E) Apenas II e III.

Comentários:
Vamos comentar cada uma das informações. Lembre-se:

$PAR \pm PAR = PAR$
$ÍMPAR \pm ÍMPAR = PAR$
$ÍMPAR \pm PAR = ÍMPAR$

I - Se forem adicionados três números ímpares e três números pares, então o valor de S é par.
A afirmação é falsa. Podemos demonstrar isso usando uma propriedade de que a soma de um número par e um número ímpar é um número ímpar. Por exemplo:

2 + 3 = 5 (par + ímpar = ímpar)
4 + 5 = 9 (par + ímpar = ímpar)

Assim, se somarmos três números ímpares e três números pares, podemos **agrupar os números em três pares de um ímpar e um par**. Cada soma parcial será um número ímpar. Depois, basta somar esses três números ímpares para obter um resultado ímpar. Por exemplo:

$3 + 5 + 7 + 2 + 4 + 6 =$

$(3 + 2) + (5 + 4) + (7 + 6) =$

$5 + 9 + 13 =$

27 (ímpar)

II - Se forem adicionados três números ímpares e três números pares, então o valor de S é ímpar.
Esta afirmação é verdadeira. Como vimos na afirmação anterior, a soma de três números ímpares e três números pares é sempre um número ímpar.

III - Se forem adicionados cinco números ímpares e um número par, então o valor de S é par.
Esta afirmação é falsa. Podemos demonstrar isso usando a propriedade a soma de dois números pares é um número par, e a soma de dois números ímpares também é um número par. Por exemplo:

2 + 4 = 6 (par + par = par)
3 + 5 = 8 (ímpar + ímpar = par)

Assim, se somarmos cinco números ímpares e um número par, podemos agrupar os números em **dois pares de dois ímpares**, e **um par de um ímpar e um par**. Observe que teremos duas somas parciais pares e uma ímpar. Logo, **o resultado será ímpar**. Por exemplo:

$3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 2 =$

$(3 + 5) + (7 + 9) + (11 + 2) =$

$8 + 16 + 13 =$

37 (ímpar)

Portanto, das afirmações dadas, **apenas a II é verdadeira**. Logo, a alternativa correta é a letra B.

Gabarito: LETRA B.

Subtração

- A subtração de números inteiros é um outro número inteiro.
- A subtração de números racionais é um outro número racional.
- A subtração de números reais é um outro número real.

Dessa vez, deixamos dois conjuntos de fora: **o conjunto de números naturais e dos irracionais**. Observe que 10 e 100 são dois números naturais, vamos subtraí-los?

$$D = 10 - 100 \quad \rightarrow \quad D = -90$$

A subtração do 10 por 100 resulta em -90. Logo, tivemos **dois números naturais que subtraídos forneceram um número inteiro**. Isso sempre acontecerá quando subtraímos um número maior de um menor. É por esse motivo que **não podemos dizer que a subtração de dois números naturais é um outro número natural**.

Analogamente, para os números irracionais, vamos **escolher dois números para mostrar que essa propriedade não vale para eles**. Por exemplo, considere os seguintes números irracionais: π e $\pi + 2$. Vamos subtraí-los? Note que **o resultado será um número racional.**

$$D = (\pi + 2) - \pi \qquad \rightarrow \qquad D = 2$$

(PREF. ARARANGUÁ/2016) Assinale a alternativa INCORRETA:

A) A diferença entre dois números naturais pode não ser um número natural.

B) O produto entre dois números racionais é sempre um número racional.

C) A soma entre dois números irracionais é sempre um número irracional.

D) $0{,}845$ e $1{,}7454545\ldots$ são números racionais.

E) $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{4}$ e π são números irracionais.

Comentários:

A) A diferença entre dois números naturais pode não ser um número natural.

Correto. Acabamos de ver na teoria que, em algumas situações, **a subtração de dois números naturais poderá dar um número negativo** (que é um número inteiro).

B) O produto entre dois números racionais é sempre um número racional.

Correto. Se temos dois números racionais, então eles podem ser escritos na forma de uma fração de números inteiros. O **produto dessas frações será uma outra fração** também de números inteiros e, portanto, um número racional.

C) A soma entre dois números irracionais é sempre um número irracional.

Errado. É a alternativa procurada. Vimos também na teoria que a soma entre dois números irracionais nem sempre dará um outro número irracional. **Algumas vezes, poderemos obter um número racional**.

D) $0{,}845$ e $1{,}7454545\ldots$ são números racionais.

Correto. Observe que o número $\mathbf{0{,}845}$ **possui uma representação decimal finita**, sendo assim, é facilmente convertido em uma fração de números inteiros, veja:

$$0{,}845 = \frac{845}{1000}$$

Além disso, $1{,}7454545\ldots$ é uma dízima periódica e vimos que **toda dízima periódica é um número racional**.

E) $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{4}$ e π são números irracionais.

Correto. São exemplos clássicos de números irracionais. Observe eles expandidos:

$$\sqrt{2} = 1{,}4142135623730950488016887242096980785696718753769480731766797379\ldots$$

$$\sqrt[3]{4} = 1{,}5874010519681994747517056392723082603914933278998530098082857618\ ...$$

$$\pi = 3{,}1415926535897932384626433832795028841971693993751058209749445923\ ...$$

Gabarito: Letra C

Multiplicação

- A multiplicação de dois números naturais é sempre um número natural.
- A multiplicação de dois números inteiros é sempre um número inteiro.
- A multiplicação de dois números racionais é sempre um número racional.
- A multiplicação de dois números reais é sempre um número real.

Mais uma vez, **os números irracionais ficaram de fora** da nossa lista. Para provar porque estão de fora, vamos considerar dois números irracionais:

$$\sqrt{5} = 2.2360679774997896964091736687312\ ...$$

$$\sqrt{20} = 4.47213595499957939281834733746\ ...$$

Quando multiplicamos os dois: $\boldsymbol{\sqrt{5} \times \sqrt{20} = \sqrt{100} = 10}$. Note que, **nesse exemplo**, o produto de dois números irracionais **resultou em um número racional**.

(PREF. CAMAÇARI/2024) Acerca das operações entre números irracionais, julgue os itens a seguir, considerando que a e b sejam números irracionais ($\mathbb{I}$) distintos.

I. Se $c = a + b$, então, para todo $a\ e\ b\ \in \mathbb{I}$, c é irracional.
II. Se $c = a \times b$, então, para todo $a\ e\ b \in \mathbb{I}$, c é irracional.
III. Se $c = a^n$, sendo n um número natural ($\mathbb{N}$), então, para todo $a \in \mathbb{I}$ e para todo $n \in \mathbb{N}$, c é irracional.

Assinale a opção correta.
A) Apenas o item I está certo.
B) Apenas o item II está certo.
C) Apenas o item III está certo.
D) Apenas os itens I e II estão certos.

E) Nenhum item está certo.

Comentários:
Pessoal, a melhor maneira de resolver esse tipo de questão é procurar contraexemplos. Vamos lá!

I. Se $c = a + b$, então, para todo a e b $\in \mathbb{I}$, c é irracional.

Errado, pessoal. Considere que $a = \sqrt{2}$ e $b = -\sqrt{2}$. A soma dos dois fica:

$$c = \sqrt{2} + (-\sqrt{2}) \qquad \rightarrow \qquad \boldsymbol{c = 0}$$

Observe que **somamos dois números irracionais e o resultado foi um número racional**, ao contrário do que afirma o item.

II. Se $c = a \times b$, então, para todo a e $b \in \mathbb{I}$, c é irracional.
Errado também. Podemos usar os mesmos valores para a e b que usamos anteriormente.

$$c = \sqrt{2} \cdot (-\sqrt{2}) \qquad \rightarrow \qquad \boldsymbol{c = -2}$$

Observe que **multiplicamos dois números irracionais distintos e o resultado foi um número racional**. Logo, o item erra a afirmar que c seria necessariamente irracional.

III. Se $c = a^n$, sendo n um número natural (ℕ), então, para todo $a \in \mathbb{I}$ e para todo $n \in \mathbb{N}$, c é irracional.
Errado também! Considere $a = \sqrt{2}$ e $n = 2$.

$$c = (\sqrt{2})^2 \qquad \rightarrow \qquad \boldsymbol{c = 2}$$

Ora, fizemos a potenciação indicada no item e o resultado nos forneceu um **c racional**.
Sendo assim, nenhuma dos itens estão corretos, podemos marcar a alternativa E.

Gabarito: LETRA E.

Divisão

- A divisão de dois números racionais será sempre um racional.
- A divisão de dois números reais será sempre um número real.

Observe que é a nossa menor lista até agora. **Divisão de números naturais não necessariamente fornecerá um outro número natural**, isso vale igualmente **para os números inteiros e irracionais**. Observe.

➢ Considere **os números naturais 1 e 2**. Vamos dividi-los?

$$\frac{1}{2} = 0{,}5$$

Ora, **$0,5$ não é um número natural**, é um número racional.

➢ Considere **os números inteiros -5 e 2**. Vamos dividi-los?

$$-\frac{5}{2} = -2{,}5$$

$-2,5$ não é um número inteiro, é um número racional.

➢ Considere **os números irracionais $\sqrt{1000}$ e $\sqrt{10}$**. Vamos dividi-los?

$$\frac{\sqrt{1000}}{\sqrt{10}} = \sqrt{100} = 10$$

10 não é um irracional, é um número racional.

Muito cuidado com **as generalizações envolvendo divisões (quocientes).** Esse cuidado maior deve-se ao fato de que **os conjuntos de números naturais e inteiros não abrigam os famosos "números quebrados"** e, quando dividimos um número pelo outro, é muito fácil obter esse tipo número.

(PREF. SANTO ANDRÉ/2023) Sobre o resultado da divisão de dois números irracionais é correto afirmar que é, necessariamente, um número

A) natural.
B) inteiro não natural.
C) racional não inteiro.
D) irracional.
E) real.

Comentários:

Nessa questão, precisamos lembrar que os números irracionais são aqueles que não podem ser escritos na forma de fração, ou seja, têm uma parte decimal infinita e não periódica. Exemplos de números irracionais são $\sqrt{2}$, π e e.

A divisão de dois números irracionais **pode resultar em um número racional ou irracional**, dependendo dos valores envolvidos. Por exemplo, se dividirmos $\sqrt{2}$ por $\sqrt{2}$, obtemos 1, que é um número racional e inteiro. Mas se dividirmos $\sqrt{2}$ por $\sqrt{3}$, obtemos 0,8164965809..., que é um número irracional.

Portanto, a única alternativa que abrange todos os possíveis resultados da divisão de dois números irracionais é a letra E, que afirma que o resultado é, **necessariamente**, um **número real**. Os números reais englobam todos os números racionais e irracionais.

Gabarito: LETRA E.

QUESTÕES COMENTADAS

Introdução à Teoria dos Conjuntos

FGV

1. (FGV/PREF. SALVADOR/2019) Em uma classe de 20 estudantes, 12 são meninas. Além disso, dos 20 estudantes, 15 gostam de Matemática. É correto concluir que

a) nenhuma menina gosta de Matemática.

b) todas as meninas gostam de Matemática.

c) no máximo 7 meninas gostam de Matemática.

d) no mínimo 7 meninas gostam de Matemática.

e) exatamente 7 meninas gostam de Matemática.

Comentários:

Temos 20 estudantes e 12 são meninas. **Consequentemente, 8 serão meninos**. Depois, o enunciado afirma que 15 estudantes gostam de matemática. Vamos fazer uma análise item a item.

a) nenhuma menina gosta de Matemática.

ERRADO. Galera, temos 15 estudantes que gostam de matemática e apenas 8 meninos. Com isso, certamente há meninas que gostam de matemática.

b) todas as meninas gostam de Matemática.

ERRADO. Não conseguimos concluir isso com as informações do enunciado. Veja que temos 15 estudantes de que gostam de matemática e 12 meninas. Logo, poderíamos ter as 12 meninas gostando de matemática mais 3 meninos. Acontece que, **isso não é necessariamente verdade**. Note que não há problema algum serem também 10 meninas e 5 meninos, por exemplo.

c) no máximo 7 meninas gostam de Matemática.

ERRADO. Podemos inclusive ter as 12 meninas gostando de matemática. **Não há essa restrição superior**.

d) no mínimo 7 meninas gostam de Matemática.

CERTO. Imagine que apenas 6 meninas gostem de matemática. Com isso, **precisaríamos de 9 meninos (para fechar os 15 que gostam).** Sabemos, no entanto, que **só temos 8 meninos**. Logo, a quantidade mínima de meninas que gostam de matemática **deve ser 7**. Assim, ficamos na condição limite em que todos os meninos gostam de matemática. Tudo certo?!

e) exatamente 7 meninas gostam de Matemática.

ERRADO. Há um limite mínimo de meninas, mas **não temos informação suficiente** para falar exatamente quantas meninas gostam de matemática.

Gabarito: LETRA D.

2. (FGV/PREF. OSASCO/2014) Na matemática, as coleções são chamadas de conjuntos. Se uma coleção tem apenas um elemento, ela é dita um conjunto unitário. Um exemplo de conjunto unitário é a coleção formada pelos números que são:

a) ao mesmo tempo, divisores de 4 e 9;

b) divisores de 4;

c) divisores de 9;

d) maiores que 4 e menores que 9;

e) formados pelos algarismos 4 e 9.

Comentários:

Queremos um conjunto que possua apenas um elemento. Vamos analisar cada uma das alternativas.

a) ao mesmo tempo, divisores de 4 e 9;

CERTO. O único número que é divisor, ao mesmo tempo de 4 e 9, **é o número 1**. Portanto, esse conjunto tem apenas um elemento e é considerado unitário.

b) divisores de 4;

ERRADO. São divisores de 4: $D(4) = \{1, 2, 4\}$. Note que **temos 3 elementos**, portanto, não é o conjunto unitário que estamos procurando.

c) divisores de 9;

ERRADO. São divisores de 9: $D(9) = \{1, 3, 9\}$. Note que **temos 3 elementos**, portanto, não é o conjunto unitário que estamos procurando.

d) maiores que 4 e menores que 9;

ERRADO. Se considerarmos apenas **os números inteiros entre 4 e 9**, vamos ter: $\{5, 6, 7, 8\}$. Portanto, está longe de ser o conjunto unitário que estamos procurando.

e) formados pelos algarismos 4 e 9.

ERRADO. Pessoal, **podemos formar infinitos números com os algarismos 4 e 9**. Entre eles, posso citar 49, 94, 449, 494, etc.

Gabarito: LETRA A.

3. (FGV/PREF. OSASCO/2014) Conjunto é o nome dado, na Matemática, a qualquer coleção. Entretanto, uma coleção pode não ter elementos. Nesse caso, diz-se que esse é um conjunto vazio. Um exemplo de conjunto vazio é a coleção:

a) de meses do ano que começam pela letra J;
b) de dias da semana que começam pela letra T;
c) dos números que são, ao mesmo tempo, pares e ímpares;
d) dos números menores que 10 e maiores que 6;
e) das pessoas brasileiras que são casadas.

Comentários:

Vamos procurar uma coleção que não possua elementos. Devemos analisar alternativa por alternativa.

a) de meses do ano que começam pela letra J;
ERRADO. Temos vários meses que começam pela letra J: **Janeiro, Junho e Julho**.

b) de dias da semana que começam pela letra T;
ERRADO. Terça-feira é um dia da semana que começa pela letra T. Portanto, uma coleção formada por esses dias **não é vazia**.

c) dos números que são, ao mesmo tempo, pares e ímpares;
CERTO. Não existe nenhum número que seja ao mesmo tempo par ou ímpar. **Ou é ímpar, ou é par**. Portanto, um conjunto formado por esses números seria vazio.

d) dos números menores que 10 e maiores que 6;
ERRADO. Considerando apenas o conjunto dos inteiros, os números que são menores que 10 e maiores que 6 são: **7, 8 e 9**. Portanto, **não é um conjunto vazio**.

e) das pessoas brasileiras que são casadas.
ERRADO. Muitos brasileiros são casados. Portanto, **não seria um conjunto vazio**.

Gabarito: LETRA C.

4. (FGV/CODEBA/2010) Sejam $A = \{0, 1, 2, 3\}$ e $B = \{0, 2, 4\}$ dois conjuntos. Com relação aos conjuntos A e B, analise as afirmativas a seguir:

I. $B \subset A$
II. $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$
III. $A \cap B = \{0, 2\}$

Está(ão) correta(s) somente

a) I.

b) II.
c) III.
d) I e II.
e) II e III.

Comentários:
Devemos analisar cada afirmativa.

I. $B \subset A$
ERRADO. Para que B estivesse contido em A, **todos os seus elementos também devem ser elementos de A**. Note que **B possui o elemento 4, enquanto A não possui**. Logo, B **não** pode estar contido em A.

II. $A \cup B = \{0,1,2,3,4\}$
CERTO. A união dos dois conjuntos é a **reunião de seus elementos**. Assim, quando juntamos "todo mundo", realmente ficamos com $A \cup B = \{0,1,2,3,4\}$.

III. $A \cap B = \{0,2\}$
CERTO. A intersecção é formada pelos **elementos em comum dos dois conjuntos**. Perceba que o 0 e o 2 são os elementos que estão nos dois conjuntos, ao mesmo tempo. Portanto, é correto dizer que $A \cap B = \{0,2\}$.

Gabarito: LETRA E.

5. (FGV/BADESC/2010) Dado um conjunto A, chamamos subconjunto próprio não vazio de A a qualquer conjunto que pode ser formado com parte dos elementos do conjunto A, desde que:

- algum elemento de A seja escolhido;
- não sejam escolhidos todos os elementos de A.

Sabemos que a quantidade de subconjuntos próprios não vazios de A é 14. A quantidade de elementos de A é igual a:
a) 4
b) 5
c) 6
d) 7
e) 8

Comentários:
Estudamos que o número de subconjuntos é dado por uma relação bem conhecida:

$$Número\ de\ Subconjuntos\ de\ B = 2^n$$

Aqui, n representa a quantidade de elementos de A. Por exemplo! Considere que $\boldsymbol{B = \{1, 2, 3, 4, 5\}}$. Nessa situação, **o conjunto A tem 5 elementos**, portanto, o número de subconjuntos seria:

$$Número\ de\ Subconjuntos\ de\ B = 2^n$$
$$Número\ de\ Subconjuntos\ de\ B = 2^5$$
$$Número\ de\ Subconjuntos\ de\ B = 32$$

Logo, A tem 32 subconjuntos. Agora, vamos entender a questão em si. O enunciado fala de subconjunto próprio. Esse subconjunto obedece duas propriedades.

- algum elemento de A seja escolhido;
Em outras palavras, o enunciado está dizendo que para ser um subconjunto próprio, o subconjunto não pode estar vazio, é preciso ter pelo menos um elemento.

- não sejam escolhidos todos os elementos de A.
Em outras palavras, o enunciado está dizendo que para ser um subconjunto próprio, o subconjunto não pode coincidir com o A.

Logo, se temos 14 subconjuntos próprios **devemos somar mais 2 subconjuntos, para obter a quantidade total, calculada pela fórmula**. Se A tem 14 subconjuntos próprios, então ele tem $14 + 2 =$ **16 subconjuntos ao total**. Assim,

$$Número\ de\ Subconjuntos\ de\ A = 2^n$$
$$16 = 2^n$$
$$n = 4.$$

Assim, A tem 4 elementos.

Gabarito: LETRA A.

6. (FGV/ALESP/2002) São dados os conjuntos: D = divisores de 24 (divisores positivos), M = múltiplos de 3 (múltiplos positivos), S = D ∩ M e n = números de subconjuntos de S. Portanto, n é igual a:
a) 64
b) 16
c) 32
d) 8

Comentários:
Vamos listar os divisores de 24:

$$D(24) = \{1, 2, \mathbf{3}, 4, \mathbf{6}, 8, \mathbf{12}, \mathbf{24}\}$$

Agora, vamos começar a listar os múltiplos positivos de 3.

$$M(3) = \{\mathbf{3}, \mathbf{6}, 9, \mathbf{12}, 15, 18, 21, \mathbf{24}, 27, 30, \dots\}$$

Note que já deixei marcado os **elementos em comum aos dois conjuntos**. Assim,

$$S = D \cap M = \{3, 6, 12, 24\}$$

Portanto, S tem 4 elementos. Na teoria, vimos que **o número de subconjuntos** de um conjunto é dado por:

$$Número\ de\ subconjuntos\ de\ S = 2^{n(S)}$$
$$Número\ de\ subconjuntos\ de\ S = 2^4$$
$$Número\ de\ subconjuntos\ de\ S = 16$$

Gabarito: LETRA B.

Outras Bancas

7. (MPE-GO/MPE-GO/2022) Sejam x e y números tais que os conjuntos $\{0, 8, 2\}$ e $\{x, y, 2\}$ são iguais, podemos afirmar que:

A) $x = 0$ e $y = 8$

B) $x + y = 8$

C) $x < y$

D) $x + 2y = 8$

Comentários:

Para que os dois conjuntos sejam iguais, **seus elementos devem ser iguais**. Note que o "2" já aparece nos dois conjuntos, então não vamos nos preocupar com ele.

$$\{0, 8, 2\}$$
$$\{x, y, 2\}$$

Com isso, observe que **podemos ter duas situações**.

1ª situação) $x = 0$ e $y = 8$

2ª situação) $x = 8$ e $y = 0$

Sabendo disso, vamos analisar as alternativas.

A) $x = 0$ e $y = 8$

Errado. Essa é a nossa primeira situação, que não é necessariamente verdade. Também é uma possibilidade o caso em que $x = 8$ e $y = 0$.

B) $x + y = 8$

Correto. Esse é nosso gabarito, pessoal. Verifique que **independentemente da situação**, sempre vamos ter $x + y = 8$. Afinal, sempre um vai ser 0 (zero) e o outro será 8 (oito), de forma que a soma é sempre 8 (oito).

C) $x < y$

Errado. Essa afirmação é verdade apenas para a primeira situação. Como podemos ter o caso em que $x = 8$ e $y = 0$, tem-se também que x pode ser maior que y.

D) $x + 2y = 8$

Errado. Essa equação é válida apenas para a segunda situação. No caso em que $x = 0$ e $y = 8$, já é possível verificar que ela é inválida.

Gabarito: LETRA B.

8. (FUNDATEC/PREF. TRAMANDAÍ/2021) Considerando dois conjuntos, A e B, sendo: A = {2,4,6,8,10,12} e B = {2,4,6,8,10,12,14,16}, assinale a alternativa correta.

A) O conjunto A contém o conjunto B.

B) O conjunto A está contido no conjunto B.

C) O conjunto B está contido no conjunto A.

D) O conjunto B pertence ao conjunto A.

Comentários:

Vamos escrever os dois conjuntos para visualizar quais são os elementos comuns aos dois.

$$\mathbf{A} = \{\mathbf{2}, \mathbf{4}, \mathbf{6}, \mathbf{8}, \mathbf{10}, \mathbf{12}\}$$
$$\mathbf{B} = \{\mathbf{2}, \mathbf{4}, \mathbf{6}, \mathbf{8}, \mathbf{10}, \mathbf{12}, \mathbf{14}, \mathbf{16}\}$$

Note que todos os elementos de A estão em B. Sendo assim, podemos dizer que **A está contido em B**, conforme aponta a letra B.

Gabarito: LETRA B.

9. (ANPEC/2021) Seja R o conjunto dos números reais. Dado um subconjunto finito $A \subseteq R$, denote por $card(A)$ a sua cardinalidade (ou seja, o número de elementos em A). Classifique a seguinte item como certo ou errado:

Dados dois subconjuntos finitos A, $B \subseteq \mathbb{R}$, se $B \subseteq A$, então $card(B) \leq card(A)$.

Comentários:

Se B está contido em A, então todos os elementos de B também estarão em A.

Portanto, nessas condições, **é impossível** que B tenha mais elementos do que A.

Sendo assim, é correto afirmarmos que a cardinalidade de B (ou número de elementos de B) sempre será **menor ou igual** a cardinalidade de A (ou número de elementos de A).

Gabarito: CERTO.

10. (QUADRIX/CRA-PR/2022) Considerando o conjunto da frutas F, o conjunto das comidas doces D e o conjunto dos tipos de manga M, julgue o item.

$$M \subset F$$

Comentários:
O enunciado trouxe que:

F = conjunto das frutas;
D = conjunto dos doces;
M = conjunto dos tipos de mangas.

Como **manga é uma fruta**, então o conjunto dos tipos de mangas **está contido** no conjunto das frutas. Na simbologia da teoria dos conjuntos, escrevemos:

$$\boxed{M \subset F}$$

Gabarito: CERTO.

11. (FUNDATEC/PREF. VIAMÃO/2022) Considerando como universo da variável "x" o conjunto $\boldsymbol{U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}}$, analise as seguintes afirmações e assinale a alternativa correta.

I. $\forall \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{U}, \boldsymbol{x} + \mathbf{1}$ é $\boldsymbol{primo}.$
II. $\exists \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{U}, \mathbf{2}\boldsymbol{x} + \mathbf{4} = \mathbf{5}.$
III. $\forall \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{U}, \boldsymbol{x}^{\mathbf{3}} < \mathbf{40}.$

A) Apenas I e II estão corretas.
B) Apenas I e III estão corretas.
C) Apenas II e III estão corretas.
D) Todas estão corretas.
E) Todas estão incorretas.

Comentários:

A questão trouxe que $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Com base nisso, vamos analisar as afirmações.

I. $\forall \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{U}, \boldsymbol{x} + \mathbf{1}$ é $\boldsymbol{primo}$.

Em "português", essa afirmação diz que **para todo x** pertencente a U, temos que $x + 1$ é um número primo. Essa afirmação não procede. Para mostrar isso, basta visualizarmos um **contraexemplo**. Quando $x = 3$, temos que $x + 1 = 4$. Observe que 4 não é um número primo. **Logo, afirmativa incorreta.**

II. $\exists \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{U}, \mathbf{2}\boldsymbol{x} + \mathbf{4} = \mathbf{5}$.

Em "português", a afirmação nos diz que **existe um x** pertencente a U tal que $2x + 4 = 5$. Para essa equação ser verdadeira, devemos ter $\boldsymbol{x} = \mathbf{1/2}$. Observe que $x = 1/2$ não pertence a U. **Logo, afirmativa incorreta.**

III. $\forall \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{U}, \boldsymbol{x}^{\mathbf{3}} < \mathbf{40}$.

Em "português", a afirmação nos diz que **para todo x** pertencente a U, temos que x ao cubo é menor que 40. Nesse tipo de afirmação, se encontrarmos um contraexemplo, temos que ela é falsa. Quando $x = 4$, temos que $4^3 = 64 > 40$. **Logo, afirmativa incorreta.**

Gabarito: LETRA E.

12. (AVANÇA-SP/PREF. AMERICANA/2023) Das alternativas abaixo, qual apresenta um conjunto vazio:

A) P = {4}.

B) Q = {5,2,9}.

C) R = {0,1;0,6}.

D) S = {0,34; - 0,2}.

E) T = { }.

Comentários:

Vamos relembrar um pouco o que foi visto na teoria!

Devemos falar um pouco do **conjunto vazio e conjunto unitário**. O conjunto vazio, como o próprio nome sugere, **é um conjunto que não possui elementos**! É representado por meio do **símbolo** ∅ mas também pode aparecer como um simples par de chaves { }. Já **o conjunto unitário** é todo conjunto que **possui um único elemento**!

Gabarito: LETRA E.

QUESTÕES COMENTADAS

União, Intersecção, Complementar e Diferença

Outras Bancas

1. (IDIB/GOINFRA/2022) Seja o conjunto $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ e $B = \{2, 4, 6, 8\}$. Determine a quantidade de subconjuntos do conjunto $C = (A \cap B) \cup \{1\}$.

A) 32

B) 26

C) 30

D) 64

E) 2

Comentários:

Primeiramente, vamos determinar a intersecção entre A e B. Lembre-se que A ∩ B é o conjunto formado por **todos os elementos de A que <u>também</u> são elementos de B**, ou seja, elementos que pertencem aos dois conjuntos simultaneamente.

$$A = \{1, \mathbf{2}, 3, \mathbf{4}, 5, \mathbf{6}, 7, \mathbf{8}\}$$
$$B = \{\mathbf{2}, \mathbf{4}, \mathbf{6}, \mathbf{8}\}$$

Note que todos os elementos de B estão também em A. Sendo assim, **<u>a intersecção</u>** entre os dois conjuntos será igual ao B.

$$A \cap B = \{2, 4, 6, 8\}$$

O enunciado fala no conjunto $C = (A \cap B) \cup \{1\}$. Com isso, vamos fazer **a união** do conjunto acima com o conjunto $\{1\}$.

$$C = \{1, 2, 4, 6, 8\}$$

O resultado é um conjunto C com **5 (cinco) elementos**. Na teoria, vimos que **o número de <u>subconjuntos</u>** que conseguimos formar a partir de um conjunto com **n elementos é igual a 2^n.** Logo,

$$\text{Número de subconjuntos de C} = 2^5$$
$$\boxed{\textbf{Número de subconjuntos de C} = \mathbf{32}}$$

Gabarito: LETRA A.

2. (SELECON/PREF. SÃO GONÇALO/2022) Sejam A e B conjuntos definidos da seguinte maneira:

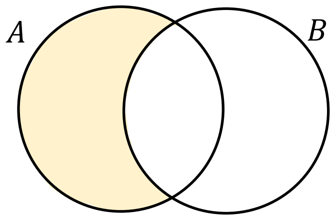
A = {pessoas que moram em São Gonçalo}
B= {pessoas que trabalham em Niterói}

O conjunto A – (A – B) representa o conjunto cujos elementos são pessoas que:

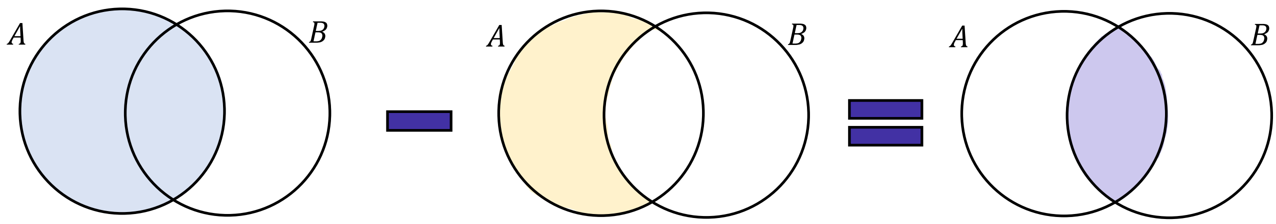
A) moram em São Gonçalo e trabalham em Niterói
B) moram em Niterói e trabalham em São Gonçalo
C) moram em São Gonçalo e não trabalham em Niterói
D) moram em Niterói e não trabalham em São Gonçalo

Comentários:

Você lembra que $A - B$ é o conjunto formado por **todos os elementos de A que não são elementos de B**. Por meio de diagramas, podemos representar esse conjunto como a seguinte região:



A questão pede o conjunto $A - (A - B)$. Vamos encontrá-lo por meio de diagramas.

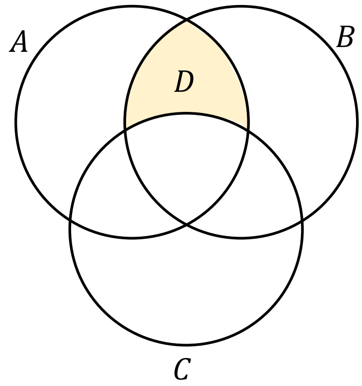


A em azul — A − B em amarelo = A − (A − B) em roxo

Com isso, observe que o conjunto $\boldsymbol{A - (A - B)}$ **corresponde exatamente à intersecção dos dois conjuntos**. Se A é composto pelas pessoas que **moram em São Gonçalo** e B é composto pelas pessoas que **trabalham em Niterói**, então $A - (A - B)$ é o conjunto formado pelas pessoas que moram em São Gonçalo **e** trabalham em Niterói.

Gabarito: LETRA A.

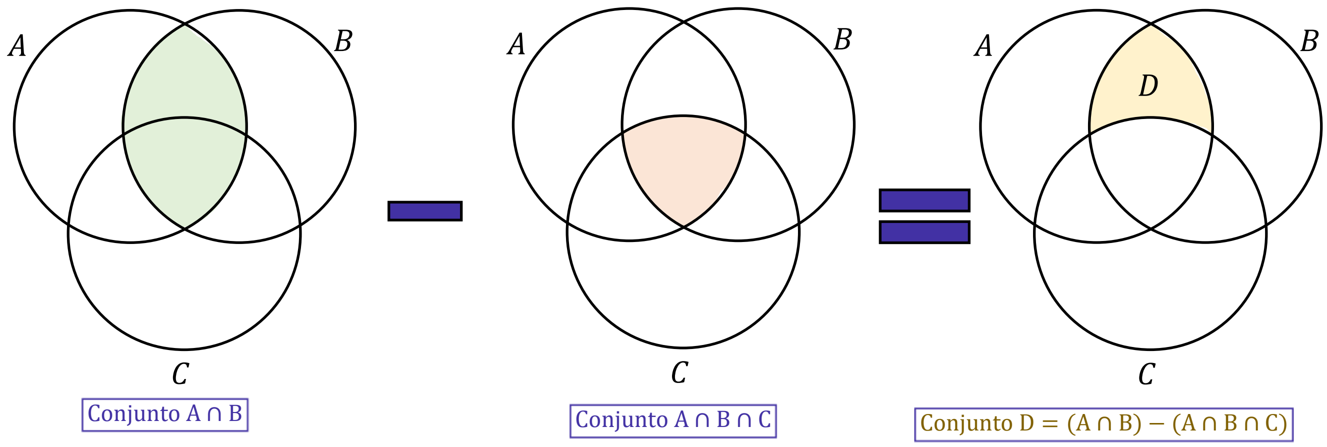
3. (IDIB/GOINFRA/2022) Sejam A, B e C conjuntos dados na figura a seguir. É correto o que se afirma na alternativa que corresponde ao conjunto D hachurado na figura.



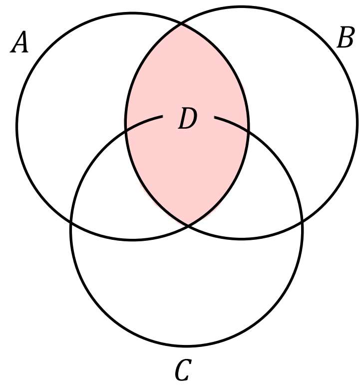
A) $D = (A \cap B) - (A \cap B \cap C)$
B) $D = A \cap B$
C) $D = A \cap B \cap C$
D) $D = (A \cap B) - B$
E) $D = (A \cap C) - B$

Comentários:
Vamos desenhar as regiões de todas as alternativas!

A) $D = (A \cap B) - (A \cap B \cap C)$
Correto. Já é o nosso gabarito, pessoal.

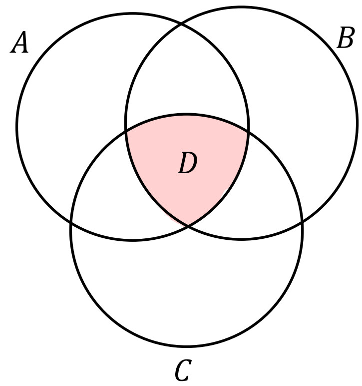


B) $D = A \cap B$
Errado.



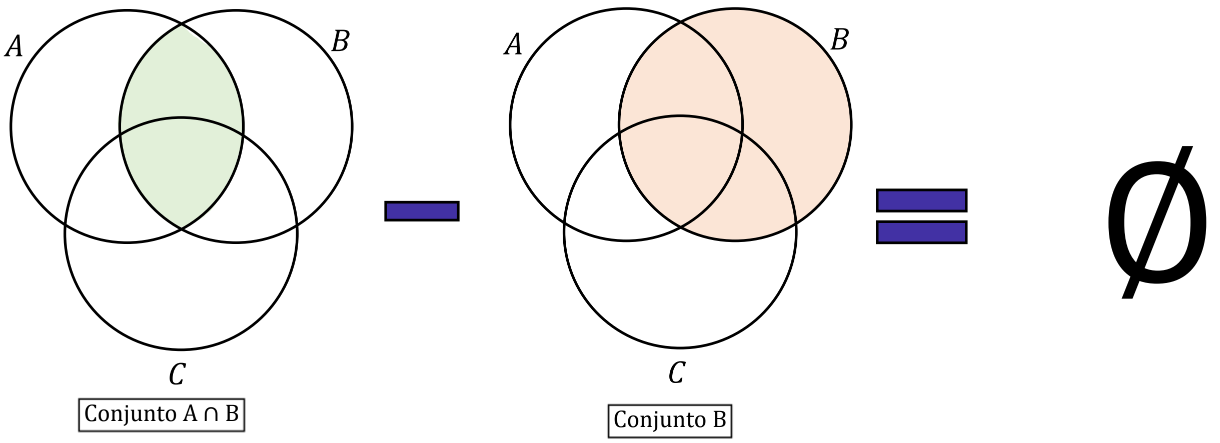
C) $D = A \cap B \cap C$

Errado.



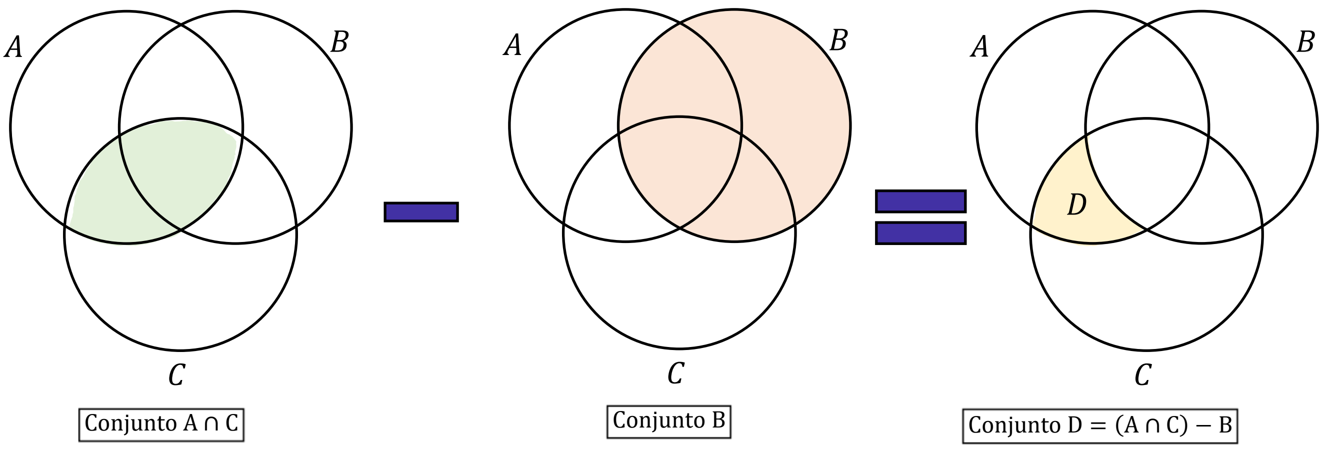
D) $D = (A \cap B) - B$

Errado.



E) $D = (A \cap C) - B$

Errado.



Gabarito: LETRA A.

4. (FUNDATEC/BM-RS/2022) Considere os conjuntos:

$$\boldsymbol{A = \{1, 2, 3, 18\}}$$
$$\boldsymbol{B = \{1, 2, 3, \ldots, 18\} = \{x \in N \;/\; 0 < x < 19\}}$$

É possível afirmar que $\boldsymbol{A \cap B}$ é dado por:

A) A

B) B

C) $A \cup B$

D) $A \backslash B$

E) $B \backslash A$

Comentários:

Lembrem-se que o conjunto $\boldsymbol{A \cap B}$ **é o conjunto da intersecção entre A e B**. Na prática, significa o conjunto formado por todos os elementos que são, **simultaneamente**, elementos de A e de B. Do enunciado, temos:

$$\boldsymbol{A = \{1, 2, 3, 18\}}$$
$$\boldsymbol{B = \{1, 2, 3, \ldots, 18\} = \{x \in N \;/\; 0 < x < 19\}}$$

Note que B está abreviado, mas basicamente é formado por **todos os números naturais entre 0 e 19**, **não** incluindo esses extremos.

$$\mathrm{A} = \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \mathbf{18}\}$$
$$\mathrm{B} = \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, 4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17, \mathbf{18}\}$$

Sendo assim, podemos escrever que:

$$A \cap B = \{1, 2, 3, 18\}$$

Observe que **o conjunto encontrado é igual ao próprio A**. Logo, podemos marcar a letra A.

