Aula 00

PC-SP (Polícia Científica - Fotógrafo Técnico-Pericial) Noções de Raciocínio Lógico

Autor:

20 de Janeiro de 2023

Índice

1) Frações 3
2) Razão e Proporção 44
3) Proporcionalidade 75
4) Questões Comentadas - Frações - Multibancas 97
5) Questões Comentadas - Razão e Proporção - Multibancas 180
6) Questões Comentadas - Proporcionalidade - Multibancas 241
7) Lista de Questões - Frações - Multibancas 307
8) Lista de Questões - Razão e Proporção - Multibancas 330
9) Lista de Questões - Proporcionalidade - Multibancas 348

FRAÇÕES

Frações

Revisão sobre Mínimo Múltiplo Comum (MMC)

Múltiplos de um número

Um número inteiro **A é múltiplo de um número inteiro B** quando **A pode ser descrito por B** × **k**, sendo **k** um número inteiro.

Exemplo: os números da forma **A** = **7**×**k** são múltiplos **de 7** (sendo **k** inteiro).

Números primos

Números primos são números naturais maiores do que 1 que possuem **somente dois divisores** naturais: o número 1 e o próprio número primo.

• Os 15 primeiros números primos são: **2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47.**

Decomposição em fatores primos

Para decompor um número em fatores primos, devemos dividir o número em questão sucessivas vezes pelos números primos na sequência 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, etc., mudando de número primo sempre que o número obtido não for divisível pelo primo selecionado.

Existe uma **forma não metodológica** de se obter a decomposição em fatores primos. Essa forma **costuma ser mais rápida** especialmente para números mais simples

Mínimo Múltiplo Comum (MMC)

Para obter o **MMC** entre **N** números, devemos proceder do seguinte modo:

• Decompor todos os números em fatores primos;

• Selecionar **todos** os números primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

Existe um método prático para determinar o MMC entre **N** números. Trata-se do **método da decomposição simultânea em fatores primos**.

Para realizar a decomposição simultânea de **N** números em fatores primos, devemos dividir simultaneamente os números em questão sucessivas vezes pelos números primos na sequência 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, etc., mudando de número primo sempre que **todos** os números obtidos não forem divisíveis pelo primo selecionado.

• Quando temos que realizar um **MMC** de **N** números e no meio desses números temos que $\boldsymbol{a}$ **é múltiplo** de $\boldsymbol{b}$, podemos eliminar $\boldsymbol{b}$ do cálculo do MMC.

• Se tivermos **N** números e um deles é **múltiplo de todos os outros**, esse número é o **MMC**.

Introdução às frações

$$\frac{a}{b}\quad\begin{array}{l}\longrightarrow \text{Numerador}\\ \longrightarrow \text{Denominador}\end{array}$$

Considere uma fração com um numerador inteiro $\boldsymbol{a}$ e com um denominador inteiro $\boldsymbol{b}$, representada por $\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}$. Dizemos que a fração é **irredutível** quando $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ **não apresentam fatores primos em comum**. Em outras palavras, uma fração $\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}$ é **irredutível** quando $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ **são primos entre si**.

Para **somar e subtrair** frações, devemos transformar todas as frações em **frações equivalentes com o mesmo denominador**.

Para realizar a **multiplicação de frações**, realiza-se a multiplicação dos numeradores e a multiplicação dos denominadores.

Para realizar a **divisão** de uma fração pela outra, devemos inverter a segunda fração e realizar a multiplicação.

Para **comparar frações**, devemos encontrar frações equivalentes que apresentem o mesmo denominador.

Problemas envolvendo frações

A palavra "**de**" costuma significar uma **multiplicação**.
Uma forma prática de se **obter o todo a partir da parte** do problema é utilizar o recurso "**inverte e multiplica**".
Dada uma fração $\boldsymbol{a/b}$, a **fração complementar** corresponde a $\mathbf{1} - \boldsymbol{a/b}$.

Quando nos deparamos com problemas envolvendo frações, um recurso importante para resolvê-los consiste em **modelar o problema atribuindo uma incógnita a determinado valor que se desconhece**.

Dízima periódica

O **período** é a porção que se repete em uma dízima periódica.

- Um número da forma $\mathbf{0,AAA\ldots = 0,\overline{A}}$ corresponde a $\frac{\mathrm{A}}{9}$;
- Um número da forma $\mathbf{0,ABABAB\ldots = 0,\overline{AB}}$ corresponde a $\frac{\mathrm{AB}}{99}$;
- Um número da forma $\mathbf{0,ABCABCABC\ldots = 0,\overline{ABC}}$ corresponde a $\frac{\mathrm{ABC}}{999}$;
- E assim sucessivamente.

Para dízimas periódicas que fogem desse padrão, devemos modificá-las de modo a deixá-las no formato que conhecemos.

Revisão sobre Mínimo Múltiplo Comum (MMC)

Pessoal, antes de iniciarmos o conteúdo de frações propriamente dito, vamos fazer uma breve **revisão sobre múltiplos**, **números primos**, **decomposição em fatores primos** e **Mínimo Múltiplo Comum** (**MMC**). É muito importante que você tenha conhecimento sobre esses assuntos, pois eles serão necessários para que façamos operações com frações.

Caso você já saiba calcular o MMC entre quaisquer números, **fique à vontade para pular esse tópico**.

Múltiplos de um número

Considere o número 7. Os **múltiplos do número 7** são:

$$\mathbf{7} \times 0 = \mathbf{0}$$
$$\mathbf{7} \times 1 = \mathbf{7}$$
$$\mathbf{7} \times 2 = \mathbf{14}$$
$$\mathbf{7} \times 3 = \mathbf{21}$$
$$\ldots$$

Perceba que um número qualquer apresenta infinitos múltiplos. O número 462, por exemplo, é múltiplo de 7, pois:

$$\mathbf{7} \times 66 = 462$$

Note que todos os números da forma **A** = **7 × k** são múltiplos **de 7** (sendo **k** um número inteiro).

Um número inteiro **A é múltiplo de um número inteiro B** quando **A pode ser descrito pelo produto B × k**, sendo **k** um número inteiro.

Tudo certo quanto ao conceito de múltiplos? Ok, agora vamos falar de números primos.

Números primos

Os números primos são números **naturais** maiores do que 1 que possuem **somente dois divisores** naturais:

- O número 1; e
- O próprio número primo.

Isso significa que, se um número natural X é primo, apenas o número 1 e o próprio número X podem dividir X deixando resto zero.

Existem infinitos números primos. É importante que você **DECORE** os 15 primeiros.

Os 15 primeiros números primos são:
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47

Decomposição em fatores primos

Decompor um número qualquer em fatores primos significa **escrevê-lo como um produto de números primos**. Por exemplo, a decomposição em fatores primos do número 60 é:

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

Para decompor um número em fatores primos, devemos dividir o número em questão sucessivas vezes pelos números primos na sequência 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, etc., mudando de número primo sempre que o número obtido não for divisível pelo primo selecionado.

Vejamos alguns exemplos:

Decomponha o número 500 em fatores primos

- Ao dividir 500 por 2, obtemos 250.

- Ao dividir 250 por 2, obtemos 125.

- Note que 125 não é mais divisível por 2 (não é par). **Passemos ao 3**.

- Note que 125 não é divisível por 3 (1+2+5 não é divisível por 3). **Passemos ao 5**.

- Ao dividir 125 por 5, obtemos 25.

- Ao dividir 25 por 5, obtemos 5.

- Ao dividir 5 por 5, **obtemos 1**. **Nesse momento, devemos parar as divisões sucessivas.**

$$\begin{array}{r|l} 500 & 2 \\ 250 & 2 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Logo, a decomposição de 500 em fatores primos é:

$$500 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$$

$$500 = 2^2 \times 5^3$$

Decomponha o número 282 em fatores primos

$$\begin{array}{r|l} 282 & 2 \\ 141 & 3 \\ 47 & 47 \\ 1 & \end{array}$$

Logo, a decomposição de 282 em fatores primos é:

$$282 = 2 \times 3 \times 47$$

Decomponha o número 3960 em fatores primos

$$\begin{array}{r|l} 3960 & 2 \\ 1980 & 2 \\ 990 & 2 \\ 495 & 3 \\ 165 & 3 \\ 55 & 5 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

Logo, a decomposição de 3960 em fatores primos é:

$$3960 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 11$$

$$3960 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 11$$

Existe uma **forma não metodológica** de se obter a decomposição em fatores primos. Essa forma **costuma ser mais rápida** especialmente para números mais simples. Por exemplo, vamos decompor o número 500. Acompanhe o raciocínio:

$$500 = 5 \times 100$$

$$= 5 \ \times 10 \times 10$$

$$= 5 \times (2 \times 5) \times (2 \times 5)$$

$$= 2^2 \times 5^3$$

Note que usamos o fato de 500 ser facilmente descrito por 5×100 para decompormos o número de uma forma não metodológica.

Mínimo Múltiplo Comum (MMC)

O **Mínimo** **Múltiplo** **Comum** (**MMC**) entre **N** números é o **menor** dos **múltiplos** que é comum a todos os números.

Representaremos o **MMC** entre os números $\boldsymbol{a}$**,** $\boldsymbol{b}$ e $\boldsymbol{c}$ por MMC (a; b; c).

Para obter o **MMC** entre **N** números, devemos proceder do seguinte modo:

- Decompor todos os números em fatores primos; e
- Selecionar **todos** os números primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

Vamos a alguns exemplos:

Calcule o MMC entre 5, 10, 15, 20 e 50.

Primeiramente, devemos decompor todos os números em fatores primos.

$$5 = 5^1$$

$$10 = 2^1 \times 5^1$$

$$15 = 3^1 \times 5^1$$

$$20 = 2 \times 10$$
$$= 2^2 \times 5^1$$

$$50 = 5 \times 10$$
$$= 2^1 \times 5^2$$

Devemos selecionar **todos** os números primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$5 = \qquad\qquad 5^1$

$10 = 2^1 \times \qquad 5^1$

$15 = \qquad 3^1 \times 5^1$

$20 = 2^2 \qquad \times 5^1$

$50 = 2^1 \qquad \times 5^2$

Logo, $\text{MMC}\ (5; 10; 15; 20; 50) = 2^2 \times 3 \times 5^2 = 300.$

Calcule o MMC entre 21, 45 e 50

Vamos decompor os 3 números em fatores primos, selecionar **todos** os números primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$21 = \qquad 3 \qquad \times 7$

$45 = \qquad 3^2 \times 5$

$50 = 2 \qquad \times 5^2$

Logo, $\text{MMC}\ (21; 45; 50) = 2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 = 3150.$

Existe um método prático para determinar o MMC entre **N** números. Trata-se do **método da decomposição simultânea em fatores primos**.

Para realizar a decomposição simultânea de **N** números em fatores primos, devemos dividir simultaneamente os números em questão sucessivas vezes pelos números primos na sequência 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, etc., mudando de número primo sempre que **todos** os números obtidos não forem divisíveis pelo primo selecionado.

Calcule o MMC entre 5, 10, 15, 20 e 50 pelo método da decomposição simultânea em fatores primos

- Ao dividir os números **5**, **10**, **15**, **20** e **50** **por 2**, obtemos **5**, **5**, **15**, **10** e **25**.
- Ao dividir os números **5**, **5**, **15**, **10** e **25** **por 2**, obtemos **5**, **5**, **15**, **5** e **25**.
- Note que nenhum dos números dentre **5**, **5**, **15**, **5** e **25** é divisível por 2. **Passemos ao 3**.
- Ao dividir os números **5**, **5**, **15**, **5** e **25** **por 3**, obtemos **5**, **5**, **5**, **5** e **25**.
- Note que nenhum dos números dentre **5**, **5**, **5**, **5** e **25** é divisível por 3. **Passemos ao 5**.
- Ao dividir os números **5**, **5**, **5**, **5** e **25** **por 5**, obtemos **1**, **1**, **1**, **1** e **5**.
- Ao dividir os números **1**, **1**, **1**, **1** e **5** **por 5**, obtemos **1**, **1**, **1**, **1** e **1**. **Nesse momento, devemos parar a divisão simultânea.**

Temos a seguinte representação da decomposição simultânea:

$$\begin{array}{l|l} 5,\ 10,\ 15,\ 20,\ 50 & 2 \\ 5,\ \ 5,\ 15,\ 10,\ 25 & 2 \\ 5,\ \ 5,\ 15,\ \ 5,\ 25 & 3 \\ 5,\ \ 5,\ \ 5,\ \ 5,\ 25 & 5 \\ 1,\ \ 1,\ \ 1,\ \ 1,\ \ 5 & 5 \\ 1,\ \ 1,\ \ 1,\ \ 1,\ \ 1 & \end{array}$$

O **Mínimo Múltiplo Comum** (**MMC**) é o seguinte produto:

$$\text{MMC } (5; 10; 15; 20; 50) = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$$

$$= 2^2 \times 3 \times 5^2$$

$$= 300$$

Calcule o MMC entre 21, 45 e 50 pelo método da decomposição simultânea em fatores primos

Temos a seguinte representação da decomposição simultânea:

$$\begin{array}{r|l} 21,\ 45,\ 50 & 2 \\ 21,\ 45,\ 25 & 3 \\ 7,\ 15,\ 25 & 3 \\ 7,\ \ 5,\ 25 & 5 \\ 7,\ \ 1,\ \ 5 & 5 \\ 7,\ \ 1,\ \ 1 & 7 \\ 1,\ \ 1,\ \ 1 & \end{array}$$

O **Mínimo Múltiplo Comum** (**MMC**) é o seguinte produto:

$$\text{MMC } (21; 45; 50) = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7$$

$$= 2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$$

$$= 3150$$

Uma dica importante que pode economizar um certo tempo em prova é a seguinte: quando temos que realizar um **MMC** de **N** números e no meio desses números temos que $\boldsymbol{a}$ **é múltiplo** de $\boldsymbol{b}$**,** podemos eliminar $\boldsymbol{b}$ do cálculo do MMC.

Vejamos dois exemplos:

Calcule o MMC de 40, 30 e 15

Ao calcular o $\mathrm{MMC}(40; 30; 15)$, perceba que **30** é **múltiplo de 15.** Logo:

$$\mathrm{MMC}(40; \mathbf{30}; \mathbf{15}) = \mathrm{MMC}\ (40; \mathbf{30})$$

Calcular o MMC de 40 e 30 é mais rápido, não é mesmo?

Calcule o MMC de 390, 130 e 75

Ao calcular o $\mathrm{MMC}(390; 130; 75)$, perceba que **390** é **múltiplo de 130**. Logo:

$$\mathrm{MMC}(\mathbf{390}; \mathbf{130}; 75) = \mathrm{MMC}\ (\mathbf{390}; 75)$$

Calcular o MMC de 390 e 75 é mais rápido, não é mesmo?

Perceba que se tivermos **N** números e **um deles é múltiplo de todos os outros**, **esse número é o MMC**.

Calcule o MMC de 3, 6 e 12

Note que 12 é múltiplo de 3 e de 6. Logo:

$$\mathrm{MMC}\ (3; 6; 12) = 12$$

Calcule o MMC de 120, 60 e 15

Note que 120 é múltiplo de 60 e de 15. Logo:

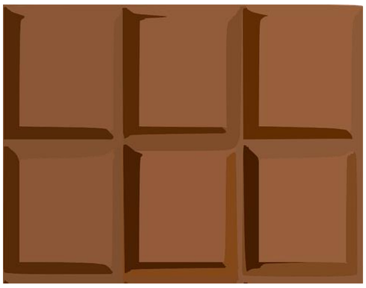
$$\mathrm{MMC}\ (120; 60; 15) = 120$$

Feito! Agora que sabemos calcular o Mínimo Múltiplo Comum (MMC) entre quaisquer números, vamos ao conteúdo sobre frações.

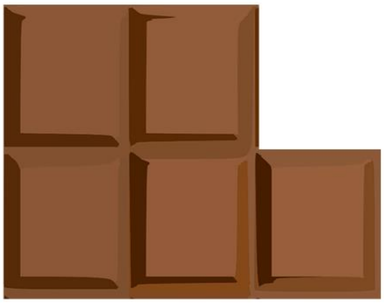
Introdução às frações

Conceitos preliminares

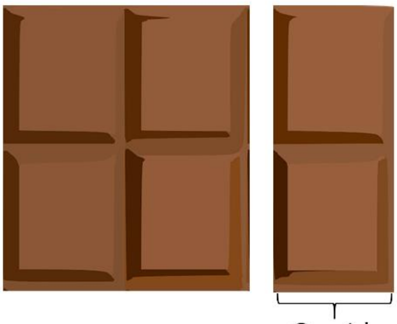
A assimilação plena do conceito de frações é fundamental para se entender diversos outros assuntos de matemática. Para ilustrar a ideia, considere a barra de chocolate a seguir com 6 pedaços.



Comer 5/6 (cinco sextos) da barra de chocolate significa comer 5 dos 6 pedaços. Para o caso em questão, 5/6 representa a seguinte parte que foi comida:



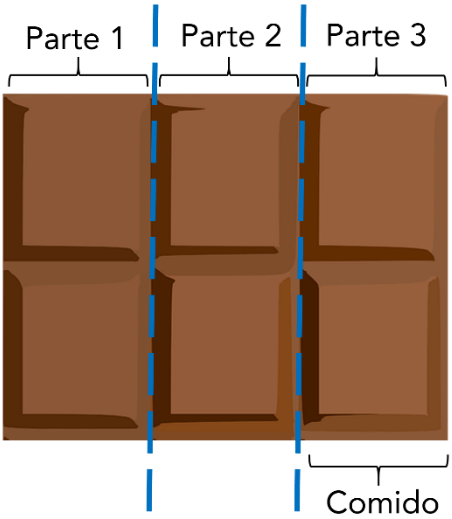
Comer 2/6 (dois sextos) da barra de chocolate significa comer 2 dos 6 pedaços:



Comido

E se disséssemos que comemos 1/3 (um terço) da barra de 6 pedaços, o que isso significa? Significa que, a cada três pedaços existentes na barra, comemos um pedaço. Como a nossa barra tem 6 pedaços, 1/3 da nossa barra corresponde a 2 pedaços.

Uma outra forma de se pensar que foi comido 1/3 da barra é dividir a barra em três e comer um desses três pedaços.



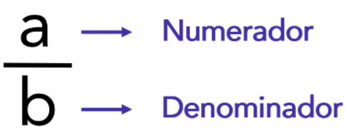
Note, portanto, que dizer que se comeu 2/6 da barra é a mesma coisa do que dizer que se comeu 1/3 da barra. Isso porque **as duas frações são equivalentes**:

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Composição básica de uma fração

Uma fração é um número racional que representa uma divisão composta por dois termos:

- O numerador, que representa o dividendo; e
- O denominador, que representa o divisor.



Frações equivalentes e frações irredutíveis

Considere uma fração com um numerador inteiro $\boldsymbol{a}$ e com um denominador inteiro $\boldsymbol{b}$, representada por $\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}$.

Dizemos que a fração é **irredutível** quando $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ **não apresentam fatores primos em comum**.

Em outras palavras, uma fração $\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}$ é **irredutível** quando $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ **são primos entre si**.

ACORDE!

Uma fração $\frac{a}{b}$ é **irredutível** quando a e b **são primos entre si**.

Dois números são **primos entre si** quando **não apresentam fatores primos em comum**.

Exemplos:

- $\frac{14}{15}$ é uma fração **irredutível**, pois $\mathbf{14}$ e $\mathbf{15}$ **não apresentam fatores primos em comum** ($\mathbf{14}$ e $\mathbf{15}$ **são primos entre si**). Veja que:
  - $\mathbf{14}$ pode ser decomposto como 2×7;
  - $\mathbf{15}$ pode ser decomposto como 3×5;
  - $\mathbf{14}$ e $\mathbf{15}$ **não apresentam fatores primos em comum**, pois $\mathbf{14}$ apresenta os fatores primos 2 e 7, já $\mathbf{15}$ apresenta os fatores primos 3 e 5.

- $\frac{14}{84}$ **não é** uma fração **irredutível**, pois $\mathbf{14}$ e $\mathbf{84}$ apresentam fatores primos em comum ($\mathbf{14}$ e $\mathbf{84}$ não são primos entre si). Veja que:
  - $\mathbf{14}$ pode ser decomposto como $\mathbf{2} \times \mathbf{7}$;
  - $\mathbf{84}$ pode ser decomposto como $\mathbf{2}^2 \times 3 \times \mathbf{7}$;
  - $\mathbf{14}$ e $\mathbf{84}$ apresentam fatores primos em comum: $\mathbf{2}$ e $\mathbf{7}$.

- $\frac{2}{7}$ é uma fração **irredutível**, pois $\mathbf{2}$ e $\mathbf{7}$ **não apresentam fatores primos em comum** ($\mathbf{2}$ e $\mathbf{7}$ **são primos entre si**). Veja que:
  - $\mathbf{2}$ já é um número primo, e sua decomposição é o próprio número 2;
  - $\mathbf{7}$ já é um número primo, e sua decomposição é o próprio número 7;
  - $\mathbf{2}$ e $\mathbf{7}$ **não apresentam fatores primos em comum**.

- $\frac{3}{6}$ **não é** uma fração **irredutível**, pois $\mathbf{3}$ e $\mathbf{6}$ apresentam fatores primos em comum. ($\mathbf{3}$ e $\mathbf{6}$ não são primos entre si). Veja que:
  - $\mathbf{3}$ já é um número primo, e sua decomposição é o próprio número $\mathbf{3}$;
  - $\mathbf{6}$ pode ser decomposto como $2 \times \mathbf{3}$;
  - $\mathbf{3}$ e $\mathbf{6}$ apresentam um fator primo em comum: $\mathbf{3}$.

Creio que, com esses exemplos, você já entendeu o que é uma fração irredutível e o que são números primos entre si.

Para simplificar uma fração e torná-la irredutível, podemos dividir o numerador e o denominador por um mesmo número inteiro sucessivas vezes até que a divisão não seja mais possível. Exemplo:

$$\frac{84 \div 2}{120 \div 2} = \frac{42 \div 2}{60 \div 2} = \frac{21 \div 3}{30 \div 3} = \frac{7}{10}$$

Veja que, ao obter a fração $\frac{7}{10}$, **não é mais possível dividir o numerador e o denominador por um mesmo número inteiro**. Isso ocorre porque $\mathbf{7}$ e $\mathbf{10}$ **<u>não</u> apresentam fatores primos em comum**. Em outras palavras, $\mathbf{7}$ e $\mathbf{10}$ **são primos entre si**.