Gabarito: LETRA A.

5. (INST. CONSULPLAN/PREF. GONÇALVES/2022) Dados os conjuntos $A = \{0, 1, 2, 3\}$ e $B = \{2, 4, 5, 6\}$ e $C = \{2, 5, 7, 9\}$. O conjunto $(A \cup B) - (B \cap C)$ é:
A) $\{0, 1, 3, 4, 6\}$
B) $\{0, 1, 2, 3, 5, 7, 9\}$
C) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
D) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$

Comentários:
A questão nos forneceu os seguintes conjuntos:

$$A = \{0, 1, 2, 3\} \qquad B = \{2, 4, 5, 6\} \qquad C = \{2, 5, 7, 9\}$$

Vamos fazer cada uma das operações. Primeiro, $A \cup B$.

$$A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Observe que na união dos dois conjuntos, listamos todos os elementos que pertencem aos dois. É importante lembrar que **não é preciso repetir** um elemento comum. Por exemplo, o elemento "2" pertence tanto a A quanto a B. Quando fazemos a união de A com B, o **"2" aparece só uma vez e não duas**. *Tudo certo?*

Agora, vamos $B \cap C$.

$$B \cap C = \{2, 5\}$$

Na intersecção, estamos interessados naqueles elementos que pertencem simultaneamente a B e a C. Note que apenas **o 2 e o 5 estão nos dois conjuntos**. Por fim, queremos encontrar $(A \cup B) - (B \cap C)$**.** Nesse caso, queremos tudo que está em $A \cup B$ **mas não** está $B \cap C$.

$$A \cup B = \{0, 1, \mathbf{2}, 3, 4, \mathbf{5}, 6\}$$

$$B \cap C = \{\mathbf{2}, \mathbf{5}\}$$

Com isso:

$$\boxed{(A \cup B) - (B \cap C) = \{0, 1, 3, 4, 6\}}$$

Gabarito: LETRA A.

6. (IBADE/CRC-RO/2022) Considere os conjuntos A, B e C.

$$\boldsymbol{A} = \{\mathbf{1, 3, 5, 7, 10}\}$$
$$\boldsymbol{B} = \{\mathbf{0, 3, 4, 5, 7, 9}\}$$
$$\boldsymbol{C} = \{\mathbf{2, 3, 4, 8, 7, 12}\}$$

Calcule $(\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B}) \cap \boldsymbol{C}$:

A) $\{3,4,7\}$

B) $\{1,2,4,5,10\}$

C) $\{2,4,7,9,12\}$

D) $\{0,1,3,4,5,7,10\}$

E) $\{0,1,5,10\}$

Comentários:

Mais uma vez, vamos por passos.

1) Encontrar $A \cup B$:

$$A \cup B = \{0, 1, 3, 4, 5, 7, 9, 10\}$$

Na união, listamos **todos os elementos** dos dois conjuntos em um conjunto só!

2) Encontrar $(\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B}) \cap \boldsymbol{C}$**:**

$$A \cup B = \{0, 1, \mathbf{3}, \mathbf{4}, 5, \mathbf{7}, 9, 10\}$$
$$C = \{2, \mathbf{3}, \mathbf{4}, 8, \mathbf{7}, 12\}$$

Na intersecção, listamos apenas **os elementos em comum**!

$$\boxed{(A \cup B) \cap C = \{3, 4, 7\}}$$

Gabarito: LETRA A.

7. (IBFC/MGS/2022) Diz-se que dois conjuntos A e B não-vazios são disjuntos se:

A) a união entre A e B for um conjunto vazio

B) se a intersecção entre A e B for um conjunto não vazio

C) se a diferença entre A e B for um conjunto unitário

D) se o conjunto A não tiver elemento comum ao conjunto B

Comentários:

Galera, questão teórica para treinar o que vimos na teoria. Dois conjuntos são disjuntos quando não possuem elementos em comum. Logo, a intersecção desses dois conjuntos é o vazio. Vamos comentar as alternativas.

A) a ~~união~~ entre A e B for um conjunto vazio
Errado. O correto seria a intersecção.

B) se a intersecção entre A e B for um conjunto ~~não~~ vazio
Errado. O correto seria um conjunto vazio.

C) se a diferença entre A e B for um ~~conjunto unitário~~.
Errado. Se A e B são disjuntos, então a diferença entre A e B é **o próprio A**.

D) se o conjunto A não tiver elemento comum ao conjunto B
Correto. É exatamente essa a condição para que dois conjuntos sejam disjuntos.

Gabarito: LETRA D.

8. (AVANÇASP/PREF. R. CLARO/2021) Qual é a união dos conjuntos $A = \{6, 9, 21\}$ e $B = \{6, 15, 24\}$?
A) $\{6\}$
B) $\{9, 21\}$
C) $\{9, 15, 21, 24\}$
D) $\{6, 9, 15, 21, 24\}$
E) $\{6, 6, 9, 15, 21, 24\}$

Comentários:
Na união entre A e B, listamos em um único conjunto todos os elementos de A e B. Lembre-se que **não devemos repetir os elementos em comum**. Por exemplo, observe que o "6" aparente tanto em A como em B. Na união, o "6" aparece apenas uma vez. Nada de repeti-lo!

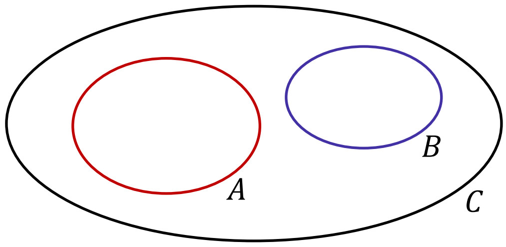
$$\boxed{A \cup B = \{6, 9, 15, 21, 24\}}$$

Gabarito: LETRA D.

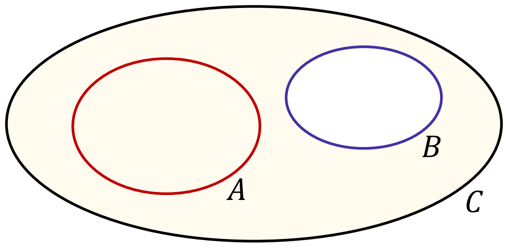
9. (OMNI/PREF. S. J. BATISTA/2021) Considere os subconjuntos A e B do conjunto C. Podemos afirmar que o complementar de B em relação a C com interseção com B é:
A) o complementar de C, pois é tudo que tem em C, mas não tem em A e B.
B) o conjunto A.
C) um conjunto vazio.
D) Nenhuma das alternativas.

Comentários:

Vamos desenhar essa situação? **A e B são subconjuntos de C**. Logo, uma situação **possível** seria:



O complementar de B em relação a C é:



Note que **o complementar de B não tem elementos em comum com o próprio B** (pela própria definição!).

Logo, a intersecção entre os dois conjuntos será **o conjunto vazio**, como aponta a alternativa C.

Gabarito: LETRA C.

10. (Legalle/Pref. XV de Novembro/2021) Considere os conjuntos $H = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ e $K = \{2, a, b, s, 6\}$. A diferença entre H e K é:

A) $H - K = \{3, 4, 5\}$
B) $H + K = \{2, 3, 4, 5, 6\}$
C) $H \cup K = \{2, 3, 4, 5, 6\}$
D) $H \cap K = \{2, 6\}$
E) $H + K = \{3, 4, 5\}$

Comentários:

Pessoal, nessa questão bastava saber o símbolo da operação "diferença". Vimos na teoria que é o "$-$". Dessa forma, a única alternativa possível seria a letra A (que é nosso gabarito). No entanto, vamos imaginar que existissem outras alternativas possíveis. Sendo assim, precisaríamos efetivamente encontrar $H - K$. A diferença entre H e K é formada por aqueles elementos de H que não são elementos de K.

$$H = \{2, 3, 4, 5, 6\}$$
$$K = \{2, a, b, s, 6\}$$

Assim,

$$\boxed{H - K = \{3, 4, 5\}}$$

Gabarito: LETRA A.

FGV

11. (FGV/SSP-AM/2022) Sobre dois conjuntos A e B sabe-se que:

- A união de A e B tem 130 elementos.
- A diferença B – A tem 50 elementos.
- A diferença A – B tem 60 elementos.

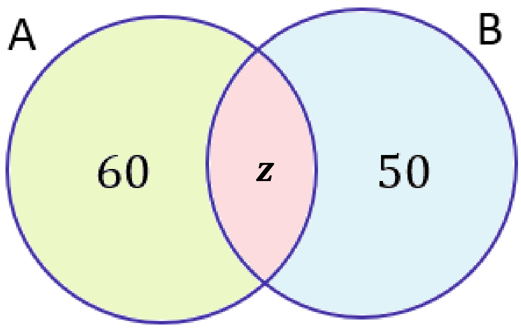
Sendo x o número de elementos de A e y o número de elementos de B, o valor de x + y é igual a

A) 110.
B) 120.
C) 130.
D) 140.
E) 150.

Comentários:

Primeiramente, vamos relembrar o que significa os conjuntos diferenças apontados no enunciado.

1) $B - A$ é o conjunto formado por **todos os elementos de B que não são elementos de A**.
2) Analogamente, $A - B$ é o conjunto formado por **todos os elementos de A que não são elementos de B**.



O conjunto $A - B$ está representado pela região verde. Note que é **tudo de A menos a parte vermelha**. Essa parte vermelha **representa os elementos de A que também são elementos de B**, ou seja, a intersecção dos dois conjuntos. Por sua vez, a região azul representa o conjunto $B - A$. Observe que já colocamos as quantidades de cada desses conjuntos. Como não sabemos quantos elementos pertencem a A e a B

simultaneamente, então vamos chamar essa quantidade de "z". O enunciado nos diz que a união desses dois conjuntos possui **130 elementos**. Na prática, isso significa que se **somamos todas as regiões** destacadas no diagrama de Venn acima, então **devemos** obter esses 130 elementos. *Vamos fazer isso?*

$$60 + z + 50 = 130 \quad \rightarrow \quad z = 130 - 110 \quad \rightarrow \quad \boxed{z = 20}$$

Pronto, temos "z". Com ele, podemos determinar quantos elementos possui cada um dos conjuntos.

$$n(A) = 60 + z \quad \rightarrow \quad n(A) = 60 + 20 \quad \rightarrow \quad \boxed{n(A) = 80}$$

$$n(B) = 50 + z \quad \rightarrow \quad n(B) = 50 + 20 \quad \rightarrow \quad \boxed{n(B) = 70}$$

A questão quer a soma desses dois valores. Logo,

$$n(A) + n(B) = x + y = 80 + 70 = 150$$

Gabarito: LETRA E.

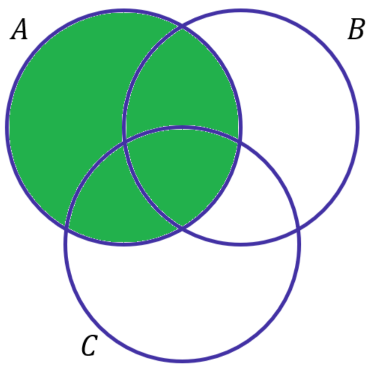
12. (FGV/SEFAZ-MS/2006) Os conjuntos A, B e C satisfazem $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$:

a) nunca.
b) se e somente se A = B = C.
c) se e somente se B = C.
d) se e somente se B ∩ C = ∅.
e) sempre.

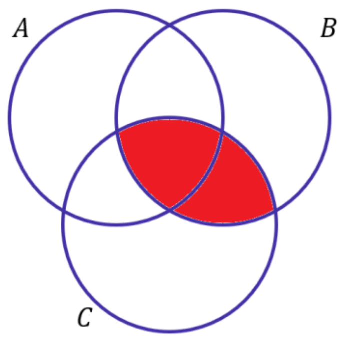
Comentários:

Na minha opinião, o melhor jeito de resolver essas questões é desenhando o diagrama. Vamos primeiros identificar o que significa cada lado da equação:

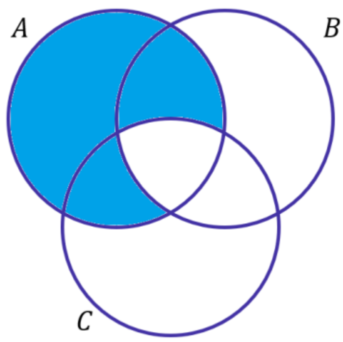
- $A - (B \cap C)$: Elementos de A que não são elementos da intersecção de B com C.



Conjunto A

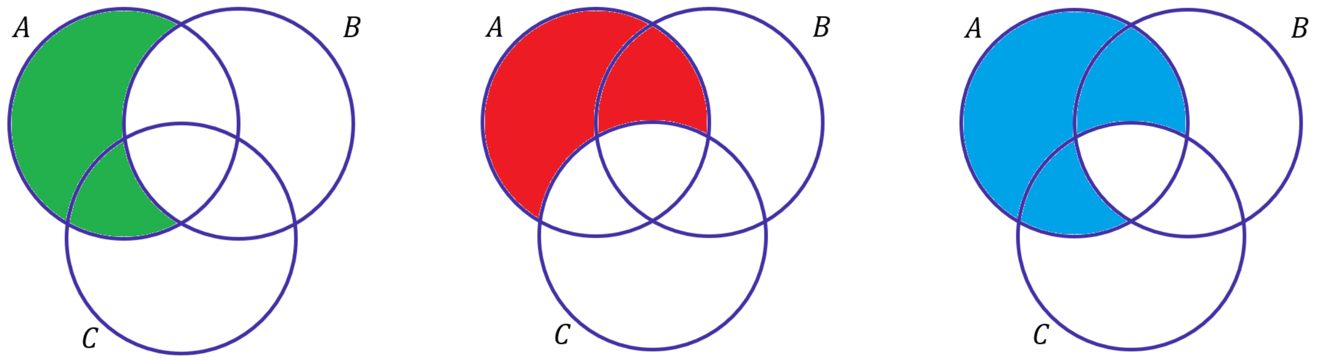


Conjunto $B \cap C$



Conjunto $\boldsymbol{A - (B \cap C)}$

- $(A - B) \cup (A - C)$: Elementos de A que não são elementos de B ou Elementos de A que não elementos de C.



Conjunto $A - B$ Conjunto $A - C$ Conjunto $(A - B) \cup (A - C)$

Observe que quando desenhamos as duas regiões, percebemos que elas são iguais. Logo, a igualdade é sempre verdade.

Gabarito: LETRA E.

13. (FGV/SEFAZ-MS/2006) Se X, Y e Z são conjuntos, $X \cap (Y \cup Z) = (X \cap Y) \cup Z$:

a) nunca.

b) se e somente se X = Y = Z.

c) se e somente se $Z \subset X$

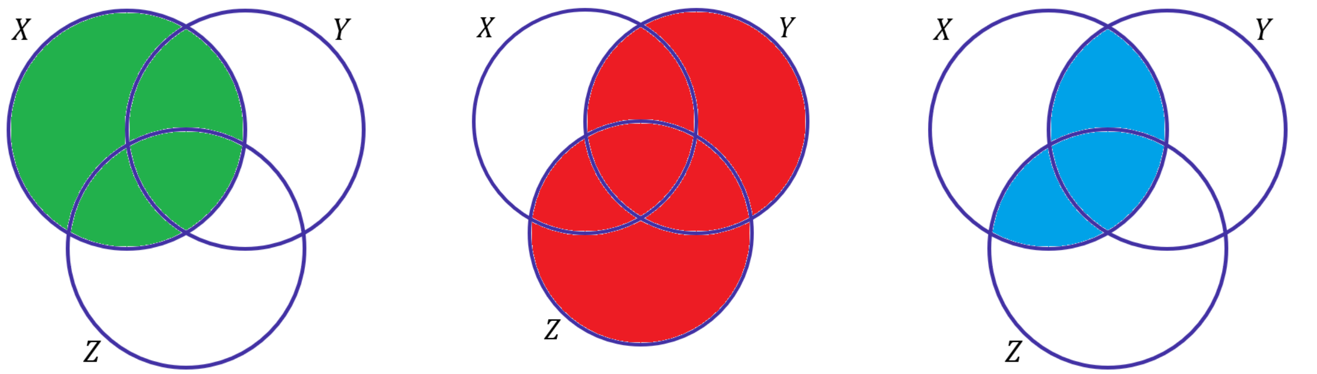
d) se e somente se $Z \subset Y$

e) sempre.

Comentários:

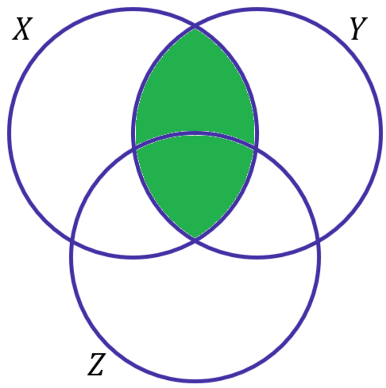
Novamente, vamos recorrer aos diagramas. Primeiro devemos entender cada uma das regiões.

- $X \cap (Y \cup Z)$: Elementos que X tem em comum com a união de Y e Z.

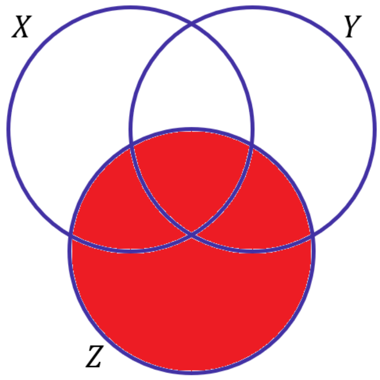


Conjunto X Conjunto $Y \cup Z$ Conjunto $X \cap (Y \cup Z)$

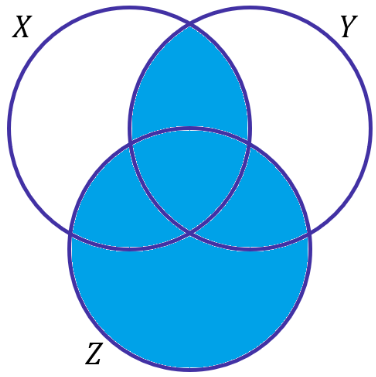
- $(\boldsymbol{X} \cap \boldsymbol{Y}) \cup \boldsymbol{Z}$**:** Elementos de $X \cap Y$ reunidos com os elementos de Z.



Conjunto $X \cap Y$

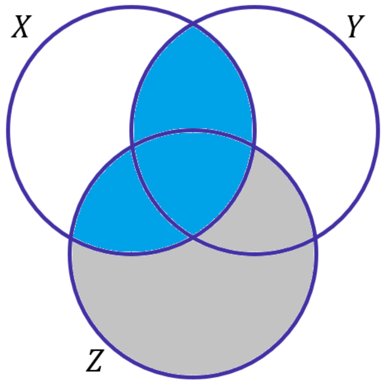


Conjunto Z



Conjunto $(\boldsymbol{X} \cap \boldsymbol{Y}) \cup \boldsymbol{Z}$

Dessa vez, as regiões que desenhamos não ficaram iguais. Mas, o que devemos fazer para que elas fiquem? Ora devemos retirar toda a região diferente:



Nessa situação, percebemos que **não pode haver elementos de Z que não sejam elementos de X**. O que implica que Z deve ser um subconjunto de X.

Gabarito: LETRA C.

CEBRASPE

14. (CESPE/COGE-CE/2019) Segundo o portal cearatransparente.ce.gov.br, em 2018, dos 184 municípios do estado do Ceará, 4 celebraram exatamente 1 convênio com o governo estadual, 22 celebraram exatamente 2 convênios com o governo estadual, e 156 celebraram 3 ou mais convênios com o governo estadual. De acordo com o texto, se, para cada $j = 0, 1, 2, \ldots,$ M_j for o conjunto dos municípios cearenses que celebraram, pelo menos, j convênios com o governo estadual, então o conjunto dos municípios que não celebraram nenhum convênio com o governo do estado será representado pelo conjunto

A) M_0
B) $M_1 - M_0$
C) $M_1 \cap M_0$
D) $M_0 - M_1$
E) $M_0 \cup M_1$

Comentários:
Se M_j representa o conjunto dos municípios que celebram, pelo menos, j convênios, **M_0 é o conjunto dos municípios que celebram, pelo menos, "zero convênios"**. Em outras palavras, basicamente todos os municípios estão inseridos nesse conjunto, pois **incluem aqueles que não fazem nenhum convênio e aqueles que fazem qualquer número**.

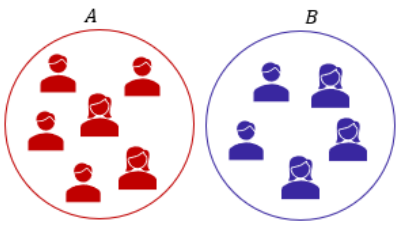
Para obter o conjunto dos munícipios que não celebraram nenhum convênio, **devemos retirar do conjunto M_0 todos os munícipios que celebram 1 ou mais convênios**. Isso é representado por $M_0 - M_1$.

Gabarito: LETRA D.

15. (CESPE/TRF-1/2017) Em uma reunião de colegiado, após a aprovação de uma matéria polêmica pelo placar de 6 votos a favor e 5 contra, um dos 11 presentes fez a seguinte afirmação: "Basta um de nós mudar de ideia e a decisão será totalmente modificada." Considerando a situação apresentada e a proposição correspondente à afirmação feita, julgue o próximo item.

Se A for o conjunto dos presentes que votaram a favor e B for o conjunto dos presentes que votaram contra, então o conjunto diferença A\B terá exatamente um elemento.

Comentários:
É possível representar os conjuntos A e B conforme o diagrama abaixo.



Observe que **não há intersecção entre A e B**, pois, **uma mesma pessoa não pode pertencer aos dois conjuntos**. Isso ocorre devido a **<u>impossibilidade de se votar a favor e contra simultaneamente</u>**. Portanto, sabemos que quando **A e B são disjuntos, então temos que $A \backslash B = A$**. Como A tem seis elementos, então A\B terá também seis elementos e **não apenas um**, como indica o item.

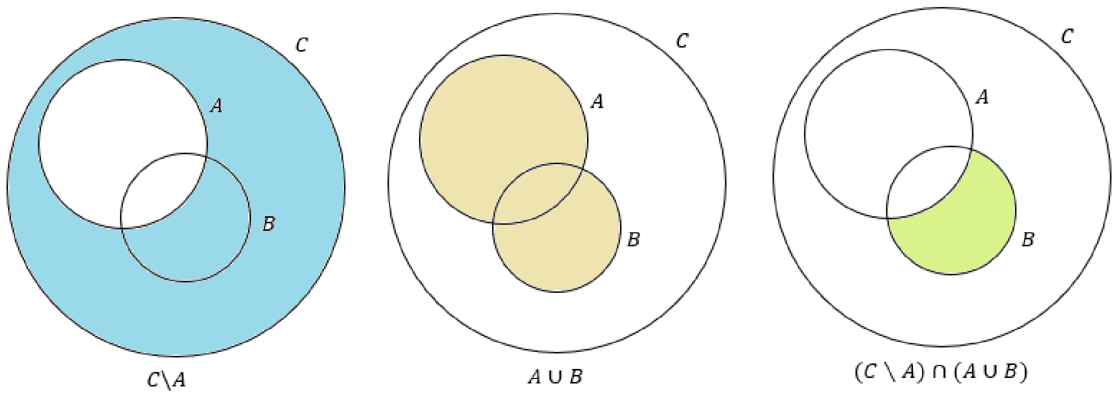
Gabarito: ERRADO.

16. (CESPE/INSS/2015) Julgue o item a seguir, relativos a raciocínio lógico e operações com conjuntos.

Se A, B e C forem conjuntos quaisquer tais que $A, B \subset C$, então $(C \setminus A) \cap (A \cup B) = C \cap B$.

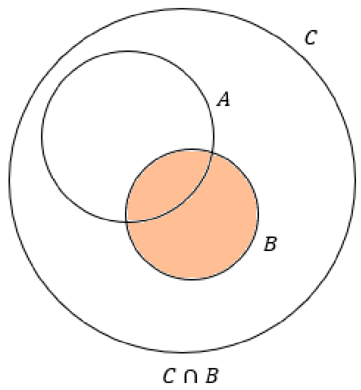
Comentários:

Na minha opinião, a melhor forma de resolver esse tipo de exercício é por meio de desenhos. No entanto, antes de trazer qualquer imagem, gostaria de lembrar que **$C \backslash A$ é a mesma coisa que $C - A$**. Logo, **são os elementos de C que não são elementos de A**.



Olhem a figura acima. Veja que **A e B estão dentro de C pois o enunciado informa que $A, B \subset C$**. Como o enunciado não fala se A e B são disjuntos, podemos considerar que eles possuem uma intersecção entre si, conforme a imagem. **A região pintada corresponde exatamente ao resultado da operação**.

Por exemplo, **$C \backslash A$ está representada por toda região de azul**. $A \cup B$ por toda a região marrom. Por fim, quando tiramos a intersecção desses dois conjuntos, ficamos com a área verde. Esse é o lado esquerdo da equação do enunciado. Para que a equação seja verdadeira, **o lado direito deve representar exatamente a mesma região**. No entanto, note que:



Veja que **as regiões são diferentes** e, portanto, **a equação não bate**. Logo, o item está incorreto.

Obs.: Para a equação ser verdadeira **A e B devem ser disjuntos**. Como exercício, mostre esse fato! Basta observar as áreas, considerando que A e B não possuem intersecção.

Gabarito: ERRADO.

(SUFRAMA/2014) Texto para as próximas questões

Para o conjunto $\boldsymbol{\Omega} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, se A for um subconjunto de Ω, indique por $\boldsymbol{S(A)}$ a soma dos elementos de A e considere e $\boldsymbol{S(\emptyset) = 0}$. Nesse sentido, julgue o item a seguir.

17. (CESPE/SUFRAMA/2014) Se A e B forem subconjuntos de Ω, tais que $\boldsymbol{A \subset B}$, então $\boldsymbol{0 \leq S(A) \leq S(B) \leq 55}$.

Comentários:

$S(A)$ representa **a soma dos elementos de A**. Por exemplo, se $\boldsymbol{\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}}$, então:

$$S(\Omega) = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$$

Você concorda que qualquer subconjunto de Ω vai apresentar uma soma menor ou igual a 55? Por exemplo, considere que $B = \{1,3,5,7,9\}$. Note que B é um subconjunto de Ω. Assim,

$$S(B) = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$$

Não tem como escolher um subconjunto de Ω e a soma dos elementos dele **fornecer um resultado maior** que a soma dos elementos de Ω. Concorda? Da mesma forma, se pegarmos um subconjunto de B, digamos A, **a soma dos elementos de A vai ser menor ou igual a soma dos elementos de B**. Por exemplo, se $A = \{1, 3\}$, então:

$$S(A) = 1 + 3 = 4$$

Veja que é bem menor que 25. Com esse raciocínio, é possível ver que o enunciado trouxe um desigualdade verdadeira. Note que **se houvessem números negativos em $\boldsymbol{\Omega}$**, não poderíamos ter feito as conclusões que fizemos aqui. Logo, item correto.

Gabarito: CERTO.

18. (CESPE/SUFRAMA/2014) Se $\boldsymbol{A \subset \Omega}$, e se $\boldsymbol{\Omega \backslash A}$ é o complementar de A em Ω, então $\boldsymbol{S(\Omega \backslash A) = S(\Omega) - S(A)}$.

Comentários:

Gostaria de chamar atenção ao fato de que **A é um subconjunto de Ω**. Se $\boldsymbol{\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}}$, então o conjunto A poderá ser $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$. Assim, **o complementar de A em Ω será os elementos de Ω que não estão em A**, isto é:

$$\Omega \backslash A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

Se **S(A) é a soma dos elementos de A**, ficamos com

$$S(\Omega) = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$$

$$S(A) = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 30$$

$$S(\Omega \backslash A) = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$$

Logo, veja que:

$$S(\Omega \backslash A) = S(\Omega) - S(A)$$

Conforme o item trouxe.

Gabarito: CERTO.

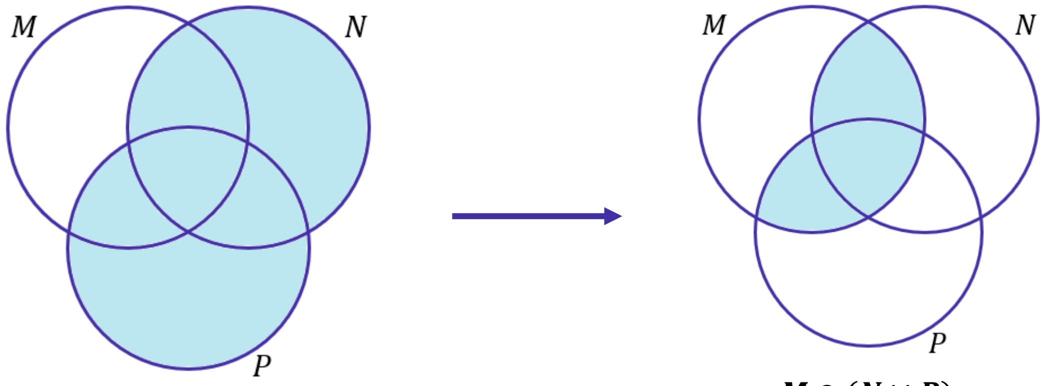
CESGRANRIO

19. (CESGRANRIO/BR/2015) Dados três conjuntos M, N e P, tem-se que o conjunto $\boldsymbol{M \cap (N \cup P)}$ é igual ao conjunto

a) $M \cap (N \cap P)$
b) $M \cap (N \cup P)$
c) $M \cup (N \cap P)$
d) $(M \cap N) \cup (M \cap P)$
e) $(M \cup N) \cap (M \cup P)$

Comentários:

Vamos resolver o problema desenhando diagramas. Para começar, desenhe a região que o conjunto do enunciado representa. Depois, compare ela com cada um dos conjuntos do enunciado.

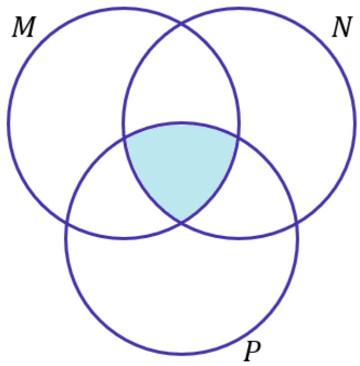


$\boldsymbol{N \cup P}$ $\qquad\qquad$ $\boldsymbol{M \cap (N \cup P)}$

A região da direita é a que vamos buscar nas alternativas. Observe que primeiro desenhamos N∪P, para depois desenhar M∩(N∪P). Fomos por partes, e, sempre que possível, procederemos assim.

a) $M \cap N \cap P$

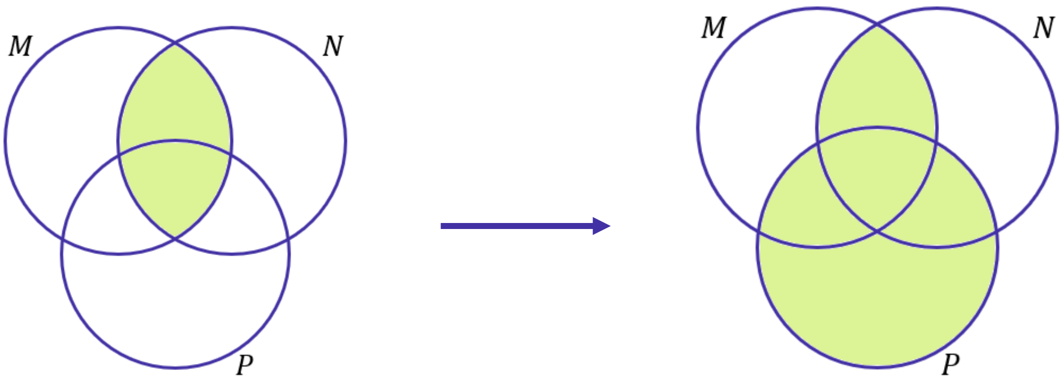
Alternativa incorreta. Note que $M \cap N \cap P$ é exatamente a intersecção dos três conjuntos.



$M \cap (N \cap P)$

b) $(M \cap N) \cup P$

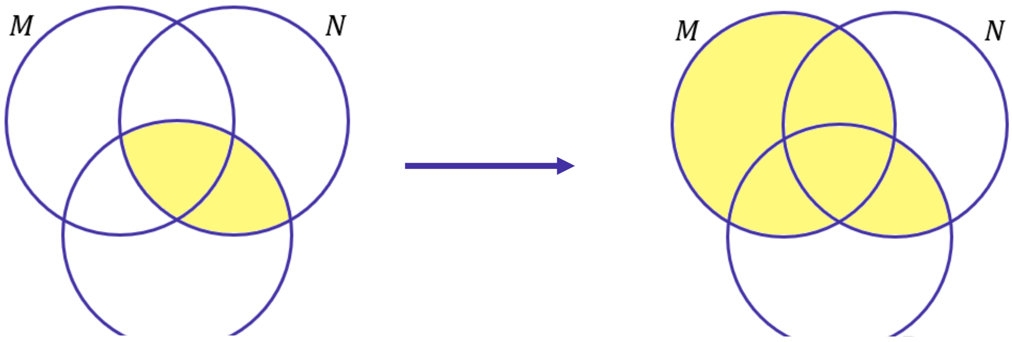
Alternativa incorreta.



$\boldsymbol{M \cap N}$ $\qquad\qquad$ $\boldsymbol{(M \cap N) \cup P}$

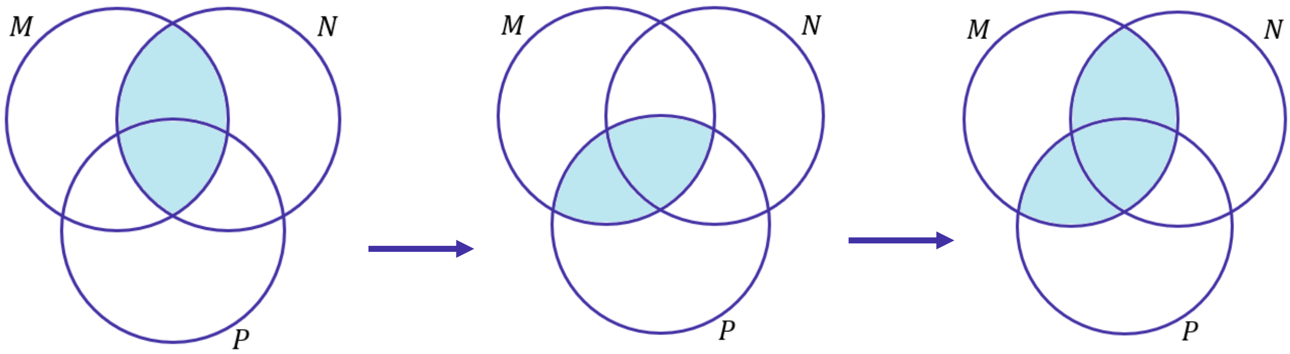
c) $M \cup (N \cap P)$

Alternativa incorreta.



$\boldsymbol{N \cap P}$ $\boldsymbol{M \cup (N \cap P)}$

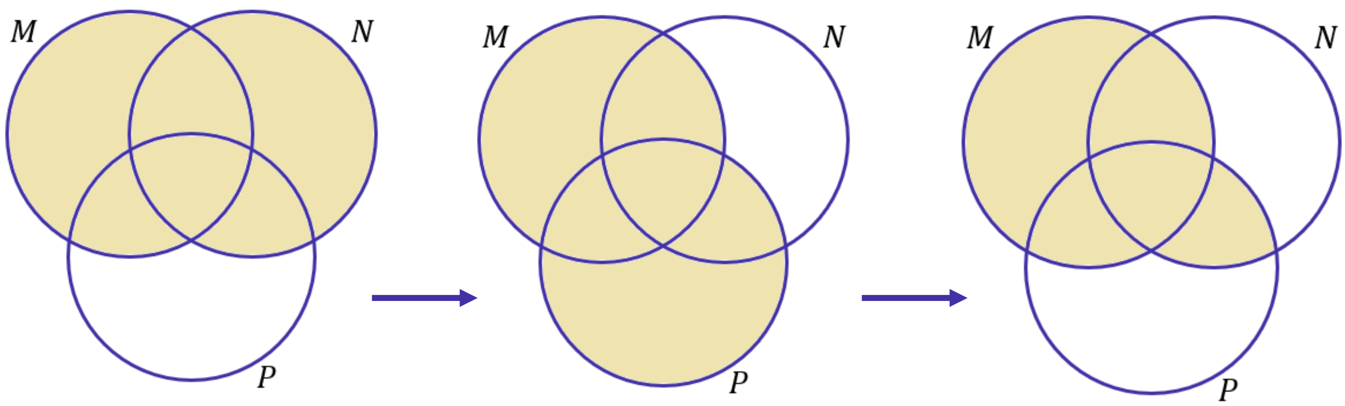
d) $(M \cap N) \cup (M \cap P)$
Alternativa correta.



$\boldsymbol{M \cap N}$ $\boldsymbol{M \cap P}$ $\boldsymbol{(M \cap N) \cup (M \cap P)}$

Veja que após os desenhos, a região obtida é igual ao conjunto proposto do enunciado. Desse modo, podemos escrever sem receio que: $M \cap (N \cup P) = (M \cap N) \cup (M \cap P)$

e) $(M \cup N) \cap (M \cup P)$
Alternativa incorreta.



$\boldsymbol{M \cup N}$ $\boldsymbol{M \cup P}$ $\boldsymbol{(M \cup N) \cap (M \cup P)}$

Gabarito: LETRA D.

20. (CESGRANRIO/BASA/2014) O conjunto diferença X - Y, entre dois subconjuntos X e Y de um mesmo conjunto universo U, é definido por:

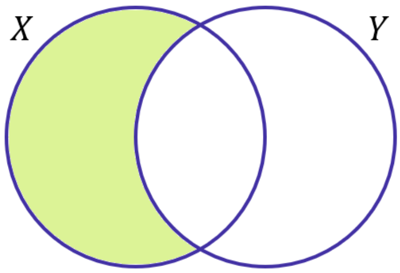
$$\boldsymbol{X - Y = \{u \in U / u \in X \; e \; u \notin Y\}}$$

Considere três subconjuntos, A, B e C, do mesmo conjunto Universo U. O conjunto $A - (B \cap C)$ é igual ao conjunto

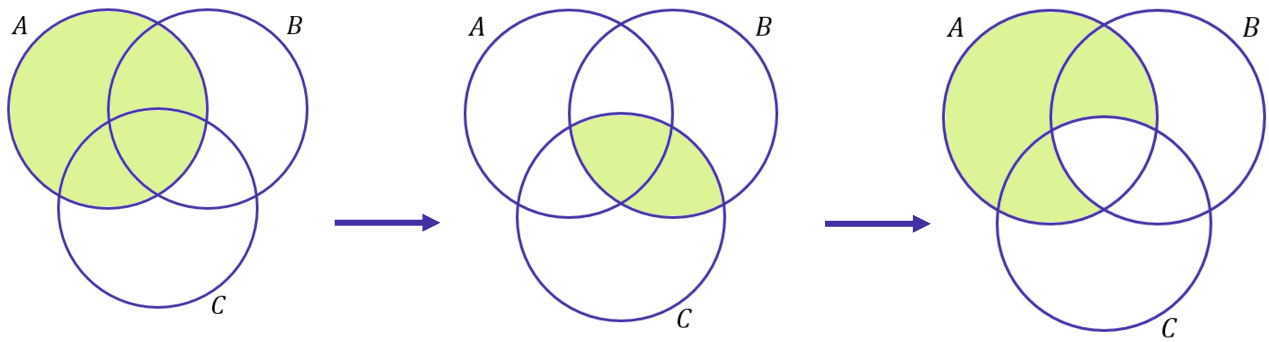
a) $(A - B) \cap (A - C)$.
b) $(A - B) \cup (A - C)$.
c) $(A - B) \cap C$.
d) $(A - B) \cup C$.
e) $(A - B) - C$.

Comentários:

Essa é uma questão parecida com a anterior, mas que envolve o conjunto diferença. O conjunto $X - Y$ vai trazer todos aqueles elementos que são de X mas não são de Y. Em diagramas, ele é representado por:



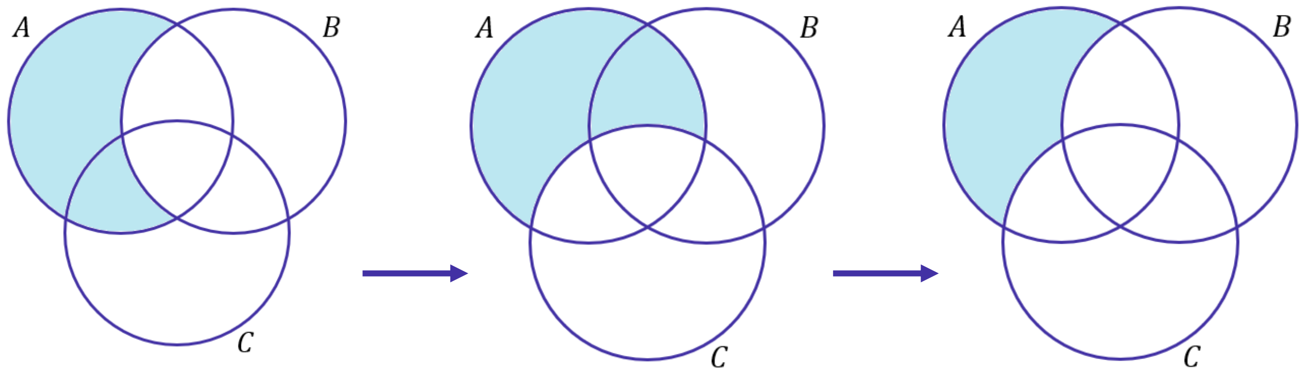
Vamos proceder de forma muito semelhante à questão anterior. Primeiro, identificando a região representativa do conjunto do enunciado, depois vamos analisar as alternativas em busca de uma igual. O enunciado trouxe o conjunto $\boldsymbol{A - (B \cap C)}$.



$\boldsymbol{A}$ $\boldsymbol{B \cap C}$ $\boldsymbol{A - (B \cap C)}$

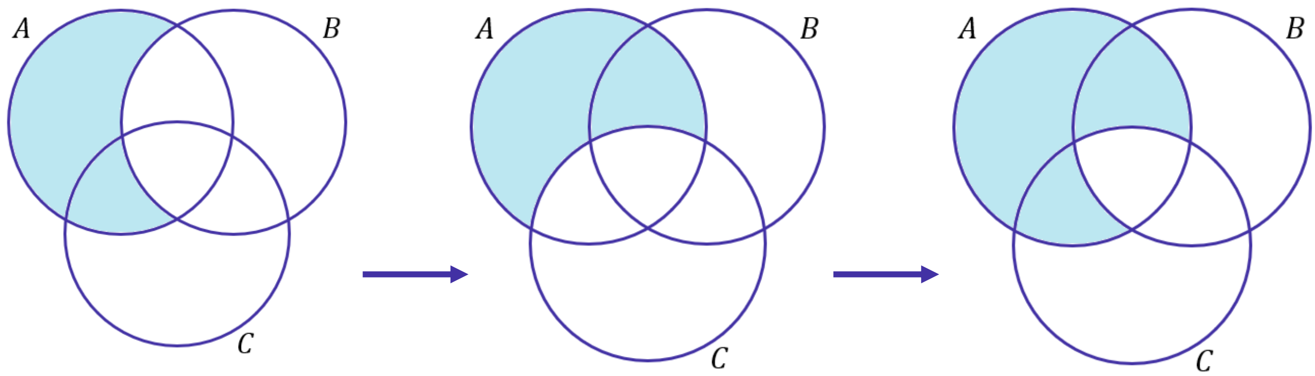
Agora vamos analisar as alternativas.

a) $(A - B) \cap (A - C)$.
Alternativa incorreta.



$\boldsymbol{A - B}$ $\quad$ $\boldsymbol{A - C}$ $\quad$ $(\boldsymbol{A - B}) \cap (\boldsymbol{A} -$

b) $(A - B) \cup (A - C)$.
Alternativa correta.

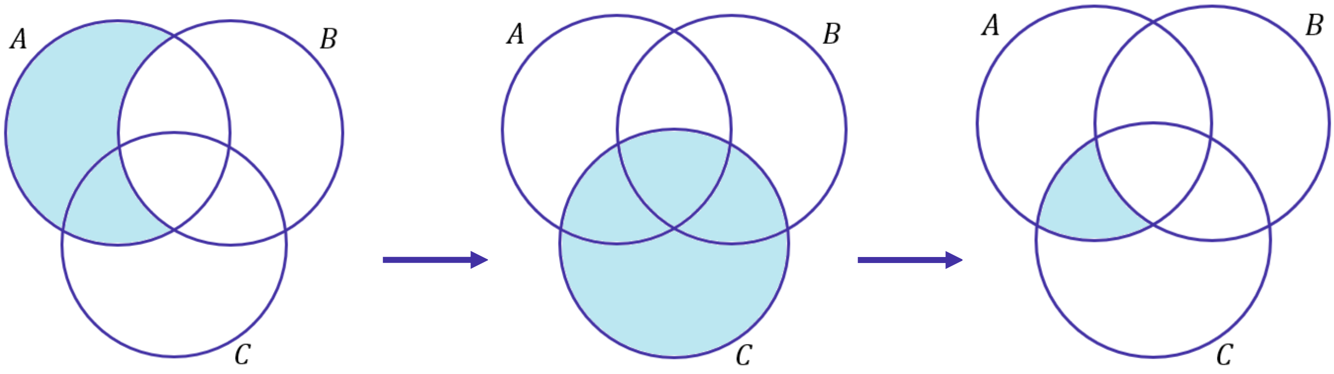


$\boldsymbol{A - B}$ $\quad$ $\boldsymbol{A - C}$ $\quad$ $(\boldsymbol{A - B}) \cup (\boldsymbol{A} -$

Veja que é exatamente a mesma região do enunciado e, por esse motivo, podemos escrever que:

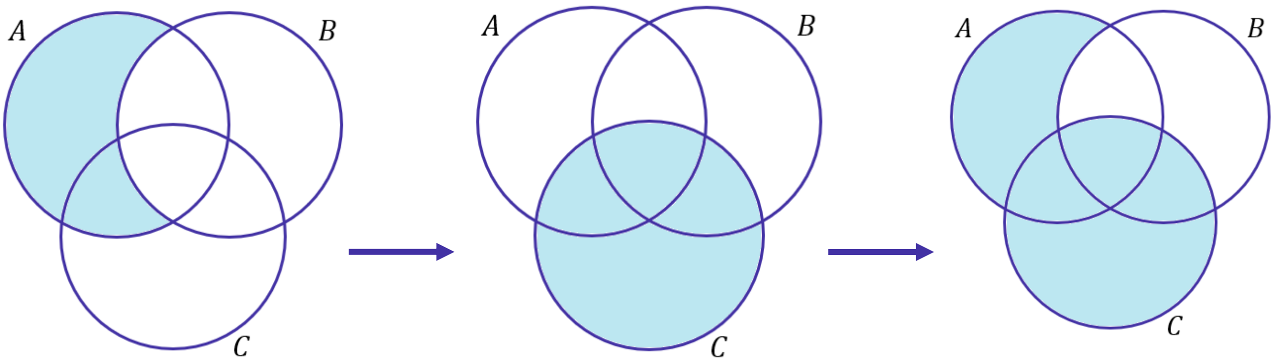
$$A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C).$$

c) $(A - B) \cap C$.
Alternativa incorreta.



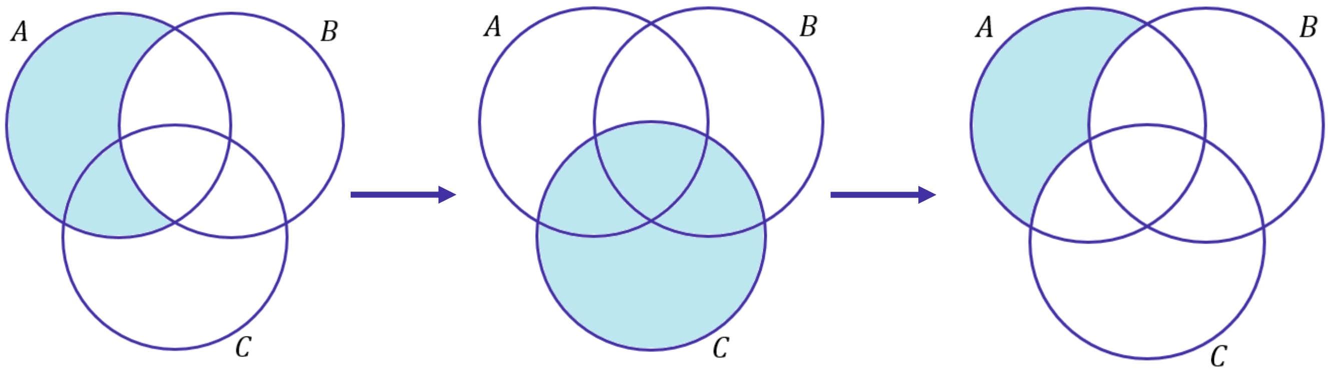
$\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}$ C $(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B})$

d) $(A-B)\cup C$.
Alternativa incorreta.



$\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}$ C $(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B})$

e) $(A-B)-C$.
Alternativa incorreta.



$\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}$ C $(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B})$

Gabarito: LETRA B.

21. (CESGRANRIO/TRANSPETRO/2011) Considere um conjunto U, do qual X é um subconjunto não vazio e próprio. Seja Y o complemento do complemento de X (os complementos sendo considerados em relação a U). Então, a

a) união de X e Y é igual a U.

b) diferença de X e Y é igual a U.

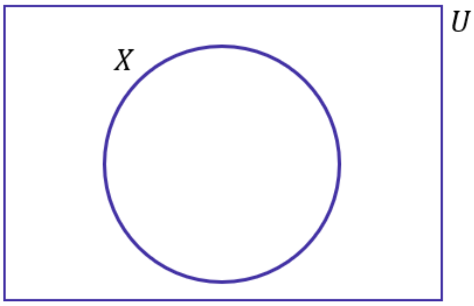
c) intercessão de X e Y é vazia.

d) intercessão de X e Y é igual a U.

e) intercessão de X e Y é igual a X.

Comentários:

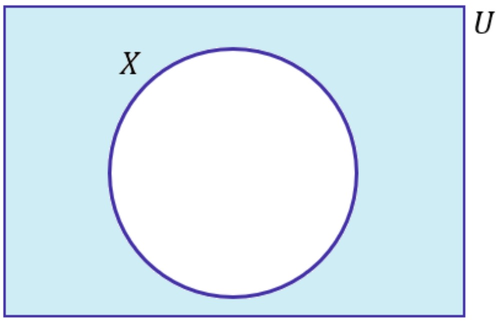
Essa é uma questão bem estilo pegadinha. O aluno com certeza ficaria com uma pulga atrás da orelha (rsrs). Nós **temos o conjunto universo U e um subconjunto X**. Em diagramas, seria algo como a situação a seguir:



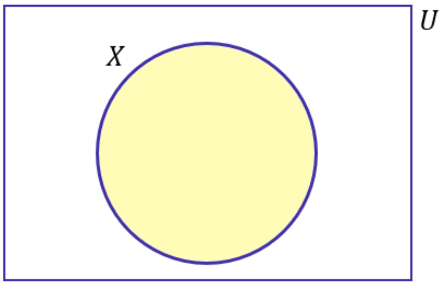
Quem é o complemento de X? Ora, **o complemento de X é o conjunto formado por todos aqueles elementos que pertencem ao conjunto U, mas não pertencem a X**. Em termos matemáticos,

$$X^C = U - X$$

No diagrama, seria a região representada abaixo:



Agora, quem seria o complemento do complemento de X? Ora, seria o conjunto formado por todos aqueles elementos que pertencem ao conjunto U mas não pertencem ao complemento de X. Em diagramas,



Veja que é o próprio conjunto X! A conclusão que chegamos é que o complementar do complementar de um conjunto é o próprio conjunto! Matematicamente,

$$(X^C)^C = X$$

Portanto, **se Y é o complementar do complementar de X, então Y é o próprio X**. Tudo bem, pessoal?! Vamos analisar as alternativas.

a) união de X e Y é igual a U.
Alternativa incorreta. A união de X e Y é o próprio X, afinal X=Y.

b) diferença de X e Y é igual a U.
Alternativa incorreta. Se X=Y, então a diferença de X e Y não pode ser igual a U. Na verdade, é o conjunto ∅.

c) intercessão de X e Y é vazia.
Alternativa incorreta. Se X=Y, então a intercessão de X e Y é o próprio X.

d) intercessão de X e Y é igual a U.
Alternativa incorreta. Se X=Y, então a intercessão de X e Y é o próprio X.

e) intercessão de X e Y é igual a X.
Alternativa correta. É exatamente isso moçada, afinal, X=Y. Assim, a intercessão de X com ele mesmo fornece o próprio conjunto X.

Gabarito: LETRA E.

QUESTÕES COMENTADAS

Princípio da Inclusão-Exclusão

Outras Bancas

1. (SELECON/PREF. SÃO GONÇALO/2022) Em uma empresa na qual trabalham 116 pessoas, sabe-se que:

- 72 têm ensino médio completo;
- 64 sabem usar o EXCEL;
- 35 têm ensino médio completo e sabem usar o EXCEL.

O número de funcionários dessa empresa que não têm ensino médio completo e não sabem usar o EXCEL é:

A) 13
B) 14
C) 15
D) 16

Comentários:

Vamos usar o **Princípio da Inclusão-Exclusão** para resolver esse problema. Inicialmente, considere "**M**" como o conjunto formado por todos aqueles que têm o ensino médio. Além disso, considere "**X**" como o conjunto formado por todos aqueles que sabem usar o EXCEL. Com as informações do enunciado, temos que:

$$n(M) = 72 \qquad n(X) = 64 \qquad n(M \cap X) = 35$$

Do princípio da inclusão-exclusão, sabemos que:

$$n(M \cup X) = n(M) + n(X) - n(M \cap X)$$

Substituindo as informações que temos,

$$n(M \cup X) = 72 + 64 - 35 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{n(M \cup X) = 101}}$$

Note que a união desses dois conjuntos tem 101 pessoas. Por sua vez, o enunciado disse que **o número total de funcionários dessa empresa é 116.** Com isso, a quantidade de funcionários que não possuem ensino médio e não sabem usar o EXCEL é exatamente **a diferença entre o total de funcionário e $\boldsymbol{n(M \cup X)}$**. Assim,

$$116 - 101 = 15$$

Gabarito: LETRA C.

2. (AOCP/IP PREV/2022) Para conhecer a opinião em relação à possível aplicação de dois fundos de Previdência em um plano aberto de Previdência, identificados por A e B, uma Instituição Financeira aplicou um questionário entre seus conveniados e verificou que:

- 48% de seus conveniados gostariam que o Fundo de Previdência A fosse aplicado em seus planos;
- 35% de seus conveniados gostariam que o Fundo de Previdência B fosse aplicado em seus planos;
- 12% de seus conveniados gostariam que o Fundo de Previdência A e o Fundo de Previdência B fossem aplicados em seus planos.

Dessa forma, é correto afirmar que
A) mais de 30% dos conveniados não responderam ao questionário ou não manifestaram interesse em qualquer um dos dois Fundos de Previdência.
B) o percentual de conveniados que gostariam que somente o Fundo de Previdência A fosse aplicado em seus planos foi de 23%.
C) 71 conveniados gostariam que pelo menos um dos dois Fundos de Previdência fosse aplicado em seus planos.
D) mais de 14 dos conveniados gostariam que somente o Fundo de Previdência B fosse aplicado em seus planos.
E) mais de 70% dos conveniados gostariam que pelo menos um dos dois Fundos de Previdência fosse aplicado em seus planos, A ou B ou ambos.

Comentários:
Mais uma vez, vamos usar o **Princípio da Inclusão-Exclusão**. Primeiramente, considere o conjunto "**A**" como o conjunto dos conveniados que gostariam do Fundo de Previdência **A**. Por sua vez, "**B**" é o conjunto daqueles que gostariam do Fundo de Previdência **B**. Com as informações do enunciado, podemos escrever que:

$$n(A) = 48\% \qquad n(B) = 35\% \qquad n(A \cap B) = 12\%$$

Por meio do PIE, podemos encontrar, em termos de porcentagem, quantos conveniados preferem **o fundo A <u>ou</u> o fundo B**.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Substituindo as informações que retiramos do enunciado,

$$n(A \cup B) = 48\% + 35\% - 12\% \quad \rightarrow \quad n(A \cup B) = 71\%$$

Ou seja, **71% dos conveniados preferem o fundo A ou o fundo B**. Sendo assim, os **29%** dos conveniados **restantes** **não** **respondeu** a pesquisa ou **não** **prefere nenhum dos fundos**. Com essas informações, vamos avaliar as alternativas.

A) mais de 30% dos conveniados não responderam ao questionário ou não manifestaram interesse em qualquer um dos dois Fundos de Previdência.
Errado. Pessoal, vimos que a porcentagem de conveniados que não responderam ao questionário ou que não tem interesse em nenhum dos fundos é igual a **29%**, ou seja, **inferior a 30%.**

B) o percentual de conveniados que gostariam que somente o Fundo de Previdência A fosse aplicado em seus planos foi de 23%.
Errado. Tem-se que 48% dos conveniados gostariam do fundo A. No entanto, sabemos que 12% deles também preferem o fundo B. Para encontrar os conveniados que gostariam **apenas** do fundo A, basta fazer a diferença:

$$48\% - 12\% = \mathbf{36}\%$$

C) 71 conveniados gostariam que pelo menos um dos dois Fundos de Previdência fosse aplicado em seus planos.
Errado. Galera, cuidado aqui. A alternativa trouxe "71 conveniados", não é isso. O correto seria "71% dos conveniados". Estamos trabalhando com **porcentagens**, não **valores absolutos**.

D) mais de 14 dos conveniados gostariam que somente o Fundo de Previdência B fosse aplicado em seus planos.
Errado. É a mesma coisa aqui, moçada. A alternativa trouxe "mais de 14 dos conveniados", não é isso. Lembre-se que estamos trabalhando com **porcentagens**, não **valores absolutos**.

E) mais de 70% dos conveniados gostariam que pelo menos um dos dois Fundos de Previdência fosse aplicado em seus planos, A ou B ou ambos.
Certo. Encontramos que **71%** dos conveniados gostariam de aplicar o fundo A ou o fundo B em seus planos de previdência.

Gabarito: LETRA E.

3. (FUNDATEC/SEPOG-RS/2022) Em uma escola de informática, foram entrevistados 200 alunos. Com a entrevista, pode-se concluir que 61 alunos estudam Matemática, 55 estudam Programação e 50 estudam Raciocínio Lógico. Ainda, 20 alunos estudam Matemática e Programação, 23 estudam Raciocínio Lógico e Programação e 21 estudam Matemática e Raciocínio Lógico. E 12 alunos estudam as três disciplinas, Matemática, Raciocínio Lógico e Programação. Com base nessas informações, é possível concluir que:

A) 86 alunos não estudam nenhuma das três disciplinas.
B) 60 alunos estudam apenas uma das três disciplinas.
C) 34 alunos não estudam nenhuma das três disciplinas.
D) 30 alunos estudam apenas duas disciplinas.
E) 23 alunos estudam apenas matemática.

Comentários:
Vamos usar o princípio da inclusão-exclusão, dessa vez para **três conjuntos**. Considere "M" o conjunto daqueles que estudam matemática, "P" o conjunto daqueles que estudam programação e "R", daqueles que estudam raciocínio lógico. Com as informações do enunciado, podemos escrever:

- 61 alunos estudam Matemática: $n(M) = 61$
- 55 estudam Programação: $n(P) = 55$
- 50 estudam Raciocínio Lógico: $n(R) = 50$
- 20 alunos estudam Matemática e Programação: $n(M \cap P) = 20$
- 23 estudam Raciocínio Lógico e Programação: $n(P \cap R) = 23$
- 21 estudam Matemática e Raciocínio Lógico: $n(M \cap R) = 21$
- 12 alunos estudam as três disciplinas: $n(M \cap P \cap R) = 12$

Por meio do PIE, vamos conseguir encontrar $n(M \cup P \cup R)$. O número de elementos da união dos três conjuntos nos informa **quantos alunos gostam de pelo menos uma das matérias**. Vamos lá!

$$n(M \cup P \cup R) = n(M) + n(P) + n(R) - n(M \cap P) - n(M \cap R) - n(P \cap R) + n(M \cap P \cap R)$$

Substituindo os valores extraídos do enunciado,

$$n(M \cup P \cup R) = 61 + 55 + 50 - 20 - 23 - 21 + 12$$

$$\boxed{\boldsymbol{n(M \cup P \cup R) = 114}}$$

Assim, podemos concluir que **114 alunos estudam pelo menos uma matéria** dentre as três em referência: matemática, programação ou raciocínio lógico. Como **200 alunos foram entrevistados**, temos uma diferença de $200 - 114 = 86$ alunos que **não estudam nenhuma das três matérias**.

Gabarito: LETRA A.

4. (RBO/ISS-BH/2022) Uma empresa do ramo de turismo abriu processo para a seleção de agentes de viagens. Dos 180 candidatos inscritos, 12 foram eliminados logo no início do processo por não falarem um segundo idioma, o que era pré-requisito na seleção. Dos que ficaram, sabe-se que 78 falam inglês, 20 falam

inglês e espanhol, 17 falam inglês e francês, 15 falam francês e espanhol e 5 falam os três idiomas. Sendo assim, assinale a alternativa correta.

A) A quantidade de candidatos que falam espanhol é igual a quantidade de candidatos que falam francês.

B) 50 candidatos falam somente inglês.

C) 46 candidatos falam pelo menos dois idiomas.

D) 49 candidatos falam francês.

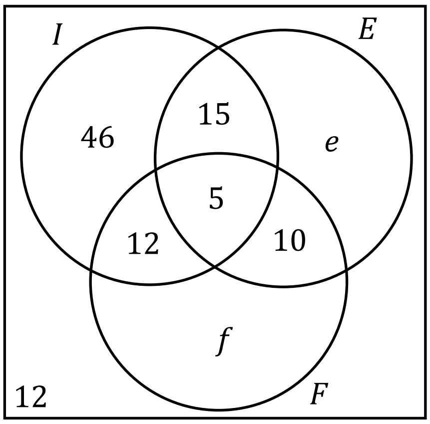
E) 126 candidatos falam somente um dos idiomas.

Comentários:

Primeiramente, vamos convencionar algumas coisas. Chamemos de "I" o conjunto formado por aqueles que falam inglês, de "F" o conjunto formado por aqueles que falam francês e de "E" o conjunto formado por aqueles que falam espanhol. Dito isso, vamos extrair algumas informações do enunciado.

- **78 falam inglês:** $n(I) = 78$
- **20 falam inglês e espanhol:** $n(I \cap E) = 20$
- **17 falam inglês e francês:** $n(I \cap F) = 17$
- **15 falam francês e espanhol:** $n(F \cap E) = 15$
- **5 falam os três idiomas:** $n(F \cap E \cap I) = 5$
- **12 não falam um segundo idioma.**

Agora, vamos passar essas informações para um diagrama.



Observe que existem **algumas quantidades que <u>não</u> conseguimos determinar** pois o enunciado não nos forneceu essas informações de forma direta. "e" representa quantas pessoas falam **<u>apenas</u> espanhol** (como segundo idioma) e "f", quantas falam **<u>apenas</u> francês** (como segundo idioma). Ademais, sabemos que quando somamos todas essas regiões, devemos ter o **total de candidatos** (180).

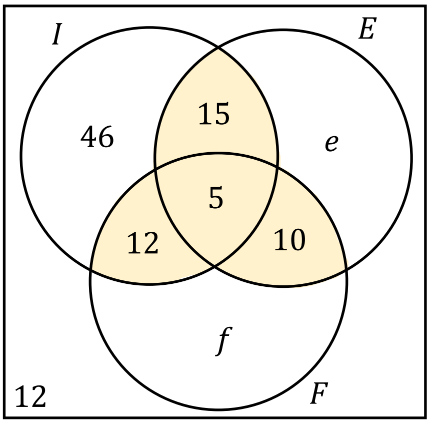
$$46 + 5 + 15 + 12 + 10 + e + f + 12 = 180 \quad \rightarrow \quad e + f = 80$$

Com essas informações, vamos analisar as alternativas.

A) A quantidade de candidatos que falam espanhol é igual a quantidade de candidatos que falam francês.
Errado. Não temos informações suficientes que nos permitam concluir isso.

B) 50 candidatos falam somente inglês.
Errado. Pelo diagrama que desenhamos, vemos que **46 candidatos falam apenas inglês**.

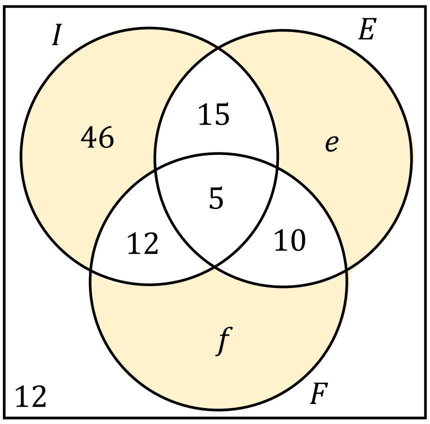
C) 46 candidatos falam pelo menos dois idiomas.
Errado. Vamos destacar no diagrama as regiões de interesse.



Assim, a quantidade de candidatos que falam **pelo menos dois idiomas** é: $5 + 15 + 12 + 10 = 42$.

D) 49 candidatos falam francês.
Errado. Pessoal, não temos informações suficientes para "cravar" quantos candidatos falam francês.

E) 126 candidatos falam somente um dos idiomas.
Certo. Essa aqui é nossa resposta, pessoal. Vamos destacar no diagrama as regiões que retratam a quantidade de candidatos que **falam apenas um idioma**.



Ora, sendo assim, a quantidade de candidatos que falam apenas um idioma é dada pela soma: $46 + e + f$.

Note que, apesar de não termos os valores de "e" e "f" individualmente, **sabemos o valor da soma "$e + f$"**, pois já calculamos anteriormente. Assim, $46 + 80 = 126$.

Logo, **são 126 candidatos que falam apenas 1 idioma**.

Gabarito: LETRA E.

5. (SELECON/PREF. SÃO GONÇALO/2022) Para implantar o ensino a distância, uma escola fez uma pesquisa com todos os seus alunos e foram obtidas as seguintes informações sobre 2 tipos de equipamentos:

- 50% têm notebook;
- 65% têm tablet;
- 20% têm tablet e também notebook.

Sabendo que nessa escola há exatamente 32 alunos que não têm nenhum desses 2 equipamentos, o número total de alunos dessa escola é igual a:

A) 500
B) 540
C) 640
D) 680

Comentários:

Nessa questão, vamos usar o princípio da inclusão-exclusão. Para isso, considere que "N" representa o conjunto formado por aqueles alunos que possuem notebook. Por sua vez, "T" representa o conjunto formado por aqueles alunos que tem tablet. Com as informações do enunciado, podemos escrever que:

$$n(N) = 50\% \qquad n(T) = 65\% \qquad n(N \cap T) = 20\%$$

Do **princípio da inclusão-exclusão**:

$$n(N \cup T) = n(N) + n(T) - n(N \cap T)$$

Assim,

$$n(N \cup T) = 50\% + 65\% - 20\% \quad \rightarrow \quad n(N \cup T) = 95\%$$

Observe que 95% dos alunos possuem um notebook ou um tablet. Os **5% restantes representam os alunos que não possuem nenhum dos dois aparelhos**. O enunciado disse que essa quantidade corresponde a **32 alunos**. Considere que T seja o total de alunos dessa escola. Com isso:

$$0{,}05 \cdot T = 32 \quad \rightarrow \quad T = \frac{32}{0{,}05} \quad \rightarrow \quad T = 640$$

Logo, essa escola possui **640 alunos**.

Gabarito: LETRA C.

6. (UFMT/CBM-MT/2022) De um grupo de 21 policiais, 9 participaram da operação Delta, 11 da operação Águia, 8 da operação Brasa, 4 das operações Delta e Águia, 3 das operações Águia e Brasa, 2 das operações Delta e Brasa e 1 não participou de qualquer das três operações. A partir dessas informações, assinale a alternativa que apresenta o número de policiais que participaram apenas da operação Brasa.

A) 1
B) 3
C) 2
D) 4
E) 0

Comentários:

Seja "D" o conjunto formado pelos policiais que participaram da operação Delta. Por sua vez, "A" é o conjunto com os policiais que participaram da operação Água e "B" é conjunto com os policiais que participaram da operação Brasa. Ademais, sabemos que dos **21 policiais do grupo**, apenas **1 ficou de fora dessas três operações**. Sendo assim,

$$n(A \cup B \cup D) = 20$$

Dito isso, vamos extrair mais algumas informações do enunciado.

- **9 participaram da operação Delta:** $n(D) = 9$
- **11 da operação Águia:** $n(A) = 11$
- **8 da operação Brasa:** $n(B) = 8$
- **4 das operações Delta e Águia:** $n(A \cap D) = 4$
- **3 das operações Águia e Brasa:** $n(A \cap B) = 3$
- **2 das operações Delta e Brasa:** $n(D \cap B) = 2$

Com essas informações, conseguimos encontrar o número de policiais que participaram das três operações. Para isso, vamos usar o princípio da inclusão-exclusão.

$$n(A \cup B \cup D) = n(A) + n(B) + n(D) - n(A \cap D) - n(A \cap B) - n(D \cap B) + n(A \cap B \cap D)$$

$$20 = 11 + 8 + 9 - 4 - 3 - 2 + n(A \cap B \cap D)$$

$$20 = 19 + n(A \cap B \cap D) \quad \rightarrow \quad n(A \cap B \cap D) = 1$$

Ou seja, **apenas 1 policial do grupo participou das três operações**. Para encontrar a quantidade de policial que participou **apenas da operação Brasa**, vamos pensar assim:

1) Temos que $n(B) = 8$. Essa é a quantidade de policiais que participaram da operação Brasa.
2) Agora, vamos **descontar** os policiais que participaram da **operação Brasa e da Águia**. Assim,

$$8 - 3 = 5$$

3) Dessa vez, falta **descontar** os policiais que participaram da **operação Brasa e da Delta**. Logo,

$$5 - 2 = 3$$

4) *Terminamos?* Não! Isso, pois, quando fizemos os dois descontos acima, **descontamos aquele policial que participou das três operações duas vezes**! Por isso, vamos somá-lo uma vez, para reverter esse desconto a mais:

$$3 + 1 = 4$$

Pronto, agora sim! **Temos 4 policiais que participaram apenas da operação Brasa**.

Gabarito: LETRA D.

7. (QUADRIX/CRA-PR/2022) Considerando o conjunto da frutas F, o conjunto das comidas doces D e o conjunto dos tipos de manga M, julgue o item.

O número de elementos do conjunto $F \cup D$ é igual à soma do número de elementos de F com o número de elementos de D.

Comentários:
Do enunciado, temos os seguintes conjuntos:

F = conjunto das frutas
D = conjunto das comidas doces
M = conjunto dos tipos de mangas

Observe que existem **frutas doces** (banana, melão, manga, ...). Logo, F e D possuem elementos em comum. Nesse caso, o número de elementos do conjunto $F \cup D$ é dado pelo **Princípio da inclusão-Exclusão**:

$$n(F \cup D) = n(F) + n(D) - n(F \cap D)$$

Logo, **não basta apenas somar** o número de elementos de cada um dos conjuntos, **devemos <u>subtrair</u>** o número de elementos da intersecção entre os dois. **Item errado**.

Gabarito: ERRADO.

8. (IBFC/PC-BA/2022) Numa assembleia havia 50 escrivães, sendo que 32 eram destros e 16 eram ambidestros. Nessas condições, e sabendo que todos sabiam escrever, o total de canhotos na assembleia era igual a:

A) 2
B) 34
C) 18
D) 22
E) 16

Comentários:

Vamos chamar o conjunto dos destros de "D" e o conjunto dos canhotos de "C". Quando o enunciado afirma que **32 eram destros**, podemos escrever:

- $$n(D) = 32$$

Por sua vez, como **16 são ambidestros** (escrevem com as duas mãos), temos:

$$n(D \cap C) = 16$$

Como no total são **50 escrivães**:

$$n(D \cup C) = 50$$

Para determinarmos **o total de canhotos** na assembleia, basta usarmos o **Princípio da Inclusão-Exclusão**.

$$n(D \cup C) = n(D) + n(C) - n(D \cap C)$$

$$50 = 32 + n(C) - 16$$

$$\boxed{n(C) = 34}$$

Gabarito: LETRA B.

9. (Inst. AOCP/PM-ES/2022) Para uma pequena apresentação, x músicos foram selecionados. Sobre esses músicos, sabe-se que:

- 48 tocam instrumentos de percussão;
- 72 tocam instrumentos de sopro;
- 39 tocam instrumentos de percussão e sopro.

Sabendo que todos os músicos selecionados tocam instrumentos de percussão ou sopro, é correto afirmar que o valor de x será

A) 159.
B) 132.
C) 120.
D) 98.
E) 81.

Comentários:

Seja **"P"** o conjunto formado por aqueles que tocam instrumentos de percussão e **"S"** o conjunto formado por aqueles que tocam instrumentos de sopro. Como **48 tocam instrumentos de percussão**:

$$n(P) = 48$$

Como **72 tocam instrumentos de sopro**:

$$n(S) = 72$$

Como **39 tocam os dois** tipos de instrumento:

$$n(P \cap S) = 39$$

Observe que temos tudo para aplicarmos o **Princípio da Inclusão-Exclusão** e determinarmos $n(P \cup S)$ que é justamente o "x" procurado.

$$n(P \cup S) = n(P) + n(S) - n(P \cap S)$$

$$x = 48 + 72 - 39$$

$$\boxed{x = 81}$$

Gabarito: LETRA E.

10. (FEPESE/CINCATARINA/2022) Numa empresa com 720 funcionários, 300 gostam de vinho, 500 gostam de cerveja e 210 gostam de vinho e cerveja. Quantos funcionários não gostam nem de vinho nem de cerveja?

A) Mais de 175

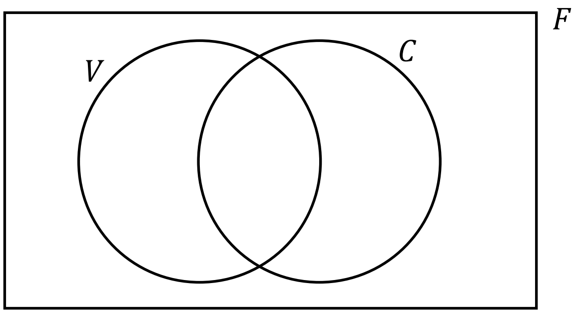
B) Mais de 150 e menos de 175

C) Mais de 125 e menos de 150

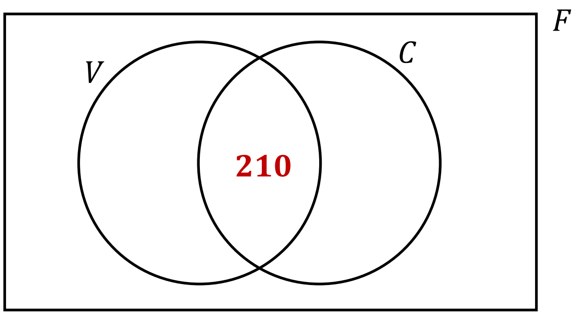
D) Mais de 100 e menos de 125

Comentários:

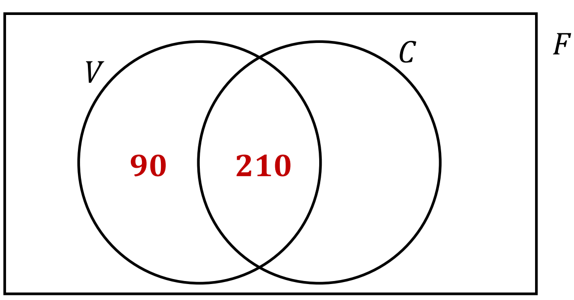
Vamos resolver esse exercício por meio de **diagramas**. Seja "V" o conjunto daqueles que gostam de vinho e "C" o conjunto daqueles que gostam de cerveja.



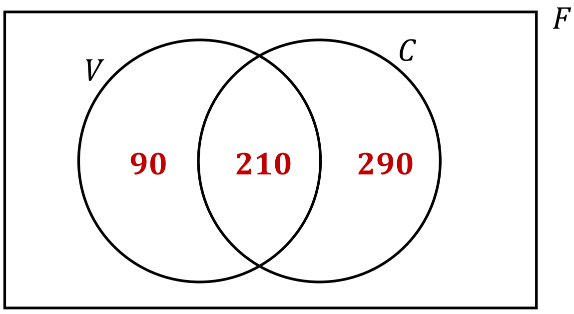
Quando estamos resolvendo com diagramas, o primeiro passo é colocarmos o valor da intersecção. No caso dessa questão, foi informado que **210 gostam de vinho e de cerveja**.



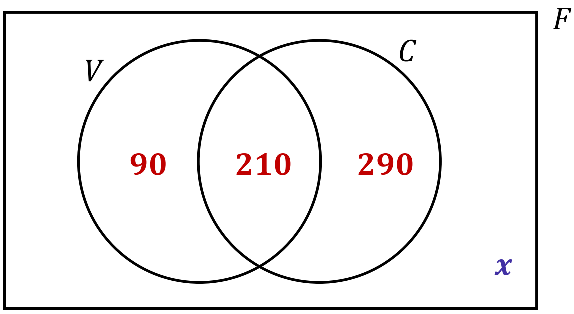
Sabemos ainda que 300 gostam de vinho. Como já usamos 210 na intersecção, podemos concluir que **90 gostam <u>apenas</u> de vinho**.



Sabemos ainda que 500 gostam de cerveja, como já colocamos 210 na intersecção, então **290 gostam apenas de cerveja**.



Queremos determinar o número de funcionários que **não gostam de vinho nem de cerveja**, vamos chamar essa quantia de "x" e destacá-la no diagrama:



No total temos **720 funcionários**. Com isso, **a soma de todas as regiões** desse diagrama deve ser 720. Assim:

$$90 + 210 + 290 + x = 720$$

$$590 + x = 720$$

$$\boxed{x = 130}$$

Logo, é um número **maior do que 125 e menor do que 150**, como aponta a alternativa C.

Gabarito: LETRA C.

11. (IBFC/PM-RN/2022) Numa academia de oficiais o tenente verificou que 126 aspirantes gostam de fazer flexões, 87 gostam de agachamento, 46 gostam dos dois. Nessas condições, o total de aspirantes que gostam de somente um dos dois exercícios é representado por um número entre:

A) 100 e 110

B) 112 e 122

C) 123 e 134
D) 135 e 156
E) 158 e 180

Comentários:
Considere que F é o conjunto daqueles que gostam de fazer flexões e A é o conjunto daqueles que gostam de agachamento. Como 126 aspirantes gostam de fazer flexões, temos:

$$n(F) = 126$$

Como 87 gostam de agachamento:

$$n(A) = 87$$

Como 46 gostam dos dois:

$$n(F \cap A) = 46$$

Para determinar quantos aspirantes gostam de **somente um** dos exercícios, basta subtrairmos a intersecção do número de elementos de cada um dos conjuntos.