Uma outra forma de tornar uma fração irredutível é decompor o numerador e o denominador em fatores primos e "simplificar" os fatores comuns. Exemplo:

$$\frac{84}{120}=\frac{\cancel{2^2}.\cancel{3}.7}{\cancelto{2^1}{2^3}.\cancel{3}.5}=\frac{7}{2.5}=\frac{7}{10}$$

Veja que não necessariamente precisamos decompor em fatores primos para simplificar a fração. Podemos também transformar o numerador em produtos "convenientes" para assim realizar a simplificação.

$$\frac{84}{120}=\frac{\cancel{12}.7}{\cancel{12}.10}=\frac{7}{10}$$

Duas **frações são ditas equivalentes quando representam o mesmo número**, ou seja, quando são iguais. No exemplo anterior, $\frac{84}{120}$, $\frac{42}{60}$, $\frac{21}{30}$ e $\frac{7}{10}$ são equivalentes, pois:

$$\frac{84}{120}=\frac{42}{60}=\frac{21}{30}=\frac{7}{10}$$

(Pref. Sto. Augusto/2020) Ao simplificar a fração $\frac{12}{36}$ obtém-se:

a) 1/6

b) 1/3

c) 1/2

d) 1/4

e) 1/5

Comentários:

Podemos representar o denominador da fração como 3×12

$$\frac{12}{36}=\frac{\mathbf{12}}{3\times\mathbf{12}}$$

Simplificando o número **12**, obtém-se:

$$\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$$

Gabarito: Letra B.

Soma e subtração de frações

Para somar e subtrair frações, devemos transformar todas as frações em **frações equivalentes** de modo que todas elas apresentem **o mesmo denominador**.

Para que todas as frações tenham o mesmo denominador, devemos obter o **Mínimo Múltiplo Comum** (**MMC**) **de todos os denominadores**. Exemplo:

$$\frac{2}{3}+\frac{1}{5}+\frac{7}{10}$$

O Mínimo Múltiplo Comum dos denominadores é $\text{MMC}\ (3;\ 5; 10)\ =\ 30$. Logo, os denominadores das três frações devem ser 30. Para acharmos os numeradores, devemos determinar as frações equivalentes cujo denominador é 30.

$$\frac{2}{3}=\frac{(30\div 3)\times 2}{30}=\frac{10\times 2}{30}=\frac{20}{30}$$

$$\frac{1}{5}=\frac{(30\div 5)\times 1}{30}=\frac{6\times 1}{30}=\frac{6}{30}$$

$$\frac{7}{10}=\frac{(30\div 10)\times 7}{30}=\frac{3\times 7}{30}=\frac{21}{30}$$

ESCLARECENDO!

Uma forma prática de obter essas frações equivalentes de denominador 30 é realizar o seguinte procedimento:

$10 \times 2 = 20$ $\quad \frac{2}{3} = \frac{?}{30}$ $\quad = 20$ $\quad 30 \div 3 = 10$

$6 \times 1 = 6$ $\quad \frac{1}{5} = \frac{?}{30}$ $\quad = 6$ $\quad 30 \div 5 = 6$

$3 \times 7 = 21$ $\quad \frac{7}{10} = \frac{?}{30}$ $\quad = 21$ $\quad 30 \div 10 = 3$

Voltando ao problema, temos:

$$\frac{2}{3}+\frac{1}{5}+\frac{7}{10}$$

$$=\frac{20}{30}+\frac{6}{30}+\frac{21}{30}$$

$$=\frac{20+6+21}{30}$$

$$= \frac{47}{30}$$

Para realizar uma subtração de frações, devemos realizar o mesmo procedimento. Suponha que devemos realizar a seguinte subtração:

$$\frac{44}{60} - \frac{20}{30}$$

O Mínimo Múltiplo Comum dos denominadores é $\text{MMC}\ (30;\ 60) =\ 60$. Ficamos com as seguintes frações equivalentes com denominador 60:

$$\frac{44}{60} - \frac{40}{60}$$

$$= \frac{44 - 40}{60}$$

$$= \frac{4}{60}$$

No caso em questão, **podemos tornar a fração 4/60 irredutível**. Se dividirmos o numerador e o denominador por 4 (ou seja, se dividirmos duas vezes por 2), obtemos:

$$\frac{1}{15}$$

(PC RJ/2022) Considere a soma

$$\frac{1}{6} + \frac{3}{8} + \frac{7}{10} = \frac{a}{b}$$

sendo os números naturais a e b primos entre si.

O valor da soma $a + b$ é:

a) 35;

b) 47;

c) 181;

d) 227;

e) 269.

Comentários:

Primeiramente, vamos realizar a soma das frações do lado esquerdo da equação.

Para realizar a soma, devemos representar as frações por meio de **frações equivalentes** com um **mesmo denominador**. O **menor denominador comum possível** para realizar a soma é o **MMC entre 6**, **8** e **10**. Decompondo esses números em fatores primos, temos:

$$6 = 2 \times 3$$

$$8 = 2^3$$

$$10 = 2 \times 5$$

Devemos selecionar **todos** os fatores primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$6 = 2 \times 3$

$8 = 2^3$

$10 = 2 \quad \times 5$

Logo, $\text{MMC}(6; 8; 10) = 2^3 \times 3 \times 5 = \mathbf{120}$.

Portanto:

$$\frac{1}{6} + \frac{3}{8} + \frac{7}{10}$$

$$= \frac{(120 \div 6) \times 1}{\mathbf{120}} + \frac{(120 \div 8) \times 3}{\mathbf{120}} + \frac{(120 \div 10) \times 7}{\mathbf{120}}$$

$$= \frac{20}{\mathbf{120}} + \frac{45}{\mathbf{120}} + \frac{84}{\mathbf{120}}$$

$$= \frac{20 + 45 + 84}{\mathbf{120}}$$

$$= \frac{\mathbf{149}}{\mathbf{120}}$$

Segundo o enunciado, temos que a soma das frações, dada por $\frac{\mathbf{149}}{\mathbf{120}}$, **é igual a** $\frac{a}{b}$, sendo $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ **números naturais primos entre si**. Consequentemente:

- $\frac{a}{b}$ é uma **fração equivalente** a $\frac{149}{120}$, pois $\frac{149}{120} = \frac{a}{b}$.
- $\frac{a}{b}$ é uma **fração irredutível**, pois a e b são números naturais primos entre si.

Devemos, portanto, obter a fração irredutível equivalente a $\frac{149}{120}$.

Veja que:

$$120 = 10 \times 12$$

$$= (2 \times 5) \times (3 \times 4)$$

$$= (2 \times 5) \times (3 \times 2^2)$$

$$= 2^3 \times 3 \times 5$$

Logo, **o número $\mathbf{120}$ apresenta os fatores primos $\mathbf{2, 3}$ e $\mathbf{5}$**.

Ao tentar dividir 149 por 2, 3 e 5, percebe-se que sempre temos um resto. Isso significa que $\mathbf{120}$ e $\mathbf{149}$ **não apresentam fatores primos em comum**.

Assim, $\mathbf{120}$ e $\mathbf{149}$ **são primos entre si**.

Consequentemente, a fração irredutível $\frac{a}{b}$ é a própria fração $\frac{149}{120}$. Logo:

$$a = 149$$

$$b = 120$$

Portanto:

$$a + b = 149 + 120$$

$$= 269$$

Gabarito: Letra E.

(MANAUSPREV/2015) Considere as expressões numéricas, abaixo.

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32}$$

$$B = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243}$$

O valor, aproximado, da soma entre A e B é

a) 2.

b) 3.

c) 1.

d) 2,5.

e) 1,5.

Comentários:

Primeiramente, vamos realizar a soma para A.

Note que os denominadores 2, 4, 8, 16 e 32 são potências de 2. Como **32 é múltiplo de todos os outros números**, o **MMC entre os números é 32**.

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32}$$

$$= \frac{16}{\mathbf{32}} + \frac{8}{\mathbf{32}} + \frac{4}{\mathbf{32}} + \frac{2}{\mathbf{32}} + \frac{1}{\mathbf{32}}$$

$$= \frac{16 + 8 + 4 + 2 + 1}{\mathbf{32}}$$

$$= \frac{31}{32}$$

Vamos agora realizar a soma para B.

Perceba que os denominadores 3, 9, 27, 81 e 243 são potências de 3. Como **243 é múltiplo de todos os outros números**, o **MMC entre os números é 243**.

$$B = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243}$$
$$= \frac{81}{\mathbf{243}} + \frac{27}{\mathbf{243}} + \frac{9}{\mathbf{243}} + \frac{3}{\mathbf{243}} + \frac{1}{\mathbf{243}}$$
$$= \frac{81 + 27 + 9 + 3 + 1}{\mathbf{243}}$$
$$= \frac{121}{243}$$

A soma entre A e B é:

$$A + B = \frac{31}{32} + \frac{121}{243}$$

Note que $\frac{31}{32}$ é aproximadamente $\frac{32}{32}$. Logo:

$$\frac{31}{32} \approx \frac{32}{32} = 1$$

Além disso, $\frac{121}{243}$ é aproximadamente $\frac{121}{242}$. Logo:

$$\frac{121}{243} \approx \frac{121}{242} = 0{,}5$$

Portanto, a soma de A e B é, aproximadamente:

$$A + B \approx 1 + 0{,}5$$
$$= 1{,}5$$

Gabarito: Letra E.

Multiplicação e divisão de frações

Para realizar a **multiplicação de frações**, realiza-se a multiplicação dos numeradores e a multiplicação dos denominadores, obtendo-se a fração resultante:

$$\frac{3}{4} \times \frac{20}{9} = \frac{3 \times 20}{4 \times 9} = \frac{60}{36}$$

Veja que, no exemplo em questão, a fração obtida não é irredutível. Uma forma mais rápida de se obter a fração irredutível é simplificar a expressão antes mesmo de realizar a multiplicação.

No exemplo a seguir:

- Os números **20** e **4** são simplificados pelo número 4, obtendo-se, respectivamente, **5** e **1**;
- Os números **3** e **9** são simplificados pelo número 3, obtendo-se, respectivamente, **1** e **3**.

$$\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{4}}} \times \frac{\overset{5}{\cancel{20}}}{\underset{3}{\cancel{9}}} = \frac{5}{3}$$

Para realizar a **divisão** de uma fração pela outra, devemos inverter a segunda fração e realizar a multiplicação:

$$\frac{3}{4} \div \frac{\mathbf{9}}{\mathbf{20}} = \frac{3}{4} \times \frac{\mathbf{20}}{\mathbf{9}}$$

$$= \frac{1}{1} \times \frac{5}{3}$$

$$= \frac{5}{3}$$

Veja este outro exemplo:

$$\frac{\frac{3}{2}}{\frac{\mathbf{9}}{\mathbf{20}}} = \frac{3}{2} \times \frac{\mathbf{20}}{\mathbf{9}}$$

Simplificando 3 e 9 por 3, temos:

$$\frac{1}{2} \times \frac{20}{3}$$

Simplificando 2 e 20 por 2, temos:

$$\frac{1}{1} \times \frac{10}{3}$$

$$= \frac{10}{3}$$

(TRF 4/2014) O número que corresponde ao resultado da expressão numérica

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{5}{6} \cdot \frac{7}{10} + \frac{1}{9} \cdot \frac{9}{4}$$

é igual a

a) 5/9.

b) 13/36.

c) 3.

d) 1.

e)7/18.

Comentários:

Temos a seguinte expressão numérica:

$$\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}+\frac{5}{6}\times\frac{7}{10}+\frac{1}{9}\times\frac{9}{4}$$

Veja que:

- No primeiro produto, $\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}$, podemos simplificar 2 e 4 pelo número 2, obtendo-se $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}$;
- No segundo produto, $\frac{5}{6}\times\frac{7}{10}$, podemos simplificar 5 e 10 pelo número 5, obtendo-se $\frac{1}{6}\times\frac{7}{2}$; e
- No terceiro produto, $\frac{1}{9}\times\frac{9}{4}$, podemos simplificar 9 e 9 pelo número 9, obtendo-se $\frac{1}{1}\times\frac{1}{4}$.

Ficamos com:

$$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\times\frac{7}{2}+\frac{1}{1}\times\frac{1}{4}$$

$$=\frac{1}{6}+\frac{7}{12}+\frac{1}{4}$$

O **MMC** entre os denominadores **4**, **6** e **12** é **12**. Logo:

$$\frac{2}{\mathbf{12}}+\frac{7}{\mathbf{12}}+\frac{3}{\mathbf{12}}$$

$$=\frac{2+7+3}{\mathbf{12}}$$

$$=\frac{12}{12}$$

$$=1$$

Gabarito: Letra D.

A questão a seguir é relativamente complicada. Logo, não se assuste caso não consiga resolver. Inseri essa questão aqui para, aos poucos, perdermos o medo de frações.

(ALERN/2013) Sendo x e y números racionais positivos, definiremos a operação denotada por □ da seguinte forma:

$$x\square y=\frac{x}{x+\frac{x}{y}}$$

Por exemplo, fazendo os cálculos verifica-se que 5□1/2, em fração irredutível, é igual a 1/3. De acordo com essa operação que acaba de ser definida, para qualquer número racional positivo representado por x temos que $x\,\square 1/3$ será igual a a)2/3.

b)1/2.

c)1/5.

d)1/4.

e)2/5.

Comentários:

Segundo o enunciado, a operação $x\square y$ é dada por:

$$x\square y = \frac{x}{\boldsymbol{x + \frac{x}{y}}}$$

O denominador $\boldsymbol{x + \frac{x}{y}}$ pode ser entendido como $\boldsymbol{\frac{x}{1} + \frac{x}{y}}$.

Realizando o **MMC** entre $\mathbf{1}$ e $\boldsymbol{y}$, obtém-se y. Ao realizar a soma das frações, ficamos com $\boldsymbol{\frac{x.y+x}{y}}$. Logo:

$$x\square y = \frac{x}{\boldsymbol{\frac{x.y + x}{y}}}$$

Veja que $x\square y$ é uma fração cujo numerador é x e o denominador é uma outra fração, dada por $\boldsymbol{\frac{x.y+x}{y}}$. Temos, portanto, a divisão de x por $\boldsymbol{\frac{x.y+x}{y}}$. Para realizar a divisão, devemos inverter a segunda fração e realizar a multiplicação:

$$x\square y = x \times \boldsymbol{\frac{y}{x.y + x}}$$

Note que, em $\boldsymbol{x.y + x}$, podemos colocar o x em evidência. Ficamos com $\boldsymbol{x \times (y + 1)}$. Logo:

$$x\square y = x \times \boldsymbol{\frac{y}{x \times (y + 1)}}$$

A partir do resultado obtido, podemos simplificar x. Ficamos com:

$$x\square y = \frac{y}{y + 1}$$

Logo, a operação $x\square y$ independe de x e equivale a $\frac{y}{y+1}$.

Para o caso em questão, $x\,\square \mathbf{1/3}$ é dado por:

$$x\,\square \mathbf{1/3} = \frac{\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}}{\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}} + 1}$$

$$x\,\square \mathbf{1/3} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1+3}{3}}$$

$$x\,\square \mathbf{1/3} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}}}$$

Para realizar a **divisão** de uma fração pela outra, devemos inverter a segunda fração e realizar a multiplicação:

$$x\,\square \mathbf{1/3} = \frac{1}{3} \times \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}$$

$$x\,\square \mathbf{1/3} = \frac{1}{4}$$

Gabarito: Letra D.

Comparação de frações

Para compararmos frações, ou seja, para descobrir se uma fração é maior ou menor do que outra, devemos escrevê-las sob um mesmo denominador. Isso significa que, para todas as frações que serão objeto de comparação, devemos encontrar **frações equivalentes** **<u>que apresentem o mesmo denominador</u>**.

Outra forma válida de comparar frações é realizar a divisão do numerador pelo denominador, comparando-se os números decimais encontrados. Veja o exemplo a seguir:

(Pref. Salvador/2017) Considere as frações: $a = \frac{2}{5}, b = \frac{3}{10}, c = \frac{7}{20}$.

A ordem crescente dessas frações é

a) a, b, c.

b) b, a, c.

c) c, a, b.

d) b, c, a.

e) c, b, a.

Comentários:

O **Mínimo Múltiplo Comum** (**MMC**) entre os denominadores das frações $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, e $\boldsymbol{c}$ é **20**. Isso porque os denominadores 5 e 10 são múltiplos do denominador 20.

As frações equivalentes com denominador 20 são:

$$a = \frac{2}{5} = \frac{8}{\mathbf{20}} \qquad b = \frac{3}{10} = \frac{6}{\mathbf{20}} \qquad c = \frac{7}{\mathbf{20}}$$

Temos, portanto, que a ordem crescente das frações é $\frac{6}{\mathbf{20}}, \frac{7}{\mathbf{20}}, \frac{8}{\mathbf{20}}$. Logo, a ordem crescente das frações do enunciado é $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, $\boldsymbol{a}$. O **gabarito**, portanto, é **letra D**.

Outra forma de se comparar as frações é realizar a divisão do numerador pelo denominador:

$$a = \frac{2}{5} = 0{,}4 \qquad b = \frac{3}{10} = 0{,}3 \qquad c = \frac{7}{20} = 0{,}35$$

Novamente, encontramos que a ordem crescente das frações do enunciado é $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, $\boldsymbol{a}$.

Gabarito: Letra D.

Problemas envolvendo frações

O uso da palavra “de”

Uma palavra muito importante que deve ser observada quando se resolve problemas envolvendo frações é a palavra "**de**". Isso porque essa palavra nos indica uma **multiplicação**.

Considere novamente uma barra de chocolate de 6 pedaços:

Para essa barra de chocolate, 1/3 **de** 6 pedaços corresponde a:

$$\frac{1}{3} \textbf{ de } 6 \text{ pedaços}$$

$$= \frac{1}{3} \times 6 \text{ pedaços}$$

$$= \frac{6}{3} \text{ pedaços}$$

$$= 2 \text{ pedaços}$$

Agora, vamos supor que João tem direito a 1/3 dessa barra **de** 6 pedaços e que, **da** parte de João, Maria comeu a metade (1/2). Quantos pedaços Maria comeu? Maria comeu 1/2 **de** 1/3 **de** 6 pedaços:

$$\frac{1}{2} \textbf{ de } \frac{1}{3} \textbf{ de } 6 \text{ pedaços}$$

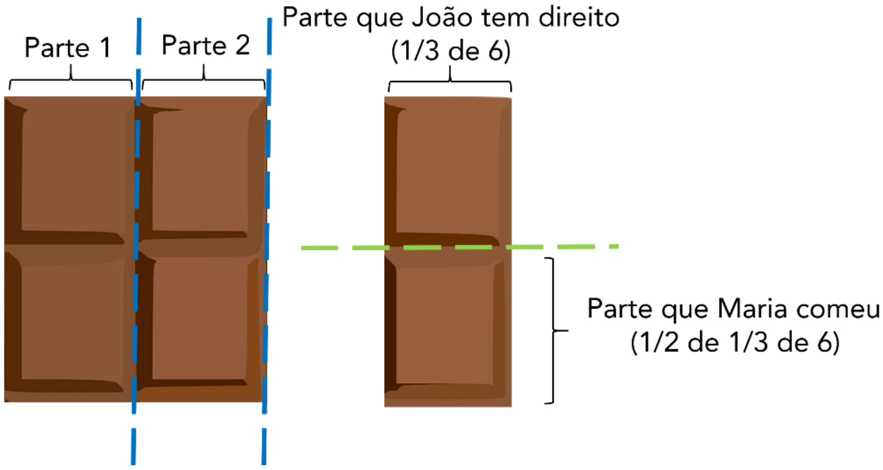
$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times 6 \text{ pedaços}$$

$$= \frac{1 \times 1 \times 6}{2 \times 3}$$

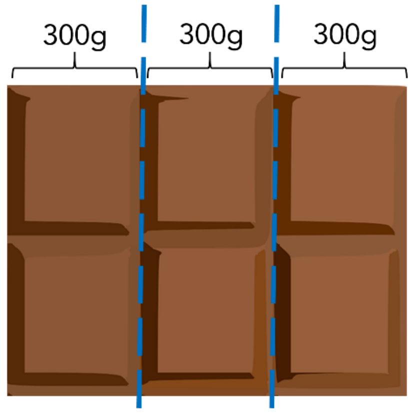
$$= \frac{6}{6}$$

$$= 1 \text{ pedaço}$$

Observe a figura abaixo, que representa a parte que Maria comeu:



E se disséssemos que essa barra de chocolate tem 900 gramas, quantos gramas temos em 1/3 dessa barra? Para resolver o problema, basta observar que, ao dividirmos a barra em 3 partes de 300 gramas, temos que a barra toda tem justamente 3 × 300g = 900g. Logo, 1/3 da barra apresenta 300 gramas.



Uma outra forma de se obter o resultado é trocar o "**de**" pela **multiplicação**:

$$\frac{1}{3}\ \mathbf{de}\ 900\text{g}$$

$$= \frac{1}{3} \times 900\text{g}$$

$$= \frac{900\text{g}}{3}$$

$$= 300\text{g}$$

(AVAREPREV/2020) Uma empresa tem 120 funcionários, entre homens e mulheres. Se 2/5 desses funcionários são mulheres, é correto afirmar que o número de mulheres é igual a

a) 36.

b) 48.

c) 60.

d) 72.

Comentários:

São mulheres 2/5 **de** 120 funcionários.

$$\frac{2}{5}\ \mathbf{de}\ 120$$

$$= \frac{2}{5} \times 120$$

$$= 2 \times \frac{120}{5}$$

$$= 2 \times 24$$

$$= 48$$

Gabarito: Letra B.

(Pref. Angra/2019) A família de Flávio pediu uma pizza, que veio dividida em 8 fatias iguais. Flávio comeu uma fatia inteira e dividiu uma outra fatia igualmente com sua irmã.

Da pizza inteira Flávio comeu

a) 1/4.

b) 1/3.

c) 3/8.

d) 1/6.

e) 3/16.

Comentários:

Uma fatia da pizza corresponde a $\frac{1}{8}$ da pizza. Flávio comeu uma fatia mais a metade de outra fatia. Ao comer metade da outra fatia, Flávio comeu $\frac{1}{2}$ **de** $\frac{1}{8}$ da pizza.

Isso significa que Flávio comeu ao todo:

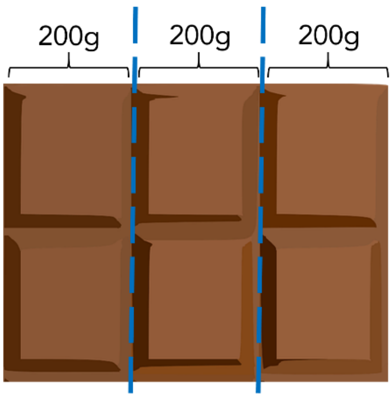
$$\frac{1}{8}+\frac{1}{2}\ \textbf{de}\ \frac{1}{8}\text{ da pizza}$$
$$=\frac{1}{8}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{8}\text{ da pizza}$$
$$=\frac{1}{8}+\frac{1}{16}\text{ da pizza}$$
$$=\frac{2}{16}+\frac{1}{16}\text{ da pizza}$$
$$=\frac{2+1}{16}\text{ da pizza}$$
$$=\frac{3}{16}\text{ da pizza}$$

Gabarito: Letra E.

Obtenção do todo a partir da parte

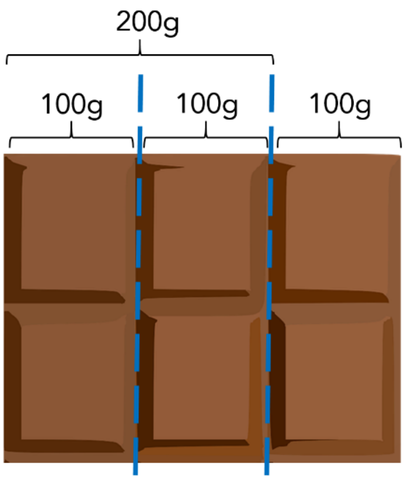
Se disséssemos que 1/3 de uma barra de chocolate tem 200g, quantos gramas tem a barra de chocolate inteira? Para se responder essa pergunta, basta observar que, se uma parte de 3 tem 200g, as três partes que compõem o todo da barra têm:

$$3\times 200\text{g} = 600\text{g}$$



E se disséssemos que 2/3 da barra tem 200g, quantos gramas tem a barra de chocolate inteira? **Ora, se 2 partes de 3 tem 200g, 1 parte de 3 tem 100g**. **Logo, as três partes** que compõem o todo devem ter:

$$3\ \times 100\text{g} = \mathbf{300g}$$



Uma **forma prática de se obter o todo a partir da parte** do problema é **utilizar o recurso** "**inverte e multiplica**".

Veja que, se 2/3 corresponde a 200g, podemos obter o todo invertendo a fração e multiplicando pelo valor que representa a parte (200g):

$$\frac{3}{2} \times 200\text{g}$$

$$= 3 \times \frac{\mathbf{200g}}{\mathbf{2}}$$

$$\mathbf{= 3 \times 100g}$$

$$= 300\text{g}$$

Por que esse recurso funciona? Perceba que, ao "inverter e multiplicar" a fração 2/3 que corresponde à parte, na verdade **estamos dividindo o valor de 200g por 2, obtendo o valor de uma parte de 3 (100g),** para em seguida **multiplicar essa terça parte por 3, obtendo assim o valor do todo (300g).**

(MPE BA/2017) Em certo reservatório, $\frac{2}{3}$ do volume de água correspondem a 120 litros.

Portanto, $\frac{3}{2}$ do volume de água desse mesmo reservatório correspondem a:

a) 270 litros;

b) 240 litros;

c) 210 litros;

d) 180 litros;

e) 150 litros.

Comentários:

Uma **forma prática de se obter o todo a partir da parte** do problema é **utilizar o recurso** "**inverte e multiplica**".

Se 2/3 correspondem a 120 litros, a **capacidade total** do reservatório é:

$$\frac{3}{2} \times 120$$

$$= 3 \times \frac{120}{2}$$

$$= 3 \times 60$$

$$= 180 \text{ litros}$$

Note que a questão **não nos pede a capacidade total** do reservatório, mas sim **3/2 da capacidade**.

$$\frac{3}{2} \textbf{ de } 180 \text{ litros}$$

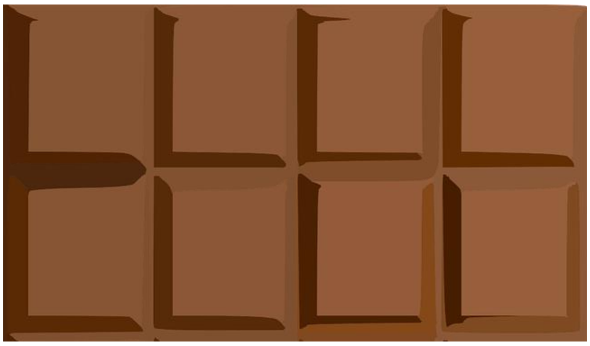
$$= \frac{3}{2} \times 180$$

$$= 270 \text{ litros}$$

Gabarito: Letra A.

Obtenção da fração complementar

Observe a seguinte barra com 8 pedaços de chocolate.



Se comermos 5/8 da barra, **qual fração da barra original ainda resta**?

Note que a parte que **não foi comida** é dada pela **subtração de 5/8 da barra inteira**. A barra inteira pode ser representada por 8/8 (8 pedaços de um total de 8 pedaços) ou então pelo número inteiro 1. Logo, a parte que não foi comida é:

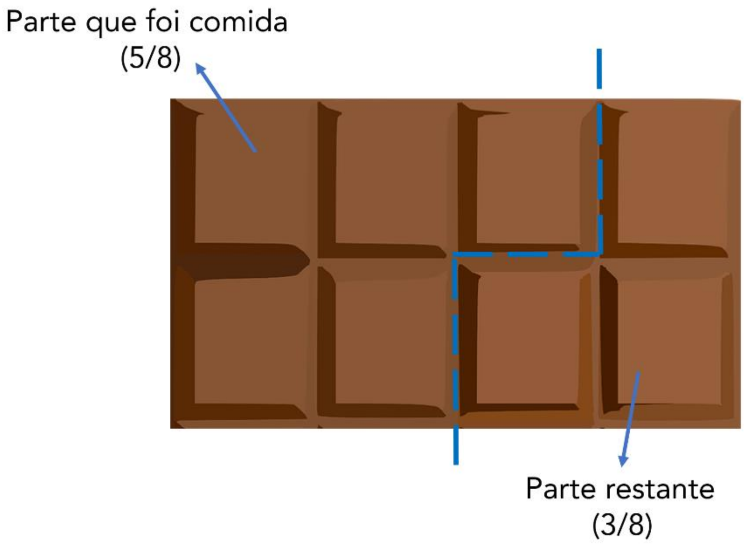
$$1 - \frac{5}{8}$$

$$= \frac{8}{8} - \frac{5}{8}$$

$$= \frac{8-5}{8}$$

$$= \frac{3}{8}$$

Note que, para a barra em questão, o que restou após se comer 5/8 é justamente 3 pedaços de 8 (3/8):



Podemos dizer, então, que dada uma fração $\frac{a}{b}$, a **fração complementar** corresponde a:

$$1 - \frac{a}{b} =$$

$$\frac{b}{b} - \frac{a}{b} = \frac{b-a}{b}$$

(IBGE/2019) Marlene comeu, inicialmente, um quarto da barra de chocolate que comprou. Depois, comeu um terço do que tinha sobrado.

A fração da barra de chocolate que Marlene ainda tem para comer é:

a) 1/2;

b) 1/3;

c) 1/4;

d) 3/4;

e) 1/12.

Comentários:

Inicialmente, Marlene **comeu $\frac{1}{4}$ da barra de chocolate**.

O total da barra que restou corresponde à fração complementar a $\frac{1}{4}$:

$$1 - \frac{1}{4} = \mathbf{\frac{3}{4}\ da\ barra}$$

Depois, ao comer $\frac{1}{3}$ **do que tinha sobrado**, Marlene comeu:

$$\frac{1}{3}\ \mathbf{de}\ \mathbf{\frac{3}{4}}\ \mathbf{da\ barra}$$

$$\frac{1}{3}\times\mathbf{\frac{3}{4}}\ \mathbf{da\ barra}$$

$$=\frac{1}{4}\ \text{da barra}$$

O total da barra de chocolate que Marlene comeu nas duas vezes foi:

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$$

$$=\frac{2}{4}$$

$$=\frac{1}{2}$$

Como ela comeu no total $\frac{1}{2}$ da barra, a quantidade que restou corresponde à fração complementar a $\frac{1}{2}$:

$$1-\frac{1}{2}$$

$$=\frac{1}{2}\ \text{da barra}$$

Gabarito: Letra A.

(Pref. Cananéia/2020) Mauro comprou um carro. Deu $\frac{1}{3}$ do valor total como entrada e financiou $\frac{3}{4}$ do valor restante. A quantia que falta para completar o valor total será paga em uma única parcela, após o término do financiamento. O valor dessa parcela final corresponde, do valor total do carro, a

a)1/8

b)1/6

c)1/5

d)1/4

e)1/3

Comentários:

Como Mauro deu $\frac{1}{3}$ do valor total como entrada, o **valor restante após a entrada** é a fração complementar a $\frac{1}{3}$:

$$1-\frac{1}{3}$$
$$=\frac{3}{3}-\frac{1}{3}$$
$$=\frac{3-1}{3}$$
$$=\mathbf{\frac{2}{3}}$$

Como Mauro **financiou $\frac{3}{4}$** **do valor restante após a entrada**, **ele financiou $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{3}$**.

Isso significa que ele **não financiou $\frac{1}{4}$ de $\frac{2}{3}$**, pois a fração complementar de $\frac{3}{4}$ é:

$$1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$$

Logo, a quantia **não financiada** do valor restante após a entrada, que corresponde à parcela final, corresponde a:

$$\frac{1}{4}\ \mathbf{de}\ \frac{2}{3}$$
$$=\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}$$

Simplificando 2 e 4 por 2, temos:

$$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}$$
$$=\frac{1}{6}$$

Gabarito: Letra B.

Vamos agora resolver algumas questões a mais sobre problemas envolvendo frações.

(Pref. B dos Coqueiros/2020) No início de determinado mês, uma escola tinha um estoque de 720 kg de alimentos. Nas três primeiras semanas desse mês, foram consumidos, respectivamente, 1/6, 5/24 e 1/5 desse estoque de alimentos.

Considerando essa situação hipotética, assinale a opção que apresenta a quantidade de alimentos restante nesse estoque logo após essas três semanas.

a) 144 kg

b) 180 kg

c) 210 kg

d) 306 kg

e) 414 kg

Comentários:

A fração que corresponde ao total de alimentos consumidos é:

$$\frac{1}{6}+\frac{5}{24}+\frac{1}{5}$$
$$=\frac{20}{120}+\frac{25}{120}+\frac{24}{120}$$
$$=\frac{69}{120}$$

A fração que corresponde ao total de alimentos **não consumidos** é dada pela **fração complementar** a $\frac{69}{120}$:

$$1-\frac{69}{120}$$
$$=\frac{120-69}{120}$$
$$=\frac{51}{120}$$

O total de alimentos não consumidos é dado por:

$$\frac{51}{120}\ \textbf{de}\ 720\text{ kg}$$
$$=\frac{51}{120}\times 720$$
$$=51\times\frac{720}{120}$$
$$=51\times 6$$
$$=306\text{ kg}$$

Gabarito: Letra D.

(TRF 4/2019) Um ciclista pedalou durante três horas. Na primeira hora percorreu $\frac{5}{18}$ do trajeto, na segunda hora percorreu $\frac{7}{25}$ do trajeto e na terceira hora percorreu $\frac{11}{45}$ do trajeto. A fração do trajeto que falta percorrer é

a) $\frac{361}{460}$

b) $\frac{351}{460}$

c) $\frac{89}{450}$

d) $\frac{99}{450}$

e) $\frac{250}{460}$

Comentários:

O total do trajeto percorrido pelo ciclista é dado pela seguinte soma:

$$\frac{5}{18}+\frac{7}{25}+\frac{11}{45}$$

Para realizar a soma, devemos representar as frações por meio de **frações equivalentes** com um **mesmo denominador**. O **menor denominador comum possível** para realizar a soma é o **MMC entre 18**, **25** e **45**. Decompondo esses números em fatores primos, temos:

$$\begin{aligned}18 &= 2\times 9\\ &= 2\times 3^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}25 &= 5\times 5\\ &= 5^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}45 &= 9\times 5\\ &= 3^2\times 5\end{aligned}$$

Devemos selecionar todos os fatores primos obtidos com os maiores expoentes e realizar o produto.

$18 =\ 2\times 3^2$

$25 =\ \qquad\quad 5^2$

$45 =\ \quad 3^2\times 5$

Logo, $\text{MMC}\ (18{,}25{,}45) = 2\times 3^2\times 5^2 = \mathbf{450}$

Portanto, a soma que corresponde à fração do **trajeto percorrido** é:

$$\frac{5}{18}+\frac{7}{25}+\frac{11}{45}$$

$$= \frac{125}{\mathbf{450}} + \frac{126}{\mathbf{450}} + \frac{110}{\mathbf{450}}$$

$$= \frac{125 + 126 + 110}{\mathbf{450}}$$

$$= \frac{361}{450}$$

O trajeto **não percorrido** pedido pela questão é dado pela **fração complementar** a $\frac{361}{450}$:

$$1 - \frac{361}{450}$$

$$= \frac{450}{450} - \frac{361}{450}$$

$$= \frac{450 - 361}{450}$$

$$= \frac{89}{450}$$

Gabarito: Letra C.

Quando nos deparamos com problemas envolvendo frações, um recurso importante para resolvê-los consiste em **modelar o problema atribuindo uma incógnita a determinado valor que se desconhece**. Esse recurso será utilizado com frequência na resolução dos exercícios. Vejamos:

(PC AM/2022) Geraldo resolveu se desfazer de sua coleção de miniaturas. Assim, ele deu $\frac{2}{5}$ das suas miniaturas para seu irmão Gerson; das que sobraram, ele deu $\frac{1}{3}$ para seu irmão Gilson e as 48 restantes ele deu para sua irmã Glória.

O número de miniaturas que Gilson recebeu foi

a) 12.

b) 16.

c) 18.

d) 24.

e) 48.

Comentários:

Considere que o total de miniaturas de Geraldo seja $\boldsymbol{M}$.

"...ele (Geraldo) deu $\frac{2}{5}$ das suas miniaturas para seu irmão Gerson..."

Note que o total de miniaturas que ficou com Gerson é:

$$(\text{Miniaturas Gerson}) = \frac{2}{5} \text{ de } M$$

$$= \frac{2}{5} \times M$$

$$= \frac{2}{5} M$$

"...das que sobraram, ele (Geraldo) deu $\frac{1}{3}$ para seu irmão Gilson..."

Após a distribuição para Gerson, o total de miniaturas que sobraram foi:

$$(\text{Total}) - (\text{Miniaturas Gerson})$$

$$= M - \frac{2}{5} M$$

$$= \frac{5M - 2M}{5}$$

$$= \boldsymbol{\frac{3}{5} M}$$

<u>**Desse total que restou**</u>, $\frac{1}{3}$ ficou com o Gilson. Logo, o número de miniaturas que ficaram com Gilson foi:

$$(\text{Miniaturas Gilson}) = \frac{1}{3} \text{de} \boldsymbol{\frac{3}{5} M}$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} M$$

$$= \frac{1}{5} M$$

"...e as 48 restantes ele (Geraldo) deu para sua irmã Glória..."

O número de miniaturas que restou para Glória foi:

$$(\text{Total}) - (\text{Miniaturas Gerson}) - (\text{Miniaturas Gilson})$$

$$M - \frac{2}{5} M - \frac{1}{5} M$$

$$= \frac{5M - 2M - 1M}{5}$$

$$= \frac{2}{5} M$$

Esse número de miniaturas corresponde a 48. Logo:

$$\frac{2}{5}M = 48$$

$$M = \frac{48 \times 5}{2}$$

$$M = 120$$

Portanto, **o total de miniaturas é 120**. Queremos obter o número de miniaturas que ficaram com Gilson:

$$(\text{Miniaturas Gilson}) = \frac{1}{5}M$$

$$= \frac{1}{5} \times 120$$

$$\mathbf{= 24}$$

Gabarito: Letra D.

(SSP AM/2022) Os alunos de uma turma estavam se preparando para um concurso. Constatou-se que: a terça parte do total de alunos torce pelo Manaus FC, a quarta parte do total de alunos torce pelo Nacional-AM, e os 35 alunos restantes torcem por outros clubes ou não são ligados em futebol.

O número de alunos dessa turma que torcem pelo Manaus FC é

a) 21.

b) 25.

c) 26.

d) 28.

e) 35.

Comentários:

Considere que o total de alunos da turma seja A.

"...a terça parte do total de alunos torce pelo Manaus FC..."

Logo, o total de alunos que torce pelo Manaus FC é:

$$(\text{Manaus FC}) = \frac{1}{3}\,\mathbf{de}\ \text{A}$$

$$= \frac{1}{3} \times \text{A}$$

$$= \frac{1}{3}\text{A}$$

"...a quarta parte do total de alunos torce pelo Nacional-AM..."

Logo, o total de alunos que torce pelo Nacional-AM é:

$$(\text{Nacional-AM}) = \tfrac{1}{4}\,\textbf{de}\ \text{A}$$

$$= \frac{1}{4} \times \text{A}$$

$$= \frac{1}{4}\text{A}$$

"...e os 35 alunos restantes torcem por outros clubes ou não são ligados em futebol."

O número de alunos restantes é:

$$(\text{Total de alunos}) - (\text{Manaus FC}) - (\text{Nacional-AM})$$

$$A - \frac{1}{3}A - \frac{1}{4}A$$

$$= \frac{12A - 4A - 3A}{12}$$

$$= \frac{5A}{12}$$

Esse número de alunos corresponde a 35. Logo:

$$\frac{5A}{12} = 35$$

$$A = 35 \times \frac{12}{5}$$

$$A = 84$$

Portanto, **o total de alunos é 84**. Queremos obter o número de alunos que torcem pelo Manaus FC:

$$(\text{Manaus FC}) = \frac{1}{3}A$$

$$= \frac{1}{3} \times 84$$

$$= 28$$

Gabarito: Letra D.

Dízima periódica

Definição e representação

Uma dízima periódica ocorre quando, ao realizar uma divisão, obtém-se um número com casas decimais que se repetem indefinidamente.

Exemplo: Ao realizar a divisão de 23 por 99, obtém-se o número "0,23232323...". Note que que a porção "23" se repete indefinidamente. Nesse caso, dizemos que 23 é o período da dízima periódica "0,23232323...". Isso significa que **o período é a porção que se repete na dízima periódica**.

Podemos **representar uma dízima periódica com um traço sobre o período**. Isto é:

$$0{,}23232323\ldots = 0,\overline{23}$$

A dízima periódica "5,77898989..." apresenta o período "89", pois esta é a porção que se repete indefinidamente. Podemos representar essa dízima periódica da seguinte forma:

$$5{,}77898989\ldots = 5{,}77\overline{89}$$

Transformação da dízima periódica em fração

Os principais problemas relacionados às dizimas periódicas consistem em transformar o número em uma fração. Para realizar essa transformação, a única coisa que você precisa se lembrar é que:

- Um número na forma $\mathbf{0,AAA}\ldots = \mathbf{0,\overline{A}}$ corresponde a $\frac{\mathrm{A}}{9}$;
- Um número na forma $\mathbf{0,ABABAB}\ldots = \mathbf{0,\overline{AB}}$ corresponde a $\frac{AB}{99}$;
- Um número na forma $\mathbf{0,ABCABCABC}\ldots = \mathbf{0,\overline{ABC}}$ corresponde a $\frac{ABC}{999}$;
- E assim sucessivamente.

$$\boxed{\mathbf{0,\overline{ABC}} \text{ corresponde a } \frac{ABC}{999}}$$

Vamos a alguns exemplos.

Transforme 0,3333.... em uma fração

$$0{,}3333\ldots = 0,\overline{3} = \frac{3}{9}$$

Transforme 0,45454545... em uma fração

$$0{,}4545\ldots = 0,\overline{45} = \frac{45}{99}$$

Transforme 0,672346723467234... em uma fração

$$0{,}672346723467234\ldots = 0,\overline{67234} = \frac{67234}{99999}$$

Para dízimas periódicas que fogem desse padrão, devemos modificá-las de modo a deixá-las no formato que conhecemos. Vejamos:

Transforme 0,553333... em uma fração

Veja que o período da dízima periódica é 3. Vamos separar 0,55 do restante do número:

$$0{,}55\overline{3} = 0{,}55 + \mathbf{0,00\overline{3}}$$

Note que ainda não podemos transformar a parte que apresenta o período em uma fração. Devemos escrevê-la de uma outra forma:

$$= 0{,}55 + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{100}} \times \mathbf{0,\overline{3}}$$

Agora sim temos $0,\overline{3}$. Esse número corresponde a 3/9.

$$= 0{,}55 + \frac{1}{100} \times \frac{3}{9}$$

$$= \frac{55}{100} + \frac{3}{900}$$

$$= \frac{9 \times 55 + 3}{900}$$

$$= \frac{498}{900}$$

Transforme 6,453121212... em uma fração

Devemos realizar o mesmo procedimento, separando a parte que não se repete do período da dízima periódica.

$$6{,}453\overline{12}\ldots = 6{,}453 + 0{,}000\overline{12}$$

$$= 6{,}453 + \frac{1}{1000} \times 0,\overline{12}$$

$$= 6{,}453 + \frac{1}{1000} \times \frac{12}{99}$$
$$= \frac{6453}{1000} + \frac{12}{99000}$$
$$= \frac{99 \times 6453 + 12}{99000}$$
$$= \frac{638859}{99000}$$

Uma decorrência interessante sobre a dízima periódica é que 0,999... é igual a 1. Não se trata de uma aproximação. Os números são exatamente iguais.

$$0{,}999\ldots = 0,\bar{9} = \frac{9}{9} = 1$$

Vamos resolver algumas questões.