- Quantidade de aspirantes que gostam **somente de agachamento**:

$$a = n(A) - n(F \cap A)$$

$$a = 126 - 46$$

$$a = 80$$

- Quantidade de aspirantes que gostam **somente de flexão**:

$$f = n(F) - n(F \cap A)$$

$$f = 87 - 46$$

$$f = 41$$

No total, temos:

$$a + f = 80 + 41 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{a + f = 121}}$$

Como **121 está entre 112 e 122**, podemos marcar a letra B.

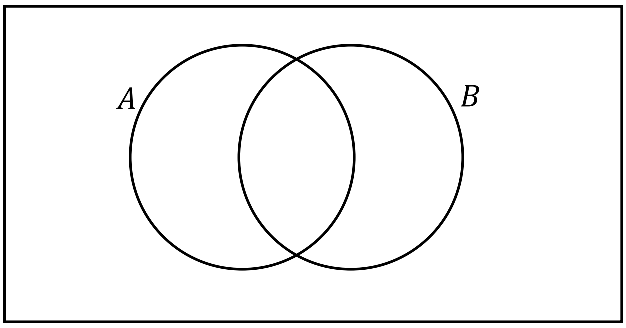
Gabarito: LETRA B.

FGV

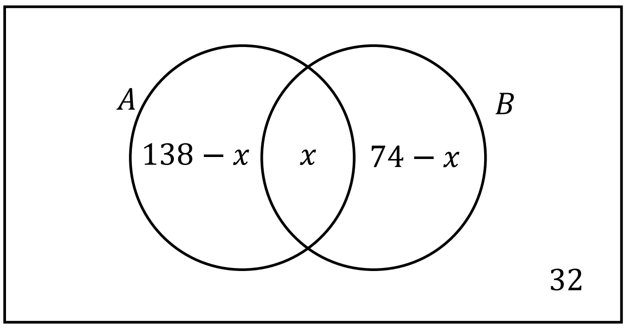
12. (FGV/CM TAUBATÉ/2022) Em uma assembleia com 172 votantes, duas propostas independentes, A e B, foram colocadas em votação. Cada votante votou a favor ou contra cada uma das duas propostas. Sabe-se que 138 votaram a favor da proposta A, 74 votaram a favor da proposta B e 32 votaram contra as duas propostas. O número de votantes que votaram a favor da proposta A e contra a proposta B é

a) 66.
b) 69.
c) 72.
d) 74.
e) 140.

Comentários:
Vamos resolver essa questão usando **Diagramas de Venn**. Como temos duas propostas:



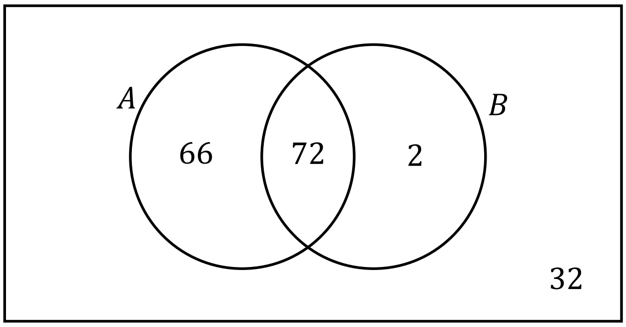
Com o **diagrama pré-esquematizado**, vamos inserir as informações do enunciado.



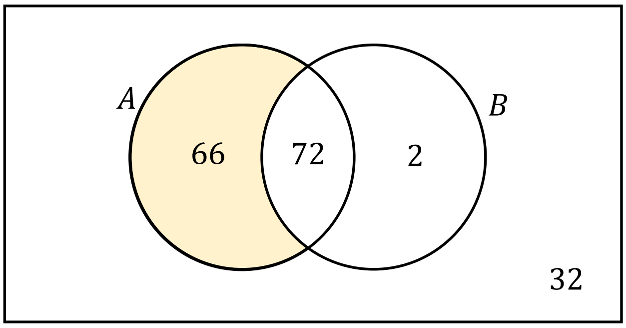
Vou explicar melhor o diagrama acima! Observe que o enunciado não falou quantos votaram a favor das duas propostas. Sendo assim, coloquei **o "x" na intersecção dos conjuntos**. Ademais, como sabemos que 32 votou contra as duas propostas, deixei essa quantidade fora de A e B, mas ainda dentro do universo dos votantes. Por fim, devemos saber que, após organizar essas regiões, a soma de todas as quantidades deve **resultar nos <u>172 votantes</u>** da assembleia.

$$(138 - x) + x + (74 - x) + 32 = 172 \qquad \rightarrow \qquad 244 - x = 172 \qquad \rightarrow \qquad \boxed{x = 72}$$

Pronto, com o valor de "x", vamos complementar o diagrama.



Como o enunciado quer **o número de votantes a favor de A e contra B**, então queremos a seguinte região:



Gabarito: Letra A

13. (FGV/CM TAUBATÉ/2022) A prefeitura de certo município formou com seus funcionários 3 comissões para examinar assuntos diferentes. Sabe-se que:

- há funcionários que participam de mais de uma comissão.
- cada comissão é formada por 15 funcionários.
- em cada comissão há 5 funcionários que não participam de mais nenhuma outra comissão.
- há 2 funcionários que participam das três comissões.

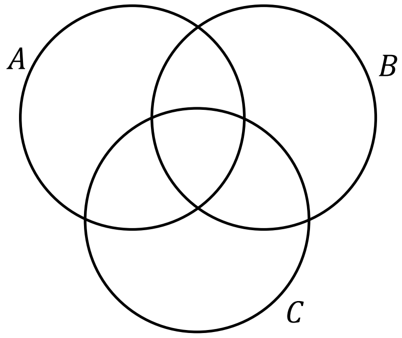
O número de funcionários que participam de, pelo menos, uma comissão é igual a

a) 29.
b) 31.
c) 36.

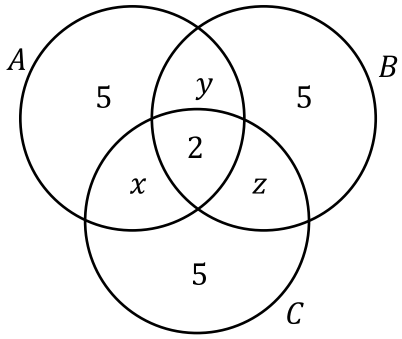
d) 39.
e) 43.

Comentários:
Para resolver essa questão, usaremos diagramas de Venn.

Como são três comissões, vamos chamá-las de "A", "B" e "C".



Agora, vamos inserir no diagrama algumas informações que a questão passou.



As informações que usamos foram: (i) **em cada comissão há 5 funcionários que não participam de mais nenhuma outra comissão;** e (ii) **há 2 funcionários que participam das três comissões.**

Nas intersecções duplas, colocamos as incógnitas "x", "y" e "z" pois nada conseguimos afirmar no momento sobre elas.

Agora, vamos usar a seguinte informação: **cada comissão é composta por 15 funcionários**. Com isso, podemos equacionar:

$$5 + x + y + 2 = 15 \quad \rightarrow \quad x + y = 8$$

$$5 + x + z + 2 = 15 \quad \rightarrow \quad x + z = 8$$

$$5 + z + y + 2 = 15 \qquad \rightarrow \qquad z + y = 8$$

Agora, vamos somar as três equações acima, membro a membro.

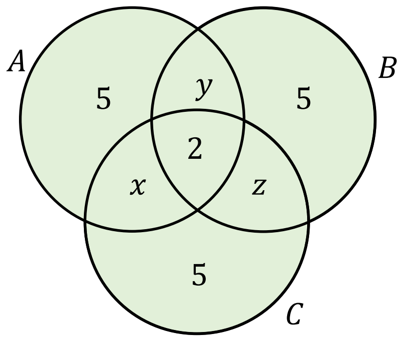
$$(x + y) + (x + z) + (z + y) = 24$$

$$2 \cdot (x + y + z) = 24$$

$$x + y + z = 12$$

Professor, o que vamos fazer com essa soma?

Galera, vamos lá! Observe que o enunciado pede o número de funcionários **que participam de <u>pelo menos</u> <u>uma</u> comissão**. Isso compreende tudo que está dentro dos diagramas.



Sendo assim, o que estamos procurando é:

$$T = 5 + 5 + 5 + 2 + x + y + z \qquad \rightarrow \qquad T = 17 + x + y + z$$

Podemos usar a soma "$x + y + z$" que determinamos anteriormente.

$$T = 17 + 12 \qquad \rightarrow \qquad \boxed{\boldsymbol{T = 29}}$$

Gabarito: Letra A

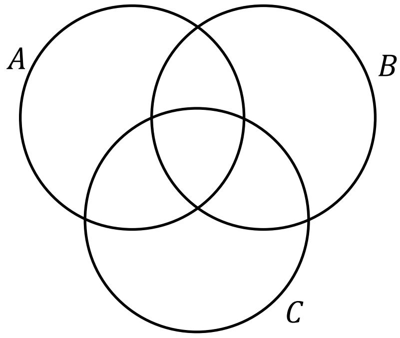
14. (FGV/CM TAUBATÉ/2022) Uma empresa disponibilizou 3 cursos de aperfeiçoamento para seus funcionários: o Curso A, o Curso B e o Curso C. Como o horário permitia, cada funcionário poderia se matricular em mais de um curso. Terminado o prazo de matrículas, verificou-se que 8 funcionários se matricularam no curso A, 10 no curso B e 12 no curso C. Havia 4 funcionários matriculados nos cursos A e B, 4 funcionários nos cursos B e C e, também, 4 nos cursos A e C. Sabe-se ainda que há 1 único funcionário matriculado apenas no curso A. O número de funcionários que estão matriculados em ao menos 1 curso é

a) 19.

b) 21.
c) 23.
d) 27.
e) 30.

Comentários:

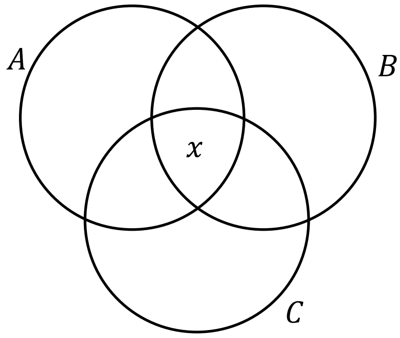
Vamos resolver esse exercício usando apenas **os Diagramas de Venn**! O primeiro passo é desenhá-los.



Nesse momento, devemos inserir as informações que possuímos. Ressalto que **essas informações não podem ser colocadas de qualquer forma no diagrama**. Existe uma ordem que deve ser observada! Começamos inserindo a quantidade referente à intersecção tripla, depois colocamos aquelas referentes às intersecções duplas e, por fim, aquelas referentes aos conjuntos isoladamente.

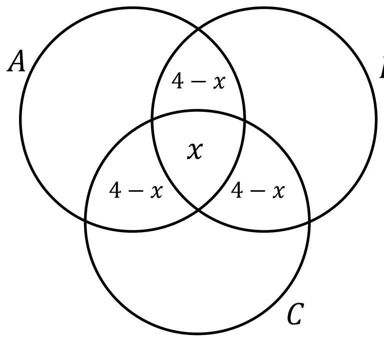
Professor, o enunciado não falou quantos alunos se matricularam nos três cursos!

Então vamos chamar essa quantidade de "x".

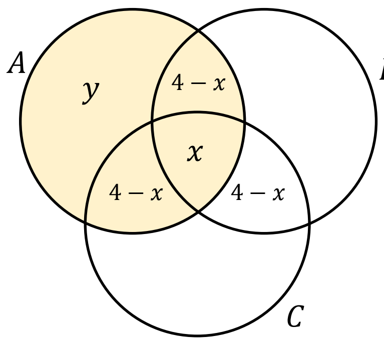


Agora, vamos para as **intersecções duplas**. O enunciado nos disse que:
- 4 funcionários matriculados nos cursos A e B;
- 4 funcionários nos cursos B e C;
- 4 funcionários nos cursos A e C.

No diagrama, ficamos:



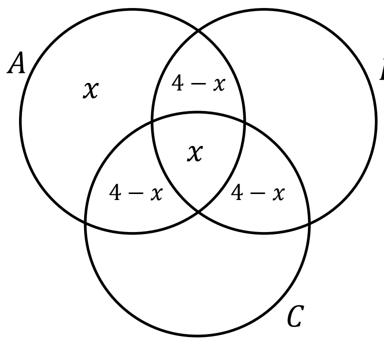
Por fim, vamos analisar as informações sobre cada conjunto. Esse momento é mais delicado! Note que devemos ter 8 funcionários em A. No nosso desenho até agora, temos:



Queremos determinar o "y" para preencher o diagrama. Devemos somar tudo dentro de A e igualar a 8, pois **A deve ter 8 funcionários matriculados** (conforme informado na questão).

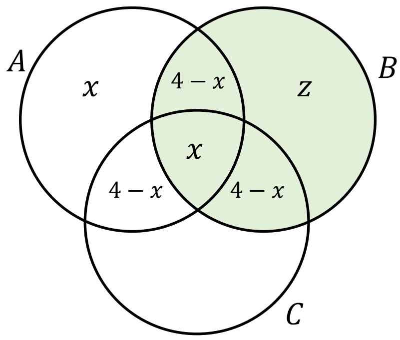
$$(4 - x) + x + (4 - x) + y = 8 \quad \rightarrow \quad y = x$$

Com isso:



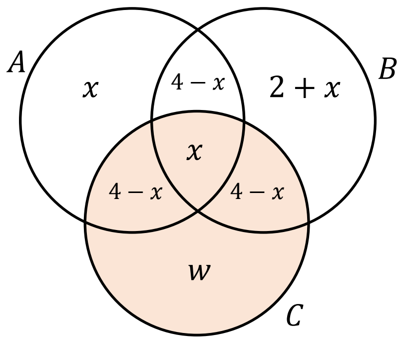
Vamos seguir esse mesmo raciocínio para as demais regiões que ainda faltam.

- 10 funcionários no curso B:



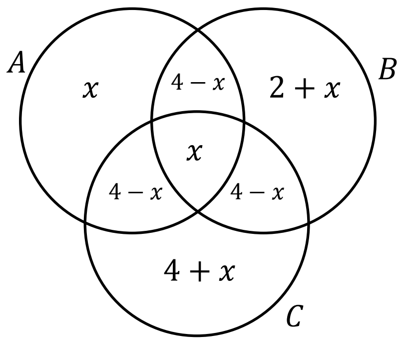
$$(4-x)+x+(4-x)+z=10 \qquad \rightarrow \qquad z=2+x$$

- 12 funcionários no curso C:



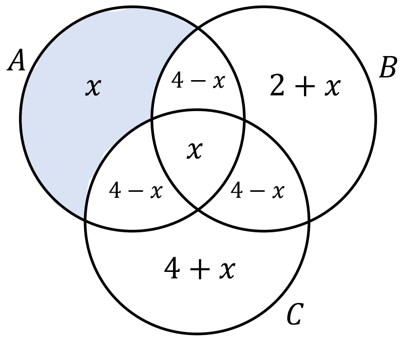
$$(4-x)+x+(4-x)+w=12 \qquad \rightarrow \qquad w=4+x$$

Pronto! Temos nosso diagrama esquematizado e preenchido!



Agora vem uma informação superimportante: **há 1 único funcionário matriculado apenas no curso A.**

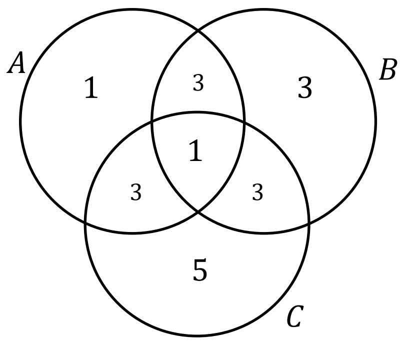
Qual região do diagrama representa exatamente esse grupo?



Logo,

$$x = 1$$

Com o valor de “x”, podemos usá-lo em todo diagrama.



Como a questão pede o número de funcionários matriculados **em pelo menos um curso**, basicamente queremos a soma dos valores em todas as regiões.

$$T = 1 + 3 + 1 + 3 + 3 + 3 + 5 \quad \rightarrow \quad \boxed{T = 19}$$

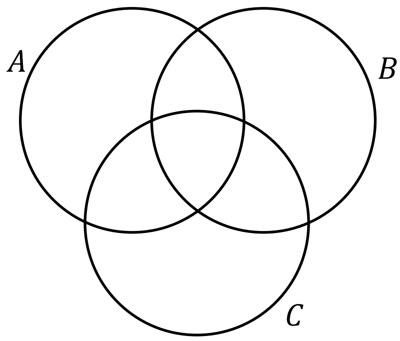
Gabarito: Letra A

15. (FGV/SEJUSP-MG/2022) Os conjuntos A, B e C possuem, cada um, 10 elementos e são tais que: A e B possuem elementos em comum, B e C possuem elementos em comum, mas A e C não possuem elementos comuns. Entre os elementos da união dos três conjuntos sabe-se que 8 elementos pertencem apenas ao conjunto A e 5 elementos pertencem apenas ao conjunto C.
O número de elementos que pertencem apenas ao conjunto B é

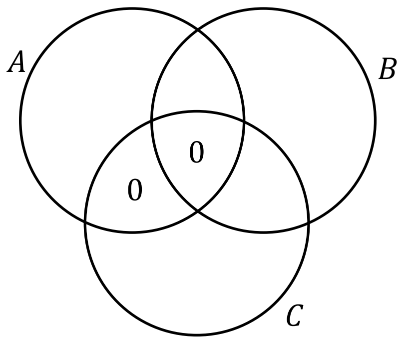
a) 1.
b) 2.
c) 3.

d) 4.
e) 5.

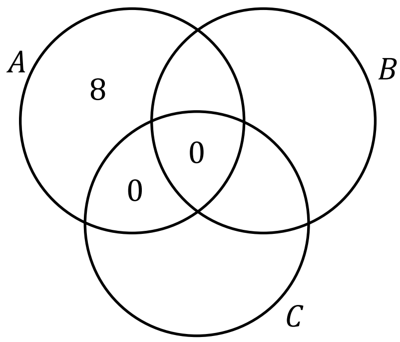
Comentários:
Questão boa, vamos resolvê-la utilizando diagramas. Para começar, temos:



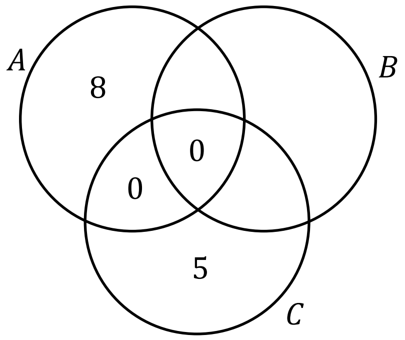
Ora, **se A e C não possuem elementos em comum**, já podemos escrever:



Como **8 elementos pertencem apenas ao conjunto A**:

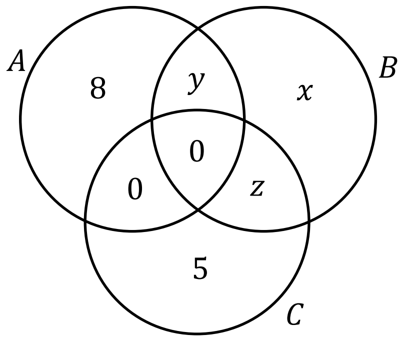


Ainda, sabemos que **5 elementos pertencem apenas ao conjunto C**:



Pronto, esse é o diagrama inicial que conseguimos desenhar com as informações que o enunciado passou.

Agora, nas regiões que não temos informações, vamos colocar algumas **incógnitas**.



Observe que a questão pede o número de elementos que pertencem **apenas ao conjunto B**. No nosso diagrama, esse número corresponde a "x". Para encontrá-lo, vamos usar a informação que **cada conjunto possui 10 elementos**. Sendo assim, podemos escrever que:

$$8 + y + 0 + 0 = 10 \quad \rightarrow \quad 8 + y = 10 \quad \rightarrow \quad y = 2$$

$$5 + z + 0 + 0 = 10 \quad \rightarrow \quad 5 + z = 10 \quad \rightarrow \quad z = 5$$

$$x + y + z + 0 = 10 \quad \rightarrow \quad x + 2 + 5 = 10 \quad \rightarrow \quad \boxed{x = 3}$$

Gabarito: Letra C

16. (FGV/SENADO FEDERAL/2022) Um clube tem 180 associados que participam de suas duas atividades sociais. Há 130 frequentadores da cinemateca, enquanto 92 sócios participam das aulas de dança de salão. Sendo assim, é correto afirmar que

a) mais de 40 sócios participam das duas atividades.

b) menos de 30 sócios participam das duas atividades.

c) mais de 55 sócios só vão às aulas de dança.

d) menos de 80 sócios só vão à cinemateca.
e) menos de 45 sócios só vão às aulas de dança.

Comentários:
Para responder essa questão, vamos usar o Princípio da Inclusão-Exclusão. Seja "C" o conjunto formado por aqueles que frequentam a cinemateca e "D" o conjunto formado por aqueles que participam da dança de salão. Como **180 associados participam de alguma dessas duas atividades**, podemos escrever:

$$n(C \cup D) = 180$$

Por sua vez, como **130 frequentam a cinemateca**:

$$n(C) = 130$$

Sabemos ainda que **92 frequentam a dança de salão**:

$$n(D) = 92$$

Do **Princípio da Inclusão-Exclusão**, podemos escrever que:

$$n(C \cup D) = n(C) + n(D) - n(C \cap D)$$

Substituindo o que temos:

$$180 = 130 + 92 - n(C \cap D)$$

$$n(C \cap D) = 222 - 180$$

$$n(C \cap D) = 42$$

Logo, podemos concluir que **42 sócios participam das duas atividades**.

A alternativa que está de acordo com o nosso resultado é a A.

Gabarito: LETRA A.

FCC

17. (FCC/TCE-SP/2015) Em um grupo de 33 operários da construção civil há serralheiros, carpinteiros e pedreiros. Alguns deles exercem mais de uma dessas funções quando necessário. Nesse grupo não há

serralheiro que também não seja pedreiro, e 5 dos serralheiros também são carpinteiros. Os carpinteiros que são pedreiros, também são serralheiros. São 12 os serralheiros que não são carpinteiros. Os demais operários exercem apenas uma dessas funções. Com essas informações é possível determinar que o número de operários que exercem mais de uma função supera o número daqueles que exercem apenas uma função em

A) 3.

B) 4.

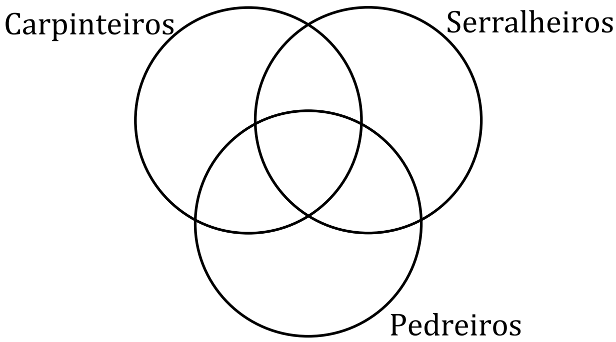
C) 1.

D) 2.

E) 5.

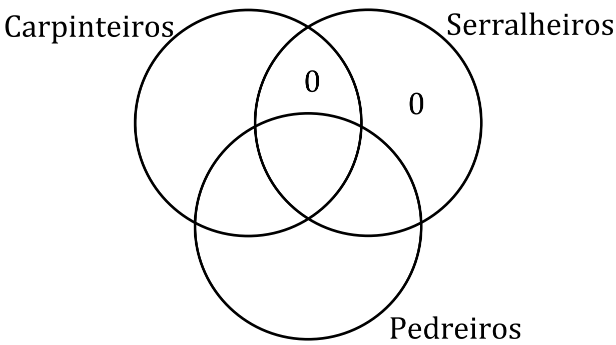
Comentários:

Eita! Quanta informação! Para nos ajudar, vamos esquematizar esses três conjuntos.



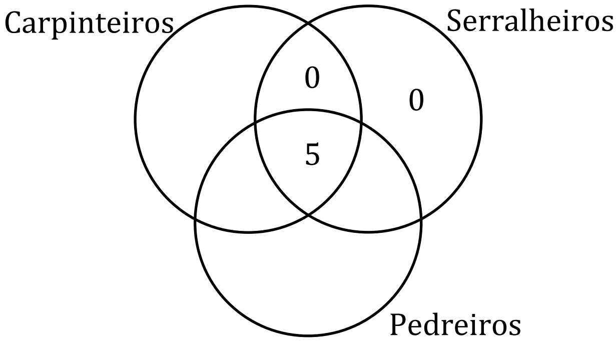
Agora, vamos inserir as informações que o enunciado passou.

- Nesse grupo não há serralheiro que também não seja pedreiro.



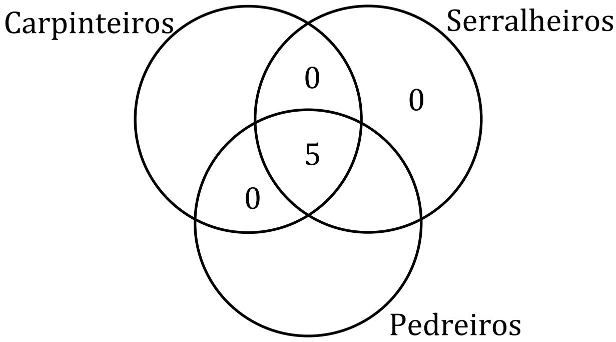
Ora, veja que com essa informação podemos garantir que **não há operários que seja apenas serralheiro ou que seja serralheiro e carpinteiro**. Por isso, colocamos os "0" nas duas regiões.

- 5 dos serralheiros também são carpinteiros.



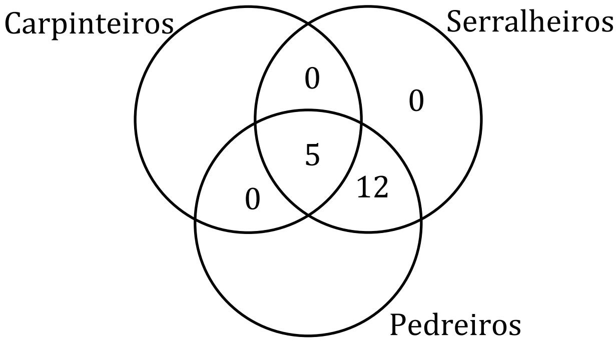
Como serralheiro também é pedreiro (da informação anterior), então **esses "5" estão justamente na intersecção dos três conjuntos**.

- Os carpinteiros que são pedreiros, também são serralheiros.

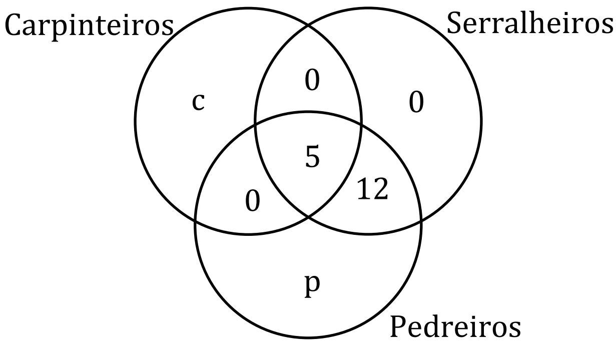


Essa informação nos permite concluir que **não existe carpinteiro e pedreiro, apenas**. Com isso, colocamos um "0" na região que representa esses operários.

- São 12 os serralheiros que não são carpinteiros.



- Os demais operários exercem apenas uma dessas funções.



Como **temos um total de 33 operários**, podemos escrever:

$$c + p + 0 + 0 + 0 + 5 + 12 = 33 \qquad \rightarrow \qquad c + p = 16$$

Logo, **o número de operários que exercem apenas uma função é 16**. Como **17 (5+12) exercem mais de uma**, então a diferença procurada é: $dif = 17 - 16 \quad \rightarrow \quad dif = 1$

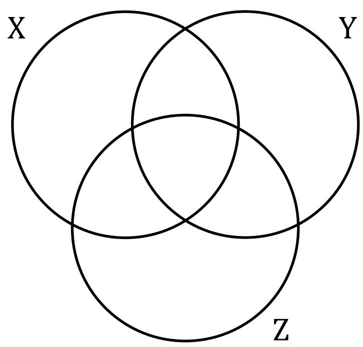
Gabarito: LETRA C.

18. (FCC/SEFAZ-RJ/2014) Em uma grande empresa, 50% dos empregados são assinantes da revista X, 40% são assinantes da revista Y e 60% são assinantes da revista Z. Sabe-se que 20% dos empregados assinam as revistas X e Y, 30% assinam as revistas X e Z, 20% assinam as revistas Y e Z e 10% não assinam nenhuma das revistas. Considerando que existam somente as revistas X, Y e Z, obtém-se que a porcentagem dos empregados que assinam mais que uma revista é igual a

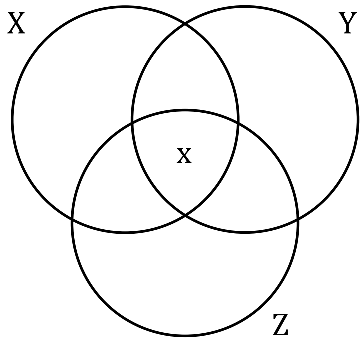
A) 40%
B) 60%
C) 50%
D) 70%
E) 80%

Comentários:

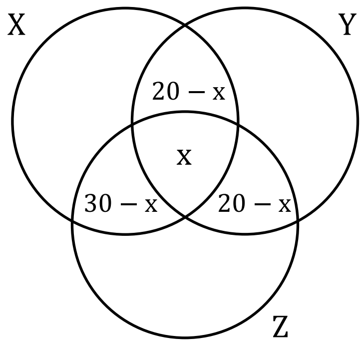
Vamos esquematizar esses conjuntos.



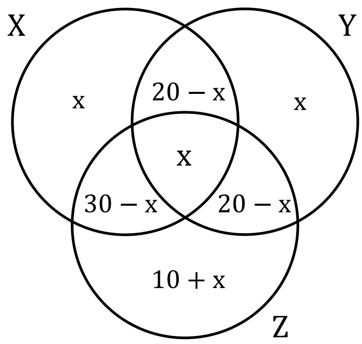
Em situações assim, devemos começar sempre pela **intersecção dos *três* conjuntos**. Como o enunciado não falou nada a esse respeito, vamos chamar essa quantidade de "x".



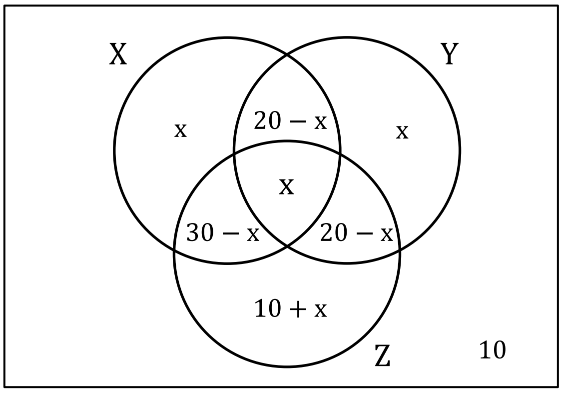
- 20% dos empregados assinam as revistas **X e Y**, 30% assinam as revistas **X e Z**, 20% assinam as revistas **Y e Z**. Colocando essas informações nos conjuntos, ficamos com:



- Além disso, **50% dos empregados são assinantes da revista X**, **40% são assinantes da revista Y** e **60% são assinantes da revista Z**.



- Por fim, **10% não assinam nenhuma das revistas**.

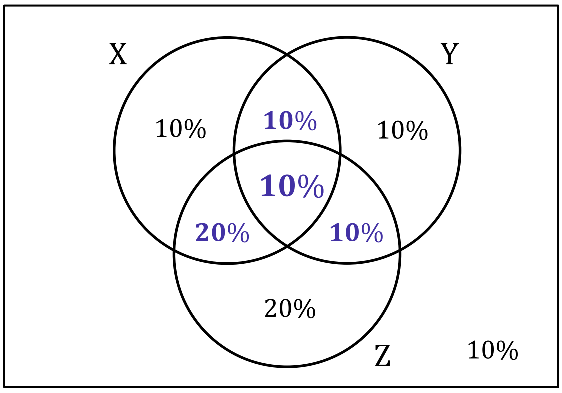


A soma de todas as regiões **deve totalizar os 100% dos funcionários**. Sendo assim,

$$x + x + (10 + x) + (20 - x) + (20 - x) + (30 - x) + x + 10 = 100$$

$$x + 90 = 100 \quad \rightarrow \quad x = 10\%$$

Vamos substituir o "x" no esquema e destacar a região formada por aqueles que leem mais de uma revista.



Assim, $10\% + 10\% + 10\% + 20\% =$ **50% dos funcionários leem mais de uma revista**.

Gabarito: LETRA C.

19. (FCC/TRF-3/2014) Em uma construtora, há pelo menos um eletricista que também é marceneiro e há pelo menos um eletricista que também é pedreiro. Nessa construtora, qualquer eletricista é também marceneiro ou pedreiro, mas não ambos. Ao todo são 9 eletricistas na empresa e, dentre esses, são em maior número aqueles eletricistas que são também marceneiros. Há outros 24 funcionários que não são eletricistas. Desses, 15 são marceneiros e 13 são pedreiros. Nessa situação, o maior número de funcionários que podem atuar como marceneiros é igual a

A) 33.

B) 19.

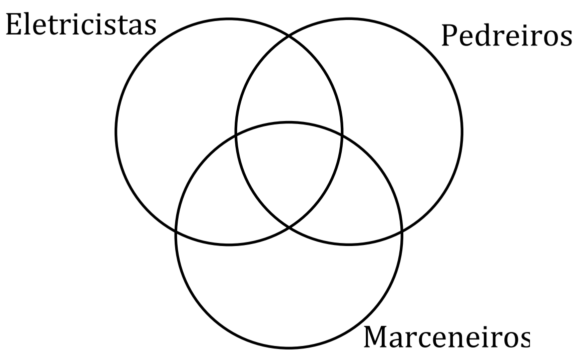
C) 24.

D) 15.

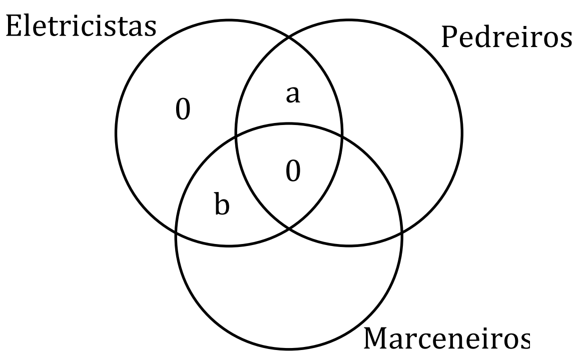
E) 23.

Comentários:

Questão para treinarmos os diagramas de Venn.

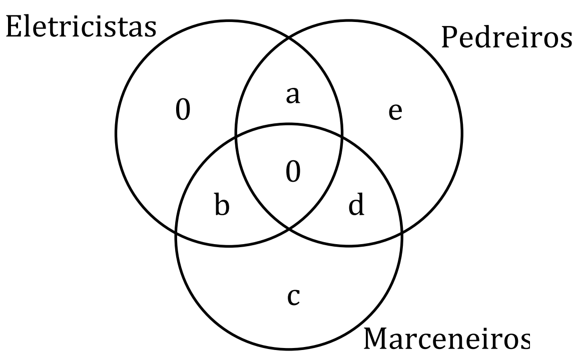


- Qualquer eletricista é também marceneiro ou pedreiro, **mas não ambos**.



- Ao todo são **9 eletricistas na empresa** e, dentre esses, são em maior número aqueles eletricistas que são também marceneiros: $a + b = 9 \qquad b > a \qquad (1)$

- Há outros **24 funcionários que <u>não</u> são eletricistas**.



$$c + d + e = 24 \quad (2)$$

- Desses (dos 24 que não são eletricistas), **15 são marceneiros** e **13 são pedreiros**.

$$c + d = 15 \quad (3)$$

$$d + e = 13 \quad (4)$$

Usando a equação (3) em (2):

$$15 + e = 24 \quad \rightarrow \quad e = 9$$

Usando a equação (4) em (2):

$$13 + c = 24 \quad \rightarrow \quad c = 11$$

Com os valores de "e" e "c" determinados, podemos encontrar "d".

$$11 + d + 9 = 24 \quad \rightarrow \quad d = 4$$

Queremos **o número máximo de marceneiros**. Quando olhamos para o diagrama, vemos que:

$$\text{Marceneiros} = \text{b} + \text{d} + \text{c}$$

Substituindo "d" e "c".

$$\text{Marceneiros} = \text{b} + 4 + 11 \quad \rightarrow \quad \text{Marceneiros} = \text{b} + 15$$

Note que para o número de marceneiros ser máximo, **"b" deve assumir o maior valor possível**. Lembre-se:

$$\text{a} + \text{b} = 9$$

Com "a" deve ser pelo menos um (já que existe **pelo menos um eletricista que é pedreiro**), então o valor máximo para "b" é 8. Sendo assim,

$$\text{Marceneiros} = 8 + 15 \quad \rightarrow \quad \text{Marceneiros} = 23$$

Gabarito: LETRA E.

20. (FCC/TRT-19/2014) Mapeando 21 funcionários quanto ao domínio das habilidades A, B e C, descobriu-se que nenhum deles dominava, simultaneamente, as três habilidades. Já com domínio de duas habilidades simultâneas há, pelo menos, uma pessoa em todas as possibilidades. Também há quem domine apenas uma dessas habilidades seja qual habilidade for. O intrigante no mapeamento é que em nenhum grupo, seja de domínio de uma ou de duas habilidades, há número igual de pessoas. Sabendo-se que o total daqueles que dominam a habilidade A são 12 pessoas e que o total daqueles que dominam a

habilidade B também são 12 pessoas, o maior número possível daqueles que só dominam a habilidade C é igual a

A) 3.

B) 1.

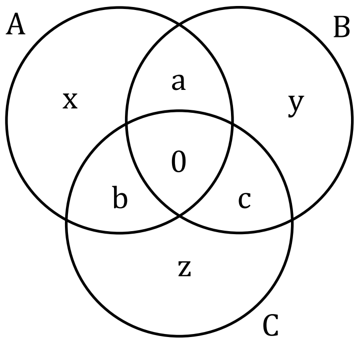
C) 2.

D) 4.

E) 5.

Comentários:

Vamos desenhar esses conjuntos!



Agora, vamos escrever algumas equações com o que foi dito no enunciado.

- Foram mapeados **21 funcionários**.

$$(\mathrm{x}+\mathrm{y}+\mathrm{z})+(\mathrm{a}+\mathrm{b}+\mathrm{c})=21 \quad (1)$$

- O total daqueles que **dominam a habilidade A são 12 pessoas**.

$$\mathrm{a}+\mathrm{b}+\mathrm{x}=12 \qquad (2)$$

- O total daqueles que **dominam a habilidade B também são 12 pessoas**.

$$\mathrm{a}+\mathrm{c}+\mathrm{y}=12 \qquad (3)$$

Usando (2) em (1):

$$12+y+z+c=21 \quad \rightarrow \quad y+z+c=9 \quad (4)$$

Agora, de (3) veja que:

$$c + y = 12 - a$$

Substituindo em (4):

$$z + (12 - a) = 9 \quad \rightarrow \quad z = a - 3$$

Queremos o número máximo de pessoas que só dominam a habilidade C, ou seja, "z". Para que "z" seja máximo, **devemos ter que "a" também seja máximo**.