(DPE RS /2017) Sabendo que o número decimal F é 0,8666 ... , que o número decimal G é 0,7111 ... e que o número decimal H é 0,4222 ... , então, o triplo da soma desses três números decimais, F, G e H, é igual a

a) 6,111 . . .

b) 5,888 . . .

c) 6

d) 3

e) 5,98

Comentários:

A soma de F, G e H é dada por:

$$0{,}8\bar{6} + 0{,}7\bar{1} + 0{,}4\bar{2}$$

Separando as partes que não se repetem dos períodos, temos:

$$= (\mathbf{0,8 + 0,7 + 0,4}) + 0{,}0\bar{6} + 0{,}0\bar{1} + 0{,}0\bar{2}$$
$$= \mathbf{1,9} + \frac{1}{10}0,\bar{6} + \frac{1}{10}0,\bar{1} + \frac{1}{10}0,\bar{2}$$
$$= 1{,}9 + \frac{1}{10} \times (0,\bar{6} + 0,\bar{1} + 0,\bar{2})$$
$$= 1{,}9 + \frac{1}{10} \times \left(\frac{6}{9} + \frac{1}{9} + \frac{2}{9}\right)$$
$$= 1{,}9 + \frac{1}{10} \times \left(\frac{9}{9}\right)$$

$$= 1{,}9 + 0{,}1$$

$$= 2$$

A questão pede o triplo da soma de F, G e H, que é dado por $3 \times 2 = 6$.

Gabarito: Letra C.

(MIN/2013) Julgue o seguinte item, relativo a sistemas numéricos e sistema legal de medidas.

Se A = 1,232323... e B = 0,434343..., então A + B = 165/99.

Comentários:

Observe que A apresenta o período 23.

$$A = 1,\overline{23}$$

$$= 1 + \frac{23}{99}$$

$$= \frac{99 + 23}{99} = \frac{122}{99}$$

B apresenta o período 43.

$$B = 0,\overline{43}$$

$$= \frac{43}{99}$$

Ao somar A e B, temos:

$$A + B = \frac{122}{99} + \frac{43}{99}$$

$$= \frac{165}{99}$$

Gabarito: CERTO.

RAZÃO E PROPORÇÃO

Razão e proporção
Razão
A **razão** entre os números A e B é a divisão de A por B. • Razão entre A e B; • Razão de A para B; • A está para B; • A:B; • A/B; • $\frac{A}{B}$.
Proporção
Proporção é a igualdade entre duas **ou mais razões**. Sejam as **razões A/B e C/D**. A **proporção** é dada pela igualdade: $\frac{A}{B}=\frac{C}{D}$. • A e D são os **extremos**; e • B e C são os **meios** Em uma proporção, o **produto dos meios** é igual ao **produto dos extremos**. Em outras palavras, dada a proporção $\frac{A}{B}=\frac{C}{D}$, temos que $C \times B = A \times D$. Outra forma de entender a **"multiplicação cruzada"** é perceber que **podemos rearranjar os meios e os extremos**. **Não confundir** a razão entre duas entidades com a razão entre uma entidade e a totalidade de casos do problema. Propriedade fundamental da soma Considerando que $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{g}{h}$,então é verdade que $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{g}{h}=\frac{a+c+e+g}{b+d+f+h}$ **Não é estritamente necessário utilizar todas as razões apresentadas na proporção:** Considerando que $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{g}{h}$, então é verdade que $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{g}{h}=\frac{a+c}{b+d}$ Propriedade fundamental da subtração Considerando que $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, então é verdade que $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{a-c}{b-d}$

Uso conjunto das propriedade da soma e da subtração

Podemos somar e subtrair os numeradores e os denominadores seguindo a mesma lógica:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h} = \frac{-a+c+e+g}{-b+d+f+h}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h} = \frac{-a+c-e+g}{-b+d-f+h}$$

São diversas as possibilidades. **Não é estritamente necessário utilizar todas as razões apresentadas na proporção.**

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h} = \frac{-c+e-g}{-d+f-h}$$

Escala

A **escala** é um **tipo específico de razão**. Trata-se da razão entre uma medida representada em um desenho e a medida real do objeto que se representa.

$$\text{Escala} = \frac{\text{Medida representada}}{\text{Medida real}}$$

Velocidade Média e Vazão

Velocidade Média

A **velocidade média** corresponde à razão entre uma distância percorrida e o tempo em que se percorreu essa distância:

$$\text{Velocidade Média} = \frac{\text{Distância percorrida}}{\text{Tempo}}$$

Para **converter km/h para m/s, devemos dividir o valor por 3,6**

Para **converter m/s para km/h, devemos multiplicar o valor por 3,6**

Vazão

A **vazão** corresponde à razão entre um volume e um tempo.

$$\text{Vazão} = \frac{\text{Volume}}{\text{Tempo}}$$

Em problemas envolvendo vazão, geralmente devemos utilizar o fato de que **a soma das vazões individuais corresponde à vazão conjunta**.

Dois conceitos importantes derivados das frações são a **razão** e a **proporção**. Vamos compreendê-los.

Razão

Sejam dois números **A** e **B**, com **B** diferente de zero. A **razão entre os números A e B é a divisão de A por B**, podendo ser expressa por:

- Razão entre **A** e **B**;
- Razão de **A** para **B**;
- **A** está para **B;**
- **A:B**;
- **A/B**;
- $\boldsymbol{\frac{A}{B}}$.

O conceito de razão nos permite fazer a comparação entre dois números. Se, por exemplo, tivermos em uma sala 10 adultos e 5 crianças, a razão entre o **número de adultos** e o **número de crianças** é:

$$\frac{\text{Número de adultos}}{\text{Número de crianças}} = \frac{10}{5} = 2$$

Note, portanto, que a razão entre o número de adultos e o número de crianças representa quantas vezes o número de adultos é maior do que o número de crianças. Para o exemplo em questão, representa quantas vezes o número 10 é maior do que o 5: duas vezes.

Se quisermos a razão entre o **número de crianças** e o **número de adultos**, temos:

$$\frac{\text{Número de crianças}}{\text{Número de adultos}} = \frac{5}{10} = 0{,}5$$

Vamos exercitar esse conceito.

(SEFAZ-BA/2019) Durante a campanha para eleições presidenciais em determinado país foram compartilhadas 30 milhões de vezes fakenews a favor do candidato A. Já fakenews a favor do candidato B foram compartilhadas 6 milhões de vezes. De acordo com esses dados, pode-se estimar que a razão entre a diferença entre o número de compartilhamentos de fakenews pró-A e pró-B em relação ao número de compartilhamentos de fakenews pró-B é igual a

a) 4.

b) 3.

c) 2.

d) 5.

e) 6.

Comentários:

O número de compartilhamentos de fakenews pró-A é $N_A = 30\ milhões$.

O número de compartilhamentos de fakenews pró-B é $N_B = 6\ milhões$.

A diferença **D** entre o número de compartilhamentos de fakenews pró-A e pró-B é dada por:

$$D = N_a - N_b = 24\, milhões$$

A questão pede **razão entre** a diferença entre o número de compartilhamentos de fakenews pró-A e pró-B **em relação ao** número de compartilhamentos de fakenews pró-B.

Trata-se da **razão entre $\boldsymbol{D}$ e $\boldsymbol{N_b}$:**

$$\frac{D}{N_b} = \frac{24\, milhões}{6\, milhões} = \frac{24}{6} = 4$$

Gabarito: Letra A.

(CREF 12/2013) Se a razão A/B vale 3, sendo B diferente de 0, então a razão de (2A—B)/2A vale:

a) 1

b) 1/2

c) 4/5

d) 3/5

e) 5/6

Comentários:

Podemos escrever A em função de B.

$$\frac{A}{B} = 3$$

$$A = 3B$$

Substituindo **A = 3B** na razão **(2A—B)/2A**, temos:

$$\frac{2A - B}{2A}$$

$$= \frac{2 \times 3B - B}{2\ \times 3B}$$

$$\frac{6B - B}{6B}$$

$$\frac{5B}{6B} = \frac{5}{6}$$

O **gabarito**, portanto, é **Letra E**.

Outra forma de se resolver a questão é "fazer aparecer" a razão **A/B** na razão **(2A—B)/2A**.

$$\frac{2\mathrm{A} - \mathrm{B}}{2\mathrm{A}}$$

$$= \frac{2A}{2A} - \frac{B}{2A}$$

$$= 1 - \frac{1}{2} \times \frac{B}{A}$$

$$= 1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{\frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{B}}}$$

$$= 1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{\mathbf{3}}$$

$$= 1 - \frac{1}{6}$$

$$\frac{6-1}{6} = \frac{5}{6}$$

Gabarito: Letra E.

Assim como ocorre em problemas envolvendo frações, um recurso importante para resolver exercícios envolvendo o conceito de razão consiste em **modelar o problema atribuindo uma incógnita a determinado valor que se desconhece**. Vejamos:

(CBM AM/2022) Em um grupo de pessoas, o número de homens é igual ao número de mulheres. Selecionam-se então $\frac{2}{5}$ dos homens $\frac{3}{4}$ das mulheres e forma-se um novo grupo.

Nesse novo grupo, em relação ao total de pessoas, as mulheres representam

a) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{5}{9}$

c) $\frac{7}{20}$

d) $\frac{15}{23}$

e) $\frac{17}{25}$

Comentários:

Considere que originalmente o número de **homens** e o número de **mulheres** seja **igual a X**, **totalizando $2X$ pessoas**.

No novo grupo, temos $\frac{2}{5}$ dos homens. O total de homens nesse novo grupo é:

$$\text{Homens}_{\substack{\text{novo}\\ \text{grupo}}} = \frac{2}{5}\ \mathbf{de}\ X = \frac{2}{5} \times X = \frac{2}{5}X$$

Ainda no novo grupo, temos $\frac{3}{4}$ das mulheres. O total de mulheres nesse novo grupo é:

$$\text{Mulheres}_{\substack{\text{novo}\\ \text{grupo}}} = \frac{3}{4}\ \mathbf{de}\ X = \frac{3}{4} \times X = \frac{3}{4}X$$

Nesse novo grupo, **a razão entre o número de mulheres e o total de pessoas é**:

$$\frac{\text{Mulheres}_{\substack{\text{novo}\\\text{grupo}}}}{\text{Homens}_{\substack{\text{novo}\\\text{grupo}}} + \text{Mulheres}_{\substack{\text{novo}\\\text{grupo}}}}$$

$$= \frac{\frac{3}{4}X}{\frac{2}{5}X + \frac{3}{4}X}$$

$$= \frac{\frac{3}{4}X}{\frac{8X + 15X}{20}}$$

$$= \frac{\frac{3}{4}X}{\frac{23}{20}X}$$

Simplificando X, temos:

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{23}{20}}$$

$$= \frac{3}{4} \times \frac{20}{23}$$

$$= \boldsymbol{\frac{15}{23}}$$

Gabarito: Letra D.

Proporção

Conceito de proporção

Proporção é a igualdade entre duas **ou mais razões**.

Sejam as razões **A**/**B** e **C**/**D**. A proporção é dada pela igualdade:

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$$

Podemos representar uma proporção das seguintes formas:

- **A** está para **B** assim como **C** está para **D**;
- **A:B::C:D**;
- **A/B = C/D**;
- $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$.

Ainda em uma proporção **A**/**B** = **C**/**D**, diz-se que:

- **A** e **D** são os **extremos**; e
- **B** e **C** são os **meios**.

Multiplicação cruzada

A propriedade das proporções conhecida por **"multiplicação cruzada"** nos diz o seguinte:

Em uma proporção, o **produto dos meios** é igual ao **produto dos extremos**.
Em outras palavras, dada a proporção $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$, temos que $C \times B = A \times D$.

Considere, por exemplo, a proporção:

$$\frac{5}{10} = \frac{20}{40}$$

Note que o produto dos meios, 10×20, é igual ao produto dos extremos, 5×40, pois ambas as multiplicações nos retornam o resultado 200.

Vamos a um exemplo.

Determine o valor de incógnita x na proporção $\frac{3(x-2)}{4} = \frac{9\,(x+1)}{20}$.

Realizando a **"multiplicação cruzada"**, obtemos:

$$4 \times 9(x+1) = 3(x-2) \times 20$$

$$36 \times (x+1) = 60 \times (x-2)$$

$$36x + 36 = 60x - 120$$

$$120 + 36 = 60x - 36x$$

$$156 = 24x$$

$$24x = 156$$

$$x = \frac{156}{24}$$

$$x = 6{,}5$$

Outra forma de entender a **"multiplicação cruzada"** é perceber que podemos rearranjar os **meios** e os **extremos**. Para exemplificar esse conceito, considere a mesma proporção:

$$\frac{3(x-2)}{4} = \frac{9\,(x+1)}{20}$$

Os meios da proporção considerada são $\mathbf{4}$ e $\mathbf{9\,(x+1)}$.

$$\frac{3(x-2)}{\mathbf{4}} = \frac{\mathbf{9\,(x+1)}}{20}$$

Podemos rearranjar os meios da proporção original da seguinte forma:

$$\frac{3(x-2)}{1} = \frac{\mathbf{4 \times 9(x+1)}}{20}$$

Também podemos rearranjar os meios da proporção original assim:

$$\frac{3(x-2)}{\mathbf{4 \times 9\,(x+1)}} = \frac{1}{20}$$

Outra possibilidade é trocar os meios de posição:

$$\frac{3(x-2)}{\mathbf{9\,(x+1)}} = \frac{\mathbf{4}}{20}$$

A mesma ideia vale para os extremos da proporção.

Os extremos da proporção considerada são $\mathbf{3(x-2)}$ e $\mathbf{20}$.

$$\frac{\mathbf{3(x-2)}}{4} = \frac{9\,(x+1)}{\mathbf{20}}$$

Podemos rearranjar os extremos das seguintes formas:

$$\frac{\mathbf{3(x-2)\times 20}}{4} = \frac{9\,(x+1)}{1}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{9\,(x+1)}{\mathbf{3(x-2)\times 20}}$$

$$\frac{\mathbf{20}}{4} = \frac{9\,(x+1)}{\mathbf{3(x-2)}}$$

Entendida essa nova percepção da **"multiplicação cruzada"**, vamos determinar o valor da incógnita x de outra maneira.

Determine o valor de incógnita x na proporção $\frac{3(x-2)}{4} = \frac{9\,(x+1)}{20}$.

$$\frac{3(x-2)}{4} = \frac{9(x+1)}{20}$$

$$\frac{3(x-2)}{1} = \frac{4\times 9\,(x+1)}{20}$$

$$\frac{(x-2)}{1} = \frac{4\times 9\,(x+1)}{3\times 20}$$

$$(x-2) = \frac{4\times 9}{3\times 20}\times(x+1)$$

Simplificando 4 com 20 e 9 com 3, obtemos:

$$(x-2) = \frac{3}{5}\times(x+1)$$

$$x-2 = \frac{3}{5}x+\frac{3}{5}$$

$$x - \frac{3}{5}x = 2 + \frac{3}{5}$$

$$\frac{2}{5}x = \frac{13}{5}$$

$$2x = 13$$

$$x = \frac{13}{2}$$

$$x = 6{,}5$$

Vamos praticar o que aprendemos sobre **"multiplicação cruzada"**.

(Pref. P das Missões/2019) O valor de "x" na proporção $\frac{x}{2} = \frac{x+7}{4}$ é:

a) 2.

b) 5.

c) 7.

d) 9.

e) 10.

Comentários:

Sabemos que:

- $$\frac{x}{2} = \frac{x+7}{4}$$

Para determinar o valor de "x", devemos utilizar a "multiplicação cruzada".

$$x \times 4 = 2 \times (x + 7)$$

$$4x = 2x + 14$$

$$4x - 2x = 14$$

$$2x = 14$$

$$x = \frac{14}{2}$$

$$x = 7$$

Gabarito: Letra C.

(CODESG/2019) Considere que os números 0,6; 1,6; 0,3; e k formam, nessa ordem, uma proporção. Qual o valor de k?

a) 0,8

b) 1,8

c) 2,4

d) 2,6

Comentários:

Como os números 0,6; 1,6; 0,3; e k formam uma proporção na ordem indicada, então:

$$\frac{0{,}6}{1{,}6} = \frac{0{,}3}{k}$$

Para determinar o valor de "k", devemos utilizar a "multiplicação cruzada".

$$0{,}6 \times k = 1{,}6 \times 0{,}3$$

$$0{,}6k = 0{,}48$$

$$k = \frac{0{,}48}{0{,}6}$$

$$k = 0{,}8$$

Gabarito: Letra A.

(Pref. Peruíbe/2019) Em um experimento químico, a razão entre uma quantidade do produto A para 2/3 da quantidade do produto B é igual a 1/3. Para obter esse resultado é(são) necessário(s), do produto A,

a) 1/6 da quantidade do produto B.

b) 2/9 da quantidade do produto B.

c) 1/3 da quantidade do produto B.

d) 2/5 da quantidade do produto B.

e) 1/2 da quantidade do produto B.

Comentários:

Seja Q_A a quantidade do produto A e Q_B a quantidade do produto B.

A razão entre Q_A e $\frac{2}{3}Q_b$ é igual a 1/3. Logo:

$$\frac{Q_A}{\left(\frac{2}{3}Q_B\right)} = \frac{1}{3}$$

Rearranjando os meios, temos:

$$\frac{Q_A}{1} = \frac{\left(\frac{2}{3}Q_B\right)}{3}$$

$$Q_A = \frac{2Q_B}{3} \times \frac{1}{3}$$

$$Q_A = \frac{2}{9} Q_B$$

Logo, são necessários do produto A 2/9 da quantidade do produto B.

Gabarito: Letra B.

Um ponto muito importante na resolução de problemas é **não confundir** a razão entre duas entidades com a razão entre uma entidade e a totalidade de casos do problema. Vejamos o exemplo a seguir:

(Pref. Peruíbe/2019) No ano de 2015, uma pesquisa revelou que, no Brasil, a razão entre o número de pessoas que apresentam algum tipo de deficiência e o número de pessoas que não apresentam deficiência é de 1/3. Com base nessa informação, é correto afirmar que, no Brasil, a cada

a) seis pessoas, uma tem algum tipo de deficiência.

b) cinco pessoas, uma tem algum tipo de deficiência.

c) quatro pessoas, uma tem algum tipo de deficiência.

d) três pessoas, uma tem algum tipo de deficiência.

e) duas pessoas, uma tem algum tipo de deficiência.

Comentários:

Perceba que o problema pergunta sobre a razão entre as pessoas com deficiência (C) e a **totalidade da população** brasileira (T).

A razão apresentada pelo enunciado é entre as pessoas com deficiência (C) e as pessoas sem deficiência (S):

$$\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{S}} = \frac{1}{3}$$

Ao realizar a "multiplicação cruzada", obtemos que o número de pessoas sem deficiência é o triplo do número de pessoas com deficiência:

$$1\mathrm{S} = 3\mathrm{C}$$

O total de pessoas no Brasil (T) corresponde à soma das pessoas com e sem deficiência:

$$\mathrm{T} = \mathrm{C} + \mathrm{S}$$

A razão entre o número de pessoas com deficiência e a totalidade da população é:

$$\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{T}} = \frac{C}{C+S}$$

Como **S = 3C**, temos:

$$= \frac{C}{C+3C}$$

$$= \frac{C}{4C} = \frac{1}{4}$$

Logo, no Brasil, a cada quatro pessoas, uma tem algum tipo de deficiência.

Gabarito: Letra C.

Propriedades fundamentais das proporções

As propriedades a seguir serão de grande valia para problemas de proporcionalidade, especialmente a propriedade fundamental da soma.

Propriedade fundamental soma

Considerando a proporção $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, são validas também as proporções $\frac{a}{b}=\frac{a+c}{b+d}$ e também $\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d}$. Em resumo, temos que:

$$\text{Considerando que } \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}}=\frac{\mathrm{c}}{\mathrm{d}}, \text{então é verdade que } \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}}=\frac{\mathrm{c}}{\mathrm{d}}=\frac{\mathrm{a}+\mathrm{c}}{\mathrm{b}+\mathrm{d}}$$

O mesmo vale para uma proporção composta por **mais de duas razões**:

$$\text{Considerando que } \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}}=\frac{\mathrm{c}}{\mathrm{d}}=\frac{\mathrm{e}}{\mathrm{f}}=\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{h}}, \text{então é verdade que } \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}}=\frac{\mathrm{c}}{\mathrm{d}}=\frac{\mathrm{e}}{\mathrm{f}}=\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{h}}=\frac{\mathrm{a}+\mathrm{c}+\mathrm{e}+\mathrm{g}}{\mathrm{b}+\mathrm{d}+\mathrm{f}+\mathrm{h}}$$

Vale ressaltar que **não é estritamente necessário utilizar todas as razões apresentadas na proporção**, sendo também verdade, por exemplo, casos como os seguintes:

$$\text{Considerando que } \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}=\frac{\mathbf{c}}{\mathbf{d}}=\frac{\mathrm{e}}{\mathrm{f}}=\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{h}}, \text{então é verdade que } \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}}=\frac{\mathrm{c}}{\mathrm{d}}=\frac{\mathrm{e}}{\mathrm{f}}=\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{h}}=\frac{\mathbf{a}+\mathbf{c}}{\mathbf{b}+\mathbf{d}}$$

$$\text{Considerando que } \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}=\frac{\mathbf{c}}{\mathbf{d}}=\frac{\mathrm{e}}{\mathrm{f}}=\frac{\mathbf{g}}{\mathbf{h}}, \text{então é verdade que } \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}}=\frac{\mathrm{c}}{\mathrm{d}}=\frac{\mathrm{e}}{\mathrm{f}}=\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{h}}=\frac{\mathbf{a}+\mathbf{c}+\mathbf{g}}{\mathbf{b}+\mathbf{d}+\mathbf{h}}$$

Vamos a um exemplo que mostra a utilidade dessa propriedade.

Considere a proporção com três razões $\frac{a}{5}=\frac{b}{10}=\frac{c}{20}$. Determine a, b e c, sabendo que $a+b+c=140$.

Utilizando a propriedade fundamental da soma, temos que:

$$\frac{a}{5}=\frac{b}{10}=\frac{c}{20}=\frac{a+b+c}{5+10+20}$$

$$\frac{a}{5}=\frac{b}{10}=\frac{c}{20}=\frac{140}{35}$$

$$\frac{a}{5}=\frac{b}{10}=\frac{c}{20}=4$$

A sequência de igualdades acima significa que:

$$\frac{a}{5} = 4 \ \rightarrow a = 20$$

$$\frac{b}{10} = 4 \ \rightarrow b = 40$$

$$\frac{c}{20} = 4 \ \rightarrow c = 80$$

Propriedade fundamental da subtração

Considerando a proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, são validas as proporções $\frac{a}{b} = \frac{a-c}{b-d}$ e também $\frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d}$. Em resumo, temos que:

$$\text{Considerando que } \frac{\text{a}}{\text{b}} = \frac{\text{c}}{\text{d}}, \text{então é verdade que } \frac{\text{a}}{\text{b}} = \frac{\text{c}}{\text{d}} = \frac{\text{a} - \text{c}}{\text{b} - \text{d}}$$

Vamos a um exemplo que mostra a utilidade dessa propriedade.

Considere a proporção $\frac{x+1}{10} = \frac{x-4}{5}$. Determine a incógnita "x".

Ao subtrair os numeradores, podemos eliminar a incógnita "x". Observe:

$$\frac{x+1}{10} = \frac{x-4}{5} = \frac{\mathbf{(x+1)-(x-4)}}{\mathbf{10-5}}$$

$$\frac{x+1}{10} = \frac{x-4}{5} = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{5}}$$

$$\frac{x+1}{10} = \frac{x-4}{5} = \mathbf{1}$$

Utilizando a igualdade $\frac{x+1}{10} = 1$, obtemos:

$$x + 1 = 10$$

$$x = 9$$

Poderíamos também utilizar a igualdade $\frac{x-4}{5} = 1$:

$$x - 4 = 5$$

$$x = 9$$

Uso conjunto das propriedades da soma e da subtração

Em uma mesma proporção composta por duas ou mais razões, podemos utilizar as duas propriedades anteriores em conjunto. Por exemplo, se tivermos a proporção:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{g}{h}$$

Podemos somar e subtrair os numeradores e denominadores seguindo a mesma lógica:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{g}{h}=\frac{-a+c+e+g}{-b+d+f+h}$$

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{g}{h}=\frac{a-c+e-g}{b-d+f-h}$$

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{g}{h}=\frac{a+c-e-g}{b+d-f-h}$$

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{g}{h}=\frac{a+c-e+g}{b+d-f+h}$$

Enfim, são diversas as possibilidades. O importante é não esquecer que, ao realizar uma operação (soma ou subtração) com o numerador de uma das razões, devemos realizar a <u>mesma operação</u> (soma ou subtração) <u>com o denominador dessa razão</u>.

Vale ressaltar que não é estritamente necessário utilizar todas as razões apresentadas na proporção:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{g}{h}=\frac{a+c-e}{b+d-f}$$

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{g}{h}=\frac{-c+e-g}{-d+f-h}$$

Escala

A escala é um tipo específico de razão. Trata-se da razão entre uma medida representada em um desenho e a medida real do objeto que se representa.

$$\text{Escala} = \frac{\text{Medida representada}}{\text{Medida real}}$$

É muito comum que a escala seja representada na forma **A:B**.

Quando temos, por exemplo, um mapa na escala 1:50.000, significa que cada unidade de comprimento do mapa corresponde a 50.000 unidades de comprimento do mundo real, seja qual for essa unidade de comprimento:

- Se estivermos falando de metros, cada metro do mapa corresponde a 50.000 metros no mundo real;
- Se estivermos falando de centímetros, cada centímetro do mapa corresponde a 50.000 centímetros no mundo real;
- Se estivermos falando de milímetros, cada milímetro do mapa corresponde a 50.000 milímetros no mundo real;
- Etc.

(ANAC/2009) Acerca de grandezas proporcionais e de matemática financeira, julgue o item que segue.

Se a maquete de um helicóptero, construída na escala de 1:24, tiver o comprimento igual a 20 cm, então o comprimento real dessa aeronave será inferior a 5 m.

Comentários:

A escala 1:24 apresenta 20cm como medida representada.

$$\text{Escala} = \frac{\text{Medida representada}}{\text{Medida real}}$$

$$\frac{1}{24} = \frac{20\text{ cm}}{\text{Medida real}}$$

$$1 \times (\text{Medida real}) = 24 \times 20\text{ cm}$$

$$(\text{Medida real}) = 480\text{ cm}$$

Lembre-se que o prefixo "**centi**" (**c**) corresponde a 10^{-2}. O valor da medida real, em metros, é:

$$(\text{Medida real}) = 480 \times \mathbf{10^{-2}}\text{ m}$$

$$(\text{Medida real}) = 4{,}8\text{ m}$$

Logo, o comprimento real dessa aeronave será inferior a 5 m.

Gabarito: CERTO.

(Pref. Olímpia/2019) A tabela a seguir apresenta algumas escalas e medidas:

Escala	Medida na representação gráfica	Medida real
1:1 000	6 cm	60 m
1:2 500	20 cm	X
1:4 000	Y	600 m

As medidas X e Y são, respectivamente, iguais a

a) 25 m e 15 cm.

b) 60 m e 80 cm.

c) 500 m e 12 cm.

d) 500 m e 15 cm.

e) 800 m e 60 cm.

Comentários:

A escala 1:2.500 apresenta 20cm como medida representada e X como medida real.

$$\text{Escala} = \frac{\text{Medida representada}}{\text{Medida real}}$$

$$\frac{1}{2.500} = \frac{20\text{cm}}{\text{X}}$$

$$1 \times \text{X} = 20\text{cm} \ \times 2.500$$

$$\text{X} = 50.000 \text{ cm}$$

Lembre-se que o prefixo "**centi**" (**c**) corresponde a 10^{-2}. O valor de X, em metros, é:

$$\text{X} = 50.000 \times \mathbf{10^{-2}}\text{m}$$

$$\text{X} = 500\text{m}$$

A escala 1:4.000 apresenta Y como medida representada e 600m como medida real.

$$\text{Escala} = \frac{\text{Medida representada}}{\text{Medida real}}$$

$$\frac{1}{4.000} = \frac{\text{Y}}{600\text{m}}$$

$$\frac{600\text{m}}{4.000} = \text{Y}$$

$$\text{Y} = 0{,}15 \text{ m}$$

0,15m correspondem a 15cm. Logo, $\text{Y} = 15\text{cm}$.

Gabarito: Letra D.

Velocidade média e vazão

Nesse tópico, vamos tratar de problemas envolvendo **velocidade média** e **vazão**, que também são tipos específicos de razão.

Velocidade média

A **velocidade média** corresponde à razão entre uma distância percorrida e o tempo em que se percorreu essa distância:

$$\text{Velocidade Média} = \frac{\text{Distância percorrida}}{\text{Tempo}}$$

Se a distância percorrida é dada em **quilômetros** (**km**) e o tempo em que se percorreu a distância é dado em **horas** (**h**), a velocidade média é obtida na unidade **quilômetros por hora** (**km/h**). Por exemplo, caso um automóvel tenha percorrido 144 km em 2h, a velocidade média é:

$$\text{Velocidade Média} = \frac{144\text{ km}}{2\text{ h}} = 72\text{ km/h}$$

Se a distância for dada em **metros** (**m**) e o tempo for dado em **segundos** (**s**), a velocidade média é obtida na unidade **metros por segundo** (**m/s**). Por exemplo, se um atleta correu 200 metros em 25 segundos, a sua velocidade média é:

$$\text{Velocidade Média} = \frac{200\text{m}}{25\text{ s}} = 8\text{ m/s}$$

Uma vez que **quilômetros por hora** (**km/h**) e **metros por segundo** (**m/s**) são unidades de velocidade, podemos realizar uma conversão entre essas unidades. Sabemos que:

- **1km** corresponde a **1000m**; e
- Em **1h** temos **60min**, que correspondem a 60×60 = **3600s**.

Com base nisso, observe que, **para converter** **quilômetros por hora** (**km/h**) **para** **metros por segundo** (**m/s**), **devemos dividir o valor por 3,6**. Acompanhe o raciocínio aplicado para a velocidade de **72 km/h**:

$$72\text{km/h} = \frac{72\ \mathbf{km}}{\mathbf{1\ h}} = \frac{72 \times \mathbf{1000\ m}}{\mathbf{3600\ s}} = \frac{72\text{ m}}{\frac{3600}{1000}\text{ s}} = \frac{72\text{ m}}{3{,}6\text{ s}} = 20\text{ m/s}$$

Além disso, note que:

- Como **1km** corresponde a **1000m**, temos que **1m** corresponde a $\frac{1}{1000}$ **km**; e
- Como **1h** temos **3600s**, temos que **1s** corresponde a $\frac{1}{3600}$ **h**.

Com base nisso, podemos observar que, para **converter metros por segundo** (**m/s**) **para quilômetros por hora** (**km/h**), **devemos multiplicar o valor por 3,6**. Acompanhe o raciocínio aplicado para a velocidade de **20 m/s**:

$$20\ \text{m/s} = \frac{20\ \mathbf{m}}{1\ \text{s}} = \frac{20 \times \mathbf{\frac{1}{1000}\,km}}{1 \times \mathbf{\frac{1}{3600}\,h}} = 20 \times \frac{1}{1000} \times 3600\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 20 \times \frac{3600}{1000}\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 20 \times 3{,}6\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 72\ \text{km/h}$$

FIQUE ATENTO!

Para **converter km/h para m/s**, **devemos dividir o valor por 3,6**

Para **converter m/s para km/h**, **devemos multiplicar o valor por 3,6**

Cumpre destacar que **tudo que vimos aqui para velocidade média vale para problemas em que temos uma velocidade constante**. Isso porque, **quando a velocidade é constante durante um trajeto**, **esta é a velocidade média**.

Nesse momento, vamos resolver alguns problemas envolvendo essa razão especial que chamamos de **velocidade média**.

HORA DE PRATICAR!

(PREVISCAM/2022) Um motorista de táxi fez um percurso de 50 km em 30 minutos com velocidade constante. Qual a velocidade, em quilômetros por hora?

a) 105 km/h.

b) 100 km/h.

c) 150 km/h.

d) 120 km/h.

Comentários:

Para obter a velocidade em **quilômetros por hora** (**km/h**), devemos ter a distância percorrida em **quilômetros** (**km**) e o tempo em **horas** (**h**).

Como **1h = 60min**, 30 minutos correspondem à metade de uma hora, ou seja, **30min = 0,5h**. Logo:

$$\text{Velocidade Média} = \frac{\text{Distância percorrida}}{\text{Tempo}}$$

$$\text{Velocidade Média} = \frac{50 \text{ km}}{0{,}5 \text{ h}}$$

$$\text{Velocidade Média} = 100 \text{ km/h}$$

Como a velocidade procurada é uma **velocidade constante** ao longo de todo o trajeto, **esta velocidade é a velocidade média**.

Gabarito: Letra B.

(CBM RJ/2022) Em certa pista, um carro de corrida, mantendo velocidade média de 100 km/h durante 2 horas deu exatamente 45 voltas.

Na mesma pista, aumentando a velocidade média para 180 km/h, o número de voltas que serão dadas nas mesmas 2 horas é

a) 25.

b) 30.

c) 36.

d) 72.

e) 81.

Comentários:

Suponha que em **uma volta** temos uma **distância x em quilômetros**. Note que, na primeira situação, o carro de corrida manteve a velocidade média de **100 km/h** durante **2h** e percorreu a distância de **45x**. Logo:

$$\text{Velocidade Média}_1 = \frac{\text{Distância percorrida}_1}{\text{Tempo}_1}$$

$$100 \text{ km/h} = \frac{45x}{2 \text{ h}}$$

Realizando a "multiplicação cruzada", temos:

$$45x = 2\text{h} \times 100 \text{ km/h}$$

$$45x = 200 \text{ km}$$

$$x = \frac{200}{45} \text{km}$$

Simplificando o numerador e o denominador por 5, temos:

$$x = \frac{40}{9}\ \text{km}$$

Portanto, **uma volta** corresponde à distância de **40/9 km**.

Na segunda situação, o carro de corrida manteve a velocidade média de **180 km/h** durante **2h**. Com isso, podemos obter a **distância *D*** percorrida nessa segunda situação:

$$\text{Velocidade Média}_2 = \frac{\text{Distância percorrida}_2}{\text{Tempo}_2}$$

$$180\ \text{km/h} = \frac{D}{2\ \text{h}}$$

Realizando a "multiplicação cruzada", temos:

$$D = 2\text{h} \times 180\ \text{km/h}$$

$$\boldsymbol{D = 360\ \text{km}}$$

Precisamos saber quantas voltas correspondem à distância de **360 km**. Trata-se da seguinte divisão:

$$\frac{360\ \text{km}}{\frac{40}{9}\ \text{km por volta}}$$

$$= 360 \times \frac{9}{40}$$

$$= \frac{360}{40} \times 9$$

$$= 9 \times 9$$

$$= 81\ \text{voltas}$$

Gabarito: Letra E.

FIQUE ATENTO!

A seguir, apresentarei duas questões de maior complexidade. **Não se preocupe se você errar**, **especialmente caso você nunca tenha visto esse tipo de questão na sua vida**. Isso porque esse tipo de questão **não é comum de aparecer em provas** e, além disso, essas questões **fogem um pouco do escopo de Matemática e de Raciocínio Lógico**, começando a entrar no campo da Física.

(TJ CE/2022) Um trem viaja a uma velocidade constante. Ele leva 5 s para atravessar completamente um túnel de 85 m e gasta 8 s para atravessar completamente um túnel de 160 m. O comprimento do trem, em metros, é

a) 60.

b) 30.

c) 40.

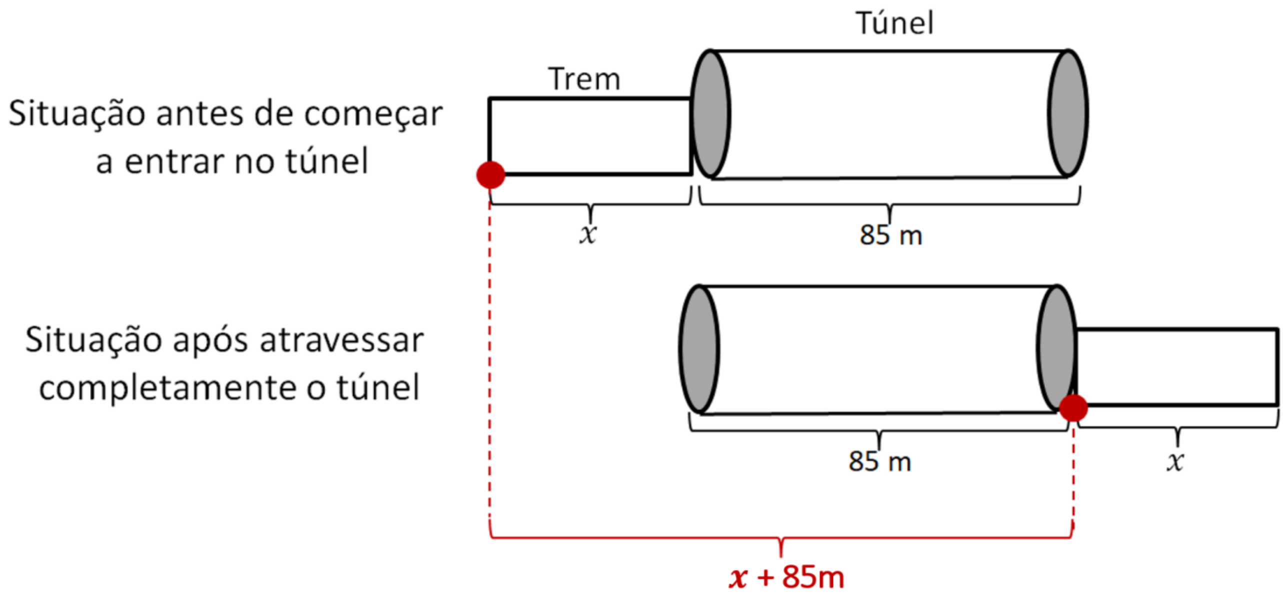
d) 50.

e) 70.

Comentários:

Suponha que o **comprimento do trem**, **em metros**, **seja x**.

Na **primeira situação**, temos o seguinte esquema que representa o trem antes de começar a entrar no túnel e após atravessar completamente o túnel:



Perceba que, **para atravessar completamente o túnel**, o trem precisa percorrer uma **distância x + 85m**, que corresponde ao **comprimento do trem somado ao comprimento do túnel**.

Já que o trem apresenta uma **velocidade constante** ao longo de todo o trajeto, **esta velocidade é a velocidade média**.

Como o trem leva **5s** para percorrer a distância **x + 85m**, a velocidade constante V, em metros por segundo (**m/s**), é:

$$\text{Velocidade Média} = \frac{\text{Distância percorrida}}{\text{Tempo}}$$

$$V = \frac{x + 85}{5}$$

Na **segunda situação**, o trem leva **8s** para atravessar completamente um túnel de **160 m** mantendo a mesma velocidade constante $\boldsymbol{V}$. A distância percorrida, nessa segunda situação, será $\boldsymbol{x}$ **+ 160m**. Logo:

$$\text{Velocidade Média} = \frac{\text{Distância percorrida}}{\text{Tempo}}$$

$$V = \frac{x + 160}{8}$$

Igualando a velocidade V para as duas situações, temos:

$$\frac{x + 85}{5} = \frac{x + 160}{8}$$

Realizando a "multiplicação cruzada", segue que:

$$8 \times (x + 85) = 5 \times (x + 160)$$

$$8x + 680 = 5x + 800$$

$$8x - 5x = 800 - 680$$

$$3x = 120$$

$$x = \frac{120}{3}$$

$$x = 60 \text{ m}$$

Portanto, **o comprimento do trem é 60 metros**.

Gabarito: Letra C.

(Senado/2022) Um tigre avista um javali a 1km de distância e sai, em linha reta, em seu encalço. Nesse instante, o javali foge na direção contrária à do tigre.

O tigre corre a 30m/s, e o javali tenta escapar a uma velocidade de 10m/s.

A distância percorrida pelo javali até ser alcançado pelo tigre é igual a

a) 300m.

b) 400m.

c) 500m.

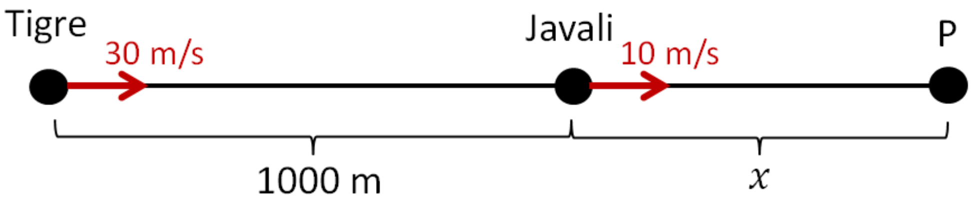
d) 600m.

e) 700m.

Comentários:

Suponha que a distância percorrida pelo javali até ser alcançado pelo tigre seja x. Suponha, ainda, que o tigre alcance o javali no **ponto P**.

Como **1km** é igual a **1000m,** temos a seguinte representação do problema:



Como as velocidades são constantes, podemos utilizar o conceito de velocidade média.

$$\text{Velocidade Média} = \frac{\text{Distância percorrida}}{\text{Tempo}}$$

Suponha que o tigre e o javali se encontrem no ponto P **após t segundos**. Veja que:

• A velocidade média do tigre é **30 m/s**;

• A distância percorrida pelo tigre é **1000 + x metros**;

• O tempo em que o tigre percorre a distância 1000 + x é **t segundos**.

Logo:

$$30 = \frac{1000 + x}{t}$$

$$\mathbf{30}\boldsymbol{t} = \mathbf{1000} + \boldsymbol{x}$$

Além disso:

• A velocidade média do javali é **10 m/s**;

• A distância percorrida pelo javali é **x metros**;

• O tempo em que o javali percorre a distância x é **t segundos**.

Logo:

$$\mathbf{10} = \frac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{t}}$$

$$10t = x$$

$$\boldsymbol{t} = \frac{\boldsymbol{x}}{\mathbf{10}}$$

Substituindo $t = x/10$ na primeira equação, temos:

$$\mathbf{30}\boldsymbol{t} = \mathbf{1000} + \boldsymbol{x}$$

$$30 \times \frac{\boldsymbol{x}}{\mathbf{10}} = 1000 + x$$

$$3x = 1000 + x$$

$$3x - x = 1000$$

$$2x = 1000$$

$$x = \frac{1000}{2}$$

$$x = 500 \text{ m}$$

Logo, **distância percorrida pelo javali até ser alcançado pelo tigre** é igual a **500m**.

Gabarito: Letra C.

Vazão

A **vazão** corresponde à razão entre um volume e um tempo.

$$\text{Vazão } = \frac{\text{Volume}}{\text{Tempo}}$$

No geral, problemas envolvendo vazão estão relacionados a torneiras que despejam em um recipiente um determinado volume de água em um determinado período de tempo.

Se o volume despejado for dado em **litros** (**l**) e o tempo for dado em **horas** (**h**), a vazão será obtida em **litros por hora** (**l/h**). Por exemplo, caso uma torneira encha um recipiente de 10 litros em 2h, a vazão é:

$$\text{Vazão } = \frac{10 \text{ l}}{2 \text{ h}} = 5 \text{ l/h}$$

A unidade da vazão dependerá das unidades de volume e de tempo consideradas. Caso tenhamos, por exemplo, uma torneira que encha um recipiente de 500ml em 2 minutos, a vazão será:

$$\text{Vazão} = \frac{500 \text{ ml}}{2 \text{ min}} = 250 \text{ ml/min}$$

A grande maioria dos problemas que envolvem o conceito de vazão está relacionada ao uso de torneiras. É muito comum que tenhamos as seguintes situações:

- Temos as **vazões individuais das torneiras** e queremos obter o **tempo em que as torneiras enchem um recipiente quando acionadas em conjunto**; e
- Temos a **vazão conjunta** e a **vazão de algumas torneiras** e queremos obter o **tempo em que uma determinada torneira enche um recipiente**.

Nesses casos, e em outros casos semelhantes, geralmente devemos montar uma equação em que **a soma das vazões individuais corresponde à vazão conjunta**.

Em problemas envolvendo vazão, geralmente devemos utilizar o fato de que **a soma das vazões individuais corresponde à vazão conjunta**.

Vamos resolver alguns problemas.

(Pref Nova Odessa/2022) Uma torneira leva 4 horas para encher um determinado recipiente. Já uma segunda torneira leva 6 horas para encher esse mesmo recipiente. Assim, se as duas torneiras forem abertas juntas, quanto tempo irão levar para encher esse recipiente?

a) 2 horas.

b) 2 horas e 4 minutos.

c) 2 horas e 24 minutos.

d) 2 horas e 36 minutos.

e) 2 horas e 56 minutos.