Uma informação importante é: o intrigante no mapeamento é que **em nenhum grupo, seja de domínio de uma ou de duas habilidades, há número igual de pessoas**. Com a equação (1), temos:

$$(x + y + z) + (a + b + c) = 21 \quad (1)$$

Agora, note que:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$$

Logo, para que a soma desses números resulte em 21, **seus valores devem ser os inteiros entre 1 e 6**. Com isso, **o maior valor possível para "a" será o 6**.

$$z_{máx} = 6 - 3 \quad \rightarrow \quad z_{máx} = 3$$

Sendo assim, **a maior quantidade possível** de funcionários que possuem apenas a habilidade C é 3.

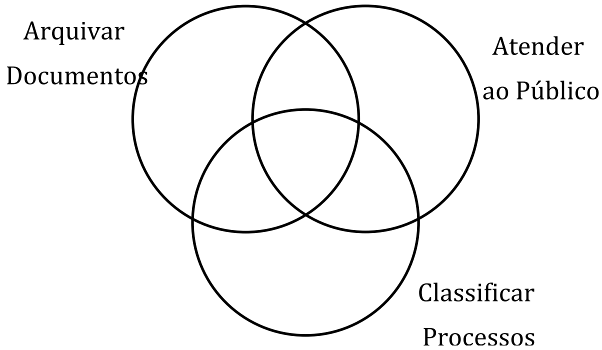
Gabarito: LETRA A.

21. (FCC/TCE-SP/2014) Dos 46 técnicos que estão aptos para arquivar documentos 15 deles também estão aptos para classificar processos e os demais estão aptos para atender ao público. Há outros 11 técnicos que estão aptos para atender ao público, mas não são capazes de arquivar documentos. Dentre esses últimos técnicos mencionados, 4 deles também são capazes de classificar processos. Sabe-se que aqueles que classificam processos são, ao todo, 27 técnicos. Considerando que todos os técnicos que executam essas três tarefas foram citados anteriormente, eles somam um total de

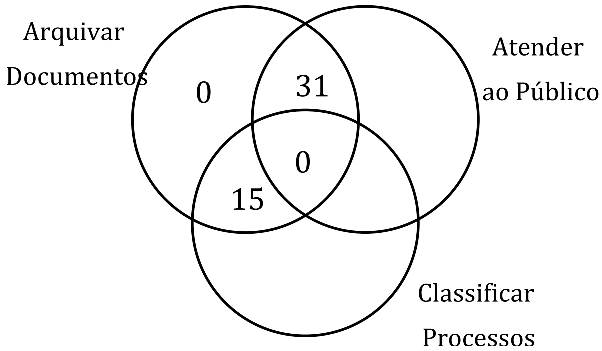
A) 58
B) 65
C) 76
D) 53
E) 95

Comentários:

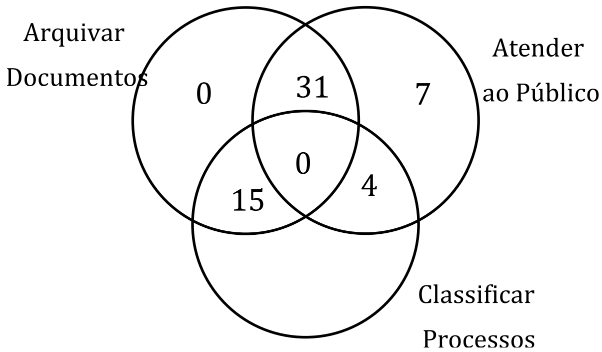
Primeiramente, vamos desenhar o diagrama.



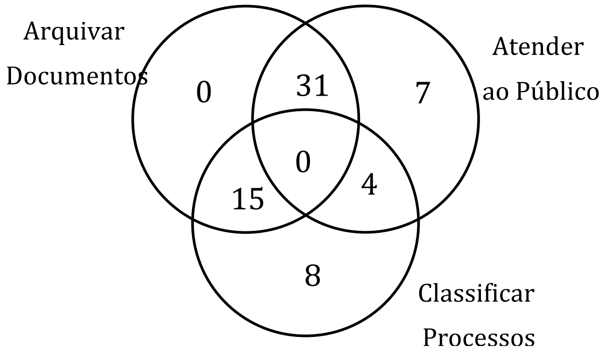
- Dos 46 técnicos que estão aptos para arquivar documentos **15 deles também estão aptos para classificar processos** e os demais estão aptos para atender ao público.



- Há outros **11 técnicos** que estão aptos para atender ao público, mas não são capazes de arquivar documentos. Dentre esses últimos técnicos mencionados, **4 deles também são capazes de classificar processos**.



- Sabe-se que aqueles que classificam processos são, ao todo, **27 técnicos**.



Pronto. Para determinarmos **o total de técnicos**, basta somarmos as regiões.

$$\text{Total} = 0 + 31 + 0 + 15 + 7 + 4 + 8$$

$$\text{Total} = 65$$

Gabarito: LETRA B.

CEBRASPE

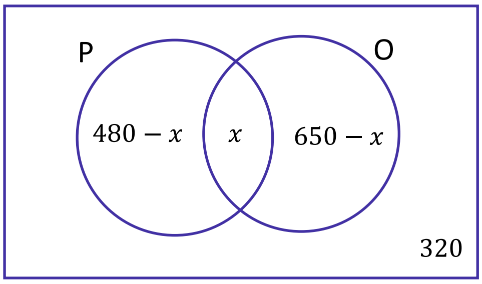
22. (CESPE/FUNPRESP-EXE/2022) A seguir, são apresentadas informações obtidas a partir de uma pesquisa realizada com 1.000 pessoas.

- 480 possuem plano de previdência privada;
- 650 possuem aplicações em outros tipos de produtos financeiros;
- 320 não possuem aplicação em nenhum produto financeiro.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item seguinte.

Há mais pessoas que não possuem aplicações em nenhum produto financeiro que pessoas que possuem simultaneamente plano de previdência privada e aplicações em outros produtos financeiros.

Comentários:
Vamos desenhar os diagramas, moçada!



Para a compreensão do diagrama, considere "P" o conjunto formado por aquelas pessoas que possuem plano de **previdência privado**. Por sua vez, "O" é o conjunto formado por aquelas pessoas que possuem aplicação em **outros** tipos de produtos financeiros. Além disso, observe que:

1) "x" representa a quantidade de pessoas que possuem **tanto a previdência privada quanto outros tipos de produto financeiro**.

2) Se **480** é o total de elementos do conjunto "P", então podemos concluir que "$480 - x$" é o número de pessoas que possuem **apenas a previdência privada**.

3) Da mesma forma, se 650 é o total de elementos do conjunto "O", então podemos concluir que "$650 - x$" é o número de pessoas que possuem **apenas outros tipos de produtos financeiros**.

4) Por fim, temos 320 "fora" dos dois conjuntos, indicando quantas pessoas **não possuem nenhuma das aplicações financeiras**.

A pesquisa foi realizada com **1.000 pessoas**. Sendo assim, quando somamos cada uma das regiões do diagrama que desenhamos, devemos obter **exatamente** esse número. Logo,

$$(480 - x) + x + (650 - x) + 320 = 1000$$

$$1450 - x = 1000$$

$$\boxed{x = 450}$$

Pronto, 450 é o número de pessoas que aplicam **tanto na previdência privada quanto em outros produtos financeiros**.

O item diz que a quantidade de pessoas que **não** possuem aplicações em **nenhum** produto (320) **é maior** que a quantidade de pessoas que possuem **simultaneamente** os dois produtos (450).

Com isso, podemos concluir que **tal afirmação está equivocada**, uma vez que se tem 450 pessoas que possuem os dois produtos, enquanto apenas 320 **não usam nenhum dos dois**.

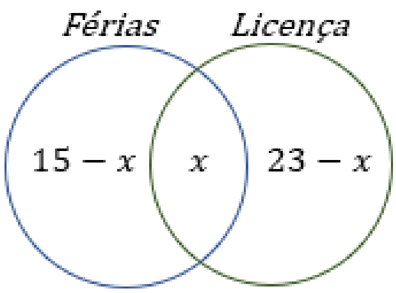
Gabarito: ERRADO.

23. (CESPE/ME/2020) O setor de gestão de pessoas de determinada empresa realiza regularmente a análise de pedidos de férias e de licenças dos seus funcionários. Os pedidos são feitos em processos, em que o funcionário solicita apenas férias, apenas licença ou ambos (férias e licença). Em determinado dia, 30 processos foram analisados, nos quais constavam 15 pedidos de férias e 23 pedidos de licenças. Com

base nessa situação hipotética, julgue o item que se segue. A quantidade de processos analisados nesse dia que eram referentes apenas a pedido de férias é igual a 8.

Comentários:

É uma questão típica de Diagrama de Venn. Nesses casos, a primeira informação que devemos procurar é **a quantidade de elementos na intersecção dos conjuntos**, nesse caso, quantas pessoas pediram **férias e licença, simultaneamente**. Como a questão não informou esse valor, suponha que seja x. O diagrama, portanto, é o seguinte:



$15 - x$ representa a quantidade de pessoas que pediram **APENAS férias**. $23 - x$ representa a quantidade de pessoas que pediram **APENAS licença**. A questão informou que **o total de processos analisados foram $\mathbf{30}$**. Logo, a soma dos valores discriminados acima deve ser 30.

$$(15 - x) + x + (23 - x) = 30 \quad \rightarrow \quad 38 - x = 30 \quad \rightarrow \quad x = 8$$

Note que **8 é o número de pessoas que tiraram férias e pediram licença**. Para descobrir o número de processos analisados referentes **apenas a pedido de férias**, devemos pegar **o total de pedidos de férias e subtrair o valor de processos que pediram férias e licença**, simultaneamente.

$$SÓ\ FERIAS = 15 - x = 15 - 8 = 7$$

7 pessoas fizeram APENAS o pedido de férias.

Gabarito: ERRADO.

24. (CESPE/PREF. B dos COQUEIROS/2020) Em uma pesquisa feita com um grupo de 100 turistas que visitavam Aracaju, verificou-se que todos eles tinham visitado pelo menos duas das seguintes praias: Atalaia, Aruana e da Costa. A tabela a seguir mostra quantos desses turistas visitaram as referidas praias.

Praias Visitadas	Número de Turistas
Atalaia e Aruana	**40**

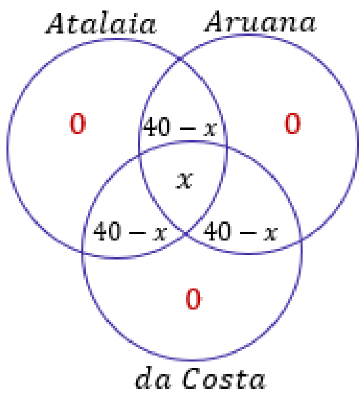
Atalaia e da Costa	**40**
Aruana e da Costa	**40**

Com base nessas informações, julgue os itens seguintes.

I. Menos de 40 turistas visitaram a praia de Atalaia.
II. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou apenas uma das praias citadas.
III. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou todas as três praias citadas.

Assinale a opção correta.
A) Apenas o item II está certo.
B) Apenas o item III está certo.
C) Apenas os itens I e II estão certos.
D) Apenas os itens I e III estão certos.
E) Todos os itens estão certos.

Comentários:
Não esqueça que, nesse tipo de questão, **a primeira coisa** que você deve se perguntar é: *qual a quantidade de elementos na* ***intersecção dos três conjuntos em questão****?* Se **não** for fornecido esse valor, você deve chamá-lo de x. Observe como fica o diagrama para essa questão.



Observe que também preenchemos $40 - x$ nas intersecções dois a dois. Quando o enunciado diz que 40 pessoas visitaram a praia A e a praia B, ele **não está dizendo que 40 visitaram apenas a praia A e a praia B. Dentro dessas 40 pessoas pode ter tido 10 que também foram para a praia C**.

Se estamos nos perguntando a quantidade de pessoas que visitaram **APENAS as praias A e B**, devemos **subtrai**r a quantidade de pessoas que **além das praias A e B, também visitou a C**. Ficou claro, pessoal?!

Uma informação muito importante dada no enunciado é que: **todos os turistas tinham visitado pelo menos duas das praias**. Com isso, foi possível colocar o 0, indicando que **não houve quem visitou uma única praia**.

Com o nosso diagrama montado e sabendo que **100 turistas visitaram as praias**, sabemos que ao somar os elementos discriminados acima, devemos obter exatamente o valor total de turistas.

$$(40 - x) + (40 - x) + (40 - x) + x = 100$$
$$120 - 2x = 100 \quad \rightarrow \quad 2x = 20 \quad \rightarrow \quad x = 10$$

Esse valor encontrado indica que **10 pessoas visitaram as três praias**! Com isso, **30 pessoas visitaram APENAS Atalaia e Aruana**, **30 pessoas visitaram APENAS Aruana e da Costa** e **30 pessoas visitaram APENAS Atalaia e da Costa**. Podemos agora analisar os itens.

I. Menos de 40 turistas visitaram a praia de Atalaia.
ERRADO. Vimos que 30 pessoas visitaram Atalaia e Aruana, outras 30 visitaram Atalaia e da Costa e 10 pessoas visitaram as 3 praias. Com isso, $30 + 30 + 10 =$ **70 pessoas visitaram a praia de Atalaia**.

II. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou apenas uma das praias citadas.
CORRETO. Essa informação está no próprio enunciado, quando ele diz que **os turistas visitaram pelo menos duas das praias.**

III. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou todas as três praias citadas.
ERRADO. De acordo com o que desenvolvemos, **10 pessoas visitaram as três praias**.

Gabarito: LETRA A.

25. (CESPE/TJ-PR/2019) Em determinado tribunal, os conselheiros atuam nos conselhos I, II e III, podendo atuar em apenas um, em dois ou em todos os conselhos, como mostra a tabela seguinte.

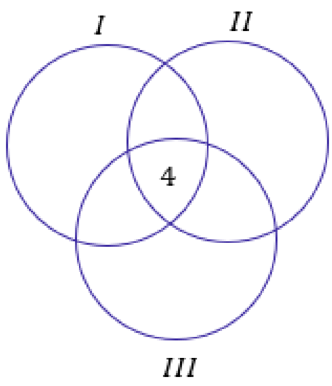
Quantidade de Conselheiros	Conselho de Atuação
35	I
25	II
24	III
10	I e II
12	I e III
8	II e III
4	I, II e III

Nesse caso, a quantidade de conselheiros que atuam em, no máximo, um dos conselhos é igual a
A) 26.
B) 36.
C) 50.

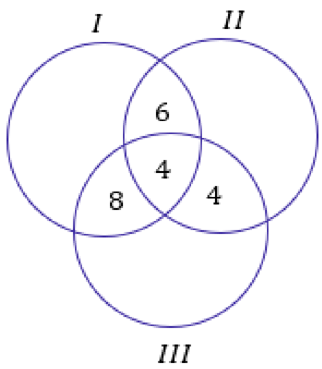
D) 58.
E) 84.

Comentários:

Temos **três conselhos de atuação**, sendo que os conselheiros podem atuar em **apenas um, em dois ou em todos os conselhos**. É uma questão clássica de diagrama de Venn e PIE. Nesse tipo de questão, devemos sempre começar com a quantidade de elementos na intersecção dos três conjuntos. De acordo com a tabela, temos **4 conselheiros que atuam nos três conselhos**.

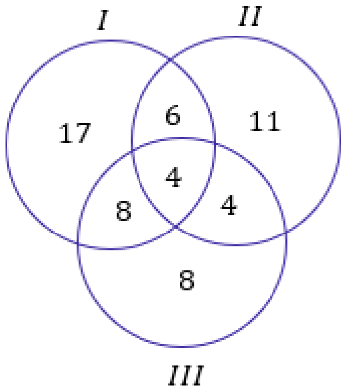


Uma vez com a quantidade de elementos da intersecção dos três conjuntos, **partimos para a análise dos elementos das intersecções de dois conjuntos**. Por exemplo, da tabela é possível ver que 10 conselheiros atuam nos conselhos I e II. Como já contamos 4 deles na intersecção, temos que $10 - 4 = 6$ conselheiros atuam **APENAS nos conselhos I e II**. Podemos usar esse raciocínio para as demais intersecções.



Agora que achamos as quantidades das intersecções, devemos partir para a análise das quantidades de conselheiros que atuam **APENAS um único conselho**. A tabela diz que 35 conselheiros atuam no conselho I, nosso diagrama mostra que $6 + 4 + 8 = 18$ estão conselheiros estão atuando no conselho I **mas também em outros conselhos**.

Portanto, devemos fazer $35 - 18 = 17$ para obter a quantidade de conselheiros que estão atuando apenas no conselho I. Analogamente, se o conselho II possui 25 conselheiros e contabilizamos $6 + 4 + 4 = 14$, então sobra que **11 conselheiros que atuam somente no conselho II**. Por fim, dos 24 conselheiros de III, já temos contabilizados $8 + 4 + 4 = 16$ no diagrama. Logo, **8 atuam apenas em III**.



Com o nosso diagrama completo, podemos analisar o que a questão pede. O examinador quer **o número de conselheiros que atuam em apenas um dos conselhos**.

$$N = 17 + 11 + 8 \quad \rightarrow \quad N = 36$$

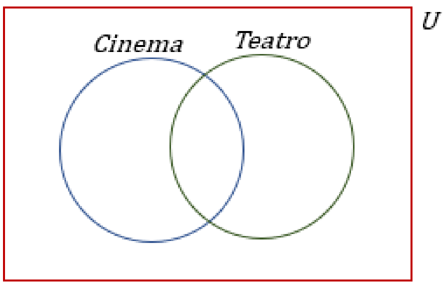
Gabarito: LETRA B.

26. (CESPE/IFF/2018) Em uma consulta a 600 estudantes de uma escola acerca da preferência deles entre teatro ou cinema, apenas 50 deles não gostam de cinema nem de teatro. Entre os demais, 370 gostam de teatro e 420 gostam de cinema. Nesse caso, a quantidade desses estudantes que gostam de teatro e cinema é igual a

A) 50.
B) 130.
C) 180.
D) 240.
E) 370.

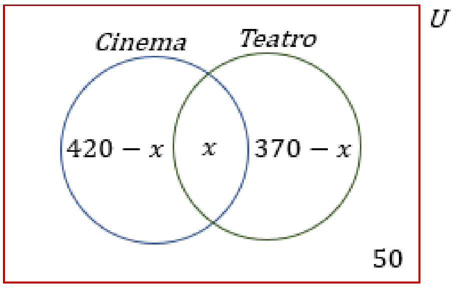
Comentários:

O **conjunto universo é representado pelos 600 estudantes dessa escola.** O diagrama que é interessante desenhar para a resolução do exercício é o seguinte:



Devemos inserir no desenho acima as informações que foram passadas pelo enunciado. O primeiro ponto a ser levado em consideração é **a quantidade de elementos na intersecção dos conjuntos**. No nosso caso, é exatamente **a quantidade de estudantes que gostam tanto de teatro e de cinema**.

No entanto, esse valor é exatamente o que é pedido no enunciado e **ainda não sabemos quanto vale**. Vamos chamá-lo de x. Como 370 alunos gostam de teatro, então $370 - x$ **gostam APENAS de teatro**. Além disso, se 420 gostam de cinema, $420 - x$ **gostam APENAS de cinema**. Note **que 50 não gosta de nenhum dos dois**.



Veja que foi possível completarmos nosso diagrama com as informações analisadas. Como nosso conjunto universo é formado por 600 estudantes, a soma das quantidades de cada uma das partes do diagrama deve totalizar esse mesmo número.

$$(420 - x) + x + (370 - x) + 50 = 600$$

$$840 - x = 600$$

$$x = 240$$

Gabarito: LETRA D.

CESGRANRIO

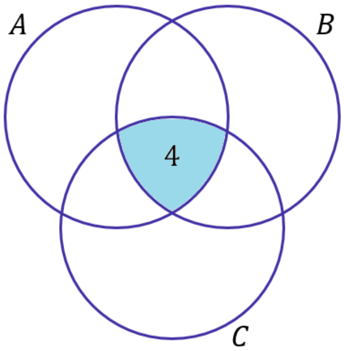
27. (CESGRANRIO/TRANSPETRO/2018) Um grupo de fornecedores foi dividido em três conjuntos, de acordo com o atendimento a três critérios de qualidade, denominados critérios A, B e C. Após uma análise, observou-se que apenas quatro empresas atendem aos três critérios; seis empresas atendem aos critérios B e C; dez empresas atendem ao critério C, mas não atendem ao A; doze empresas atendem ao critério B, mas não atendem ao A, e vinte e três empresas atendem a, pelo menos, um dos critérios A ou B. Considerando-se que nesse grupo de fornecedores não existe empresa que não atenda a, pelo menos, um dos três critérios, o número total de empresas desse grupo, isto é, $n(AUBUC)$, é igual a

a) 21
b) 25
c) 27
d) 29
e) 31

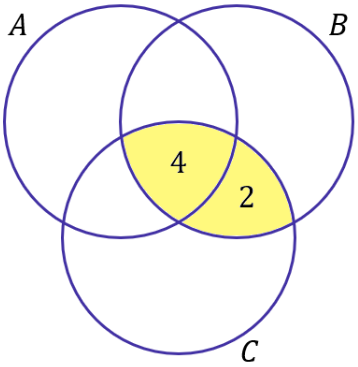
Comentários:

Galera, um jeito legal de resolver esse exercício é **por meio dos diagramas** que vimos ao longo da aula. Pegamos cada uma das informações passadas no enunciado e tentamos encaixá-las no desenho. Veja.

- **quatro empresas** atendem aos três critérios.

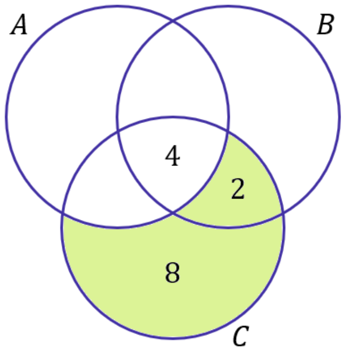


- **seis empresas** atendem aos critérios B e C.



Devemos perceber que a informação não nos diz que as empresas atendem APENAS aos critérios B e C. Dessa forma, **uma empresa que atende aos três critérios está inserida nessa conta**. Por isso, para completar os seis, adicionamos apenas mais duas empresas na região de intersecção dos dois critérios.

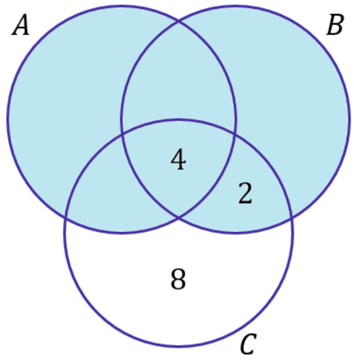
- dez empresas atendem ao critério C, mas não atendem a A.



A região verde representa as empresas que atendem ao critério C, mas não atendem ao A. Nessa parte do diagrama, **já tínhamos contabilizado duas empresas** no item anterior. Portanto, faltou apenas oito empresas que contabilizamos na região das empresas que atendem apenas ao critério C.

- vinte e três empresas atendem a, **pelo menos**, um dos critérios A ou B.

Essa informação é, talvez, a mais importante. Na prática, o enunciado está nos dizendo que toda a região marcada abaixo contabiliza **23 pessoas**:



Como sabemos que todas as empresas **cumprem ao menos um dos critérios**, então o total de empresas é a soma dessas 23 com as 8 que ficaram de fora (aquelas empresas que **apenas** atenderam ao critério C).

$$n(A \cup B \cup C) = 23 + 8 \quad \rightarrow \quad n(A \cup B \cup C) = 31$$

Gabarito: LETRA E.

28. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2017) Os conjuntos P e Q têm p e q elementos, respectivamente, com $p + q = 13$. Sabendo-se que a razão entre o número de subconjuntos de P e o número de subconjuntos de Q é 32, quanto vale o produto pq?
a) 16
b) 32
c) 36
d) 42
e) 46

Comentários:
Na teoria, vimos que o número de subconjuntos depende da quantidade de elementos do conjunto principal. Por exemplo, **se um conjunto tem 3 elementos, então ele terá $2^3 = 8$ subconjuntos**. Lembre-se da fórmula:

$$nS_A = 2^{n(A)}$$

nS_A **representa o número de subconjuntos de A** e $n(A)$ **é o número de elementos de A**. Como o conjunto P tem p elementos e o conjunto Q tem q, podemos escrever:

$$nS_P = 2^{n(P)} \quad \rightarrow \quad nS_P = 2^p$$

$$nS_Q = 2^{n(Q)} \quad \rightarrow \quad nS_Q = 2^q$$

O enunciado diz que a razão entre o número de subconjuntos de P e o número de subconjuntos de Q é 32. Assim,

$$\frac{nS_P}{nS_Q} = \frac{2^p}{2^q} = 32 \quad \rightarrow \quad 2^{p-q} = 32 \quad \rightarrow \quad 2^{p-q} = 2^5 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{p - q = 5}$$

Veja que o enunciado também informou que $\boldsymbol{p + q = 13}$. Temos duas equações e duas incógnitas. Podemos montar um sistema de equações.

$$\begin{cases} p + q = 13 & (1) \\ p - q = 5 & (2) \end{cases}$$

Podemos **isolar "p"** na equação (2):

$$p = q + 5$$

Agora, devemos substituir p na equação (1).

$$(q + 5) + q = 13 \quad \rightarrow \quad 2q + 5 = 13 \quad \rightarrow \quad 2q = 8 \quad \rightarrow \quad q = 4$$

Encontramos o valor de q. Agora, podemos substituir em $p = q + 5$.

$$p = 4 + 5 \quad \rightarrow \quad p = 9$$

Com os valores de p e q determinados, podemos encontrar o produto.

$$pq = 4 \cdot 9 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{pq = 36}$$

Gabarito: LETRA C.

29. (CESGRANRIO/IBGE/2014) Em uma central de telemarketing com 42 funcionários, todos são atenciosos ou pacientes. Sabe-se que apenas 10% dos funcionários atenciosos são pacientes e que apenas 20% dos funcionários pacientes são atenciosos. Quantos funcionários são atenciosos e pacientes?

a) 1

b) 3

c) 9
d) 12
e) 27

Comentários:
Seja A um conjunto que formado pelos funcionários que são atenciosos. Seja P um conjunto formado pelos funcionários que são pacientes. De acordo com o enunciado, **42 funcionários são atenciosos ou pacientes**. Na prática, ele está nos informando que $n(A \cup P) = 42$. Antes de prosseguir, observe que a questão pede quantos funcionários são atenciosos e pacientes, $n(A \cap P)$. Beleza?! Vamos lá!

O enunciado afirma que **10% dos funcionários atenciosos são pacientes**. Em outras palavras:

$$n(A \cap P) = 10\% \cdot n(A) = 0{,}1 \cdot n(A) \qquad (1)$$

Por fim, ele também afirma que **20% dos funcionários pacientes são atenciosos**.

$$n(A \cap P) = 20\% \cdot n(P) = 0{,}2 \cdot n(P) \qquad (2)$$

Lembre-se do **Princípio da Inclusão-Exclusão**:

$$n(A \cup P) = n(A) + n(P) - n(A \cap P) \qquad (3)$$

Vamos escrever tanto $n(A)$ como $n(P)$ em função de $n(A \cap P)$. Da equação (1):

$$n(A \cap P) = 0{,}1 \cdot n(A) \quad \rightarrow \quad n(A) = \frac{n(A \cap P)}{0{,}1} \quad \rightarrow \quad n(A) = 10 \cdot n(A \cap P)$$

Da equação (2):

$$n(A \cap P) = 0{,}2 \cdot n(B) \quad \rightarrow \quad n(B) = \frac{n(A \cap P)}{0{,}2} \quad \rightarrow \quad n(B) = 5 \cdot n(A \cap P)$$

Substituindo esses resultados na equação (3) e usando que $\boldsymbol{n(A \cup P) = 42}$.:

$$42 = 10 \cdot n(A \cap P) + 5 \cdot n(A \cap P) - n(A \cap P)$$

$$42 = 14 \cdot n(A \cap P)$$

$$n(A \cap P) = \frac{42}{14} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{n(A \cap P) = 3}$$

Gabarito: LETRA B.

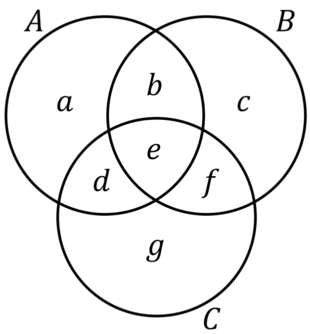
Vunesp

30. (VUNESP/TJ-SP/2019) São três os conjuntos. A totalidade de elementos que estão nesses três conjuntos é 42. A totalidade de elementos que estão em dois, e apenas dois desses conjuntos, é 42. A totalidade de elementos que estão em um, e apenas um desses conjuntos é 42. Sabendo que em todas as seções e interseções desses três conjuntos há pelo menos um elemento, e que não há seção e nem mesmo interseção com um mesmo número de elementos, então o maior número possível para o total de elementos de um desses três conjuntos é

A) 132.
B) 120.
C) 110.
D) 124.
E) 118.

Comentários:

Primeiro vamos esquematizar esses conjuntos.



Chamamos as quantidades em cada uma das regiões do diagrama de uma letra do alfabeto. Agora, vamos analisar as informações do enunciado.

- **A totalidade de elementos que estão nesses três conjuntos é 42.**

$$e = 42 \quad (1)$$

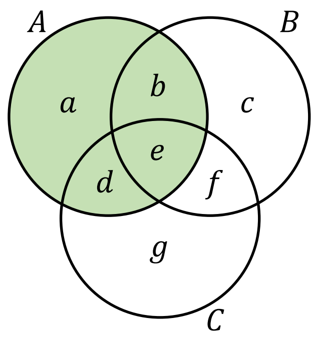
- **A totalidade de elementos que estão em dois, e apenas dois desses conjuntos, é 42.**

$$b + d + f = 42 \quad (2)$$

- **A totalidade de elementos que estão em um, e apenas um desses conjuntos é 42.**

$$a + c + g = 42 \quad (3)$$

Queremos saber **a maior quantidade possível de elementos de um desses três conjuntos**. Note que o problema é bem simétrico, logo não importa qual deles vamos pegar para realizar essa conta.



Escolhendo o conjunto destacado acima, podemos escrever:

$$n(A) = a + b + d + e$$

Sabemos que $e = 42$, podemos substituir.

$$n(A) = a + b + d + 42$$

Da equação (2),

$$b + d = 42 - f$$

Substituindo em $n(A)$,

$$n(A) = a + (42 - f) + 42 \quad \rightarrow \quad n(A) = 84 + a - f$$

Da equação (3),

$$a = 42 - c - g$$

Substituindo em $n(A)$,

$$n(A) = 84 + (42 - c - g) - f \quad \rightarrow \quad n(A) = 126 - c - g - f$$

Observe que para **n(A) ser máximo**, **"c", "g" e "f" devem ser <u>os menores possíveis</u>**. Para chegar nos valores desses parâmetros, devemos ter em mente duas informações:

- em todas as seções e interseções desses três conjuntos **há pelo menos um elemento**;
- não há seção e nem mesmo interseção **com um mesmo número de elementos.**

Assim, os menores valores possíveis que "c", "g" e "f" podem assumir são:

$$c = 1, g = 2 \text{ e } f = 3$$

Substituindo,

$$n(A) = 126 - 1 - 2 - 3 \quad \rightarrow \quad n(A) = 120$$

Professor, não poderíamos ter $g = 1, c = 3$ *e* $f = 2$*?*

Podemos sim, moçada! No entanto, como o problema é simétrico, não faz diferença a letra que vamos chamar cada um dos valores. Precisamos apenas perceber que **"1", "2" e "3" são os menores valores possíveis que "c", "g" e "f" podem assumir.** Agora saber qual deles é qual é indiferente, pois o resultado será sempre o mesmo. Faça o teste!

Gabarito: LETRA B.

31. (VUNESP/TJ-SP/2018) Em um grupo de 100 esportistas que praticam apenas os esportes A, B ou C, sabe-se que apenas 12 deles praticam os três esportes. Em se tratando dos esportistas que praticam somente dois desses esportes, sabe-se que o número dos que praticam os esportes A e B é 2 unidades menor que o número dos que praticam os esportes A e C, e o número dos esportistas que praticam B e C excede em 2 unidades o número de esportistas que praticam os esportes A e C. Sabe-se, ainda, que exatamente 26, 14 e 12 esportistas praticam, respectivamente, apenas os esportes A, B e C. Dessa forma, o número total de esportistas que praticam o esporte A é

A) 56.
B) 54.
C) 62.
D) 58.
E) 60.

Comentários:

Temos os esportes A, B ou C. Vamos analisar as informações do enunciado.

- 12 deles praticam os três esportes,

$$n(A \cap B \cap C) = 12 \qquad (1)$$

- o número dos que praticam os esportes A e B é 2 unidades menor que o número dos que praticam os esportes A e C,

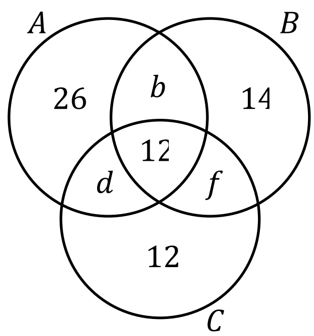
$$n(A \cap B) = n(A \cap C) - 2 \quad (2)$$

- o número dos esportistas que praticam B e C excede em 2 unidades o número de esportistas que praticam os esportes A e C,

$$n(B \cap C) = n(A \cap C) + 2 \quad (3)$$

- Sabe-se, ainda, que exatamente 26, 14 e 12 esportistas praticam, respectivamente, apenas os esportes A, B e C,

Com essa informação, é interessante desenharmos os diagramas.



Como temos 100 esportistas, **a soma das quantidades em todas as regiões acima deve totalizar esses 100**.

$$26 + b + 12 + d + 12 + f + 14 = 100$$

$$64 + b + d + f = 100$$

$$b + d + f = 36 \quad (4)$$

Note que:

$$n(A \cap B) = b + 12$$

$$n(A \cap C) = d + 12$$

$$n(B \cap C) = f + 12$$

Substituindo em (2) e em (3):

$$b + 12 = d + 12 - 2 \quad \rightarrow \quad b = d - 2 \quad (5)$$

$$f + 12 = d + 12 + 2 \quad \rightarrow \quad f = d + 2 \quad (6)$$

Podemos usar (5) e (6) em (4),

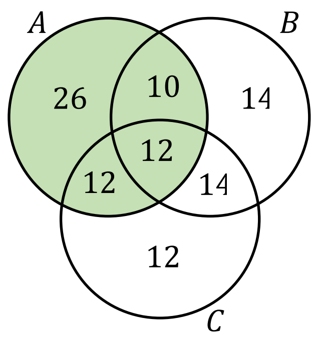
$$(d - 2) + d + (d + 2) = 36 \quad \rightarrow \quad 3d = 36 \quad \rightarrow \quad d = 12$$

Vamos usar o resultado que encontramos em (5) e em (4),

$$b = 12 - 2 \quad \rightarrow \quad b = 10$$

$$f = 12 + 2 \quad \rightarrow \quad f = 14$$

Preenchendo o diagrama com esses valores, ficamos com



Como queremos **a quantidade de elementos de A**, basta somarmos os valores na região destacada acima.

$$n(A) = 26 + 10 + 12 + 12 \quad \rightarrow \quad n(A) = 60$$

Gabarito: LETRA E.

32. (VUNESP/TJM-SP/2021) Em um grupo de 109 atletas, 48 são homens. Cada um desses atletas pratica handebol ou natação, mas somente um esporte por atleta. Entre os homens, 22 jogam handebol e, no total, 50 atletas praticam natação. O número de mulheres que jogam handebol é

A) 34.
B) 37.
C) 40.
D) 43.
E) 46.

Comentários:

Temos um grupo de 109 atletas. Se 48 são homens, então o número de mulheres é:

$$Mulheres = 109 - 48 \quad \rightarrow \quad Mulheres = 61$$

Dos 48 homens, 22 jogam handebol. Como **cada atleta só pratica <u>um esporte</u>**, a diferença desses números fornece a quantidade de homens que praticam natação.

$$Homens\ (Natação) = 48 - 22 \quad \rightarrow \quad Homens\ (Natação) = 26$$

Depois, o enunciado falou que 50 atletas praticam natação. Como **26 desses 50 são homens**, a diferença será a quantidade de mulheres que praticam natação.

$$Mulheres\ (Natação) = 50 - 26 \quad \rightarrow \quad Mulheres\ (Natação) = 24$$

Das **61 mulheres, 24 praticam natação**. Logo, a diferença entre esses dois números é a quantidade de mulheres que jogam handebol.

$$Mulheres\ (Handebol) = 61 - 24 \quad \rightarrow \quad Mulheres\ (Handebol) = 37$$

Gabarito: LETRA B.

QUESTÕES COMENTADAS

Introdução aos Conjuntos Numéricos

Outras Bancas

1. (QUADRIX/CRF-GO/2022) Considere-se que o conjunto A seja dado por $A = \{-3, -1, 1, 7, 10\}$. O conjunto B seja o conjunto de todos os números naturais e o conjunto C seja o conjunto de todos os números racionais. Com base nessas informações, julgue o item.

O conjunto $A \cap B \cap C$ é o conjunto vazio.

Comentários:
De acordo com o enunciado, temos:

$A = \{-3, -1, 1, 7, 10\}$
$B = \mathbb{N}$
$C = \mathbb{Q}$

O conjunto A∩B∩C é formado por todos os elementos que são comuns aos três conjuntos. Observe que os números **negativos**, apesar de serem racionais, **não são naturais**. Sendo assim, não são comuns a todos. Os demais são. Logo:

$$\mathrm{A} \cap \mathrm{B} \cap \mathrm{C} = \{1, 7, 10\}$$

Com isso, concluímos que o resultado dessa intersecção **não** é o **conjunto vazio**.

Gabarito: ERRADO.

2. (QUADRIX/CRF-GO/2022) Considere-se que o conjunto A seja dado por $A = \{-3, -1, 1, 7, 10\}$. O conjunto B seja o conjunto de todos os números naturais e o conjunto C seja o conjunto de todos os números racionais. Com base nessas informações, julgue o item.

$A \cap B = A - \{-1, -2, -3\}$.

Comentários:
De acordo com o enunciado, temos:

$A = \{-3, -1, 1, 7, 10\}$
$B = \mathbb{N}$

$C = \mathbb{Q}$

A intersecção de A com B é formada pelos **elementos de A que são números naturais**, ou seja, **1, 7 e 10**.

$$A \cap B = \{1, 7, 10\}$$

Por sua vez, a diferença $A - \{-1, -2, -3\}$ é formada pelos **elementos de A que não são -1, -2 ou -3**.

$$A - \{-1, -2, -3\} = \{1, 7, 10\}$$

Note que $\boldsymbol{A \cap B = A - \{-1, -2, -3\}}$, conforme afirma o item. Logo, **item correto**.

Gabarito: CERTO.

3. (QUADRIX/CRBM-3/2022) Sendo $A = \{-5, 1, 3, 5, 7\}$, $B = \{2, 3, 4, 6, 8\}$, $\mathbb{N}$o conjunto dos números naturais, $\emptyset$ o conjunto vazio e $\mathbb{Q}$ o conjunto dos números racionais, julgue o item.

$(A \cup B) \cap \mathbb{N} \neq \emptyset$.

Comentários:
Do enunciado, tiramos que:

$A = \{-5,1,3,5,7\}$
$B = \{2,3,4,6,8\}$

Primeiramente, vamos encontrar $A \cup B$. Lembre-se que a união de A com B é o conjunto formado por **todos os elementos dos dois conjuntos**. Lembre-se que os elementos em comum aparecem apenas uma vez, não devemos repeti-los.

$$A \cup B = \{-5, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

Quando o item escreve $(A \cup B) \cap \mathbb{N}$, ele está nos perguntando **quais elementos de $A \cup B$ são números naturais**. Ora, quase todos! Apenas **o -5 não é natural**. Logo:

$$(A \cup B) \cap \mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

Observe que tal conjunto está longe de ser igual ao conjunto vazio. Logo, é correto dizer que:

$$(A \cup B) \cap \mathbb{N} \neq \emptyset$$

Gabarito: CERTO.