Comentários:

Suponha que o volume do recipiente em questão seja V.

A primeira torneira leva 4 horas para encher o recipiente de volume V. Logo, a sua vazão é:

$$\text{Vazão}_1 = \frac{\text{Volume}_1}{\text{Tempo}_1}$$

$$\text{Vazão}_1 = \frac{\text{V}}{4}$$

A segunda torneira leva 6 horas para encher o recipiente de volume V. Logo, a sua vazão é:

$$\text{Vazão}_2 = \frac{\text{Volume}_2}{\text{Tempo}_2}$$

$$\text{Vazão}_2 = \frac{\text{V}}{4}$$

A soma das vazões individuais corresponde à vazão conjunta. Logo:

$$\text{Vazão conjunta} = \frac{V}{4} + \frac{V}{6}$$

$$\text{Vazão conjunta} = \frac{3V + 2V}{12}$$

$$\text{Vazão conjunta} = \mathbf{\frac{5V}{12}}$$

A **vazão conjunta** corresponde à razão entre o **volume do recipiente V** e o **tempo t em que as torneiras enchem conjuntamente o recipiente**:

$$\text{Vazão conjunta} = \boldsymbol{\frac{V}{t}}$$

Igualando os dois valores para a vazão conjunta, podemos obter o tempo:

$$\boldsymbol{\frac{5V}{12} = \frac{V}{t}}$$

$$\frac{5}{12} = \frac{1}{t}$$

$$5t = 12$$

$$t = \frac{12}{5}$$

$$t = 2{,}4 \text{ horas}$$

Como **1h = 60 minutos**, temos que **0,4h** correspondem a:

$$0{,}4 \times 60 = 24\text{min}$$

Logo, **o tempo em que as torneiras irão levar para encher o recipiente conjuntamente é de 2 horas e 24 minutos**.

Gabarito: Letra C.

(Pref Linhares/2020) Uma torneira enche um tanque em 9 horas, uma outra pode fazer o mesmo serviço em 12 horas. Juntando a essas duas torneiras uma terceira, todas trabalhando ao mesmo tempo, o tanque ficará cheio em 4 horas. O tempo que a terceira levaria trabalhando sozinha para encher todo o tanque seria de:

a) 9 horas.

b) 18 horas.

c) 36 horas.

d) 72 horas.

e) 144 horas.

Comentários:

Suponha que o volume do tanque em questão seja V.

A primeira torneira leva 9 horas para encher o tanque de volume V. Logo, a sua vazão é:

$$\text{Vazão}_1 = \frac{\text{Volume}_1}{\text{Tempo}_1}$$

$$\text{Vazão}_1 = \frac{\text{V}}{9}$$

A segunda torneira leva 12 horas para encher o tanque de volume V. Logo, a sua vazão é:

$$\text{Vazão}_2 = \frac{\text{Volume}_2}{\text{Tempo}_2}$$

$$\text{Vazão}_2 = \frac{\text{V}}{12}$$

Suponha que o tempo em que a terceira torneira enche o tanque sozinha seja t. Nesse caso, a vazão da terceira torneira é:

$$\text{Vazão}_3 = \frac{\text{V}}{t}$$

A **vazão conjunta** corresponde à razão entre o **volume do recipiente V** e o **tempo de 4 horas em que as três torneiras enchem conjuntamente o recipiente**:

$$\text{Vazão conjunta} = \frac{\boldsymbol{V}}{\mathbf{4}}$$

A soma das vazões individuais corresponde à vazão conjunta. Logo:

$$\text{Vazão conjunta} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{9}} + \frac{\boldsymbol{V}}{\mathbf{12}} + \frac{\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{t}}$$

Igualando os dois valores para a vazão conjunta, podemos obter o tempo em que a terceira torneira enche o tanque trabalhando sozinha:

$$\frac{\mathbf{V}}{\mathbf{9}} + \frac{\boldsymbol{V}}{\mathbf{12}} + \frac{\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{t}} = \frac{\boldsymbol{V}}{\mathbf{4}}$$

Simplificando o volume V, temos:

$$\frac{1}{9} + \frac{1}{12} + \frac{1}{t} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{t} = \frac{1}{4} - \frac{1}{9} - \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{t} = \frac{9-4-3}{36}$$

$$\frac{1}{t} = \frac{2}{36}$$

$$\frac{1}{t} = \frac{1}{18}$$

$$t = 18 \text{ horas}$$

Logo, **o tempo que a terceira torneira levaria trabalhando sozinha para encher todo o tanque é de 18 horas**.

Gabarito: Letra B.

(Pref. Cuiabá/2015) Duas caixas d'água iguais, posicionadas uma ao lado da outra, possuem, cada uma, capacidade de 900 litros, sendo que a primeira está cheia e a segunda, vazia.

A primeira caixa possui uma torneira que consegue esvaziá-la com vazão de 10 litros por hora e a segunda caixa possui uma torneira que consegue enchê-la com vazão de 15 litros por hora.

Abrindo as duas torneiras simultaneamente, o tempo que deve decorrer até que os níveis da água nas duas caixas estejam na mesma altura é de

a) 18 horas.

b) 25 horas.

c) 30 horas.

d) 36 horas.

e) 45 horas.

Comentários:

Temos **duas caixas iguais**, com capacidade de **900 litros**, sendo que inicialmente **a primeira está cheia de água** e a **segunda está vazia**. Além disso, **a primeira caixa deve ser esvaziada**, e **a segunda deve ser enchida com água**.

Note que, **para que os níveis de água nas duas caixas estejam na mesma altura**, **o volume que resta na primeira caixa** deve ser igual ao **volume que foi inserido na segunda caixa**.

Considere, então, que o tempo em horas que deve decorrer até que os níveis de água nas duas caixas estejam na mesma altura seja t. Em outras palavras, considere que o tempo em horas para que **o volume que resta na primeira caixa** seja igual ao **volume inserido na segunda caixa** seja t.

Para obter o tempo t, vamos seguir os seguintes passos:

- **Obter o volume restante na primeira caixa em termos do tempo t;**
- **Obter o volume inserido na segunda caixa em termos do tempo t; e**
- **Igualar os volumes obtidos.**

Volume restante na primeira caixa

O volume retirado da primeira caixa durante o período t é tal que:

$$\text{Vazão}_1 = \frac{\text{Volume retirado}_1}{\text{Tempo}_1}$$

$$10 = \frac{\text{Volume retirado}_1}{t}$$

$$\text{Volume retirado}_1 = 10t$$

Portanto, o volume restante na primeira caixa depois de decorrido um tempo t é:

$$\text{Volume restante}_1 = 900 - \text{Volume retirado}_1$$

$$\mathbf{Volume\ restante_1 = 900 - 10}\boldsymbol{t}$$

Volume inserido na segunda caixa

O volume inserido na segunda caixa durante o período t é tal que:

$$\text{Vazão}_2 = \frac{\text{Volume inserido}_2}{\text{Tempo}_2}$$

$$15 = \frac{\text{Volume inserido}_2}{\text{t}}$$

$$\mathbf{Volume\ inserido_2 = 15}\boldsymbol{t}$$

Igualar os volumes obtidos

Igualando o volume restante da primeira caixa e o volume inserido na segunda caixa, podemos obter o tempo em que os níveis de água nas duas caixas estão na mesma altura:

$$\mathbf{Volume\ restante_1} = \mathbf{Volume\ inserido_2}$$

$$\mathbf{900 - 10}\boldsymbol{t} = \mathbf{15}\boldsymbol{t}$$

$$900 = 10t + 15t$$

$$900 = 25t$$

$$25t = 900$$

$$t = \frac{900}{25}$$

$$t = 36 \text{ h}$$

Portanto, o tempo que deve decorrer até que os níveis da água nas duas caixas estejam na mesma altura é de **36 horas**.

Gabarito: Letra D.

PROPORCIONALIDADE

Proporcionalidade

Grandezas diretamente proporcionais

Uma grandeza A é diretamente proporcional às grandezas B, C e D quando

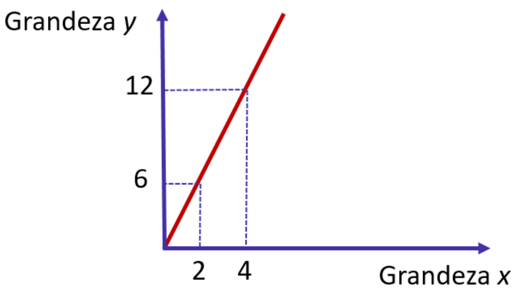
$$\frac{\text{Grandeza A}}{(\text{Grandeza B})\times(\text{Grandeza C})\times(\text{Grandeza D})}=\text{k}$$

Para todos os valores que podem ser assumidos simultaneamente por A, B, C e D

Quando uma questão disser que duas ou mais grandezas são **proporcionais**, entenda que elas são **diretamente proporcionais**.

Duas sequências $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ e $(y_1, y_2, y_3, \dots, y_n)$ são diretamente proporcionais quando:

$$\frac{\text{x}_1}{\text{y}_1}=\frac{\text{x}_2}{\text{y}_2}=\frac{\text{x}_3}{\text{y}_3}=\cdots=\frac{\text{x}_\text{n}}{\text{y}_\text{n}}=\text{k}$$



Para resolver problemas de divisão em partes diretamente proporcionais, pode ser necessário utilizar as "**propriedades fundamentais das proporções**".

Grandezas inversamente proporcionais

As expressões a seguir querem dizer a mesma coisa:

- A é **inversamente proporcional** a B;
- A é **diretamente proporcional ao inverso de B**;
- A é **diretamente proporcional a** $\boldsymbol{\frac{1}{B}}$.

Uma grandeza A é inversamente proporcional às grandezas B, C e D quando:

$$\frac{\text{Grandeza A}}{\frac{1}{(\text{Grandeza B})}\times\frac{1}{(\text{Grandeza C})}\times\frac{1}{(\text{Grandeza D})}}=\text{k}$$

Para todos os valores que podem ser assumidos simultaneamente por A, B, C e D

De outra forma, podemos dizer que grandeza A é inversamente proporcional às grandezas B, C e D quando:

$$(\text{grandeza A})\times(\text{gradeza B})\times(\text{grandeza C})\times(\text{grabdeza D})=\text{k}$$

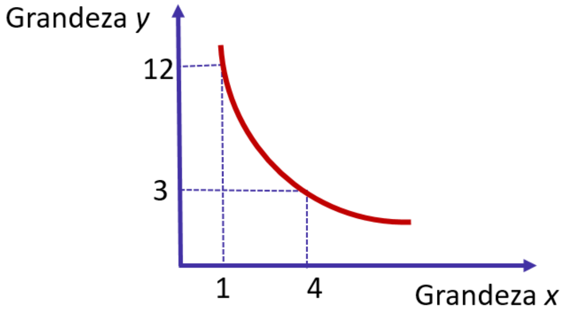
Para todos os valores que podem ser assumidos simultaneamente por A, B, C e D

Duas sequências $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$ e $(y_1, y_2, y_3, \ldots, y_n)$ são inversamente proporcionais quando:

$$\frac{x_1}{\frac{1}{y_1}} = \frac{x_2}{\frac{1}{y_2}} = \frac{x_3}{\frac{1}{y_3}} = \cdots = \frac{x_n}{\frac{1}{y_n}} = k$$

De outra forma, podemos dizer que são inversamente proporcionais quando:

$$x_1 \times y_1 = x_2 \times y_2 = x_3 \times y_3 = \cdots = x_n \times y_n = k$$



Para resolver problemas de divisão em partes inversamente proporcionais, pode ser necessário utilizar as "**propriedades fundamentais das proporções**".

Grandezas direta e inversamente proporcionais

Se uma grandeza A for **diretamente** proporcional às **grandezas B e C** e **inversamente** proporcional às **grandezas D e E**, então:

$$\frac{\text{Grandeza A}}{(\text{grandeza B})\times(\text{grandeza C})\times\frac{1}{(\text{Grandeza D})}\times\frac{1}{(\text{Grandeza E})}} = k$$

Para resolver problemas de divisão em partes direta e inversamente proporcionais, pode ser necessário utilizar as "**propriedades fundamentais das proporções**".

Nesse capítulo, apresentaremos primeiro as definições para, em seguida, mostrar a aplicação delas em problemas que podem aparecer na sua prova.

Sabemos que a apresentação "crua" das definições pode não ser "facilmente digerível" em um primeiro momento, porém a resolução de problemas tornará as definições mais claras.

Grandezas diretamente proporcionais

Definição de grandezas diretamente proporcionais

Uma grandeza A é **diretamente proporcional** a uma grandeza B quando, **para todos os valores que podem ser assumidos simultaneamente pelas duas grandezas**, a razão entre elas é sempre igual a uma constante **k**, denominada **constante de proporcionalidade**.

$$\frac{\textbf{Grandeza A}}{\textbf{Grandeza B}} = \mathbf{k}$$

Para todos os valores que podem ser assumidos simultaneamente por A e B.

Esse conceito pode ser estendido para quando temos mais de uma grandeza. Uma grandeza A é **diretamente proporcional** às grandezas B, C e D quando:

$$\frac{\textbf{Grandeza A}}{(\textbf{Grandeza B})\times(\textbf{Grandeza C})\times(\textbf{Grandeza D})} = \mathbf{k}$$

Para todos os valores que podem ser assumidos simultaneamente por A, B, C e D.

Problemas com grandezas diretamente proporcionais

Para resolver problemas com grandezas diretamente proporcionais, devemos utilizar os conceitos vistos anteriormente. Sem mais delongas, vamos a dois exemplos.

Quando uma questão disser que duas ou mais grandezas são **proporcionais,** entenda que elas são **diretamente proporcionais**

Em uma pizzaria, a produção diária de pizzas é proporcional ao número de horas trabalhadas pelos seus funcionários.

Em um determinado dia, foram produzidas 80 pizzas em 5 horas.

Quantas pizzas foram produzidas em um dia em que os funcionários trabalharam 7 horas?

Veja que a grandeza "pizzas produzidas" é <u>diretamente proporcional</u> à grandeza "horas trabalhadas".

$$\frac{\text{pizzas produzidas}}{\text{horas trabalhadas}} = \text{k}$$

Em um determinado dia, foram produzidas 80 pizzas em 5 horas. Logo:

$$\frac{80}{5} = k$$

Suponha que, ao trabalhar 7 horas, foram produzidas x pizzas. Então:

$$\frac{x}{7} = k$$

Com as duas igualdades acima, podemos escrever:

$$\frac{80}{5} = \frac{x}{7} = k$$

Podemos realizar a "multiplicação cruzada" na igualdade $\frac{80}{5} = \frac{x}{7}$. Temos:

$$5x = 80 \times 7$$

$$x = \frac{80 \times 7}{5}$$

$$x = 112 \text{ pizzas}$$

Observação: a partir desse momento, vamos escrever diretamente a igualdade do tipo $\frac{80}{5} = \frac{x}{7} = k$.

Vamos a um novo problema com mais grandezas envolvidas.

Em uma pizzaria, a produção diária de pizzas é proporcional ao número de horas trabalhadas pelos seus funcionários e ao número de funcionários presentes no expediente.

Em um determinado dia, foram produzidas 80 pizzas em 5 horas com 8 funcionários.

Quantas pizzas foram produzidas em um dia em que estavam presentes 10 funcionários trabalhando 7 horas?

Veja que a grandeza "pizzas produzidas" é <u>diretamente proporcional</u> às grandezas "horas trabalhadas" e "número de funcionários".

$$\frac{(\text{pizzas produzidas})}{(\text{horas trabalhadas}) \times (\text{número de funcionários})} = \text{k}$$

Supondo que foram produzidas x pizzas no dia em que 10 funcionários trabalharam 7 horas, temos:

$$\frac{80}{5 \times 8} = \frac{x}{7 \times 10} = k$$

Podemos simplificar $\frac{80}{5 \times 8} = \frac{x}{7 \times 10}$ e realizar a "multiplicação cruzada" na igualdade.

$$\frac{80}{5 \times 8} = \frac{x}{7 \times 10}$$

$$\frac{2}{1} = \frac{x}{70}$$

$$2 \times 70 = 1 \times x$$

$$x = 140 \text{ pizzas}$$

Sequências diretamente proporcionais

Duas sequências $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ e $(y_1, y_2, y_3, \dots, y_n)$ são diretamente proporcionais quando:

$$\frac{\mathrm{x}_1}{\mathrm{y}_1} = \frac{\mathrm{x}_2}{\mathrm{y}_2} = \frac{\mathrm{x}_3}{\mathrm{y}_3} = \cdots = \frac{\mathrm{x}_\mathrm{n}}{\mathrm{y}_\mathrm{n}} = \mathrm{k}$$

Onde **k** é uma constante denominada **constante de proporcionalidade.**

(Pref. Ananindeua/2019) A sequência numérica (6,X,Y,12) é diretamente proporcional a sequência (3,4,5,6). Qual o valor de X+Y?

a) 8

b) 18

c) 16

d) 20

Comentários:

Como a sequência $(6, \mathrm{X}, \mathrm{Y}, 12)$ é proporcional à sequência $(3,4,5,6)$, temos que:

$$\frac{6}{3} = \frac{X}{4} = \frac{Y}{5} = \frac{12}{6} = k$$

Qual é a constante de proporcionalidade **k**? $\frac{6}{3} = \frac{12}{6} = 2.$

Temos, portanto, que:

$$\frac{6}{3} = \frac{X}{4} = \frac{Y}{5} = \frac{12}{6} = 2$$

Logo:

$$\frac{X}{4} = 2 \;\rightarrow X = 8$$

$$\frac{Y}{5} = 2 \rightarrow Y = 10$$

A soma procurada é $X + Y = 8 + 10 = 18$

Gabarito: Letra B.

Aspecto gráfico da proporcionalidade direta

Se duas grandezas são **diretamente proporcionais**, quando uma grandeza aumenta, a outra também aumenta, e quando uma grandeza diminui, a outra também diminui.

Ocorre que essa descrição qualitativa não é suficiente para descrever por completo o conceito de grandezas diretamente proporcionais, pois há uma condição a mais que deve ser respeitada: **uma grandeza aumenta ou diminui na mesma proporção em que a outra aumenta ou diminui.**

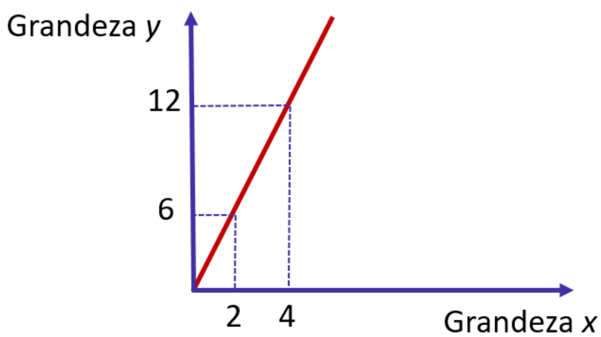
Isso significa que se a primeira grandeza dobrar, a segunda grandeza deve dobrar. Se a primeira grandeza quintuplicar, a segunda grandeza também deve ser multiplicada por 5. Se a primeira grandeza for dividida por 3, a segunda grandeza também deve ser dividida por 3.

Duas grandezas são diretamente proporcionais quando, graficamente, temos uma reta que passa pela origem. Isso porque quando uma grandeza y é diretamente proporcional à grandeza x, temos:

$$\frac{\mathrm{y}}{\mathrm{x}} = \mathrm{k}$$

$$\mathbf{y = kx}$$

(Equação da reta que passa pela origem do plano cartesiano)



Perceba, no exemplo do gráfico, que temos um ponto $(x; y)$ dado pelo par $(2; 6)$. Quando x é multiplicado por 2, o y é multiplicado por 2, e o novo ponto $(x; y)$ obtido é $(4; 12)$.

(Pref. SJC/2019) Duas grandezas y e x, diretamente proporcionais, são representadas, graficamente, por uma função cuja expressão algébrica é:

a) $y = ax^2 + bx + c$, com a, b e c reais e $a \cdot b \cdot c \neq 0$

b) $y = ax^2 + bx$, com a e b reais e $a \cdot b \neq 0$

c) $y = ax^2$, com $a \neq 0$, real

d) $y = ax + b$, com a e b reais e $a \cdot b \neq 0$

e) $y = ax$, com $a \neq 0$, real

Comentários:

Duas grandezas diretamente proporcionais podem ser representadas graficamente por uma reta que passa pela origem do plano cartesiano.

Assim, as grandezas y e x podem ser relacionadas pela função $y = ax$, com a diferente de zero. Nesse caso, a é a constante de proporcionalidade k.

Gabarito: Letra E.

Divisão em partes diretamente proporcionais

Problemas de divisão em **partes proporcionais** (ou seja, em **partes diretamente proporcionais**) tratam da divisão de uma quantia em partes proporcionais a alguns números.

Para resolver esse tipo de problema, pode ser necessário utilizar as "**propriedades fundamentais das proporções**".

Vamos a um exemplo:

Divida o número 2200 em partes proporcionais a 5, 7 e 10.

Se as partes proporcionais a 5, 7 e 10 forem respectivamente a, b e c, então:

$$\frac{a}{5} = \frac{b}{7} = \frac{c}{10} = k$$

A soma das partes é 2.200. Logo, $a + b + c = 2.200$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma**" na proporção $\frac{a}{5} = \frac{b}{7} = \frac{c}{10}$, temos:

$$\frac{a}{5} = \frac{b}{7} = \frac{c}{10} = \frac{a+b+c}{5+7+10}$$

$$\frac{a}{5} = \frac{b}{7} = \frac{c}{10} = \frac{2.200}{22}$$

$$\boxed{\frac{a}{5} = \frac{b}{7} = \frac{c}{10} = 100}$$

Portanto, a nossa constante de proporcionalidade é 100.

$$\frac{a}{5} = 100 \ \rightarrow a = 500$$

$$\frac{b}{7} = 100 \ \rightarrow b = 700$$

$$\frac{c}{10} = 100 \ \rightarrow c = 1.000$$

Logo, ao dividir o número 2.200 em partes proporcionais a 5, 7 e 10, obtemos, respectivamente, 500, 700 e 1.000.

As questões de concurso público costumam apresentar uma contextualização. Veja um exemplo.