4. (IDECAN/SEFAZ-RR/2022) Seja $A = \{1, 2, e, 3, \pi, 4, 5, 6, 7\}$, $\mathbb{N}$ o conjunto dos naturais, $\mathbb{Z}$ conjuntos dos inteiros e $\mathbb{Q}$ conjunto dos racionais. Determine o conjunto E, fruto da operação $E = A \cap [(\mathbb{N} \cap \mathbb{Q}) \cup \mathbb{Z}]$.

A) $E = \{e, \pi\}$

B) $E = \emptyset$

C) $E = \{2,4,6\}$

D) $E = \mathbb{Z}$

E) $E = \{1,2,3,4,5,6,7\}$

Comentários:

Vamos lá, queremos saber quem é o **conjunto E**:

$$E = A \cap [(\mathbb{N} \cap \mathbb{Q}) \cup \mathbb{Z}]$$

Pessoal, como $\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$, então $\mathbb{N} \cap \mathbb{Q} = \mathbb{N}$. Sendo assim, podemos simplificar:

$$E = A \cap [\mathbb{N} \cup \mathbb{Z}]$$

Com pensamento **similar**, temos que como $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$, então $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$.

$$E = A \cap \mathbb{Z}$$

Ou seja, E é formado pelos **elementos de A que são números <u>inteiros</u>**. Vamos visualizar quem é A.

$$A = \{1, 2, e, 3, \pi, 4, 5, 6, 7\}$$

Destaquei de **vermelho** aqueles elementos de A que **<u>não</u> são números inteiros**. Logo:

$$\boxed{E = \{1,2,3,4,5,6,7\}}$$

Gabarito: LETRA E.

5. (AOCP/CM BAURU/2022) Dentre as seguintes alternativas, qual delas NÃO apresenta um número que pertença ao conjunto dos Irracionais?

A) π

B) $\sqrt{5}$

C) e

D) 4,2324252627...

E) $\sqrt[3]{64}$

Comentários:

Todos os números nas alternativas A, B, C e D são números irracionais. Afinal, são dízimas infinitas não periódicas, não representáveis na forma de uma fração de números inteiros. Por sua vez, **a raiz cúbica de 64 é um número racional**. Observe:

$$\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$$

Gabarito: LETRA E.

6. (IDECAN/CBM-ES/2022) Assinale o item no qual o elemento corresponde ao número que não pertence ao conjunto dos irracionais.

A) $\sqrt{2} + 1$

B) π

C) e

D) $\sqrt{3}/2$

E) $\sqrt[3]{8}$

Comentários:

Questão bem similar a anterior! π e e são exemplos clássicos de números irracionais. Ademais, $\sqrt{2}$ e $\sqrt{3}$ são também números irracionais. Das alternativas, apenas **a raiz cúbica de 8 <u>não</u> é um irracional**.

$$\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$$

Gabarito: LETRA E.

7. (AOCP/CM BAURU/2022) Dado os conjuntos numéricos: Naturais, Inteiros, Racionais e Irracionais, é correto afirmar que

A) todo número Racional é também um número Irracional.

B) todo número Irracional é também um número Racional.

C) todo número Inteiro é também um número Racional.

D) todo número Racional é também um número Inteiro.

E) todo número Inteiro é também um número Natural.

Comentários:

Vamos comentar cada uma das alternativas!

A) todo número Racional é também um número Irracional.

Errado! $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{I}$ são conjuntos disjuntos! **<u>Nenhum</u>** número racional é também um número irracional.

B) todo número Irracional é também um número Racional.

Errado! Aqui temos a mesma justificativa do item anterior.

C) todo número Inteiro é também um número Racional.
Correto! É a nossa resposta! Lembre-se que $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.

D) todo número Racional é também um número Inteiro.
Errado, o inverso não ocorre! Por exemplo, 1,5 é um número racional, mas não é um inteiro.

E) todo número Inteiro é também um número Natural.
Errado! Por exemplo, -1 é um número inteiro, mas não é um número natural.

Gabarito: LETRA C.

Inéditas

8. (Questão Inédita) Marque a alternativa que apresenta um conjunto em que todos os seus elementos são números naturais.
A) $A = \{-1, 0, 2, 3, 100\}$
B) $B = \{1{,}3;\ 0;\ 1{,}2; 12{,}1;\ 5{,}9\}$
C) $C = \{25, 5, 6, 10\}$
D) $D = \{\sqrt{2}, \sqrt{5}, \sqrt{3}, \sqrt{10}\}$
E) $E = \{-3, -2, -1, 0\}$

Comentários:
Vamos comentar alternativa por alternativa!

A) $A = \{-1, 0, 2, 3, 100\}$
Errado. O "-1" não é um número natural. Lembre-se que os números negativos vão aparecer apenas a partir do conjunto dos números **inteiros**.

B) $B = \{1{,}3;\ 0;\ 1{,}2; 12{,}1;\ 5{,}9\}$
Errado. Os números "quebrados" não são naturais! Eles podem ser racionais ou irracionais, caso seja ou não possível representá-los na forma de uma **frações de números inteiros**. No caso dos elementos de B, todos são racionais.

C) $C = \{25, 5, 6, 10\}$
Certo. É o nosso gabarito. Todos os elementos de C são números naturais.

D) $D = \{\sqrt{2}, \sqrt{5}, \sqrt{3}, \sqrt{10}\}$
Errado. Todos as raízes presentes em C são **números irracionais.**

E) $E = \{-3, -2, -1, 0\}$

Errado. Os números negativos **não** são números naturais.

Gabarito: LETRA C.

9. (Questão Inédita) Analise as afirmativas abaixo, assinalando V para as verdadeiras e F para as falsas.

I. 0 é antecessor de -1;
II. π é um número racional;
III. Todo número irracional é um número real.

Marque a alternativa com a ordem correta.
A) V - V -F
B) F - F - V
C) F - F - F
D) V - F - V
E) F - V - V

Comentários:
I. 0 é antecessor de -1;
Falso. "0" é o **sucessor** de "-1".

II. π é um número racional;
Falso. O famoso número **π é um número irracional**, pois é não conseguimos representá-lo na forma de uma fração de números inteiros.

III. Todo número irracional é um número real.
Verdadeiro. Todo irracional é também um número real. Não podemos esquecer que o conjunto dos números reais é formado pela **união** do conjunto dos **racionais** com o dos **irracionais**.

Gabarito: LETRA B.

10. (Questão Inédita) Considerando a seguinte notação para os conjuntos numéricos:

$\mathbb{N}$ denota o conjunto dos números naturais;
$\mathbb{Z}$ denota o conjunto dos números inteiros;
$\mathbb{Q}$ denota o conjunto dos números racionais;
$\mathbb{R}$ denota o conjunto dos números reais;
$\mathbb{C}$ denota o conjunto dos números complexos;

Marque a alternativa incorreta.
A) O número $2 \in \mathbb{C}$;

B) O número $\sqrt{5} \in (\mathbb{R} - \mathbb{Q})$;
C) O número $-10 \in \mathbb{N}$;
D) O número $\sqrt{100} \in \mathbb{Z}$;
E) O número $\pi \in \mathbb{R}$.

Comentários:
Vamos comentar cada uma das alternativas.

A) O número $2 \in \mathbb{C}$**;**
CERTO. Lembre-se que **todo número real é também um número complexo**.

B) O número $\sqrt{5} \in (\mathbb{R} - \mathbb{Q})$;
CERTO. Temos que $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ representa o conjunto dos números irracionais. Com isso, é correto afirmar que $\sqrt{5}$ **pertence ao conjunto dos irracionais**.

C) O número $-10 \in \mathbb{N}$;
ERRADO. Os números negativos não são números naturais! Lembre-se disso! Os número negativos são números inteiros, racionais, reais, complexos. No entanto, **não são naturais**!!

D) O número $\sqrt{100} \in \mathbb{Z}$;
CERTO. Essa era uma alternativa para lembrar que **nem todas as raízes são números irracionais**. Lembre-se que temos algumas raízes exatas. Por exemplo, $\sqrt{100} = 10$. Logo, podemos dizer que $\sqrt{100}$ é um número inteiro.

E) O número $\pi \in \mathbb{R}$.
CERTO. É isso mesmo pessoal, por mais que o π seja um número irracional, também podemos dizer que ele é um número real e também um complexo. Lembre-se que **o conjuntos dos irracionais nada mais é do que um subconjunto dos reais**, que, por sua vez, nada mais é do que um **subconjunto dos complexos.** Tudo bem?

Gabarito: LETRA C.

11. (Questão Inédita) Em relação aos conjuntos numéricos, marque a alternativa correta.
A) O conjunto dos números inteiros ($\mathbb{Z}$) contém o conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$);
B) O conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$) está contido no conjunto dos números irracionais ($\mathbb{R} - \mathbb{Q}$);
C) O conjunto dos números reais ($\mathbb{R}$) está contido no conjunto dos números naturais ($\mathbb{N}$);
D) O conjunto dos números complexos ($\mathbb{C}$) contém o conjunto dos números reais ($\mathbb{R}$);
E) O conjunto dos números irracionais ($\mathbb{R} - \mathbb{Q}$) contém o conjunto dos números inteiros ($\mathbb{Z}$).

Comentários:
Vamos comentar as alternativas!

A) O conjunto dos números inteiros ($\mathbb{Z}$) contém o conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$);
Errado. Na verdade, **o conjunto dos números inteiros é um subconjunto dos racionais**. Sendo assim, o certo seria dizer que $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.

B) O conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$) está contido no conjunto dos números irracionais ($\mathbb{R} - \mathbb{Q}$);
Errado. Na verdade, esses dois conjuntos **são disjuntos**. Significa que eles não possuem elementos em comum. Logo, não podemos dizer que um está contido no outro.

C) O conjunto dos números reais ($\mathbb{R}$) está contido no conjunto dos números naturais ($\mathbb{N}$);
Errado. O conjunto dos naturais são um subconjunto dos reais. Com isso, o correto seria $\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$.

D) O conjunto dos números complexos ($\mathbb{C}$) contém o conjunto dos números reais ($\mathbb{R}$);
Certo. O conjunto dos número reais é um subconjunto dos complexos. Com isso, podemos dizer que $\mathbb{C} \supset \mathbb{R}$.

E) O conjunto dos números irracionais ($\mathbb{R} - \mathbb{Q}$) contém o conjunto dos números inteiros ($\mathbb{Z}$).
Errado. O conjunto dos irracionais não contem **nenhum** outro dos conjuntos que estudamos.

Gabarito: LETRA D.

12. (Questão Inédita) Em relação aos conjuntos numéricos, marque a alternativa correta.
A) $\pi/2$ é um número racional;
B) ϕ é um número irracional;
C) 0 pertence ao conjunto $\mathbb{Z}^*$;
D) -1 é um número natural;
E) e é um número racional.

Comentários:
A) $\pi/2$ é um número racional;
Errado. O **número π é um número irracional**. Quando o dividimos por 2, o resultado continua sendo um irracional. Lembre-se que o critério para ser um número racional é poder representá-lo na forma de uma fração de **números inteiros**. Por mais que tenhamos uma fração nesse caso, **o numerador é um número irracional** e não um inteiro.

B) ϕ é um número irracional;
CERTO. Essa foi uma pegadinha. Nesse contexto, **ϕ denota o número de ouro** (também conhecido como proporção áurea). Trata-se de um número bastante conhecido no universo da matemática, estando associado a inúmeras situações na **natureza**.

$$\phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \approx 1{,}6180 \ldots$$

C) 0 pertence ao conjunto $\mathbb{Z}^*$;

Errado. Quando colocamos asterisco sobrescrito, estamos tirando o número zero do conjunto! Logo, $0 \notin \mathbb{Z}^*$.

D) -1 é um número natural;

Errado. Números negativos **não** são números naturais.

E) e é um número racional.

Errado. "e" representa o **número de Euler**. Assim como o π, trata-se de outro famoso **número irracional** presente no universo da matemática.

$$e \approx 2{,}718281\ldots$$

Gabarito: LETRA B.

QUESTÕES COMENTADAS

Problemas

FGV

1. (FGV/IMBEL/2021) Sabe-se que a soma de dez números naturais é par. Em relação a esses dez números é correto afirmar que

A) todos são, obrigatoriamente, pares.
B) todos são, obrigatoriamente, ímpares.
C) pelo menos um deles é par.
D) a quantidade de números pares é ímpar.
E) a quantidade de números ímpares é par.

Comentários:

Vamos comentar alternativa por alternativa!

A) todos são, obrigatoriamente, pares.
Errado. Isso não é necessariamente verdade, pessoal. É bem verdade que se somarmos dez números pares, vamos obter um número par. No entanto, se somarmos dez números ímpares, também obteremos um número par. Faça o teste!

B) todos são, obrigatoriamente, ímpares.
Errado. É a mesma justificativa dada anteriormente. Se somarmos dez números ímpares, vamos obter um número par! Mas essa obrigatoriedade não existe! Da mesma forma, se somarmos dez números pares, também vamos obter um número par.

C) pelo menos um deles é par.
Errado. Por exemplo, em uma situação em que nove são ímpares (I) e apenas um é par, teremos o seguinte:

$$\underbrace{I+I}_{par}+\underbrace{I+I}_{par}+\underbrace{I+I}_{par}+\underbrace{I+I}_{par}+\underbrace{I+P}_{ímpar}=\underbrace{P+I}_{ímpar}=I$$

D) a quantidade de números pares é ímpar.
Errado. Na situação da alternativa anterior temos uma quantidade de números pares que é ímpar. Mesmo assim, vimos que o resultado foi um número ímpar.

E) a quantidade de números ímpares é par.

Correto. Precisamos de uma quantidade par de números ímpares, pois sabemos que **a soma de dois ímpares sempre resultará em um par**. Com isso, esses pares, ao serem somado com outros números pares, resultará em um número par.

Gabarito: LETRA E.

2. (FGV/MEC/2009) Sejam X e Y dois números inteiros positivos. Se X² + Y² é ímpar, então se pode afirmar de maneira correta que:

A) X^Y é par.
B) Y^X é par.
C) XY é par.
D) $X - Y$ é par.
E)$X + Y$ é par.

Comentários:

Moçada, antes de qualquer análise, é importante guardar que **X e Y são dois números inteiros positivos**. Ou seja, **não são números negativos, nem quebrados, nem mesmo podem ser iguais a zero**. Tudo bem? Além disso, vamos lembrar o seguinte:

- $\text{PAR} \pm \text{PAR} = \text{PAR}$
- $\text{ÍMPAR} \pm \text{ÍMPAR} = \text{PAR}$
- $\textbf{ÍMPAR} \pm \textbf{PAR} = \textbf{ÍMPAR}$

A única opção em que o resultado de uma soma ou subtração é um número ímpar, **é quando um dos números é ímpar e o outro é par**. Assim, se X^2+Y^2 é ímpar, ou X^2 é par e Y^2 é ímpar OU X^2 é ímpar e Y^2 é par.

Perceba que um número par elevado a qualquer expoente inteiro positivo será sempre um número par. O mesmo acontece com um número ímpar. Para começar a entender esse fato, **você pode pensar em alguns exemplos, tais como o $3^2 = 9, 3^3 = 27, 4^2 = 16, 4^3 = 64$.**

Isso acontece, pois, **um número par sempre terá o fator "2".** Portanto, quando multiplicar esse número várias vezes, o 2 sempre estará lá!

$$(2n)^5 = (2n) \cdot (2n) \cdot (2n) \cdot (2n) \cdot (2n) = 2 \cdot (2^4 n)$$

Por sua vez, **números ímpares não possuem o fator "2".** Se você multiplica um número que não tem o fator 2 pelo mesmo número, o resultado continuará sem o fator "2", ou seja, será um número ímpar. Tudo bem?! Essas conclusões são válidas apenas quando temos expoentes números inteiros positivos.

Agora, voltando para o problema, vamos analisar as alternativas.

A) X^Y é par.

ERRADO. Pessoal, se X for o número par, então estaria correto. No entanto, **X pode ser o ímpar**. Não sabemos. Nesse sentido, X^Y também pode ser um número ímpar.

B) Y^X é par.

ERRADO. É pelo mesmo motivo da alternativa anterior: se Y fosse o número par, então estaria correto. No entanto, **Y pode ser o ímpar**. Não sabemos. Nesse sentido, Y^X também pode ser um número ímpar.

C) XY é par.

CERTÍSSIMO. O produto de um número par por um número ímpar é um número par. Isso acontece pois o número par possui o fator "2", que leva o fator para a multiplicação.

D) $X - Y$ é par.

ERRADO. Sabemos que a soma ou subtração de um número par com um número ímpar, resultará em um número ímpar.

E)$X + Y$ é par.

ERRADO. Pelo mesmo motivo do item anterior: a soma ou subtração de um número par com um número ímpar, resultará em um número ímpar.

Gabarito: LETRA C.

3. (FGV/SEFAZ-MS/2006) O maior número inteiro que é menor que ou igual a -5,7 é:

A) -6

B) -5

C) -4

D) -3

E) -2

Comentários:

Os números inteiros são os números "não quebrados", podendo ser negativos ou positivos. Veja que **-5,7 não é um número inteiro**. Queremos o primeiro inteiro menor do que ele! Ora, -6 é o número que a questão está procurando.

Perceba que **não pode ser -5 pois o -5 é MAIOR que -5,7**. O enunciado pergunta pelo maior inteiro que é menor do que -5,7. A banca tentou pegar o candidato com essa história de "maior que é menor", causando confusão facilmente.

Gabarito: LETRA A.

4. (FGV/ALESP/2002) Um número racional qualquer:

A) Tem sempre um número finito de ordens (casas) decimais.

B) Tem sempre um número infinito de ordens (casas) decimais.

C) Não se pode expressar em forma decimal exata.

D) Tem sempre como denominador um número diferente de zero.

Comentários:

A) Tem sempre um número finito de ordens (casas) decimais.

ERRADO. Vimos na teoria que as dízimas periódicas, **apesar da representação decimal infinita, são números racionais**, pois conseguimos expressá-la na forma de uma fração, com denominador não-nulo.

B) Tem sempre um número infinito de ordens (casas) decimais.

ERRADO. Há números racionais que possuem um número finito de casas decimais. Para isso, basta lembrar que **0,5, por exemplo, é um número racional**.

C) Não se pode expressar em forma decimal exata.

ERRADO. Um número racional é qualquer número que pode ser escrito na forma de uma fração denominador não nulo. Como consequência, **tanto números decimais exatos quanto dízimas periódicas são exemplos de números racionais**.

D) Tem sempre como denominador um número diferente de zero.

CERTO. Pessoal, é exatamente parte da definição de um número racional: **qualquer número que pode ser escrito na forma de uma fração, com denominador diferente de zero**. Caso não seja possível, teremos um número irracional.

Gabarito: LETRA D.

5. (FGV/AL-MT/2013) Suponha que o valor da expressão $\frac{5x}{6} - \frac{x}{2}$ seja um número inteiro. O valor de x é necessariamente

A) positivo.

B) par.

C) múltiplo de 3.

D) múltiplo de 6.

E) múltiplo de 12.

Comentários:

Sabemos que um número inteiro é um número "não quebrado". **Não pode ter casa decimal!** A expressão do enunciado foi:

$$E = \frac{5x}{6} - \frac{x}{2}$$

Vamos tirar o MMC e calcular na forma de uma única fração.

$$E = \frac{5x}{6} - \frac{x}{2} \quad \rightarrow \quad E = \frac{10x - 6x}{12} \quad \rightarrow \quad E = \frac{4x}{12} \quad \rightarrow \quad E = \frac{x}{3}$$

Note que **x deve ser um múltiplo de 3** (3, 6, 9, 12, 15, 18, ...). Caso não fosse, quando o dividíssemos por 3, resultaria em um número quebrado e, **portanto, não teríamos um inteiro**.

Gabarito: LETRA C.

FCC

6. (FCC/PGE-AM/2022) Se escrevermos os números inteiros de 0 a 100, o número de vezes que aparecerá o algarismo 7 é:

A) 10

B) 11

C) 21

D) 19

E) 20

Comentários:

Para resolver essa questão, vamos **listar todos os números** que tenham o algarismo 7 e contá-los.

$$7, 17, 27, 37, 47, 57, 67, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 87, 97$$

Com isso, podemos concluir que o número 7 aparece **20 vezes**.

Gabarito: LETRA E.

7. (FCC/PREF. SJRP/2019) Um número é dito palíndromo se é o mesmo quando lido da esquerda para a direita ou da direita para a esquerda. Por exemplo, 5225 é um palíndromo de quatro algarismos. Considere X o maior palíndromo de quatro algarismos e Y o menor palíndromo de cinco algarismos. A soma X + Y é:

A) 20000

B) 20020

C) 20099

D) 20902

E) 20202

Comentários:

Galera, atenção! Um palíndromo é toda palavra, frase ou número que permanece inalterado quando lido de trás para frente. O enunciado deu o exemplo de 5225, mas também temos o 101, 515, 999 e vários outros... A título de curiosidade, palavras também podem ser palíndromos e cito como exemplo clássico as palavras "ARARA", "OVO", "RIR" e "RADAR". Esclarecido isso, queremos encontrar **o maior palíndromo de quatro algarismos**. Esse palíndromo é o 9999.

Note que é o maior número de quatro algarismos que permanece o mesmo quando lido de trás para frente. Por sua vez, também queremos **o menor palíndromo de cinco algarismos**. Esse palíndromo é o 10001

Como a questão pede **a soma desses dois números**, temos:

$$X + Y = 9999 + 10001 \qquad \rightarrow \qquad \boxed{X + Y = 20000}$$

Gabarito: LETRA A.

8. (FCC/TRT-6/2006) Se x e y são números inteiros tais que x é par e y é ímpar, então é correto afirmar que

A) x + y é par.

B) x + 2y é ímpar.

C) 3x − 5y é par.

D) x . y é ímpar.

E) 2x − y é ímpar.

Comentários:

Inicialmente, vamos lembrar o que vimos na teoria:

$$\boxed{\begin{array}{ll} \textbf{PAR} \pm \textbf{PAR} = \textbf{PAR} & \quad (\textbf{1}) \\ \textbf{ÍMPAR} \pm \textbf{ÍMPAR} = \textbf{PAR} & \quad (\textbf{2}) \\ \textbf{PAR} \pm \textbf{ÍMPAR} = \textbf{ÍMPAR} & \quad (\textbf{3}) \end{array}}$$

Na multiplicação, temos:

$$\boxed{\begin{array}{ll} \textbf{PAR} \cdot \textbf{PAR} = \textbf{PAR} & \quad (\textbf{4}) \\ \textbf{ÍMPAR} \cdot \textbf{ÍMPAR} = \textbf{ÍMPAR} & \quad (\textbf{5}) \\ \textbf{ÍMPAR} \cdot \textbf{PAR} = \textbf{PAR} & \quad (\textbf{6}) \end{array}}$$

Com essas considerações, podemos analisar as alternativas.

A) x + y é par.
Errado. Aqui caímos exatamente na situação 3 da primeira imagem acima. Sendo assim, $\boldsymbol{x+y}$ **é ímpar**.

B) x + 2y é ímpar.
Errado. Sabemos que "2y" é um número par. Quando o somamos com "x", que também é par, **vamos obter um número par**. É o caso da situação 1.

C) 3x − 5y é par.
Errado. Como "x" é par, então "3x" continuará sendo par (é situação 6). Ademais, como "y" é ímpar, a multiplicação "5y" continuará sendo ímpar (é a situação 5). Sabemos que **a subtração de dois números ímpares é um número par** (é a situação 2).

D) x . y é ímpar.
Errado. Esse seria o caso da situação 6. Como "x" é par, então o produto **"$\boldsymbol{xy}$" também será par**.

E) 2x − y é ímpar.
Opa, aqui está nosso gabarito. **"2x" é par** e **"y" é ímpar**. A soma ou subtração de um par com um ímpar resultará em um **número ímpar,** conforme a situação 3.

Gabarito: LETRA E.

9. (FCC/SEDU-ES/2016) Dados os conjuntos

$$\boldsymbol{A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \le x < 9\}}$$

$$\boldsymbol{B = \{y \in \mathbb{R} \mid -7 \le y \le 5\}}$$

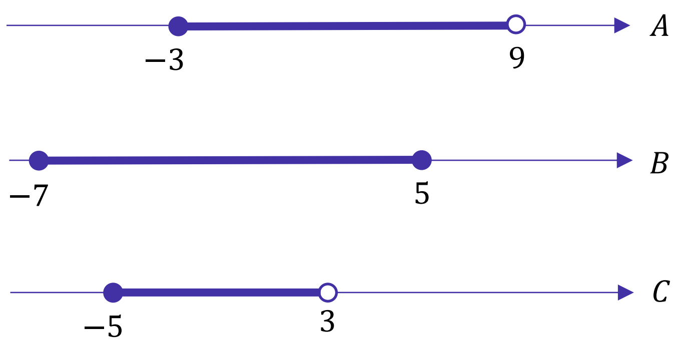
$$\boldsymbol{C = \{z \in \mathbb{R} \mid -5 \le z < 3\}}$$

$$\boldsymbol{D = (A \cap B) \cup C}$$

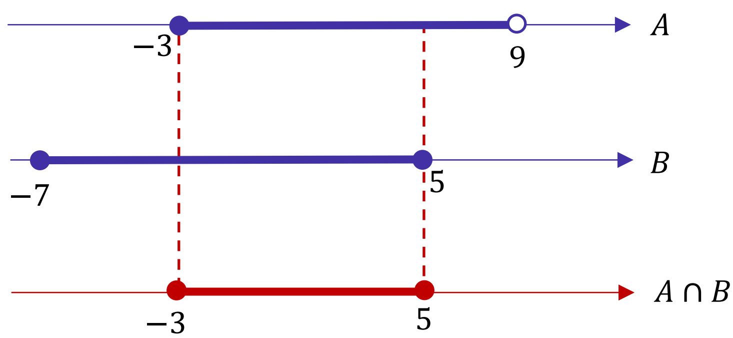
Pode-se concluir, corretamente, que a quantidade de números inteiros que pertencem ao conjunto D é igual a
A) 8.
B) 10.
C) 11.
D) 9.
E) 12.

Comentários:

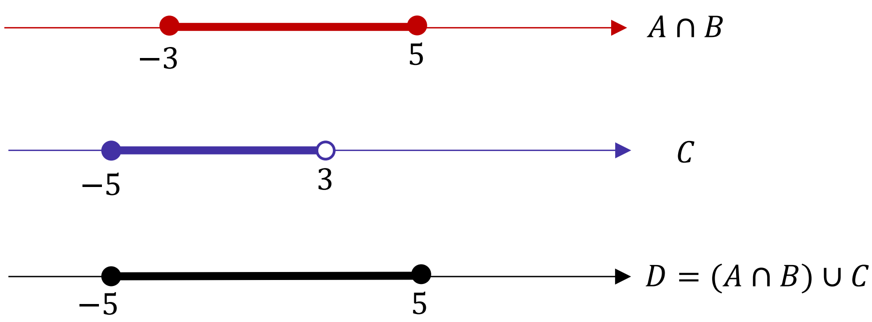
Inicialmente, vamos **desenhar os conjuntos A, B e C na reta real**, para melhor visualização.



A "bola cheia" significa que o número na extremidade está incluso no conjunto, enquanto a "bola vazia" significa que o número não está no conjunto. Por exemplo, no conjunto A, temos que **"−3" faz parte do conjunto e o "9" não**. Dito isso, precisamos encontrar a intersecção entre A e B, isto é, sua parte em comum.



Agora, para encontrarmos D, precisamos fazer **a <u>união</u> de $\boldsymbol{A \cap B}$ com $\boldsymbol{C}$**.



Pronto! Após essas operações, podemos escrever que o conjunto D é:

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 \leq x \leq 5\}$$

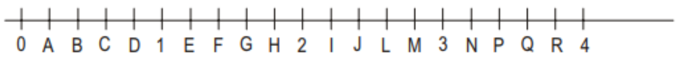
A questão quer saber **a quantidade de números inteiros** que pertencem a D. Vamos listá-los!

$$-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

Com isso, contamos **11 números inteiros**! Podemos marcar a alternativa C.

Gabarito: LETRA C.

10. (FCC/PREF. SANTOS/2005) Na reta numérica representada abaixo, cada unidade está dividida em 5 partes iguais. As letras indicam os pontos das extremidades de cada parte. O número irracional $\sqrt{12} - \sqrt{5}$ pode ser localizado nesta reta entre os pontos.



A) C e D
B) E e F
C) G e H
D) J e L
E) N e P

Comentários:
Questão bem interessante! O primeiro passo é perceber o seguinte:

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$$

A raiz quadrada de 3 é um das que devemos saber, pessoal! Não tem como fugir. Guarde aí com vocês:

$$\sqrt{3} \approx 1{,}73$$

Sendo assim,

$$\sqrt{12} = 2\sqrt{3} \approx 2 \cdot 1{,}73 = 3{,}46$$

Com isso, já deixe guardado aí esse resultado:

$$\sqrt{12} \approx 3{,}46$$

Agora, temos que encontrar **um valor aproximado para $\sqrt{5}$**.

Para isso, observe o seguinte:

$$\sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{5} = ??$$

$$\sqrt{9} = 3$$

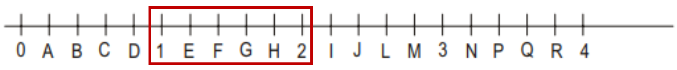
Note que **5 está entre 4 e 9**. Sendo assim, **a raiz de 5 estará entre as raízes de 4 e 9**, ou seja, **a raiz de 5 estará entre 2 e 3**. Agora, perceba que 5 está muito mais perto de 4 do que de 9, o que indica que provavelmente **a raiz de 5 será um número <u>muito mais perto de 2</u> do que de 3**. Chegando até aqui, é razoável fazer a seguinte aproximação:

$$\sqrt{5} \approx 2{,}2$$

Sendo assim, a operação que a questão pede é:

$$\sqrt{12} - \sqrt{5} \approx 3{,}46 - 2{,}2 \approx 1{,}26$$

Agora, vamos encontrar onde está 1,26 na reta!



Temos que procurar na região entre os números 1 e 2, pois **1,26 está nesse intervalo**.

Até aqui nós já podemos eliminar as alternativas **A, D e E**, pois, apresentam intervalos fora da região de interesse. Ficamos entre as alternativas B e C. Note que na alternativa B temos um intervalo (E-F) mais próximo de 1, enquanto na alternativa C, o intervalo (G-H) é mais próximo de 2. Como **1,26 é mais próximo de 1**, **a alternativa correta só pode ser a B**.

Galera, note que não precisamos ficar muito "cri cri" com os números. Fazendo uma aproximação razoável e trabalhando as alternativas, conseguimos marcar a resposta correta. **Se você tivesse aproximado $\sqrt{5}$ para 2,1 ou 2,3, também conseguiria chegar na resposta correta**. *Tudo certo?!*

Gabarito: LETRA B.

CEBRASPE

11. (CESPE/PREF. SÃO CRISTOVÃO/2019) Considerando as propriedades e as operações fundamentais dos números inteiros, racionais, irracionais e reais, julgue o item a seguir:

O produto de dois números racionais é sempre um número racional. O mesmo é válido para números irracionais: o produto de dois números irracionais é sempre um número irracional.

Comentários:
De maneira simplificada, podemos conceituar um número racional como **todo número que pode ser escrito na forma de fração**. De fato, como vimos na teoria, **a multiplicação de dois números racionais será um racional**, mas **o produto** de dois números irracionais **nem sempre será irracional**.

$$\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$$

Gabarito: ERRADO.

12. (CESPE/PREF. SÃO CRISTOVÃO/2019) Considerando as propriedades e as operações fundamentais dos números inteiros, racionais, irracionais e reais, julgue o item a seguir:

Todo conjunto não vazio de números inteiros positivos possui um menor elemento, isto é, se S é um conjunto de números inteiros positivos, não vazio, então existe $s \in S$ tal que $s \leq x$, para todo $x \in S$. Essa mesma propriedade é também válida para conjuntos não vazios de números reais positivos.

Comentários:
Queremos saber se sempre em um **conjunto não vazio de números inteiros positivos,** vamos ter um valor que será menor que qualquer outro que pertença a esse conjunto. Por exemplo,

$$A = \{\mathbf{5}, 102, 532, 1023\}$$

$$B = \{100, \mathbf{20}, 50, 123, 999\}$$

$$C = \{34212, 23122, \mathbf{7237}, 12831, 23812\}$$

Perceba que **não importa que conjunto montamos com números inteiros positivos**, sempre haverá um elemento que será menor (ou igual) que qualquer outro elemento desse conjunto. Esse fato é conhecido como **Princípio da Boa Ordenação ou Princípio da Boa Ordem**, cuja demonstração foge do escopo do nosso curso. De toda forma, **é um princípio bastante intuitivo**.

Acontece que, tal princípio **é apenas válido para os números naturais (ou números inteiros positivos).** Imagine o intervalo (10,15). Como o 10 não está contido no conjunto, **você pode chegar tão próximo dele quanto se queira**. Sempre haverá um número menor. Por exemplo, se você diz que o menor número do intervalo (10, 15) é 10,000000000001, isso não é verdade pois 10,0000000000000000001 também é um elemento dele.

Nessas situações, **em que o limite inferior do intervalo é aberto**, sempre encontraremos um número menor, **não importa o quão pequeno seja o número que estamos pensando**. Logo, **o item se encontra errado pois o Princípio da Boa Ordenação não é válido para o conjunto dos reais**, conforme exemplo ilustrado acima.

Gabarito: ERRADO.

13. (CESPE/SEDF/2017) O resultado da soma dos números reais a e b será um número racional se, e somente se, cada um dos números a e b for um número racional.

Comentários:

Um jeito rápido de julgar esse item é **buscar um contraexemplo**. Considere os seguintes números reais:

$$a = 2 + \sqrt{3}$$

$$b = 2 - \sqrt{3}$$

Note que **ambos são números irracionais**. Vamos somá-los e ver que número obtemos.

$$N = a + b$$

$$N = \left(2 + \sqrt{3}\right) + (2 - \sqrt{3})$$

$$N = 4$$

Ora, **somamos dois números irracionais e obtivemos um número racional**! Logo, para a soma de dois números ser um número racional, **não é necessário que os dois sejam racionais**.

Gabarito: ERRADO.

14. (CESPE/MDIC/2014) Lúcio, Breno, Cláudia e Denise abriram a loja virtual Lik, para a qual, no ato de abertura, Lúcio contribuiu com R$ 10.000,00; Breno, com R$ 15.000,00; Cláudia, com R$ 12.000,00; e Denise, com R$ 13.000,00. Os lucros obtidos por essa loja serão distribuídos de forma diretamente proporcional à participação financeira de cada um dos sócios no ato de abertura da loja. A partir dessas informações, julgue o item a seguir:

Se M for a quantidade média de acessos por minuto ao sítio eletrônico da loja Lik e $M^2 = 0{,}8$, então M será um número irracional menor que 0,8.

Comentários:

Como ***M* é um número positivo**, podemos dizer que $M = \sqrt{0{,}8}$. Sabemos que **raízes de números menores do que um produzem resultados maiores do que o radicando**. Por exemplo, lembre-se:

$$\sqrt{0{,}64} = 0{,}8 \qquad (0{,}8 > 0{,}64)$$

$$\sqrt{0{,}25} = 0{,}5 \qquad (0{,}5 > 0{,}25)$$

Nesse raciocínio, M, que é a **raiz quadrada positiva de 0,8**, **é maior do que 0,8** e não menor.

Gabarito: ERRADO.

15. (CESPE/SEE-AL/2013) Sabendo que os números racionais são, precisamente, as dízimas periódicas, julgue os itens seguintes acerca de números e dízimas periódicas e não periódicas. Um número é irracional se, e somente se pode ser representado por uma dízima não periódica.

Comentários:
Nós vimos na teoria que **um número irracional não pode ser representado por meio de frações**. Nossos exemplos clássicos de números irracionais são o $\boldsymbol{\pi = 3,141592653589}$ ... e $\boldsymbol{\sqrt{2} = 1.41421356295}$ ... . Observe que **nenhum forma uma dízima periódica**, pois, se assim acontecesse, poderíamos **montar a famosa fração geratriz** e **o número seria racional**.

Logo, o item encontra-se correto. O **número que é uma dízima não periódica** não pode ser representado em forma de fração e, por esse motivo, **é um número irracional**.

Gabarito: CERTO.

16. (CESPE/TRE-RJ/2012) Para cada subconjunto A $\boldsymbol{de\ \Omega = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}}$, defina $\boldsymbol{P(A)}$ como o produto dos elementos de A e adote a convenção $\boldsymbol{P(\emptyset) = 1}$. Com base nessa situação, julgue o item a seguir:

Se $A \subset \Omega$ e se algum elemento de A é um número ímpar, então $P(A)$ será, necessariamente, um número ímpar.

Comentários:
Um jeito bom de resolver essa questão **é buscar um contraexemplo**. Imagine o subconjunto $\boldsymbol{A = \{1,2\}}$ de $\boldsymbol{\Omega}$**.** Observe que **1 é um número ímpar** e mesmo assim: $P(A) = 1 \times 2 = 2$. **Mesmo com um elemento ímpar no subconjunto, o produto dos elementos foi um número par.**

Portanto, o fato de algum elemento de A ser um número ímpar, não implica que o produto dos elementos desse subconjunto também será. Caso dentro desse subconjunto exista um outro elemento que seja par, o produto será um número par.

Gabarito: ERRADO.

17. (CESPE/SEDUC-AM/2011) Acerca de números inteiros, divisibilidade, números racionais e reais, julgue o item subsequente:

Existem números irracionais p e q, com $p \neq q$, tais que o produto $p \times q$ é um número racional.

Comentários:
Para julgar esse item, devemos encontrar **dois números irracionais que multiplicados forneçam um número racional**. Imagine, por exemplo, os números $p = \sqrt{5}$ e $q = \sqrt{20}$. São **dois números irracionais diferentes**, obedecem, portanto, a condição $p \neq q$. O produto dos dois fica:

$$p \times q = \sqrt{5} \times \sqrt{20} = \sqrt{100} = 10$$

Veja que o produto desses dois números irracionais **resultou no número 10**, **que é um racional!** Logo, o enunciado **está correto** ao afirmar que existem números irracionais cujo produto é um racional.

Gabarito: CERTO.

18. (CESPE/FINEP/2009) Se $s = r\sqrt{2}$ em que r e s são números racionais, e se $s \in [-2, 2]$, então s é igual a
A) -2.
B) -1.
C) 0.
D) 1.
E) 2.

Comentários:
Sabemos que a multiplicação de um **número racional por um número irracional**, será **quase sempre um irracional**! Qual o único caso que você vai pegar um racional, multiplicar por um irracional e o resultado ainda ser um racional? **Quando o racional for o zero!**

$$s = 0 \cdot \sqrt{2} \quad \Longrightarrow \quad s = 0$$

Veja que $s = 0$ obedece a condição de que $s \in [-2,2]$. Portanto, é a nossa resposta.

Se você tivesse dificuldade, ainda **há a possibilidade de testar as alternativas**. Você pode **substituir os "possíveis" valores de s e encontrar o valor de r associado**. Você perceberá que a única alternativa possível, que implica **tanto r quanto s como sendo números racionais**, é a letra C.

Gabarito: Letra C.

19. (CESPE/SEDUC/2009) Julgue os itens relativos a números reais.

I. $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$ e $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}}$ são, ambos, números irracionais.
II. Se u e v são números inteiros e se $u^2 > v^2$, então $u > v$.
III. Se m e n são números inteiros e se $m \times n$ é um número par, então pelo menos um deles, m ou n, é um número par.
IV. Se a e b são números inteiros e se $a \neq 0$, então a^b é um número inteiro.
V. A dízima 0,2222... representa um número racional.

Estão certos apenas os itens.
A) I e IV.
B) III e V.
C) I, II e III.
D) II, IV e V.

Comentários:
Vamos analisar afirmativa por afirmativa.

I. $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$ e $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}}$ são, ambos, números irracionais.
Afirmativa incorreta. Observe que $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{4 \cdot 3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2$. Logo, **a primeira fração do item já não é um número irracional**. É apenas o número 2, **que é racional**, disfarçado de um jeito mais complicado.

II. Se u e v são números inteiros e se $u^2 > v^2$, então $u > v$.

Afirmativa incorreta. Se u e v são inteiros, então eles estão no conjunto $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$. Lembre-se que, nos inteiros, **os números negativos estão incluídos** e são eles que usaremos para obter um contraexemplo do que está falado na afirmativa. Imagine o seguinte:

$$2^2 > 1^2 \quad \rightarrow \quad 4 > 1$$

A afirmação acima está correta, não é verdade? Note que, de fato, $2 > 1$. Agora, visualize o seguinte:

$$(-2)^2 > (-1)^2 \quad \rightarrow \quad 4 > 1$$

A afirmação acima continua correta, concorda? No entanto, dessa vez, temos que $\mathbf{-2 < -1}$. Logo, **o item não procede** quando afirma categoricamente que se $u^2 > v^2$ então $u > v$.

III. Se m e n são números inteiros e se $m \times n$ é um número par, então pelo menos um deles, m ou n, é um número par.

Afirmação correta. Sabemos que **números pares são números que podem ser escritos na forma $p = 2q$**. Em outras palavras, **sempre encontraremos o fator 2 em um número par**.

Se um produto $m \times n$ é par, então significa que **$m \times n$ possui o fator 2** que não pode ter "surgido do nada", **ele necessariamente veio de um dos números do produto, m ou n**. Logo, **um dos dois números deve ser um número par** para que o produto também seja.

IV. Se a e b são números inteiros e se $a \neq 0$, então a^b é um número inteiro.
Alternativa incorreta. Lembre-se que se a e b são números inteiros, **então eles podem ser números negativos**! Imagine a seguinte situação: $a = 2$ e $b = -1$.

$$2^{-1} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

Observe que **obtivemos um número racional**, o que contradiz a afirmativa.

V. A dízima 0,2222... representa um número racional.
Alternativa correta. Estudamos que **todo número racional pode ser escrito na forma de uma fração**. Lembre-se que **até as dízimas periódicas podem ser escritas em forma de uma fração**, que chamamos de **fração geratriz**. A dízima $0{,}222\ldots$ é periódica, podendo ser escrita na forma de fração, o que a caracteriza como **um número racional**.

Gabarito: Letra B.

Outras Bancas

20. (FCM/PREF. TIMÓTEO/2022) Avalie as afirmações sobre os números inteiros e positivos.

I - No intervalo de 7 a 20 há mais números ímpares do que pares.
II - A soma dos números ímpares de 4 a 15 é igual à soma dos números pares de 7 a 18.
III - A soma de dois números ímpares é sempre um número par.

Está correto apenas o que se afirma em

A) II.

B) III.

C) I e II.

D) I e III.

Comentários:

Vamos analisar cada uma das afirmativas.

I - No intervalo de 7 a 20 há mais números ímpares do que pares.

Os números **ímpares** nesse intervalo são: 7, 9, 11, 13, 15, 17 e 19.

Os números **pares** nesse intervalo são: 8, 10, 12, 14, 16, 18 e 20.

Observe que temos as **mesmas quantidades** de pares e ímpares. Assim, afirmativa ERRADA.

II - A soma dos números ímpares de 4 a 15 é igual à soma dos números pares de 7 a 18.

Os números **ímpares** nesse intervalo são: 5, 7, 9, 11, 13 e 15.

Quando **somamos** esses números, obtemos 60.

Os números pares nesse intervalo são: 8, 10, 12, 14, 16 e 18.

Quando somamos esses números, obtemos 78.

Note que **a segunda soma é maior que a primeira**. Logo, afirmativa ERRADA.

III - A soma de dois números ímpares é sempre um número par.

Lembre-se que podemos escrever um número ímpar na forma geral: $2n + 1$, em que k é um número inteiro.

A soma de dois números ímpares quaisquer pode ser representada assim:

$$S = (2n_1 + 1) + (2n_2 + 1) \quad \rightarrow \quad S = 2n_1 + 2n_2 + 2$$

Quando colocamos o "2" **em evidência**:

$$S = 2 \cdot (n_1 + n_2 + 1)$$

Chamando $n_1 + n_2 + 1$ de um número inteiro "k".

$$S = 2k$$

Assim, podemos concluir que essa soma resulta em um **número par**. Afirmativa CORRETA.

Gabarito: LETRA B.

21. (IDECAN/IBGE/2022) Um grupo de amigos, cada um deles falou qual a altura. Abaixo temos a tabela com altura de cada um.

Nome	Altura
Daniel	1,58
Matheus	1,72
Rubens	1,63
Pedro	1,80
Jorge	1,67

Coloque em ordem crescente e assinale o item correto.

A) 1,58 > 1,63 > 1,67 > 1,72 > 1,80
B) 1,67 > 1,72 > 1,80 > 1,58 > 1,63
C) 1,58 < 1,63 < 1,67 < 1,72 < 1,80
D) 1,58 < 1,63 < 1,67 > 1,72 > 1,80
E) 1,72 > 1,80 > 1,58 > 1,63 > 1,67

Comentários:

Pessoal, queremos apenas organizar os números em **ordem crescente**, ou seja, **do menor para o maior**. O menor dos números na tabela é o "1,58". Sendo assim, já poderíamos cortar as alternativas B e E.

Note que na **alternativa A**, temos "1,58 > 1,63". Claramente um erro, pois **1,58 não é maior que 1,63**. Da mesma forma, na **alternativa D**, temos "1,67 > 1,72". Outro erro, já que **1,67 não é maior que 1,72**.

Diante disso, a alternativa que trouxe corretamente a ordem crescente das alturas na tabela foi a C.

Gabarito: LETRA C.

22. (FUNDATEC/PREF. IMBÉ/2020) Analise as assertivas abaixo e assinale V, se verdadeiras, ou F, se falsas.

( ) **34 é sucessor de 35.**
( ) **Todo número natural tem antecessor, menos o zero.**
( ) **3,5,7,9,11 é uma sequência de números naturais pares.**

A ordem correta de preenchimento dos parênteses, de cima para baixo, é:

A) F – V – F.
B) V – F – V.
C) F – F – V.

D) V – V – F.

E) F – F – F.

Comentários:

$(\boldsymbol{F})$ **34 é sucessor de 35.**

Assertiva falsa. 34 vem antes do 35, portanto, **é seu antecessor.**

$(\boldsymbol{V})$ **Todo número natural tem antecessor, menos o zero.**

Assertiva verdadeira. Perceba que **o antecessor do $\mathbf{0}$ seria o $\mathbf{-1}$**. No entanto, lembre-se que **$\mathbf{-1}$ não é um número natural**, mas sim, um número inteiro. Qualquer outro natural possuirá um antecessor: o antecessor do 1 será o 0, do 2 será o 1...

$(\boldsymbol{F})$ **3,5,7,9,11 é uma sequência de números naturais pares.**

Assertiva falsa. Os números pares são: $0, 2, 4, 6, \ldots$. Os números apresentados na sequência **são ímpares**.

Gabarito: Letra A.

23. (UNIFIL/PREF. SA SUDOESTE/2020) Assinale a alternativa que representa a quantidade de números pares existentes na sequência {1, 3, 5, 8, 16, 20, 30, 50, 88, 100, 552, 663, 1000, 1114}.

A) 10

B) 20

C) 30

D) 40

Comentários:

Para identificar se um número é par, basta dividi-lo por 2. **Se a divisão for exata, então o número é par. Se a divisão não for exata, então ele é ímpar**. Uma dica para facilitar nossa vida na identificação dos pares é tentar lembrar apenas os primeiros: $\mathbf{0, 2, 4, 6}$ ***e*** $\mathbf{8}$. Qualquer número que termine com um desses algarismos **também será um número par**.

$$\{\mathbf{1}, \mathbf{3}, \mathbf{5}, \mathbf{8}, \mathbf{16}, \mathbf{20}, \mathbf{30}, \mathbf{50}, \mathbf{88}, \mathbf{100}, \mathbf{552}, \mathbf{663}, \mathbf{1000}, \mathbf{1114}\}$$

Os números destacados **são todos pares**. Quando contamos, descobrimos que temos 10 deles.

Gabarito: Letra A.

24. (QUADRIX/CRA PR/2020) Acerca dos conjuntos dos números naturais, dos números inteiros e dos números racionais, de suas operações e de suas propriedades, julgue o item:

a diferença entre dois números naturais é sempre um número natural.

Comentários:
O melhor jeito de julgar assertivas desse tipo é **procurar um exemplo**. Observe quando fazemos a diferença $\mathbf{3-5=-2}$. São dois números naturais que, quando calculamos a sua subtração, **obtemos um número negativo**.

Sabemos que, no conjunto dos números naturais, **não temos números negativos**! Eles vão aparecer **a partir no conjunto dos números inteiros**. Portanto, **o item encontra-se errado** ao afirmar que a diferença entre dois números naturais será sempre um natural. Ela poderá ser um inteiro!

Gabarito: ERRADO.

25. (QUADRIX/CRA-PR/2020) Acerca dos conjuntos dos números naturais, dos números inteiros e dos números racionais, de suas operações e de suas propriedades, julgue o item:

o produto entre dois números naturais é sempre um número natural.

Comentários:
Lembre-se do conjunto dos números naturais:

$$\mathbb{N}=\{0,1,2,3,4,5,6,7\ldots\}$$

Observe que, com exceção do 0, **todos são números positivos**. Sabemos que a multiplicação de dois números positivos **sempre dará um outro número positivo**. Logo, não há perigo de multiplicarmos nenhum dos números do conjunto acima e obter um número negativo (**que sabemos que não é um natural**).

Além disso, **qualquer multiplicação em que um dos fatores seja 0, também dará 0**. Dessa forma, percebemos que **não há como** a multiplicação de dois números naturais não ser um número natural e, portanto, o item está correto.

Gabarito: CERTO.

26. (QUADRIX/CRA-PR/2020) Acerca dos conjuntos dos números naturais, dos números inteiros e dos números racionais, de suas operações e de suas propriedades, julgue o item: o conjunto dos números inteiros está contido no conjunto dos números naturais.

Comentários:
Lembre-se do conjunto dos números naturais:

$$\mathbb{N}=\{0,1,2,3,4,5,6,7\ldots\}$$

Agora, lembre-se do conjunto dos números inteiros:

$$\mathbb{Z} = \{\ldots - 4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 \ldots\}$$

Observe que **não é o conjunto dos inteiros que está contido nos naturais**, é exatamente o contrário! **O conjunto dos números naturais é que está contido no conjunto dos números inteiros**. Muita atenção com esse tipo de abordagem!

Gabarito: ERRADO.

27. (PREF. BARRA VELHA/2020) Marque a alternativa CORRETA em relação a sucessor e antecessor de um número.

A) A diferença entre o sucessor e o antecessor de um número é sempre dois.
B) O sucessor de um número negativo é sempre um número negativo.
C) Todos os números naturais têm antecessor.
D) Nenhuma das alternativas.

Comentários:

A) A diferença entre o sucessor e o antecessor de um número é sempre dois.
Alternativa correta. Seja n um número inteiro qualquer. O **antecessor de n será $n - 1$**. O **sucessor de n será $n + 1$**. Quando fazemos a diferença, obtemos que:

$$\Delta = (n + 1) - (n - 1)$$

$$\Delta = n + 1 - n + 1$$

$$\Delta = 2$$

B) O sucessor de um número negativo é sempre um número negativo.
Alternativa incorreta. Lembre-se que **o sucessor de -1 é o 0**. O número **0 não é negativo**.

C) Todos os números naturais têm antecessor.
Alternativa incorreta. O número **0 não possui antecessor natural**. O antecessor do 0 seria o número -1, que é um número inteiro.

D) Nenhuma das alternativas.
Alternativa incorreta. Verificamos que **a alternativa A está correta**.

Gabarito: Letra A.

28. (FUNDATEC/PREF.PARAÍ/2019) Considere as seguintes afirmações sobre os números naturais:

I. A soma de dois números naturais pares é sempre um número par.
II. A soma de dois números ímpares é sempre um número ímpar.
III. Há infinitos números primos.

Quais estão corretas?
A) Apenas I.
B) Apenas II.
C) Apenas I e II.
D) Apenas I e III.
E) I, II e III.

Comentários:
I. A soma de dois números naturais pares é sempre um número par.
Assertiva verdadeira. Sabemos que se **$\boldsymbol{n_1}$ e $\boldsymbol{n_2}$ são dois números pares**, então eles podem ser escritos na forma $\boldsymbol{n_1 = 2p}$ **e** $\boldsymbol{n_2 = 2q}$. Seja s a soma dos dois, então:

$$s = n_1 + n_2$$
$$s = 2p + 2q$$
$$s = 2 \cdot (p + q)$$

Perceba que **$\boldsymbol{s}$ possui o fator 2** e, portanto, **também é um número par**.

II. A soma de dois números ímpares é sempre um número ímpar.
Assertiva falsa. Para julgar essa afirmativa, é suficiente buscarmos um contraexemplo. Quando somamos 1 e 3, **que são números ímpares**, obtemos 4, **que é um número par**.

III. Há infinitos números primos.
Assertiva verdadeira.

Gabarito: Letra D.

29. (FUNDATEC/PREF. PINHEIRO PRETO/2019) Assinale a alternativa que apresenta apenas números irracionais.
A) $4,2,1$.
B) $\sqrt{2}, \frac{3}{2}, \pi$
C) $\sqrt{2}, \sqrt{5}, \pi$
D) $\sqrt{9}, \sqrt{81}, \sqrt{100}$

E) $\sqrt{2}, \sqrt[3]{8}, \pi$

Comentários:

A) $4, 2, 1.$

Alternativa incorreta. Os números representados na alternativa **são números naturais**.

B) $\sqrt{2}, \frac{3}{2}, \pi$

Alternativa incorreta. Apesar de $\sqrt{2}$ e π serem exemplos de números irracionais, temos que $\frac{3}{2}$ **é um número racional**, uma vez que trata-se de um número com representação decimal finita.

C) $\sqrt{2}, \sqrt{5}, \pi$

Alternativa correta. $\sqrt{2}, \sqrt{5}$ e π são exemplos de números irracionais, já que **são dízimas não periódicas** e, portanto, impossível de convertê-las em uma forma fracionária;

D) $\sqrt{9}, \sqrt{81}, \sqrt{100}$

Alternativa incorreta. Lembre-se que **nem todas as raízes são números irracionais**. Observe que:

$$\sqrt{9} = 3; \qquad \sqrt{81} = 9; \qquad \sqrt{100} = 10$$

Logo, apesar de estarem na forma de raízes, **os números da alternativa são números naturais**.

E) $\sqrt{2}, \sqrt[3]{8}, \pi$

Alternativa incorreta. De fato, $\sqrt{2}$ e π são números irracionais. No entanto, como $\sqrt[3]{8} = 2$, então **temos um número natural na lista**.

Gabarito: Letra C**.**

30. (PREF. PERUÍBE/2019) Em relação ao conjunto dos números reais, é verdade que

A) o produto de dois números irracionais não pode ser um número racional.

B) a soma de dois números irracionais distintos é sempre um número irracional.

C) todo número racional tem uma representação decimal finita.

D) o número $43/71$ não é racional, pois sua representação decimal não é periódica.

E) se a representação decimal infinita de um número é periódica, então esse número é racional.

Comentários:

A) o produto de dois números irracionais não pode ser um número racional.

Alternativa incorreta. Vamos recorrer a um exemplo para mostrar que isso não é verdade. Considere os números irracionais $\sqrt{5}$ **e** $\sqrt{20}$. Quando fazemos o produto desses dois números, obtemos que $\sqrt{5} \times \sqrt{20} = \sqrt{100} = 10$. Note que, **o produto dos dois números irracionais deu um número racional.**

B) a soma de dois números irracionais distintos é sempre um número irracional.

Alternativa incorreta. Vamos recorrer também a um exemplo para mostrar que isso não é verdade. Considere **os números irracionais $1 + \sqrt{3}$ e $1 - \sqrt{3}$**. Vamos somá-los?

$$S = (1 + \sqrt{3}) + (1 - \sqrt{3})$$

$$S = 2$$

Logo, a soma dos números irracionais distintos que escolhemos **resultou em um número natural**!

C) todo número racional tem uma representação decimal finita.

Alternativa incorreta. Isso não é necessariamente verdade! Dízimas periódicas, apesar de possuírem uma representação decimal infinita, **são consideradas números racionais pois podem ser escritas na forma de uma fração** (a chamada fração geratriz).

D) o número $43/71$ não é racional, pois sua representação decimal não é periódica.

Alternativa incorreta. Simplesmente pelo fato de poder ser **representado na forma de uma fração**, **já é suficiente para considerá-lo um número racional**. Além disso, sua representação decimal é periódica.

E) se a representação decimal infinita de um número é periódica, então esse número é racional.

Alternativa correta. Sabemos que se a representação decimal infinita de um número é periódica, então estamos falando das dízimas periódicas. **Qualquer dízima periódica pode ser representada na forma de uma fração geratriz**. Se pode ser representada por fração, então trata-se de um número irracional.

Gabarito: Letra E.

31. (FA-UNESPAR/CM MANDAGUARI/2019) Considerando os conjuntos numéricos, assinale a alternativa CORRETA:

A) O número $\sqrt{2} \in \mathbb{N}$

B) O número $\pi \in \mathbb{Q}$

C) O número $\sqrt{3} \in \mathbb{Q}$

D) O número $\sqrt{36} \in \mathbb{Q}$

Comentários:

A) O número $\sqrt{2} \in \mathbb{N}$

Alternativa incorreta. $\sqrt{2}$ **é um número irracional** e não um número natural.

B) O número $\pi \in \mathbb{Q}$.
Alternativa incorreta. $\mathbb{Q}$ é o conjunto dos números racionais. **O número $\pi = 3,1415 \ldots$ é um número irracional** pois sua representação decimal infinita é aperiódica e, portanto, não pode ser convertido em uma forma fracionária.

C) O número $\sqrt{3} \in \mathbb{Q}$
Alternativa incorreta. $\mathbb{Q}$ é o conjunto dos números racionais. **O número $\sqrt{3} = 1,7320 \ldots$ é um número irracional** pois sua representação decimal infinita é aperiódica e, portanto**, não pode ser convertido em uma forma fracionária**.

D) O número $\sqrt{36} \in \mathbb{Q}$
Alternativa correta. $\sqrt{36} = 6$. Veja que **6 é um número natural** que, como estudamos, está contido no conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$).

Gabarito: LETRA D

Questões Inéditas

32. (Questão Inédita) Em relação aos conjuntos numéricos, marque a alternativa correta.
A) O conjunto dos números inteiros ($\mathbb{Z}$) contém o conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$);
B) O conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$) está contido no conjunto dos números irracionais ($\mathbb{R} - \mathbb{Q}$);
C) O conjunto dos números reais ($\mathbb{R}$) está contido no conjunto dos números naturais ($\mathbb{N}$);
D) O conjunto dos números complexos ($\mathbb{C}$) contém o conjunto dos números reais ($\mathbb{R}$);
E) O conjunto dos números irracionais ($\mathbb{R} - \mathbb{Q}$) contém o conjunto dos números inteiros ($\mathbb{Z}$).

Comentários:
Vamos comentar as alternativas!

A) O conjunto dos números inteiros ($\mathbb{Z}$) contém o conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$);
Errado. Na verdade, **o conjunto dos números inteiros é um subconjunto dos racionais**. Sendo assim, o certo seria dizer que $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.

B) O conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$) está contido no conjunto dos números irracionais ($\mathbb{R} - \mathbb{Q}$);
Errado. Na verdade, esses dois conjuntos **são disjuntos**. Significa que eles não possuem elementos em comum. Logo, não podemos dizer que um está contido no outro.

C) O conjunto dos números reais ($\mathbb{R}$) está contido no conjunto dos números naturais ($\mathbb{N}$);

Errado. O conjunto dos naturais são um subconjunto dos reais. Com isso, o correto seria $\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$.

D) O conjunto dos números complexos ($\mathbb{C}$) contém o conjunto dos números reais ($\mathbb{R}$);
Certo. O conjunto dos número reais é um subconjunto dos complexos. Com isso, podemos dizer que $\mathbb{C} \supset \mathbb{R}$.

E) O conjunto dos números irracionais ($\mathbb{R} - \mathbb{Q}$) contém o conjunto dos números inteiros ($\mathbb{Z}$).
Errado. O conjunto dos irracionais não contem **nenhum** outro dos conjuntos que estudamos.

Gabarito: LETRA D.

33. (Questão Inédita) Em relação aos conjuntos numéricos, marque a alternativa correta.
A) $\pi/2$ é um número racional;
B) ϕ é um número irracional;
C) 0 pertence ao conjunto $\mathbb{Z}^*$;
D) -1 é um número natural;
E) e é um número racional.

Comentários:
A) $\pi/2$ é um número racional;
Errado. O **número π é um número irracional**. Quando o dividimos por 2, o resultado continua sendo um irracional. Lembre-se que o critério para ser um número racional é poder representá-lo na forma de uma fração de **números inteiros**. Por mais que tenhamos uma fração nesse caso, **o numerador é um número irracional** e não um inteiro.

B) ϕ é um número irracional;
CERTO. Essa foi uma pegadinha. Nesse contexto, **ϕ denota o número de ouro** (também conhecido como proporção áurea). Trata-se de um número bastante conhecido no universo da matemática, estando associado a inúmeras situações na **natureza**.

$$\phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \approx 1{,}6180\ldots$$

C) 0 pertence ao conjunto $\mathbb{Z}^*$;
Errado. Quando colocamos asterisco sobrescrito, estamos tirando o número zero do conjunto! Logo, $0 \notin \mathbb{Z}^*$.

D) -1 é um número natural;
Errado. Números negativos **não** são números naturais.

E) e é um número racional.

Errado. "e" representa o **número de Euler**. Assim como o π, trata-se de outro famoso **número irracional** presente no universo da matemática.

$$e \approx 2{,}718281 \ldots$$

Gabarito: LETRA B.

34. (Questão Inédita) Em relação às operações básicas no contexto dos conjuntos numéricos, assinale a alternativa correta.

A) A soma de dois números inteiros pode ser um número irracional;

B) A subtração de dois números naturais é um número natural;

C) A multiplicação de dois números irracionais pode ser um número natural;

D) A divisão de dois números reais é um número inteiro;

E) A soma de números naturais não pode ser um número inteiro.

Comentários:

A) A soma de dois números inteiros pode ser um número irracional;

Errado. A soma de dois números inteiros sempre será um número inteiro. Lembre-se que **todo inteiro é também um número racional**.

B) A subtração de dois números naturais é um número natural;

Errado. Nem sempre, pessoal! Cuidado. Por exemplo, observe: $2 - 4 = -2$. Estamos subtraindo dois números naturais, no caso, "2" e "4" e **o resultado é um número negativo**, que, conforme vimos, não é um número natural.

C) A multiplicação de dois números irracionais pode ser um número natural;

Certo. É isso mesmo, pessoal. Algumas vezes, podemos multiplicar dois números irracionais e terminar encontrando um número natural! Por exemplo, $\mathbf{\sqrt{8} \cdot \sqrt{32} = \sqrt{256} = 16}$.

D) A divisão de dois números reais é um número inteiro;

Errado. Nem sempre, por exemplo, **1/2 é igual a 0,5**, que não é um número inteiro.

E) A soma de dois irracionais não pode ser um número inteiro.

Errado. Pode sim. Por exemplo, considere os números $\sqrt{2} + 1$ e $3 - \sqrt{2}$. **São dois números irracionais, mas que, quando somados, resultam em 4**, um número inteiro.

Gabarito: LETRA C.

35. (Questão Inédita) Com relação aos números pares e ímpares, analise as afirmativas abaixo.

( ) A soma de dois pares é um número par.
( ) A subtração de dois ímpares é um número ímpar.
( ) A divisão de dois números pares é um número par.

Marque a sequência correta.
A) V - F - F
B) V - F - V
C) F - F - V
D) F - F - F
E) V - V - V

Comentários:
( ) A soma de dois pares é um número par.
Certo. A soma de dois números pares é **sempre um par**.

$$2p + 2q = 2(p + q) = 2k$$

( ) A subtração de dois ímpares é um número ímpar.
Errado. A subtração de números ímpares **sempre será um par**.

$$(2p + 1) + (2q + 1) = 2p + 2q + 2 = 2(p + q + 1) = 2k$$

( ) A divisão de dois números pares é um número par.
Errado. Aqui é só usarmos um exemplo! Observe que quando dividimos 6 por 2, vamos obter 3. Logo, podemos obter um **número ímpar** na divisão entre dois pares.

Gabarito: LETRA A.

36. (Questão Inédita) Com relação às operações com números reais, assinale a alternativa incorreta.
A) A soma de números racionais pode ser um número natural;
B) O produto de números irracionais pode ser um número racional;
C) A divisão de números inteiros pode ser um número irracional;
D) A soma de números complexos pode ser um número inteiro;

Comentários:
A) A soma de números racionais pode ser um número natural;
CERTO. Nesses casos em que a questão pergunta sobre a "possibilidade", é suficiente encontrarmos um exemplo. Na situação da alternativa, veja que quando somamos "1,5" com "2,5", que são números racionais, **obtemos o número "4", que é um número racional**, mas também é um número natural.

B) O produto de números irracionais pode ser um número racional;

CERTO. Essas pegadinhas são bem comuns em prova. Podemos sim ter dois números irracionais que, quando multiplicados, resultam em **números racionais**. Por exemplo, $\sqrt{\mathbf{20}} \cdot \sqrt{\mathbf{80}} = \sqrt{\mathbf{1600}} = \mathbf{40}$.

C) A divisão de números inteiros pode ser um número irracional;

ERRADO. A divisão de números inteiros sempre será um número racional. Lembre-se que é dito racional quando ele pode ser representado pela **fração de números inteiros**.

D) A soma de números complexos pode ser um número inteiro;

CERTO. Por exemplo, considere os complexos $z_1 = 2 + i$ e $z_2 = 3 - 1$. Quando fazemos a soma, vamos obter "5", que é um **número inteiro**.

Gabarito: LETRA C.

LISTA DE QUESTÕES

Introdução à Teoria dos Conjuntos

FGV

1. (FGV/PREF. SALVADOR/2019) Em uma classe de 20 estudantes, 12 são meninas. Além disso, dos 20 estudantes, 15 gostam de Matemática. É correto concluir que

a) nenhuma menina gosta de Matemática.

b) todas as meninas gostam de Matemática.

c) no máximo 7 meninas gostam de Matemática.

d) no mínimo 7 meninas gostam de Matemática.

e) exatamente 7 meninas gostam de Matemática.

2. (FGV/PREF. OSASCO/2014) Na matemática, as coleções são chamadas de conjuntos. Se uma coleção tem apenas um elemento, ela é dita um conjunto unitário. Um exemplo de conjunto unitário é a coleção formada pelos números que são:

a) ao mesmo tempo, divisores de 4 e 9;

b) divisores de 4;

c) divisores de 9;

d) maiores que 4 e menores que 9;

e) formados pelos algarismos 4 e 9.

3. (FGV/PREF. OSASCO/2014) Conjunto é o nome dado, na Matemática, a qualquer coleção. Entretanto, uma coleção pode não ter elementos. Nesse caso, diz-se que esse é um conjunto vazio. Um exemplo de conjunto vazio é a coleção:

a) de meses do ano que começam pela letra J;

b) de dias da semana que começam pela letra T;

c) dos números que são, ao mesmo tempo, pares e ímpares;

d) dos números menores que 10 e maiores que 6;

e) das pessoas brasileiras que são casadas.

4. (FGV/CODEBA/2010) Sejam $A = \{0, 1, 2, 3\}$ e $B = \{0, 2, 4\}$ dois conjuntos. Com relação aos conjuntos A e B, analise as afirmativas a seguir:

I. $B \subset A$

II. $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

III. $A \cap B = \{0, 2\}$

Está(ão) correta(s) somente

a) I.
b) II.
c) III.
d) I e II.
e) II e III.

5. (FGV/BADESC/2010) Dado um conjunto A, chamamos subconjunto próprio não vazio de A a qualquer conjunto que pode ser formado com parte dos elementos do conjunto A, desde que:

- algum elemento de A seja escolhido;
- não sejam escolhidos todos os elementos de A.

Sabemos que a quantidade de subconjuntos próprios não vazios de A é 14. A quantidade de elementos de A é igual a:
a) 4
b) 5
c) 6
d) 7
e) 8

6. (FGV/ALESP/2002) São dados os conjuntos: D = divisores de 24 (divisores positivos), M = múltiplos de 3 (múltiplos positivos), S = D ∩ M e n = números de subconjuntos de S. Portanto, n é igual a:
a) 64
b) 16
c) 32
d) 8

Outras Bancas

7. (MPE-GO/MPE-GO/2022) Sejam x e y números tais que os conjuntos $\{0, 8, 2\}$ e $\{x, y, 2\}$ são iguais, podemos afirmar que:
A) $x = 0$ e $y = 8$
B) $x + y = 8$
C) $x < y$
D) $x + 2y = 8$

8. (FUNDATEC/PREF. TRAMANDAÍ/2021) Considerando dois conjuntos, A e B, sendo: A = {2,4,6,8,10,12} e B = {2,4,6,8,10,12,14,16}, assinale a alternativa correta.
A) O conjunto A contém o conjunto B.
B) O conjunto A está contido no conjunto B.

C) O conjunto B está contido no conjunto A.
D) O conjunto B pertence ao conjunto A.

9. (ANPEC/2021) Seja R o conjunto dos números reais. Dado um subconjunto finito $A \subseteq R$, denote por $card(A)$ a sua cardinalidade (ou seja, o número de elementos em A). Classifique a seguinte item como certo ou errado:

Dados dois subconjuntos finitos A, $B \subseteq \mathbb{R}$, se $B \subseteq A$, então $card(B) \leq card(A)$.

10. (QUADRIX/CRA-PR/2022) Considerando o conjunto da frutas F, o conjunto das comidas doces D e o conjunto dos tipos de manga M, julgue o item.

$$M \subset F$$

11. (FUNDATEC/PREF. VIAMÃO/2022) Considerando como universo da variável "x" o conjunto $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, analise as seguintes afirmações e assinale a alternativa correta.

I. $\forall x \in U, x + 1 \text{ é } primo.$
II. $\exists x \in U, 2x + 4 = 5.$
III. $\forall x \in U, x^3 < 40.$

A) Apenas I e II estão corretas.
B) Apenas I e III estão corretas.
C) Apenas II e III estão corretas.
D) Todas estão corretas.
E) Todas estão incorretas.

12. (AVANÇA-SP/PREF. AMERICANA/2023) Das alternativas abaixo, qual apresenta um conjunto vazio:
A) P = {4}.
B) Q = {5,2,9}.
C) R = {0,1;0,6}.
D) S = {0,34; - 0,2}.
E) T = { }.

GABARITO

1. LETRA D
2. LETRA A
3. LETRA C
4. LETRA E
5. LETRA A
6. LETRA B
7. LETRA B
8. LETRA B
9. CERTO
10. CERTO
11. LETRA E
12. LETRA E

LISTA DE QUESTÕES

União, Intersecção, Complementar e Diferença

Outras Bancas

1. (IDIB/GOINFRA/2022) Seja o conjunto A= {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8} e B = {2, 4, 6, 8}. Determine a quantidade de subconjuntos do conjunto C= (A ∩ B) ∪ {1}.

A) 32

B) 26

C) 30

D) 64

E) 2

2. (SELECON/PREF. SÃO GONÇALO/2022) Sejam A e B conjuntos definidos da seguinte maneira:

A = {pessoas que moram em São Gonçalo}

B= {pessoas que trabalham em Niterói}

O conjunto A – (A – B) representa o conjunto cujos elementos são pessoas que:

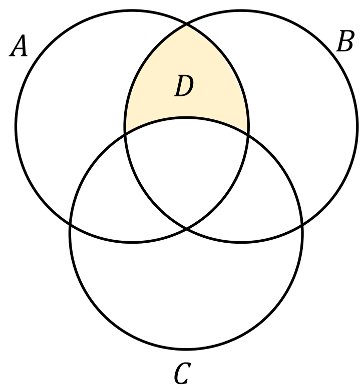
A) moram em São Gonçalo e trabalham em Niterói

B) moram em Niterói e trabalham em São Gonçalo

C) moram em São Gonçalo e não trabalham em Niterói

D) moram em Niterói e não trabalham em São Gonçalo

3. (IDIB/GOINFRA/2022) Sejam A, B e C conjuntos dados na figura a seguir. É correto o que se afirma na alternativa que corresponde ao conjunto D hachurado na figura.



A) $D = (A \cap B) - (A \cap B \cap C)$

B) $D = A \cap B$

C) $D = A \cap B \cap C$

D) $D = (A \cap B) - B$
E) $D = (A \cap C) - B$

4. (FUNDATEC/BM-RS/2022) Considere os conjuntos:

$$\boldsymbol{A = \{1, 2, 3, 18\}}$$
$$\boldsymbol{B = \{1, 2, 3, \ldots, 18\} = \{x \in N \,/\, 0 < x < 19\}}$$

É possível afirmar que $\boldsymbol{A \cap B}$ é dado por:

A) A
B) B
C) $A \cup B$
D) $A \backslash B$
E) $B \backslash A$

5. (INST. CONSULPLAN/PREF. GONÇALVES/2022) Dados os conjuntos $\boldsymbol{A = \{0, 1, 2, 3\}}$ e $\boldsymbol{B = \{2, 4, 5, 6\}}$ e $\boldsymbol{C = \{2, 5, 7, 9\}}$. O conjunto $\boldsymbol{(A \cup B) - (B \cap C)}$ é:

A) $\{0, 1, 3, 4, 6\}$
B) $\{0, 1, 2, 3, 5, 7, 9\}$
C) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
D) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$

6. (IBADE/CRC-RO/2022) Considere os conjuntos A, B e C.

$\boldsymbol{A = \{1, 3, 5, 7, 10\}}$
$\boldsymbol{B = \{0, 3, 4, 5, 7, 9\}}$
$\boldsymbol{C = \{2, 3, 4, 8, 7, 12\}}$

Calcule $\boldsymbol{(A \cup B) \cap C}$:

A) $\{3,4,7\}$
B) $\{1,2,4,5,10\}$
C) $\{2,4,7,9,12\}$
D) $\{0,1,3,4,5,7,10\}$
E) $\{0,1,5,10\}$

7. (IBFC/MGS/2022) Diz-se que dois conjuntos A e B não-vazios são disjuntos se:

A) a união entre A e B for um conjunto vazio
B) se a intersecção entre A e B for um conjunto não vazio
C) se a diferença entre A e B for um conjunto unitário
D) se o conjunto A não tiver elemento comum ao conjunto B

8. (AVANÇASP/PREF. R. CLARO/2021) Qual é a união dos conjuntos $A = \{6, 9, 21\}$ e $B = \{6, 15, 24\}$?

A) $\{6\}$

B) $\{9, 21\}$

C) $\{9, 15, 21, 24\}$

D) $\{6, 9, 15, 21, 24\}$

E) $\{6, 6, 9, 15, 21, 24\}$

9. (OMNI/PREF. S. J. BATISTA/2021) Considere os subconjuntos A e B do conjunto C. Podemos afirmar que o complementar de B em relação a C com interseção com B é:

A) o complementar de C, pois é tudo que tem em C, mas não tem em A e B.

B) o conjunto A.

C) um conjunto vazio.

D) Nenhuma das alternativas.

10. (Legalle/Pref. XV de Novembro/2021) Considere os conjuntos $H = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ e $K = \{2, a, b, s, 6\}$. A diferença entre H e K é:

A) $H - K = \{3, 4, 5\}$

B) $H + K = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

C) $H \cup K = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

D) $H \cap K = \{2, 6\}$

E) $H + K = \{3, 4, 5\}$

FGV

11. (FGV/SSP-AM/2022) Sobre dois conjuntos A e B sabe-se que:

- A união de A e B tem 130 elementos.
- A diferença B – A tem 50 elementos.
- A diferença A – B tem 60 elementos.

Sendo x o número de elementos de A e y o número de elementos de B, o valor de x + y é igual a

A) 110.

B) 120.

C) 130.

D) 140.

E) 150.

12. (FGV/SEFAZ-MS/2006) Os conjuntos A, B e C satisfazem $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$:

a) nunca.

b) se e somente se A = B = C.

c) se e somente se B = C.

d) se e somente se B ∩ C = ∅.
e) sempre.

13. (FGV/SEFAZ-MS/2006) Se X, Y e Z são conjuntos, $X \cap (Y \cup Z) = (X \cap Y) \cup Z$:
a) nunca.
b) se e somente se X = Y = Z.
c) se e somente se $Z \subset X$
d) se e somente se $Z \subset Y$
e) sempre.

CEBRASPE

14. (CESPE/COGE-CE/2019) Segundo o portal cearatransparente.ce.gov.br, em 2018, dos 184 municípios do estado do Ceará, 4 celebraram exatamente 1 convênio com o governo estadual, 22 celebraram exatamente 2 convênios com o governo estadual, e 156 celebraram 3 ou mais convênios com o governo estadual. De acordo com o texto, se, para cada $j = 0, 1, 2, \ldots,$ M_j for o conjunto dos municípios cearenses que celebraram, pelo menos, j convênios com o governo estadual, então o conjunto dos municípios que não celebraram nenhum convênio com o governo do estado será representado pelo conjunto
A) M_0
B) $M_1 - M_0$
C) $M_1 \cap M_0$
D) $M_0 - M_1$
E) $M_0 \cup M_1$

15. (CESPE/TRF-1/2017) Em uma reunião de colegiado, após a aprovação de uma matéria polêmica pelo placar de 6 votos a favor e 5 contra, um dos 11 presentes fez a seguinte afirmação: "Basta um de nós mudar de ideia e a decisão será totalmente modificada." Considerando a situação apresentada e a proposição correspondente à afirmação feita, julgue o próximo item.

Se A for o conjunto dos presentes que votaram a favor e B for o conjunto dos presentes que votaram contra, então o conjunto diferença A\B terá exatamente um elemento.

16. (CESPE/INSS/2015) Julgue o item a seguir, relativos a raciocínio lógico e operações com conjuntos.

Se A, B e C forem conjuntos quaisquer tais que $A, B \subset C$, então $(C \setminus A) \cap (A \cup B) = C \cap B$.

(SUFRAMA/2014) Texto para as próximas questões
Para o conjunto $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, se A for um subconjunto de Ω, indique por $S(A)$ a soma dos elementos de A e considere $S(\emptyset) = 0$. Nesse sentido, julgue o item a seguir.

17. (CESPE/SUFRAMA/2014) Se A e B forem subconjuntos de Ω, tais que $A \subset B$, então $0 \leq S(A) \leq S(B) \leq 55$.

18. (CESPE/SUFRAMA/2014) Se $A \subset \Omega$, e se $\Omega \backslash A$ é o complementar de A em Ω, então $S(\Omega \backslash A) = S(\Omega) - S(A)$.

CESGRANRIO

19. (CESGRANRIO/BR/2015) Dados três conjuntos M, N e P, tem-se que o conjunto $M \cap (N \cup P)$ é igual ao conjunto

a) $M \cap (N \cap P)$
b) $M \cap (N \cup P)$
c) $M \cup (N \cap P)$
d) $(M \cap N) \cup (M \cap P)$
e) $(M \cup N) \cap (M \cup P)$

20. (CESGRANRIO/BASA/2014) O conjunto diferença X - Y, entre dois subconjuntos X e Y de um mesmo conjunto universo U, é definido por:

$$X - Y = \{u \in U / u \in X \ e \ u \notin Y\}$$

Considere três subconjuntos, A, B e C, do mesmo conjunto Universo U. O conjunto $A - (B \cap C)$ é igual ao conjunto

a) $(A - B) \cap (A - C)$.
b) $(A - B) \cup (A - C)$.
c) $(A - B) \cap C$.
d) $(A - B) \cup C$.
e) $(A - B) - C$.