(Pref. Buritizal/2018) Três amigos fizeram um bolão para um jogo de loteria, sendo que um deles colaborou com R$ 13,00, outro com R$ 14,00 e o terceiro com R$ 22,00. Eles foram sorteados e receberam um prêmio de R$ 7.350,00, que será dividido em partes diretamente proporcionais ao que cada um contribuiu no bolão. O valor que receberá o amigo que contribuiu com a menor quantia será

a) R$ 1.950,00.

b) R$ 2.000,00.

c) R$ 2.050,00.

d) R$ 2.100,00.

e) R$ 2.150,00.

Comentários:

Se as partes proporcionais a R$13 , R$14 e R$22 forem respectivamente a, b e c, então:

$$\frac{a}{13} = \frac{b}{14} = \frac{c}{22} = k$$

A soma das partes é o total do prêmio, isto é, $a + b + c = R\$\ 7.350$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma**" na proporção $\frac{a}{13} = \frac{b}{14} = \frac{c}{22}$, temos:

$$\frac{a}{13} = \frac{b}{14} = \frac{c}{22} = \frac{a + b + c}{13 + 14 + 22}$$

$$\frac{a}{13} = \frac{b}{14} = \frac{c}{22} = \frac{7350}{49}$$

$$\boxed{\frac{a}{13} = \frac{b}{14} = \frac{c}{22} = 150}$$

Portanto, a nossa constante de proporcionalidade é 100. O valor que receberá o amigo que contribuiu com a menor quantia é tal que:

$$\frac{a}{13} = 150$$

$$a = 1.950$$

Gabarito: Letra A.

Algumas questões sobre divisões proporcionais podem ser mais complexas. Para resolvê-las, devemos nos ater aos princípios apresentados neste capítulo.

(SABESP/2019) Um pai pretende dividir R$ 750,00 entre seus 3 filhos de tal forma que cada um receba uma quantia diretamente proporcional à sua própria idade. Se dois dos filhos receberão, respectivamente, R$ 225,00 e R$ 240,00, e se a soma das idades dos dois filhos mais novos é 31 anos, então a idade do filho mais velho é

a) 15

b) 21

c) 19

d) 20

e) 16

Comentários:

Se as quantias recebidas por dois filhos foram R$225 e R$240, a quantia recebida pelo terceiro filho é o que restou do total de R$750:

$$750 - 225 - 240 = \text{ R\$285}$$

Como cada filho recebeu uma quantia proporcional à idade, os filhos mais novos, de idades N_1 e N_2, receberam as duas menores quantias, ou seja, receberam R$225 e R$240. Se a idade do filho mais velho é V, então temos a seguinte proporção:

$$\frac{225}{N_1} = \frac{240}{N_2} = \frac{285}{V} = k$$

Lembre-se que a soma das idades dos dois filhos mais novos é 31. Logo, $N_1 + N_2 = 31$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma**" com as **duas primeiras razões** da proporção acima, temos:

$$\frac{\mathbf{225}}{\boldsymbol{N_1}} = \frac{\mathbf{240}}{\boldsymbol{N_2}} = \frac{285}{V} = \frac{\mathbf{225 + 240}}{\boldsymbol{N_1 + N_2}}$$

$$\frac{225}{N_1} = \frac{240}{N_2} = \frac{285}{V} = \frac{465}{\mathbf{31}}$$

$$\boxed{\frac{225}{N_1} = \frac{240}{N_2} = \frac{285}{V} = 15}$$

Portanto, a nossa constante de proporcionalidade é 15. Vamos obter a idade do filho mais velho:

$$\frac{285}{V} = 15$$

$$\frac{285}{15} = V$$

$$V = 19$$

Gabarito: Letra C.

Problemas de regra de sociedade

Em uma sociedade empresarial, os lucros ou os prejuízos costumam ser distribuídos entre as pessoas de maneira diretamente proporcional ao capital investido.

Em resumo, problemas de "regra de sociedade" são problemas de divisão proporcional com uma historinha envolvendo sócios de uma empresa ou de um negócio. Vejamos um exemplo.

(BB/2013) Uma empresa obteve um lucro líquido de R$ 263.500,00. Esse lucro será dividido proporcionalmente às cotas da sociedade que cada um dos seus quatro sócios possui. O sócio majoritário detém 9 das cotas e os outros três sócios possuem, respectivamente, 1, 3 e 4 cotas da sociedade. A quantia, em reais, que o sócio que possui 3 cotas receberá nessa divisão é igual a

a) 15.500,00.

b) 139.500,00.

c) 46.500,00.

d) 62.000,00.

e) 31.000,00.

Comentários:

O lucro líquido será dividido em partes proporcionais às cotas da sociedade. Se as partes proporcionais a 1 , 3, 4 e 9 forem respectivamente a, b, c e d, temos:

- $$\frac{a}{1}=\frac{b}{3}=\frac{c}{4}=\frac{d}{9}=k$$

A soma das partes é o lucro líquido total, isto é, $a+b+c+d=R\$\ 263.500$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma**" na proporção $\frac{a}{1}=\frac{b}{3}=\frac{c}{4}=\frac{d}{9}$, temos:

$$\frac{a}{1}=\frac{b}{3}=\frac{c}{4}=\frac{d}{9}=\frac{a+b+c+d}{1+3+4+9}$$

$$\frac{a}{1}=\frac{b}{3}=\frac{c}{4}=\frac{d}{9}=\frac{263.500}{17}$$

$$\boxed{\frac{a}{1}=\frac{b}{3}=\frac{c}{4}=\frac{d}{9}=15.500}$$

Portanto, a nossa constante de proporcionalidade é 15.500. Vamos obter a quantia recebida pelo sócio que tem 3 cotas:

$$\frac{b}{3}=15.500$$

$$b=46.500$$

Gabarito: Letra C.

Grandezas inversamente proporcionais

Para trabalhar com **grandezas inversamente proporcionais**, devemos saber que as expressões a seguir querem dizer a mesma coisa:

- A é **inversamente proporcional** a B;
- A é **diretamente proporcional ao inverso de B**;
- A é **diretamente proporcional a $\frac{1}{B}$**.

Essa breve introdução é suficiente para resolver todos os problemas sobre grandezas inversamente proporcionais: basta **converter o problema de grandezas inversamente proporcionais em um problema de grandezas diretamente proporcionais**.

Vamos entrar em detalhes.

Definição de grandezas inversamente proporcionais

Uma grandeza A é **inversamente proporcional** a uma grandeza B quando, **para todos os valores que podem ser assumidos simultaneamente pelas duas grandezas**, a razão entre a grandeza A e o inverso da grandeza B é sempre igual a uma constante **k**, denominada **constante de proporcionalidade**.

$$\frac{\textbf{Grandeza A}}{\frac{\textbf{1}}{\textbf{Grandeza B}}} = \mathbf{k}$$

Para todos os valores que podem ser assumidos simultaneamente por A e B.

Note que:

$$\frac{\textbf{Grandeza A}}{\frac{\textbf{1}}{\textbf{Grandeza B}}} = (\textbf{Grandeza A}) \times (\textbf{Grandeza B})$$

Podemos, então, reescrever a definição assim:

Uma grandeza A é **inversamente proporcional** a uma grandeza B quando, **para todos os valores que podem ser assumidos simultaneamente pelas duas grandezas**, o produto da grandeza A pela grandeza B é sempre igual a uma constante **k**, denominada **constante de proporcionalidade**.

$$(\textbf{Grandeza A}) \times (\textbf{Grandeza B}) = \boldsymbol{k}$$

Para todos os valores que podem ser assumidos simultaneamente por A e B.

Esse conceito pode ser estendido para quando temos mais de uma grandeza. Uma grandeza A é **inversamente proporcional** às grandezas B, C e D quando:

$$\frac{\textbf{Grandeza A}}{\left(\frac{1}{\textbf{Grandeza B}}\right)\times\left(\frac{1}{\textbf{Grandeza C}}\right)\times\left(\frac{1}{\textbf{Grandeza D}}\right)} = \boldsymbol{k}$$

Para todos os valores que podem ser assumidos simultaneamente por A, B, C e D.

Novamente, podemos reescrever o conceito, dizendo que uma grandeza A é **inversamente proporcional** às grandezas B, C e D quando:

$$(\textbf{Grandeza A}) \times (\textbf{Grandeza B}) \times (\textbf{Grandeza C}) \times (\textbf{Grandeza D}) = \mathbf{k}$$

Para todos os valores que podem ser assumidos simultaneamente por A, B, C e D.

Problemas com grandezas inversamente proporcionais

Para resolver problemas com grandezas inversamente proporcionais, devemos utilizar os conceitos vistos anteriormente. Vamos a um exemplo.

Em uma fábrica de peças automotivas, o "custo fixo unitário da produção" é inversamente proporcional à quantidade de peças produzidas do tipo A e do tipo B.

Em um determinado mês, foram produzidas 50 peças do tipo A e 100 peças do tipo B, gerando um custo fixo unitário de R$ 50.

Determine o "custo fixo unitário da produção" em um mês em que foram produzidas 25 peças do tipo A e 250 peças do tipo B.

Veja que a grandeza "custo fixo unitário" é **inversamente proporcional** às grandezas "peças tipo A" e "peças tipo B".

Logo, a grandeza "custo fixo unitário" é **diretamente proporcional** **ao inverso** da grandeza "peças tipo A" e **ao inverso** da grandeza "peças tipo B".

$$\frac{(\text{custo fixo unitário})}{\frac{1}{(\text{peças tipo A})}\times\frac{1}{(\text{peças tipo B})}} = \text{k}$$

Em um determinado mês, foram produzidas 50 peças do tipo A e 100 peças do tipo B, gerando um custo fixo unitário de R$50. Logo:

$$\frac{50}{\frac{1}{50}\times\frac{1}{100}} = k$$

Suponha que, no mês em que foram produzidas 25 peças do tipo A e 250 peças do tipo B, o custo fixo unitário seja C. Logo:

$$\frac{C}{\frac{1}{25}\times\frac{1}{250}} = k$$

Com as duas igualdades anteriores, podemos escrever:

$$\frac{\mathbf{50}}{\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{50}} \times \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{100}}} = \frac{\boldsymbol{C}}{\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{25}} \times \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{250}}} = k$$

$$\mathbf{50 \times 50 \times 100 = \boldsymbol{C} \times 25 \times 250}$$

$$\frac{50 \times 50 \times 100}{25 \times 250} = C$$

$$C = R\$\,40$$

(SEFAZ BA/2022) Três grandezas L, M e N são tais que L é diretamente proporcional a M, e M é inversamente proporcional a N.

Quando M = 4 e N = 18, tem-se L = 60.

Quando L = 45, o valor de M + N é

a) 25.

b) 26.

c) 27.

d) 28.

e) 29.

Comentários:

Sabemos que a grandeza L é diretamente proporcional à grandeza M. Logo, sendo k_1 uma constante de proporcionalidade, temos:

$$\frac{L}{M} = k_1$$

Além disso, a grandeza M é inversamente proporcional à grandeza N. Logo, sendo k_2 uma constante de proporcionalidade, temos:

$$MN = k_2$$

Quando $M = 4$ e $N = 18$, tem-se $L = 60$. Logo:

$$\frac{L}{M} = k_1 \rightarrow \frac{60}{4} = k_1 \rightarrow \boldsymbol{k_1 = 15}$$

$$MN = k_2 \rightarrow 4 \times 18 = k_2 \rightarrow \boldsymbol{k_2 = 72}$$

Devemos determinar o valor de $M + N$ para o caso em que $L = 45$.

$$\frac{L}{M} = k_1 \rightarrow \frac{45}{M} = 15 \rightarrow M = \frac{45}{15} \rightarrow M = 3$$
$$MN = k_2 \rightarrow 3 \times N = 72 \rightarrow N = 24$$

Logo, **para $L = 45$**, temos:

$$M + N = 3 + 24$$
$$= 27$$

Gabarito: Letra C.

Sequências inversamente proporcionais

Duas sequências $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ e $(y_1, y_2, y_3, \dots, y_n)$ são inversamente proporcionais quando:

$$\frac{x_1}{\frac{1}{y_1}} = \frac{x_2}{\frac{1}{y_2}} = \frac{x_3}{\frac{1}{y_3}} = \dots = \frac{x_n}{\frac{1}{y_n}} = k$$

Onde **k** é uma constante denominada **constante de proporcionalidade.**

Essa definição equivale a dizer que as sequências são inversamente proporcionais quando:

$$x_1 \times y_1 = x_2 \times y_2 = x_3 \times y_3 = \dots = k$$

(Pref. Cerquilho/2019) Assinale a alternativa que contém uma tabela apresentando duas grandezas inversamente proporcionais.

a)

Grandeza x	3	4	5	6	7	8
Grandeza y	12	11	10	9	8	7

b)

Grandeza x	8	7	6	5	4	3
Grandeza y	12	11	10	9	8	7

c)

Grandeza x	8	7	6	5	4	3
Grandeza y	16	14	12	10	8	6

d)

Grandeza x	1	2	4	8	16	32
Grandeza y	32	16	8	4	2	1

e)

Grandeza x	1	2	4	8	16	32
Grandeza y	–4	–3	–2	–1	0	1

Comentários:

Para duas sequências serem inversamente proporcionais, a multiplicação das grandezas deve ser sempre igual a uma consante, isto é:

$$x_1 \times y_1 = x_2 \times y_2 = x_3 \times y_3 = \dots = k$$

Vamos analisar cada alternativa.

A) O produto dos elementos das duas sequências não é constante.

Grandeza x	3	4	5	6	7	8
Grandeza y	12	11	10	9	8	7
Produto xy	36	44	50	54	56	56

B) O produto dos elementos das duas sequências não é constante.

Grandeza x	8	7	6	5	4	3
Grandeza y	12	11	10	9	8	7
Produto xy	96	77	60	45	32	21

C) O produto dos elementos das duas sequências não é constante.

Grandeza x	8	7	6	5	4	3
Grandeza y	16	14	12	10	8	6
Produto xy	128	98	72	50	32	18

D) O produto dos elementos das duas sequências é constante e igual a 32. **Este é o gabarito**.

Grandeza x	1	2	4	8	16	32
Grandeza y	32	16	8	4	2	1
Produto xy	32	32	32	32	32	32

E) O produto dos elementos das duas sequências não é constante.

Grandeza x	1	2	4	8	16	32
Grandeza y	-4	-3	-2	-1	0	1
Produto xy	-4	-6	-8	-8	0	32

Gabarito: Letra D.

Aspecto gráfico da proporcionalidade inversa

Se duas grandezas são **inversamente proporcionais**, quando uma grandeza aumenta, a outra diminui, e quando uma grandeza diminui, a outra aumenta.

Ocorre que essa descrição qualitativa não é suficiente para descrever por completo o conceito de grandezas inversamente proporcionais, pois há uma condição a mais que deve ser respeitada: **quando uma grandeza aumenta, a outra grandeza diminui na mesma proporção, e quando uma grandeza diminui, a outra grandeza aumenta na mesma proporção.**

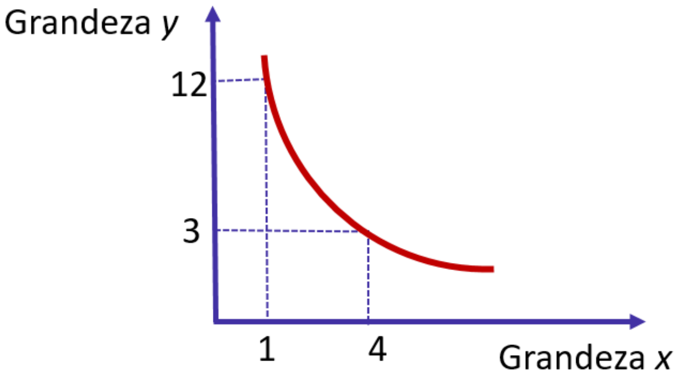
Isso significa que se a primeira grandeza dobrar, a segunda grandeza deve reduzir pela metade. Se a primeira grandeza quintuplicar, a segunda grandeza deve ser dividida por 5. Se a primeira grandeza for dividida por 3, a segunda grandeza deve ser triplicada.

Duas grandezas são inversamente proporcionais quando, graficamente, temos uma curva chamada **hipérbole**.

$$\frac{y}{1/x} = k$$

$$\boldsymbol{y = \frac{k}{x}}$$

(Hipérbole)



Perceba, no exemplo do gráfico, que temos um ponto $(x; y)$ dado pelo par $(1; 12)$. Quando x é multiplicado por 4, o y é dividido por 4, e o novo ponto $(x; y)$ obtido é $(4; 3)$.

(Pref. Campinas/2019) A professora Alice perguntou aos seus alunos o que são grandezas inversamente proporcionais. Analise o diálogo entre um grupo de alunos sobre esse significado:

Júlia:	Analiso a variação de duas grandezas: se uma das grandezas aumenta e a outra diminui, então essas grandezas são necessariamente inversamente proporcionais.
Caio:	Você está errada Júlia, pois há situações em que isso ocorre e as grandezas não são inversamente proporcionais. Essa sua afirmação é necessária, mas não é suficiente para indicar se as grandezas são inversamente proporcionais.
André:	Se uma grandeza aumenta e a outra também aumenta, essas grandezas são diretamente proporcionais e, se uma aumenta e a outra diminui elas são inversamente proporcionais.
Luana:	Eu não analiso esse aspecto de diminuir e aumentar apenas. Se uma grandeza x for inversamente proporcional a y, os produtos dos valores de x pelos correspondentes valores de y são necessariamente iguais.

Considerando as ideias apresentadas pelos quatro estudantes, é correto afirmar que são verdadeiras apenas as argumentações de

a) Júlia e Luana.

b) Júlia e André.

c) Caio e Luana.

d) Caio e André.

e) André e Luana.

Comentários:

Vamos comentar cada ideia apresentada pelos estudantes.

Júlia: O fato de uma das grandezas aumentar enquanto a outra diminui **não necessariamente define que as grandezas são inversamente proporcionais**.

Isso porque é necessário que **uma grandeza diminua na mesma proporção em que a outra aumenta**. Isso significa que se a primeira grandeza dobrar, a segunda grandeza deve reduzir pela metade, por exemplo.

Podemos mostrar o seguinte **contraexemplo** para o argumento de Júlia: considere duas grandezas, dadas por x e y, tais que $y = \frac{1}{x} + 1$. Se x for de 2 para 4, y vai de $\frac{3}{2}$ para $\frac{5}{4}$. Veja que, nesse exemplo, quando uma grandeza aumenta, a outra diminui. Ocorre que, nesse caso, **x dobrou e y não diminuiu pela metade**.

Caio: O argumento de caio está correto. Para duas grandezas serem inversamente proporcionais é necessário que, quando uma aumenta, a outra diminui. Ocorre que isso não é suficiente para que as grandezas sejam inversamente proporcionais: é necessário que **uma grandeza diminua na mesma proporção em que a outra aumenta**.

André: André errou pelo mesmo motivo de Júlia, por não especificar a forma em que as grandezas devem aumentar/diminuir.

Nas grandezas diretamente proporcionais, quando uma grandeza aumenta, a outra aumenta **na mesma proporção**. Nas grandezas inversamente proporcionais, quando uma grandeza aumenta, a outra diminui **na mesma proporção**.

Luana: Luana definiu corretamente grandezas inversamente proporcionais: os produtos dos valores das duas grandezas devem ser iguais a uma constante.

$$x_1 \times y_1 = x_2 \times y_2 = x_3 \times y_3 = \cdots = k$$

As argumentações verdadeiras são as do **Caio** e da **Luana**.

Gabarito: Letra C.

Divisão em partes inversamente proporcionais

Problemas de divisão em **partes inversamente proporcionais** tratam da divisão de uma quantia em partes inversamente proporcionais a alguns números.

Para resolver esse tipo de problema, pode ser necessário utilizar as "**propriedades fundamentais das proporções**".

Divida o número 700 em partes inversamente proporcionais a 5, 10 e 20.

Se as partes inversamente proporcionais a 5, 10 e 20 forem respectivamente a, b e c, então:

$$\frac{a}{\frac{1}{5}} = \frac{b}{\frac{1}{10}} = \frac{c}{\frac{1}{20}} = k$$

A soma das partes é 700. Logo, $a + b + c = 700$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma**" na proporção $\frac{a}{\frac{1}{5}} = \frac{b}{\frac{1}{10}} = \frac{c}{\frac{1}{20}}$, temos:

$$\frac{a}{\frac{1}{5}} = \frac{b}{\frac{1}{10}} = \frac{c}{\frac{1}{20}} = \frac{a+b+c}{\frac{1}{5}+\frac{1}{10}+\frac{1}{20}}$$

$$\frac{a}{\frac{1}{5}} = \frac{b}{\frac{1}{10}} = \frac{c}{\frac{1}{20}} = \frac{700}{\frac{4+2+1}{20}}$$

$$5a = 10b = 20c = \frac{700}{\frac{7}{20}}$$

$$5a = 10b = 20c = 700 \times \frac{20}{7}$$

$$\boxed{5a = 10b = 20c = 2.000}$$

Portanto, a nossa constante de proporcionalidade é 2.000.

$$5a = 2.000 \ \rightarrow a = 400$$

$$10b = 2.000 \rightarrow b = 200$$

$$20c = 2.000 \rightarrow c = 100$$

Logo, ao dividir o número 700 em partes inversamente proporcionais a 5, 10 e 20, obtemos, respectivamente, 400, 200 e 100.

As questões de concurso público costumam apresentar uma contextualização. Veja um exemplo.

(BANESTES/2018) Em um terminal de autoatendimento bancário há apenas cédulas de R$ 10,00, R$ 20,00 e R$ 50,00.

As quantidades de cada um dos três tipos de cédula na máquina são inversamente proporcionais aos seus valores.

Se há 272 cédulas ao todo, então a quantidade total de dinheiro armazenado no terminal é:

a) R$ 3.600,00;

b) R$ 3.960,00;

c) R$ 4.050,00;

d) R$ 4.240,00;

e) R$ 4.800,00.