21. (CESGRANRIO/TRANSPETRO/2011) Considere um conjunto U, do qual X é um subconjunto não vazio e próprio. Seja Y o complemento do complemento de X (os complementos sendo considerados em relação a U). Então, a

a) união de X e Y é igual a U.
b) diferença de X e Y é igual a U.
c) intercessão de X e Y é vazia.
d) intercessão de X e Y é igual a U.
e) intercessão de X e Y é igual a X.

Gabarito

1. LETRA A
2. LETRA A
3. LETRA A
4. LETRA A
5. LETRA A
6. LETRA A
7. LETRA D
8. LETRA D
9. LETRA C
10. LETRA A
11. LETRA E
12. LETRA E
13. LETRA C
14. LETRA D
15. ERRADO
16. ERRADO
17. CERTO
18. CERTO
19. LETRA D
20. LETRA B
21. LETRA E

LISTA DE QUESTÕES

Princípio da Inclusão-Exclusão

Outras Bancas

1. (SELECON/PREF. SÃO GONÇALO/2022) Em uma empresa na qual trabalham 116 pessoas, sabe-se que:

- 72 têm ensino médio completo;
- 64 sabem usar o EXCEL;
- 35 têm ensino médio completo e sabem usar o EXCEL.

O número de funcionários dessa empresa que não têm ensino médio completo e não sabem usar o EXCEL é:
A) 13
B) 14
C) 15
D) 16

2. (AOCP/IP PREV/2022) Para conhecer a opinião em relação à possível aplicação de dois fundos de Previdência em um plano aberto de Previdência, identificados por A e B, uma Instituição Financeira aplicou um questionário entre seus conveniados e verificou que:

- 48% de seus conveniados gostariam que o Fundo de Previdência A fosse aplicado em seus planos;
- 35% de seus conveniados gostariam que o Fundo de Previdência B fosse aplicado em seus planos;
- 12% de seus conveniados gostariam que o Fundo de Previdência A e o Fundo de Previdência B fossem aplicados em seus planos.

Dessa forma, é correto afirmar que
A) mais de 30% dos conveniados não responderam ao questionário ou não manifestaram interesse em qualquer um dos dois Fundos de Previdência.
B) o percentual de conveniados que gostariam que somente o Fundo de Previdência A fosse aplicado em seus planos foi de 23%.
C) 71 conveniados gostariam que pelo menos um dos dois Fundos de Previdência fosse aplicado em seus planos.
D) mais de 14 dos conveniados gostariam que somente o Fundo de Previdência B fosse aplicado em seus planos.

E) mais de 70% dos conveniados gostariam que pelo menos um dos dois Fundos de Previdência fosse aplicado em seus planos, A ou B ou ambos.

3. (FUNDATEC/SEPOG-RS/2022) Em uma escola de informática, foram entrevistados 200 alunos. Com a entrevista, pode-se concluir que 61 alunos estudam Matemática, 55 estudam Programação e 50 estudam Raciocínio Lógico. Ainda, 20 alunos estudam Matemática e Programação, 23 estudam Raciocínio Lógico e Programação e 21 estudam Matemática e Raciocínio Lógico. E 12 alunos estudam as três disciplinas, Matemática, Raciocínio Lógico e Programação. Com base nessas informações, é possível concluir que:
A) 86 alunos não estudam nenhuma das três disciplinas.
B) 60 alunos estudam apenas uma das três disciplinas.
C) 34 alunos não estudam nenhuma das três disciplinas.
D) 30 alunos estudam apenas duas disciplinas.
E) 23 alunos estudam apenas matemática.

4. (RBO/ISS-BH/2022) Uma empresa do ramo de turismo abriu processo para a seleção de agentes de viagens. Dos 180 candidatos inscritos, 12 foram eliminados logo no início do processo por não falarem um segundo idioma, o que era pré-requisito na seleção. Dos que ficaram, sabe-se que 78 falam inglês, 20 falam inglês e espanhol, 17 falam inglês e francês, 15 falam francês e espanhol e 5 falam os três idiomas. Sendo assim, assinale a alternativa correta.
A) A quantidade de candidatos que falam espanhol é igual a quantidade de candidatos que falam francês.
B) 50 candidatos falam somente inglês.
C) 46 candidatos falam pelo menos dois idiomas.
D) 49 candidatos falam francês.
E) 126 candidatos falam somente um dos idiomas.

5. (SELECON/PREF. SÃO GONÇALO/2022) Para implantar o ensino a distância, uma escola fez uma pesquisa com todos os seus alunos e foram obtidas as seguintes informações sobre 2 tipos de equipamentos:

- 50% têm notebook;
- 65% têm tablet;
- 20% têm tablet e também notebook.

Sabendo que nessa escola há exatamente 32 alunos que não têm nenhum desses 2 equipamentos, o número total de alunos dessa escola é igual a:
A) 500
B) 540
C) 640
D) 680

6. (UFMT/CBM-MT/2022) De um grupo de 21 policiais, 9 participaram da operação Delta, 11 da operação Águia, 8 da operação Brasa, 4 das operações Delta e Águia, 3 das operações Águia e Brasa, 2 das operações Delta e Brasa e 1 não participou de qualquer das três operações. A partir dessas informações, assinale a alternativa que apresenta o número de policiais que participaram apenas da operação Brasa.

A) 1

B) 3

C) 2

D) 4

E) 0

7. (QUADRIX/CRA-PR/2022) Considerando o conjunto da frutas F, o conjunto das comidas doces D e o conjunto dos tipos de manga M, julgue o item.

O número de elementos do conjunto $F \cup D$ é igual à soma do número de elementos de F com o número de elementos de D.

8. (IBFC/PC-BA/2022) Numa assembleia havia 50 escrivães, sendo que 32 eram destros e 16 eram ambidestros. Nessas condições, e sabendo que todos sabiam escrever, o total de canhotos na assembleia era igual a:

A) 2

B) 34

C) 18

D) 22

E) 16

9. (Inst. AOCP/PM-ES/2022) Para uma pequena apresentação, x músicos foram selecionados. Sobre esses músicos, sabe-se que:

- 48 tocam instrumentos de percussão;
- 72 tocam instrumentos de sopro;
- 39 tocam instrumentos de percussão e sopro.

Sabendo que todos os músicos selecionados tocam instrumentos de percussão ou sopro, é correto afirmar que o valor de x será

A) 159.

B) 132.

C) 120.

D) 98.

E) 81.

10. (FEPESE/CINCATARINA/2022) Numa empresa com 720 funcionários, 300 gostam de vinho, 500 gostam de cerveja e 210 gostam de vinho e cerveja. Quantos funcionários não gostam nem de vinho nem de cerveja?

A) Mais de 175

B) Mais de 150 e menos de 175

C) Mais de 125 e menos de 150

D) Mais de 100 e menos de 125

E) Menos de 100

11. (IBFC/PM-RN/2022) Numa academia de oficiais o tenente verificou que 126 aspirantes gostam de fazer flexões, 87 gostam de agachamento, 46 gostam dos dois. Nessas condições, o total de aspirantes que gostam de somente um dos dois exercícios é representado por um número entre:

A) 100 e 110

B) 112 e 122

C) 123 e 134

D) 135 e 156

E) 158 e 180

FGV

12. (FGV/CM TAUBATÉ/2022) Em uma assembleia com 172 votantes, duas propostas independentes, A e B, foram colocadas em votação. Cada votante votou a favor ou contra cada uma das duas propostas. Sabe-se que 138 votaram a favor da proposta A, 74 votaram a favor da proposta B e 32 votaram contra as duas propostas. O número de votantes que votaram a favor da proposta A e contra a proposta B é

a) 66.

b) 69.

c) 72.

d) 74.

e) 140.

13. (FGV/CM TAUBATÉ/2022) A prefeitura de certo município formou com seus funcionários 3 comissões para examinar assuntos diferentes. Sabe-se que:

- há funcionários que participam de mais de uma comissão.
- cada comissão é formada por 15 funcionários.
- em cada comissão há 5 funcionários que não participam de mais nenhuma outra comissão.
- há 2 funcionários que participam das três comissões.

O número de funcionários que participam de, pelo menos, uma comissão é igual a

a) 29.
b) 31.
c) 36.
d) 39.
e) 43.

14. (FGV/CM TAUBATÉ/2022) Uma empresa disponibilizou 3 cursos de aperfeiçoamento para seus funcionários: o Curso A, o Curso B e o Curso C. Como o horário permitia, cada funcionário poderia se matricular em mais de um curso. Terminado o prazo de matrículas, verificou-se que 8 funcionários se matricularam no curso A, 10 no curso B e 12 no curso C. Havia 4 funcionários matriculados nos cursos A e B, 4 funcionários nos cursos B e C e, também, 4 nos cursos A e C. Sabe-se ainda que há 1 único funcionário matriculado apenas no curso A. O número de funcionários que estão matriculados em ao menos 1 curso é
a) 19.
b) 21.
c) 23.
d) 27.
e) 30.

15. (FGV/SEJUSP-MG/2022) Os conjuntos A, B e C possuem, cada um, 10 elementos e são tais que: A e B possuem elementos em comum, B e C possuem elementos em comum, mas A e C não possuem elementos comuns. Entre os elementos da união dos três conjuntos sabe-se que 8 elementos pertencem apenas ao conjunto A e 5 elementos pertencem apenas ao conjunto C.
O número de elementos que pertencem apenas ao conjunto B é
a) 1.
b) 2.
c) 3.
d) 4.
e) 5.

16. (FGV/SENADO FEDERAL/2022) Um clube tem 180 associados que participam de suas duas atividades sociais. Há 130 frequentadores da cinemateca, enquanto 92 sócios participam das aulas de dança de salão. Sendo assim, é correto afirmar que
a) mais de 40 sócios participam das duas atividades.
b) menos de 30 sócios participam das duas atividades.
c) mais de 55 sócios só vão às aulas de dança.
d) menos de 80 sócios só vão à cinemateca.
e) menos de 45 sócios só vão às aulas de dança.

FCC

17. (FCC/TCE-SP/2015) Em um grupo de 33 operários da construção civil há serralheiros, carpinteiros e pedreiros. Alguns deles exercem mais de uma dessas funções quando necessário. Nesse grupo não há serralheiro que também não seja pedreiro, e 5 dos serralheiros também são carpinteiros. Os carpinteiros que são pedreiros, também são serralheiros. São 12 os serralheiros que não são carpinteiros. Os demais operários exercem apenas uma dessas funções. Com essas informações é possível determinar que o número de operários que exercem mais de uma função supera o número daqueles que exercem apenas uma função em

A) 3.

B) 4.

C) 1.

D) 2.

E) 5.

18. (FCC/SEFAZ-RJ/2014) Em uma grande empresa, 50% dos empregados são assinantes da revista X, 40% são assinantes da revista Y e 60% são assinantes da revista Z. Sabe-se que 20% dos empregados assinam as revistas X e Y, 30% assinam as revistas X e Z, 20% assinam as revistas Y e Z e 10% não assinam nenhuma das revistas. Considerando que existam somente as revistas X, Y e Z, obtém-se que a porcentagem dos empregados que assinam mais que uma revista é igual a

A) 40%

B) 60%

C) 50%

D) 70%

E) 80%

19. (FCC/TRF-3/2014) Em uma construtora, há pelo menos um eletricista que também é marceneiro e há pelo menos um eletricista que também é pedreiro. Nessa construtora, qualquer eletricista é também marceneiro ou pedreiro, mas não ambos. Ao todo são 9 eletricistas na empresa e, dentre esses, são em maior número aqueles eletricistas que são também marceneiros. Há outros 24 funcionários que não são eletricistas. Desses, 15 são marceneiros e 13 são pedreiros. Nessa situação, o maior número de funcionários que podem atuar como marceneiros é igual a

A) 33.

B) 19.

C) 24.

D) 15.

E) 23.

20. (FCC/TRT-19/2014) Mapeando 21 funcionários quanto ao domínio das habilidades A, B e C, descobriu-se que nenhum deles dominava, simultaneamente, as três habilidades. Já com domínio de duas

habilidades simultâneas há, pelo menos, uma pessoa em todas as possibilidades. Também há quem domine apenas uma dessas habilidades seja qual habilidade for. O intrigante no mapeamento é que em nenhum grupo, seja de domínio de uma ou de duas habilidades, há número igual de pessoas. Sabendo-se que o total daqueles que dominam a habilidade A são 12 pessoas e que o total daqueles que dominam a habilidade B também são 12 pessoas, o maior número possível daqueles que só dominam a habilidade C é igual a

A) 3.
B) 1.
C) 2.
D) 4.
E) 5.

21. (FCC/TCE-SP/2014) Dos 46 técnicos que estão aptos para arquivar documentos 15 deles também estão aptos para classificar processos e os demais estão aptos para atender ao público. Há outros 11 técnicos que estão aptos para atender ao público, mas não são capazes de arquivar documentos. Dentre esses últimos técnicos mencionados, 4 deles também são capazes de classificar processos. Sabe-se que aqueles que classificam processos são, ao todo, 27 técnicos. Considerando que todos os técnicos que executam essas três tarefas foram citados anteriormente, eles somam um total de

A) 58
B) 65
C) 76
D) 53
E) 95

CEBRASPE

22. (CESPE/FUNPRESP-EXE/2022) A seguir, são apresentadas informações obtidas a partir de uma pesquisa realizada com 1.000 pessoas.

- 480 possuem plano de previdência privada;
- 650 possuem aplicações em outros tipos de produtos financeiros;
- 320 não possuem aplicação em nenhum produto financeiro.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item seguinte.

Há mais pessoas que não possuem aplicações em nenhum produto financeiro que pessoas que possuem simultaneamente plano de previdência privada e aplicações em outros produtos financeiros.

23. (CESPE/ME/2020) O setor de gestão de pessoas de determinada empresa realiza regularmente a análise de pedidos de férias e de licenças dos seus funcionários. Os pedidos são feitos em processos, em que o funcionário solicita apenas férias, apenas licença ou ambos (férias e licença). Em determinado dia,

30 processos foram analisados, nos quais constavam 15 pedidos de férias e 23 pedidos de licenças. Com base nessa situação hipotética, julgue o item que se segue.

A quantidade de processos analisados nesse dia que eram referentes apenas a pedido de férias é igual a 8.

24. (CESPE/PREF. B dos COQUEIROS/2020) Em uma pesquisa feita com um grupo de 100 turistas que visitavam Aracaju, verificou-se que todos eles tinham visitado pelo menos duas das seguintes praias: Atalaia, Aruana e da Costa. A tabela a seguir mostra quantos desses turistas visitaram as referidas praias.

Praias Visitadas	Número de Turistas
Atalaia e Aruana	**40**
Atalaia e da Costa	**40**
Aruana e da Costa	**40**

Com base nessas informações, julgue os itens seguintes.

I. Menos de 40 turistas visitaram a praia de Atalaia.
II. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou apenas uma das praias citadas.
III. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou todas as três praias citadas.

Assinale a opção correta.
A) Apenas o item II está certo.
B) Apenas o item III está certo.
C) Apenas os itens I e II estão certos.
D) Apenas os itens I e III estão certos.
E) Todos os itens estão certos.

25. (CESPE/TJ-PR/2019) Em determinado tribunal, os conselheiros atuam nos conselhos I, II e III, podendo atuar em apenas um, em dois ou em todos os conselhos, como mostra a tabela seguinte.

Quantidade de Conselheiros	Conselho de Atuação
35	I
25	II
24	III
10	I e II
12	I e III
8	II e III
4	I, II e III

Nesse caso, a quantidade de conselheiros que atuam em, no máximo, um dos conselhos é igual a

A) 26.

B) 36.

C) 50.

D) 58.

E) 84.

26. (CESPE/IFF/2018) Em uma consulta a 600 estudantes de uma escola acerca da preferência deles entre teatro ou cinema, apenas 50 deles não gostam de cinema nem de teatro. Entre os demais, 370 gostam de teatro e 420 gostam de cinema. Nesse caso, a quantidade desses estudantes que gostam de teatro e cinema é igual a

A) 50.

B) 130.

C) 180.

D) 240.

E) 370.

CESGRANRIO

27. (CESGRANRIO/TRANSPETRO/2018) Um grupo de fornecedores foi dividido em três conjuntos, de acordo com o atendimento a três critérios de qualidade, denominados critérios A, B e C. Após uma análise, observou-se que apenas quatro empresas atendem aos três critérios; seis empresas atendem aos critérios B e C; dez empresas atendem ao critério C, mas não atendem ao A; doze empresas atendem ao critério B, mas não atendem ao A, e vinte e três empresas atendem a, pelo menos, um dos critérios A ou B. Considerando-se que nesse grupo de fornecedores não existe empresa que não atenda a, pelo menos, um dos três critérios, o número total de empresas desse grupo, isto é, $n(AUBUC)$, é igual a

a) 21

b) 25

c) 27

d) 29

e) 31

28. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2017) Os conjuntos P e Q têm p e q elementos, respectivamente, com $p + q = 13$. Sabendo-se que a razão entre o número de subconjuntos de P e o número de subconjuntos de Q é 32, quanto vale o produto pq?

a) 16

b) 32

c) 36

d) 42

e) 46

29. (CESGRANRIO/IBGE/2014) Em uma central de telemarketing com 42 funcionários, todos são atenciosos ou pacientes. Sabe-se que apenas 10% dos funcionários atenciosos são pacientes e que apenas 20% dos funcionários pacientes são atenciosos. Quantos funcionários são atenciosos e pacientes?

a) 1
b) 3
c) 9
d) 12
e) 27

Vunesp

30. (VUNESP/TJ-SP/2019) São três os conjuntos. A totalidade de elementos que estão nesses três conjuntos é 42. A totalidade de elementos que estão em dois, e apenas dois desses conjuntos, é 42. A totalidade de elementos que estão em um, e apenas um desses conjuntos é 42. Sabendo que em todas as seções e interseções desses três conjuntos há pelo menos um elemento, e que não há seção e nem mesmo interseção com um mesmo número de elementos, então o maior número possível para o total de elementos de um desses três conjuntos é

A) 132.
B) 120.
C) 110.
D) 124.
E) 118.

31. (VUNESP/TJ-SP/2018) Em um grupo de 100 esportistas que praticam apenas os esportes A, B ou C, sabe-se que apenas 12 deles praticam os três esportes. Em se tratando dos esportistas que praticam somente dois desses esportes, sabe-se que o número dos que praticam os esportes A e B é 2 unidades menor que o número dos que praticam os esportes A e C, e o número dos esportistas que praticam B e C excede em 2 unidades o número de esportistas que praticam os esportes A e C. Sabe-se, ainda, que exatamente 26, 14 e 12 esportistas praticam, respectivamente, apenas os esportes A, B e C. Dessa forma, o número total de esportistas que praticam o esporte A é

A) 56.
B) 54.
C) 62.
D) 58.
E) 60.

32. (VUNESP/TJM-SP/2021) Em um grupo de 109 atletas, 48 são homens. Cada um desses atletas pratica handebol ou natação, mas somente um esporte por atleta. Entre os homens, 22 jogam handebol e, no total, 50 atletas praticam natação. O número de mulheres que jogam handebol é

A) 34.

B) 37.

C) 40.

D) 43.

E) 46.

Gabarito

1. LETRA C
2. LETRA E
3. LETRA A
4. LETRA E
5. LETRA C
6. LETRA D
7. ERRADO
8. LETRA B
9. LETRA E
10. LETRA C
11. LETRA B
12. LETRA A
13. LETRA A
14. LETRA A
15. LETRA C
16. LETRA A
17. LETRA C
18. LETRA C
19. LETRA E
20. LETRA A
21. LETRA B
22. ERRADO
23. ERRADO
24. LETRA A
25. LETRA B
26. LETRA D
27. LETRA E
28. LETRA C
29. LETRA B
30. LETRA B
31. LETRA E
32. LETRA B

LISTA DE QUESTÕES

Introdução aos Conjuntos Numéricos

Outras Bancas

1. (QUADRIX/CRF-GO/2022) Considere-se que o conjunto A seja dado por $A = \{-3, -1, 1, 7, 10\}$. O conjunto B seja o conjunto de todos os números naturais e o conjunto C seja o conjunto de todos os números racionais. Com base nessas informações, julgue o item.

O conjunto $A \cap B \cap C$ é o conjunto vazio.

2. (QUADRIX/CRF-GO/2022) Considere-se que o conjunto A seja dado por $A = \{-3, -1, 1, 7, 10\}$. O conjunto B seja o conjunto de todos os números naturais e o conjunto C seja o conjunto de todos os números racionais. Com base nessas informações, julgue o item.

$A \cap B = A - \{-1, -2, -3\}$.

3. (QUADRIX/CRBM-3/2022) Sendo $A = \{-5, 1, 3, 5, 7\}$, $B = \{2, 3, 4, 6, 8\}$, $\mathbb{N}$o conjunto dos números naturais, $\emptyset$ o conjunto vazio e $\mathbb{Q}$ o conjunto dos números racionais, julgue o item.

$(A \cup B) \cap \mathbb{N} \neq \emptyset$.

4. (IDECAN/SEFAZ-RR/2022) Seja $A = \{1, 2, e, 3, \pi, 4, 5, 6, 7\}$, $\mathbb{N}$ o conjunto dos naturais, $\mathbb{Z}$ conjuntos dos inteiros e $\mathbb{Q}$ conjunto dos racionais. Determine o conjunto E, fruto da operação $E = A \cap [(\mathbb{N} \cap \mathbb{Q}) \cup \mathbb{Z}]$.

A) $E = \{e, \pi\}$
B) $E = \emptyset$
C) $E = \{2,4,6\}$
D) $E = \mathbb{Z}$
E) $E = \{1,2,3,4,5,6,7\}$

5. (AOCP/CM BAURU/2022) Dentre as seguintes alternativas, qual delas NÃO apresenta um número que pertença ao conjunto dos Irracionais?

A) π
B) $\sqrt{5}$
C) e
D) 4,2324252627...
E) $\sqrt[3]{64}$

6. (IDECAN/CBM-ES/2022) Assinale o item no qual o elemento corresponde ao número que não pertence ao conjunto dos irracionais.

A) $\sqrt{2}+1$

B) π

C) e

D) $\sqrt{3}/2$

E) $\sqrt[3]{8}$

7. (AOCP/CM BAURU/2022) Dado os conjuntos numéricos: Naturais, Inteiros, Racionais e Irracionais, é correto afirmar que

A) todo número Racional é também um número Irracional.

B) todo número Irracional é também um número Racional.

C) todo número Inteiro é também um número Racional.

D) todo número Racional é também um número Inteiro.

E) todo número Inteiro é também um número Natural.

Inéditas

8. (Questão Inédita) Marque a alternativa que apresenta um conjunto em que todos os seus elementos são números naturais.

A) $A = \{-1, 0, 2, 3, 100\}$

B) $B = \{1{,}3;\ 0;\ 1{,}2; 12{,}1;\ 5{,}9\}$

C) $C = \{25, 5, 6, 10\}$

D) $D = \{\sqrt{2}, \sqrt{5}, \sqrt{3}, \sqrt{10}\}$

E) $E = \{-3, -2, -1, 0\}$

9. (Questão Inédita) Analise as afirmativas abaixo, assinalando V para as verdadeiras e F para as falsas.

I. 0 é antecessor de -1;
II. π é um número racional;
III. Todo número irracional é um número real.

Marque a alternativa com a ordem correta.

A) V - V -F

B) F - F - V

C) F - F - F

D) V - F - V

E) F - V - V

10. (Questão Inédita) Considerando a seguinte notação para os conjuntos numéricos:

$\mathbb{N}$ denota o conjunto dos números naturais;
$\mathbb{Z}$ denota o conjunto dos números inteiros;
$\mathbb{Q}$ denota o conjunto dos números racionais;
$\mathbb{R}$ denota o conjunto dos números reais;
$\mathbb{C}$ denota o conjunto dos números complexos;

Marque a alternativa incorreta.

A) O número $2 \in \mathbb{C}$**;**

B) O número $\sqrt{5} \in (\mathbb{R} - \mathbb{Q})$;

C) O número $-10 \in \mathbb{N}$;

D) O número $\sqrt{100} \in \mathbb{Z}$;

E) O número $\pi \in \mathbb{R}$.

11. (Questão Inédita) Em relação aos conjuntos numéricos, marque a alternativa correta.

A) O conjunto dos números inteiros ($\mathbb{Z}$) contém o conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$);

B) O conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$) está contido no conjunto dos números irracionais ($\mathbb{R} - \mathbb{Q}$);

C) O conjunto dos números reais ($\mathbb{R}$) está contido no conjunto dos números naturais ($\mathbb{N}$);

D) O conjunto dos números complexos ($\mathbb{C}$) contém o conjunto dos números reais ($\mathbb{R}$);

E) O conjunto dos números irracionais ($\mathbb{R} - \mathbb{Q}$) contém o conjunto dos números inteiros ($\mathbb{Z}$).

12. (Questão Inédita) Em relação aos conjuntos numéricos, marque a alternativa correta.

A) $\pi/2$ é um número racional;

B) ϕ é um número irracional;

C) 0 pertence ao conjunto $\mathbb{Z}^*$;

D) -1 é um número natural;

E) e é um número racional.

GABARITO

1. ERRADO
2. CERTO
3. CERTO
4. LETRA E
5. LETRA E
6. LETRA E
7. LETRA C
8. LETRA C
9. LETRA B
10. LETRA C
11. LETRA D
12. LETRA B

LISTA DE QUESTÕES

Problemas

FGV

1. (FGV/IMBEL/2021) Sabe-se que a soma de dez números naturais é par. Em relação a esses dez números é correto afirmar que

A) todos são, obrigatoriamente, pares.

B) todos são, obrigatoriamente, ímpares.

C) pelo menos um deles é par.

D) a quantidade de números pares é ímpar.

E) a quantidade de números ímpares é par.

2. (FGV/MEC/2009) Sejam X e Y dois números inteiros positivos. Se $X^2 + Y^2$ é ímpar, então se pode afirmar de maneira correta que:

A) X^Y é par.

B) Y^X é par.

C) XY é par.

D) $X - Y$ é par.

E)$X + Y$ é par.

3. (FGV/SEFAZ-MS/2006) O maior número inteiro que é menor que ou igual a -5,7 é:

A) -6

B) -5

C) -4

D) -3

E) -2

4. (FGV/ALESP/2002) Um número racional qualquer:

A) Tem sempre um número finito de ordens (casas) decimais.

B) Tem sempre um número infinito de ordens (casas) decimais.

C) Não se pode expressar em forma decimal exata.

D) Tem sempre como denominador um número diferente de zero.

5. (FGV/AL-MT/2013) Suponha que o valor da expressão $\frac{5x}{6} - \frac{x}{2}$ seja um número inteiro. O valor de x é necessariamente

A) positivo.

B) par.

C) múltiplo de 3.
D) múltiplo de 6.
E) múltiplo de 12.

FCC

6. (FCC/PGE-AM/2022) Se escrevermos os números inteiros de 0 a 100, o número de vezes que aparecerá o algarismo 7 é:
A) 10
B) 11
C) 21
D) 19
E) 20

7. (FCC/PREF. SJRP/2019) Um número é dito palíndromo se é o mesmo quando lido da esquerda para a direita ou da direita para a esquerda. Por exemplo, 5225 é um palíndromo de quatro algarismos. Considere X o maior palíndromo de quatro algarismos e Y o menor palíndromo de cinco algarismos. A soma X + Y é:
A) 20000
B) 20020
C) 20099
D) 20902
E) 20202

8. (FCC/TRT-6/2006) Se x e y são números inteiros tais que x é par e y é ímpar, então é correto afirmar que
A) x + y é par.
B) x + 2y é ímpar.
C) 3x − 5y é par.
D) x . y é ímpar.
E) 2x − y é ímpar.

9. (FCC/SEDU-ES/2016) Dados os conjuntos

$$\boldsymbol{A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x < 9\}}$$

$$\boldsymbol{B = \{y \in \mathbb{R} \mid -7 \leq y \leq 5\}}$$

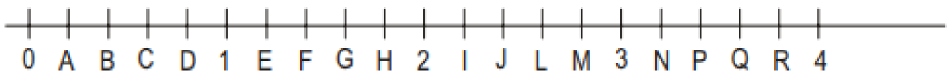
$$\boldsymbol{C = \{z \in \mathbb{R} \mid -5 \leq z < 3\}}$$

$$\boldsymbol{D = (A \cap B) \cup C}$$

Pode-se concluir, corretamente, que a quantidade de números inteiros que pertencem ao conjunto D é igual a

A) 8.
B) 10.
C) 11.
D) 9.
E) 12.

10. (FCC/PREF. SANTOS/2005) Na reta numérica representada abaixo, cada unidade está dividida em 5 partes iguais. As letras indicam os pontos das extremidades de cada parte. O número irracional $\sqrt{12} - \sqrt{5}$ pode ser localizado nesta reta entre os pontos.



A) C e D
B) E e F
C) G e H
D) J e L
E) N e P

CEBRASPE

11. (CESPE/PREF. SÃO CRISTOVÃO/2019) Considerando as propriedades e as operações fundamentais dos números inteiros, racionais, irracionais e reais, julgue o item a seguir:

O produto de dois números racionais é sempre um número racional. O mesmo é válido para números irracionais: o produto de dois números irracionais é sempre um número irracional.

12. (CESPE/PREF. SÃO CRISTOVÃO/2019) Considerando as propriedades e as operações fundamentais dos números inteiros, racionais, irracionais e reais, julgue o item a seguir:

Todo conjunto não vazio de números inteiros positivos possui um menor elemento, isto é, se S é um conjunto de números inteiros positivos, não vazio, então existe $s \in S$ tal que $s \leq x$, para todo $x \in S$. Essa mesma propriedade é também válida para conjuntos não vazios de números reais positivos.

13. (CESPE/SEDF/2017) O resultado da soma dos números reais a e b será um número racional se, e somente se, cada um dos números a e b for um número racional.

14. (CESPE/MDIC/2014) Lúcio, Breno, Cláudia e Denise abriram a loja virtual Lik, para a qual, no ato de abertura, Lúcio contribuiu com R$ 10.000,00; Breno, com R$ 15.000,00; Cláudia, com R$ 12.000,00; e

Denise, com R$ 13.000,00. Os lucros obtidos por essa loja serão distribuídos de forma diretamente proporcional à participação financeira de cada um dos sócios no ato de abertura da loja. A partir dessas informações, julgue o item a seguir:

Se M for a quantidade média de acessos por minuto ao sítio eletrônico da loja Lik e $M^2 = 0{,}8$, então M será um número irracional menor que 0,8.

15. (CESPE/SEE-AL/2013) Sabendo que os números racionais são, precisamente, as dízimas periódicas, julgue os itens seguintes acerca de números e dízimas periódicas e não periódicas. Um número é irracional se, e somente se pode ser representado por uma dízima não periódica.

16. (CESPE/TRE-RJ/2012) Para cada subconjunto A $de\ \Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, defina $P(A)$ como o produto dos elementos de A e adote a convenção $P(\emptyset) = 1$. Com base nessa situação, julgue o item a seguir:

Se $A \subset \Omega$ e se algum elemento de A é um número ímpar, então $P(A)$ será, necessariamente, um número ímpar.

17. (CESPE/SEDUC-AM/2011) Acerca de números inteiros, divisibilidade, números racionais e reais, julgue o item subsequente:

Existem números irracionais p e q, com $p \neq q$, tais que o produto $p \times q$ é um número racional.

18. (CESPE/FINEP/2009) Se $s = r\sqrt{2}$ em que r e s são números racionais, e se $s \in [-2, 2]$, então s é igual a

A) -2.
B) -1.
C) 0.
D) 1.
E) 2.

19. (CESPE/SEDUC/2009) Julgue os itens relativos a números reais.

I. $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$ e $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}}$ são, ambos, números irracionais.
II. Se u e v são números inteiros e se $u^2 > v^2$, então $u > v$.
III. Se m e n são números inteiros e se $m \times n$ é um número par, então pelo menos um deles, m ou n, é um número par.
IV. Se a e b são números inteiros e se $a \neq 0$, então a^b é um número inteiro.
V. A dízima 0,2222... representa um número racional.

Estão certos apenas os itens.

A) I e IV.

B) III e V.

C) I, II e III.

D) II, IV e V.

Outras Bancas

20. (FCM/PREF. TIMÓTEO/2022) Avalie as afirmações sobre os números inteiros e positivos.

I - No intervalo de 7 a 20 há mais números ímpares do que pares.
II - A soma dos números ímpares de 4 a 15 é igual à soma dos números pares de 7 a 18.
III - A soma de dois números ímpares é sempre um número par.

Está correto apenas o que se afirma em

A) II.

B) III.

C) I e II.

D) I e III.

21. (IDECAN/IBGE/2022) Um grupo de amigos, cada um deles falou qual a altura. Abaixo temos a tabela com altura de cada um.

Nome	Altura
Daniel	1,58
Matheus	1,72
Rubens	1,63
Pedro	1,80
Jorge	1,67

Coloque em ordem crescente e assinale o item correto.

A) 1,58 > 1,63 > 1,67 > 1,72 > 1,80

B) 1,67 > 1,72 > 1,80 > 1,58 > 1,63

C) 1,58 < 1,63 < 1,67 < 1,72 < 1,80

D) 1,58 < 1,63 < 1,67 > 1,72 > 1,80

E) 1,72 > 1,80 > 1,58 > 1,63 > 1,67

22. (FUNDATEC/PREF. IMBÉ/2020) Analise as assertivas abaixo e assinale V, se verdadeiras, ou F, se falsas.

( ) **34 é sucessor de 35.**

( ) Todo número natural tem antecessor, menos o zero.
( ) 3,5,7,9,11 é uma sequência de números naturais pares.

A ordem correta de preenchimento dos parênteses, de cima para baixo, é:
A) F – V – F.
B) V – F – V.
C) F – F – V.
D) V – V – F.
E) F – F – F.

23. (UNIFIL/PREF. SA SUDOESTE/2020) Assinale a alternativa que representa a quantidade de números pares existentes na sequência {1, 3, 5, 8, 16, 20, 30, 50, 88, 100, 552, 663, 1000, 1114}.
A) 10
B) 20
C) 30
D) 40

24. (QUADRIX/CRA PR/2020) Acerca dos conjuntos dos números naturais, dos números inteiros e dos números racionais, de suas operações e de suas propriedades, julgue o item:

a diferença entre dois números naturais é sempre um número natural.

25. (QUADRIX/CRA-PR/2020) Acerca dos conjuntos dos números naturais, dos números inteiros e dos números racionais, de suas operações e de suas propriedades, julgue o item:

o produto entre dois números naturais é sempre um número natural.

26. (QUADRIX/CRA-PR/2020) Acerca dos conjuntos dos números naturais, dos números inteiros e dos números racionais, de suas operações e de suas propriedades, julgue o item: o conjunto dos números inteiros está contido no conjunto dos números naturais.

27. (PREF. BARRA VELHA/2020) Marque a alternativa CORRETA em relação a sucessor e antecessor de um número.
A) A diferença entre o sucessor e o antecessor de um número é sempre dois.
B) O sucessor de um número negativo é sempre um número negativo.
C) Todos os números naturais têm antecessor.
D) Nenhuma das alternativas.

28. (FUNDATEC/PREF.PARAÍ/2019) Considere as seguintes afirmações sobre os números naturais:

I. A soma de dois números naturais pares é sempre um número par.
II. A soma de dois números ímpares é sempre um número ímpar.
III. Há infinitos números primos.

Quais estão corretas?
A) Apenas I.
B) Apenas II.
C) Apenas I e II.
D) Apenas I e III.
E) I, II e III.

29. (FUNDATEC/PREF. PINHEIRO PRETO/2019) Assinale a alternativa que apresenta apenas números irracionais.
A) $4,2,1.$
B) $\sqrt{2}, \frac{3}{2}, \pi$
C) $\sqrt{2}, \sqrt{5}, \pi$
D) $\sqrt{9}, \sqrt{81}, \sqrt{100}$
E) $\sqrt{2}, \sqrt[3]{8}, \pi$

30. (PREF. PERUÍBE/2019) Em relação ao conjunto dos números reais, é verdade que
A) o produto de dois números irracionais não pode ser um número racional.
B) a soma de dois números irracionais distintos é sempre um número irracional.
C) todo número racional tem uma representação decimal finita.
D) o número $43/71$ não é racional, pois sua representação decimal não é periódica.
E) se a representação decimal infinita de um número é periódica, então esse número é racional.

31. (FA-UNESPAR/CM MANDAGUARI/2019) Considerando os conjuntos numéricos, assinale a alternativa CORRETA:
A) O número $\sqrt{2} \in \mathbb{N}$
B) O número $\pi \in \mathbb{Q}$
C) O número $\sqrt{3} \in \mathbb{Q}$
D) O número $\sqrt{36} \in \mathbb{Q}$

Questões Inéditas

32. (Questão Inédita) Em relação aos conjuntos numéricos, marque a alternativa correta.
A) O conjunto dos números inteiros ($\mathbb{Z}$) contém o conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$);
B) O conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$) está contido no conjunto dos números irracionais ($\mathbb{R} - \mathbb{Q}$);

C) O conjunto dos números reais ($\mathbb{R}$) está contido no conjunto dos números naturais ($\mathbb{N}$);
D) O conjunto dos números complexos ($\mathbb{C}$) contém o conjunto dos números reais ($\mathbb{R}$);
E) O conjunto dos números irracionais ($\mathbb{R} - \mathbb{Q}$) contém o conjunto dos números inteiros ($\mathbb{Z}$).

33. (Questão Inédita) Em relação aos conjuntos numéricos, marque a alternativa correta.
A) $\pi/2$ é um número racional;
B) ϕ é um número irracional;
C) 0 pertence ao conjunto $\mathbb{Z}^*$;
D) -1 é um número natural;
E) e é um número racional.

34. (Questão Inédita) Em relação às operações básicas no contexto dos conjuntos numéricos, assinale a alternativa correta.
A) A soma de dois números inteiros pode ser um número irracional;
B) A subtração de dois números naturais é um número natural;
C) A multiplicação de dois números irracionais pode ser um número natural;
D) A divisão de dois números reais é um número inteiro;
E) A soma de números naturais não pode ser um número inteiro.

35. (Questão Inédita) Com relação aos números pares e ímpares, analise as afirmativas abaixo.

( ) A soma de dois pares é um número par.
( ) A subtração de dois ímpares é um número ímpar.
( ) A divisão de dois números pares é um número par.

Marque a sequência correta.
A) V - F - F
B) V - F - V
C) F - F - V
D) F - F - F
E) V - V - V

36. (Questão Inédita) Com relação às operações com números reais, assinale a alternativa incorreta.
A) A soma de números racionais pode ser um número natural;
B) O produto de números irracionais pode ser um número racional;
C) A divisão de números inteiros pode ser um número irracional;
D) A soma de números complexos pode ser um número inteiro;

Gabarito

1. LETRA E
2. LETRA C
3. LETRA A
4. LETRA D
5. LETRA C
6. LETRA E
7. LETRA A
8. LETRA E
9. LETRA C
10. LETRA B
11. ERRADO
12. ERRADO
13. ERRADO
14. ERRADO
15. CERTO
16. ERRADO
17. CERTO
18. LETRA C
19. LETRA B
20. LETRA B
21. LETRA C
22. LETRA A
23. LETRA A
24. ERRADO
25. CERTO
26. ERRADO
27. LETRA A
28. LETRA D
29. LETRA C
30. LETRA E
31. LETRA D
32. LETRA D
33. LETRA B
34. LETRA C
35. LETRA A
36. LETRA C

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:

PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.