Comentários:

Se as quantidades de cédulas de R$10 , R$20 e R$50 forem respectivamente a, b e c, então:

$$\frac{a}{\frac{1}{10}} = \frac{b}{\frac{1}{20}} = \frac{c}{\frac{1}{50}} = k$$

A soma do número de cédulas é 272, isto é, $a + b + c = 272$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma**" na proporção, temos:

$$\frac{a}{\frac{1}{10}} = \frac{b}{\frac{1}{20}} = \frac{c}{\frac{1}{50}} = \frac{a+b+c}{\frac{1}{10}+\frac{1}{20}+\frac{1}{50}}$$

$$\frac{a}{\frac{1}{10}} = \frac{b}{\frac{1}{20}} = \frac{c}{\frac{1}{50}} = \frac{272}{\frac{10+5+2}{100}}$$

$$10a = 20b = 50c = \frac{272}{\frac{17}{100}}$$

$$10a = 20b = 50c = 272 \times \frac{100}{17}$$

$$\boxed{10a = 20b = 50c = 1.600}$$

Portanto, a nossa constante de proporcionalidade é 1.600. O número de cédulas de cada tipo é:

$$10a = 1.600 \ \rightarrow a = 160$$

$$20b = 1.600 \ \rightarrow b = 80$$

$$50c = 1.600 \ \rightarrow c = 32$$

Temos, portanto, 160 cédulas de R$10, 80 cédulas de R$20 e 32 cédulas de R$50. A quantidade total de dinheiro armazenado no terminal é:

$$160 \times R\$10 + 80 \times R\$20 + 32 \times R\$\,50$$

$$= R\$\,4.800$$

Gabarito: Letra E.

Grandezas direta e inversamente proporcionais

Quando se apresentam problemas em que uma grandeza A é diretamente proporcional a algumas grandezas e inversamente proporcional a outras grandezas, **devemos transformar tudo para grandezas diretamente proporcionais.**

Se uma grandeza A for diretamente proporcional às grandezas B e C e inversamente proporcional às grandezas D e E, então podemos dizer que **a grandeza A é diretamente proporcional às grandezas B, C, 1/D e 1/E**. Logo:

$$\frac{(\text{grandeza A})}{(\text{grandeza B}) \times (\text{grandeza C}) \times \dfrac{1}{(\text{grandeza D})} \times \dfrac{1}{(\text{grandeza E})}} = \mathbf{k}$$

Onde **k** é a constante de proporcionalidade.

Problemas com grandezas direta e inversamente proporcionais

Vamos a um problema.

Em uma fábrica de parafusos, a receita em reais obtida em um mês é diretamente proporcional ao número de parafusos produzidos e inversamente proporcional à cotação do dólar.

Em um determinado mês, foram produzidos 1.000.000 de parafusos e a receita foi de R$ 10.000,00, sendo o dólar cotado a R$ 2,50.

Determine a receita em reais obtida ao se produzir 500.000 parafusos com o dólar cotado a R$ 5,00.

Veja que a grandeza "receita obtida" é diretamente proporcional a grandeza "número de parafusos" e inversamente proporcional à grandeza "cotação do dólar".

$$\frac{(\text{receita obtida})}{(\text{número de parafusos}) \times \dfrac{1}{(\text{cotação do dólar})}} = k$$

Supondo que a receita em reais obtida ao se produzir 500.000 parafusos com o dólar a R$ 5,00 foi x, então:

$$\frac{10.000}{1.000.000 \times \dfrac{1}{2{,}5}} = \frac{x}{500.000 \times \dfrac{1}{5}} = k$$

$$\frac{10.000 \ \times 2{,}5}{1.000.000} = \frac{x \ \times 5}{500.000} = k$$

Podemos simplificar a proporção $\frac{10.000 \times 2{,}5}{1.000.000} = \frac{x \times 5}{500.000}$ para depois realizar a "multiplicação cruzada". Simplificando os denominadores de lados diferentes da igualdade por 500.000, temos:

$$\frac{10.000 \times 2{,}5}{2} = \frac{x \times 5}{1}$$

Realizando a "multiplicação cruzada", temos:

$$2 \times (x \times 5) = 10.000 \times 2{,}5 \times 1$$

$$10x = 25.000$$

$$x = 2.500$$

Logo, a receita em reais obtida foi de R$ 2.500,00.

Divisão em partes direta e inversamente proporcionais

Problemas de divisão em **partes direta e inversamente proporcionais** tratam da divisão de uma quantia em partes proporcionais a alguns números e inversamente proporcionais a outros números.

Para resolver esse tipo de problema, pode ser necessário utilizar as "**propriedades fundamentais das proporções**".

Vamos a um exemplo.

Um pai quer dividir a quantia de R$ 15.000 a seus três filhos Arnaldo, Bernaldo e Cernaldo de modo diretamente proporcional às notas obtidas em uma prova de matemática e de modo inversamente proporcional ao tempo semanal que eles jogam videogame.

Arnaldo obteve 10 em matemática e joga videogame durante 10h por semana.

Bernaldo obteve 8 em matemática e joga videogame durante 2h por semana.

Cernaldo obteve 5 em matemática e joga videogame durante 1h por semana.

Qual foi a quantia em reais que cada filho recebeu?

A quantia foi dividida em partes **diretamente proporcionais à nota obtida em matemática** e **inversamente proporcionais** ao **tempo dispendido com videogame**.

Se Arnaldo recebeu a quantia A, Bernaldo recebeu a quantia B e Cernaldo recebeu a quantia C, temos a seguinte proporção:

$$\frac{A}{\mathbf{10} \times \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{10}}} = \frac{B}{\mathbf{8} \times \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}} = \frac{C}{\mathbf{5} \times \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1}}} = k$$

$$\frac{A}{1} = \frac{B}{4} = \frac{C}{5} = k$$

Temos que a soma das quantias recebidas é R$ 15.000.

$$A + B + C = 15.000$$

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma**" na proporção $\frac{A}{1} = \frac{B}{4} = \frac{C}{5}$, temos:

$$\frac{A}{1} = \frac{B}{4} = \frac{C}{5} = \frac{A + B + C}{1 + 4 + 5}$$

$$\frac{A}{1} = \frac{B}{4} = \frac{C}{5} = \frac{15.000}{10}$$

$$\boxed{\frac{A}{1} = \frac{B}{4} = \frac{C}{5} = 1.500}$$

Portanto, a nossa constante de proporcionalidade é 1.500.

$$\frac{A}{1} = 1.500 \ \rightarrow A = 1.500$$

$$\frac{B}{4} = 1.500 \ \rightarrow B = 6.000$$

$$\frac{C}{5} = 1.500 \ \rightarrow C = 7.500$$

Logo, Arnaldo, Bernaldo e Cernaldo receberam, respectivamente, R$ 1.500, R$ 6.000 e R$ 7.500.

QUESTÕES COMENTADAS – MULTIBANCAS

Frações

Outras Bancas

1.(Instituto AOCP/ADEMA SE/2024) Ao inspecionar um refúgio florestal para uma determinada espécie de pássaros, um técnico ambiental da ADEMA deverá catalogar X unidades de animais em 3 dias. Considerando apenas os animais que devem ser catalogados, seguem as informações:

- **No 1º dia, deverá ser catalogado $\frac{1}{3}$ de todos os animais a serem catalogados;**
- **No 2º dia, deverão ser catalogados $\frac{3}{4}$ dos animais que ainda não foram catalogados e precisam ser;**
- **No 3º dia, deverão ser catalogados os 11 animais restantes que precisam ser catalogados.**

Assinale a alternativa que apresenta corretamente o valor de X.

a) 56

b) 60

c) 64

d) 66

e) 72

Comentários:

Sabemos que o técnico ambiental deve catalogar X animais em 3 dias.

- **No 1º dia, deverá ser catalogado $\frac{1}{3}$ de todos os animais a serem catalogados.**

No primeiro dia, foram catalogados $\frac{X}{3}$ **animais**.

Após esse primeiro dia, **restam ser catalogados**:

$$X-\frac{X}{3}=\frac{3X-X}{3}=\frac{2X}{3}\ \textbf{animais}$$

- **No 2º dia, deverão ser catalogados $\frac{3}{4}$ dos animais que ainda não foram catalogados e precisam ser.**

Logo, no segundo dia, foram catalogados:

$$\frac{3}{4}\ \textbf{de}\ \frac{2X}{3}$$

$$=\frac{3}{4}\times\frac{2X}{3}$$

$$= \frac{\mathbf{X}}{\mathbf{2}}\ \textbf{animais}$$

- **No 3º dia, deverão ser catalogados os 11 animais restantes que precisam ser catalogados.**

Considerando o primeiro e o segundo dia, o número de animais catalogados foi:

$$\frac{X}{3} + \frac{X}{2} = \frac{2X + 3X}{6}$$
$$= \frac{\mathbf{5X}}{\mathbf{6}}\ \textbf{animais}$$

Como o total de animais é X, **restam ser catalogados**:

$$X - \frac{5X}{6} = \frac{6X - 5X}{6}$$
$$= \frac{\mathbf{X}}{\mathbf{6}}\ \textbf{animais}$$

Esses animais que restaram para o terceiro dia correspondem a 11. Portanto:

$$\frac{X}{6} = 11$$

$$X = 11 \times 6$$

$$X = 66$$

Gabarito: Letra D.

2.(FURB/SMS Florianópolis/2024) Para produzir um determinado medicamento, são utilizados dois princípios ativos. O medicamento é composto, a cada mg, por cinco oitavos do princípio ativo A, um quarto do princípio ativo B e o restante é composto de coadjuvantes. Sabe-se que o custo do princípio ativo A é de R$ 40,00 por mg e do B é de R$ 60,00 por mg. Porém, o princípio ativo A teve um aumento e passou a custar R$ 46,00 por mg. Para manter o custo de produção, será necessário negociar o preço do princípio B com o fornecedor. Nessas condições, o desconto necessário no valor, por mg, do princípio ativo B deverá ser, em reais, de:

a) 15,00.

b) 6,00.

c) 12,00.

d) 18,00.

e) 9,00.

Comentários:

Para resolver o problema, vamos seguir os seguintes passos:

- **Calcular o custo de produção de 1mg do medicamento antes do aumento;**
- **Obter o novo custo do princípio ativo A em 1 mg do medicamento;**
- **Determinar o novo custo do princípio ativo B, por mg, de modo que o custo de 1mg do medicamento se mantenha;**
- **Calcular o desconto no valor, por mg, do princípio ativo B.**

Calcular o custo de produção de 1mg do medicamento antes do aumento

O custo do **princípio ativo A** antes do aumento é **R$ 40 por mg** e, **em 1mg do medicamento**, temos **5/8 de mg desse princípio ativo**. Logo, **para 1mg do medicamento**, **o custo do princípio ativo A** é:

$$\frac{5}{8}\ \mathbf{de}\ 40$$

$$= \frac{5}{8} \times 40$$

$$= \text{R\$ } 25$$

O custo do **princípio ativo B** é **R$ 60 por mg** e, **em 1mg do medicamento**, temos **1/4 de mg desse princípio ativo**. Logo, **para 1mg do medicamento**, **o custo do princípio ativo B** é:

$$\frac{1}{4}\ \mathbf{de}\ 60$$

$$= \frac{1}{4} \times 60$$

$$= \text{R\$ } 15$$

Portanto, o **custo de produção de 1mg do medicamento**, considerando os princípios ativos A e B, é:

$$25 + 15 = \text{R\$ } 40$$

Obter o novo custo do princípio ativo A em 1 mg do medicamento

O **novo custo do princípio ativo A** é **R$ 46 por mg** e, **em 1mg do medicamento**, temos **5/8 de mg** desse princípio ativo. Logo, **para 1mg do medicamento**, **o novo custo do princípio ativo A** é:

$$\frac{5}{8}\ \mathbf{de}\ 46$$

$$= \frac{5}{8} \times 46$$

$$= \text{R\$ } 28{,}75$$

Determinar o novo custo do princípio ativo B, por mg, de modo que o custo de 1mg do medicamento se mantenha

Queremos que o custo de 1mg do medicamento se mantenha em R$ 40. Sabemos que, para 1mg do medicamento, **o novo custo do princípio ativo A é R$ 28,75**. Logo, **para 1mg do medicamento**, **o novo custo do princípio ativo B deverá ser de**:

$$40 - 28{,}75 = \text{R\$ } 11{,}25$$

Considere que o **novo custo do princípio ativo B**, **por mg**, **seja $\boldsymbol{B}$**. Em 1mg do medicamento, temos **1/4 de mg desse princípio ativo**. Logo:

$$\frac{1}{4} \textbf{ de } B = 11{,}25$$

$$\frac{1}{4} \times B = 11{,}25$$

$$B = 4 \times 11{,}25$$

$$B = \text{R\$ } 45$$

Calcular o desconto no valor, por mg, do princípio ativo B

O custo do princípio ativo B, **por mg**, **era de R$ 60 e deve passar para R$ 45**. Logo, o desconto no valor é:

$$60 - 45 = \text{R\$ } 15$$

Gabarito: Letra A.

3. (Instituto Consulplan/AGERSA/2024) Após o relatório de uma agência fiscalizadora, a prefeitura de uma cidade mapeou todas as residências que ainda não possuíam saneamento básico. O Prefeito da cidade prometeu que todas as casas mapeadas terão saneamento básico no próximo ano. Conforme a promessa do Prefeito:

- **No primeiro trimestre, metade das residências mapeadas terão saneamento básico.**
- **No segundo trimestre, dois terços das residências mapeadas restantes terão saneamento básico.**
- **No terceiro trimestre, um terço das residências mapeadas restantes terão saneamento básico.**
- **No quarto trimestre, 28 residências mapeadas terão saneamento básico.**

De acordo com o exposto, quantas residências foram mapeadas?

a) 162.

b) 196.

c) 252.

d) 288.

Comentários:

Suponha que o **total de residências mapeadas** é x. Devemos determinar esse valor.

Primeiro trimestre

No primeiro trimestre, **metade das residências mapeadas terão saneamento básico**. Logo, **o restante das residências mapeadas sem saneamento após o primeiro trimestre** corresponde à outra metade: $\frac{x}{2}$.

Segundo trimestre

No segundo trimestre, **2/3 das residências mapeadas restantes terão saneamento básico**. Portanto, após o segundo trimestre, **permanecerão sem saneamento 1−2/3 = 1/3 das residências que restaram após o primeiro trimestre**:

$$\frac{1}{3}\ \mathbf{de}\ \frac{x}{2}$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{x}{2}$$

$$= \frac{\boldsymbol{x}}{\mathbf{6}}$$

Terceiro trimestre

No terceiro trimestre, **1/3 das residências mapeadas restantes terão saneamento básico**. Portanto, após o terceiro trimestre, **permanecerão sem saneamento 1−1/3 = 2/3 das residências que restaram após o segundo trimestre**:

$$\frac{2}{3}\ \mathbf{de}\ \frac{x}{6}$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{x}{6}$$

$$= \frac{\boldsymbol{x}}{\mathbf{9}}$$

Quarto trimestre

No quarto trimestre, **28 residências mapeadas terão saneamento básico**. Como todas as casas mapeadas terão saneamento básico ao longo do ano, **essas 28 residências correspondem às residências que restaram após o terceiro trimestre**:

$$\frac{x}{9} = 28$$

$$x = 28 \times 9$$

$$x = 252$$

Portanto, **foram mapeadas 252 residências**.

Gabarito: Letra C.

4. (ACCESS/BANESTES/2024) Três amigos decidiram cercar externa e internamente um grande terreno, dividindo-o em partes. O primeiro amigo começou logo cedo, pela manhã e cercou metade do terreno grande mais a metade do restante do terreno que sobrou, terminou na hora do almoço às 12h, e foi embora. O segundo amigo chegou às 14h. Em uma hora, cercou metade do que o primeiro amigo deixou sem cercar, e também um terço do que ainda restava sem cercar. O terceiro amigo, chegou somente às 17h. Ao ver que somente uma pequena parte do grande terreno ainda estava disponível para divisão, cercou o que sobrou, dividindo-a em mais 2 partes. Em quantas partes, no total após o trabalho dos 3 amigos, o grande terreno foi dividido?

a) 12 partes

b) 10 partes

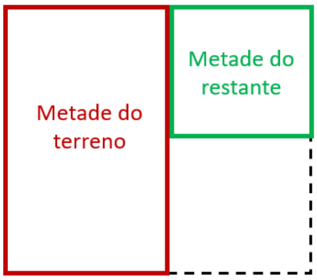
c) 8 partes

d) 6 partes

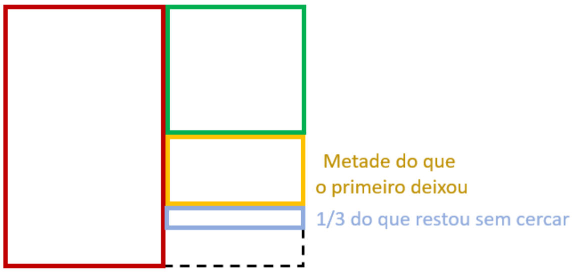
Comentários:

Vamos resolver o problema de maneira visual. Considere que o terreno não cercado seja representado da seguinte forma:

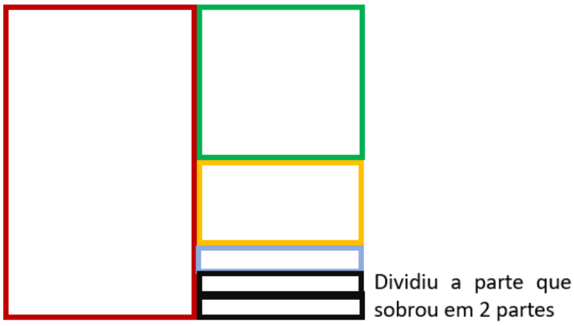
O **primeiro amigo** cercou metade do terreno grande mais a metade do restante do terreno que sobrou. Ficamos com a seguinte representação:



O **segundo amigo** cercou metade do que o primeiro amigo deixou sem cercar, e também um terço do que ainda restava sem cercar



O **terceiro amigo** cercou o que sobrou, dividindo a parte que sobrou em mais 2 partes.



Observando a figura, notamos que o terreno foi dividido em **6 partes**.

Gabarito: Letra D.

5.(Instituto Consulplan/ISS Campos dos Goytacazes/2024) Com o objetivo de passar em um concurso público, Rejane comprou um livro com questões sobre raciocínio lógico-matemático. Na primeira semana de estudo, Rejane resolveu 1/3 das questões do livro. Na semana seguinte, ela resolveu 2/3 das questões restantes. Considerando que ainda faltam 100 questões para serem resolvidas, quantas questões o livro possui no total?

a) 300.

b) 350.

c) 400.

d) 450.

Comentários:

Considere que **o livro possui o total de T questões**. Devemos determinar T.

Na primeira semana de estudo, Rejane resolveu 1/3 das questões do livro. Logo, na **primeira semana**, **ela resolveu $\frac{T}{3}$**.

A **quantidade de questões que restou após a primeira semana** foi:

$$\text{Total de questões} - \text{Questões resolvidas na primeira semana}$$

$$= T - \frac{T}{3}$$

$$= \frac{3T - T}{3}$$

$$= \frac{\mathbf{2}\boldsymbol{T}}{\mathbf{3}}$$

Na semana seguinte, ela resolveu 2/3 das questões restantes. Logo, **na semana seguinte**, **ela resolveu**:

$$\frac{2}{3} \textbf{ de } \left(\frac{\mathbf{2}\boldsymbol{T}}{\mathbf{3}}\right)$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{2T}{3}$$

$$= \frac{\mathbf{4}\boldsymbol{T}}{\mathbf{9}}$$

Note que **o total de questões resolvidas nas duas semanas** é:

$$\frac{\boldsymbol{T}}{\mathbf{3}} + \frac{\mathbf{4}\boldsymbol{T}}{\mathbf{9}}$$

$$= \frac{\mathbf{3}\boldsymbol{T} + \mathbf{4}\boldsymbol{T}}{\mathbf{9}}$$

$$= \frac{\mathbf{7}\boldsymbol{T}}{\mathbf{9}}$$

Portanto, **a quantidade que falta para ser resolvida** é:

$$\text{Total de questões} - \text{Questões resolvidas nas duas semanas}$$

$$T - \frac{7T}{9}$$

$$= \frac{9T - 7T}{9}$$

$$= \frac{\mathbf{2}\boldsymbol{T}}{\mathbf{9}}$$

Essa quantidade que falta para ser resolvida corresponde a 100 questões. Logo:

$$\frac{2T}{9} = 100$$

$$T = \frac{100 \times 9}{2}$$

$$T = 450$$

Gabarito: Letra D.

6.(Instituto AOCP/Pref. V Conquista/2023) Uma bolinha de tênis cai de uma altura igual a 250 metros e, ao tocar o chão, volta a subir até uma altura correspondente a dois quintos da altura anterior. O processo se repete e a bolinha volta a cair, tocar o chão e subir até uma altura igual a dois quintos da altura anterior, repetindo o processo até parar no chão. Caso seja respeitada essa sequência, é correto afirmar que

a) após o 6º toque no chão, a bolinha volta a menos de um metro de altura.

b) após o 3º toque, a bolinha volta a 24 metros de altura.

c) após o 2º toque, a bolinha volta a 40 metros de altura.

d) após o 1º toque, a bolinha volta a 200 metros de altura.

e) a bolinha nunca irá parar.

Comentários:

Sabemos que, a cada toque no chão, **a bolinha volta subir até uma altura correspondente a 2/5 da altura anterior**. Inicialmente, a bolinha cai de uma altura de 250m.

Após o 1º toque, a bolinha volta a altura de 2/5 da altura inicial (250m):

$$\frac{2}{5} \text{ de } 250\text{m} = \frac{2}{5} \times 250 = \frac{2}{1} \times 50$$
$$= \mathbf{100m}$$

Após o 2º toque, a bolinha volta a altura de 2/5 da altura anterior (100m):

$$\frac{2}{5} \text{ de } 100\text{m} = \frac{2}{5} \times 100 = \frac{2}{1} \times 20$$
$$= \mathbf{40m}$$

Após o 3º toque, a bolinha volta a altura de 2/5 da altura anterior (40m):

$$\frac{2}{5} \text{ de } 40\text{m} = \frac{2}{5} \times 40 = \frac{2}{1} \times 8$$
$$= \mathbf{16m}$$

Após o 4º toque, a bolinha volta a altura de 2/5 da altura anterior (16m):

$$\frac{2}{5} \text{ de } 16\text{m} = \frac{2}{5} \times 16 = \frac{32}{5}$$
$$= \mathbf{6,4m}$$

Após o 5º toque, a bolinha volta a altura de 2/5 da altura anterior (6,4m):

$$\frac{2}{5} \text{ de } 6{,}4\text{m} = \frac{2}{5} \times 6{,}4 = \frac{12{,}8}{5}$$
$$= \mathbf{2,56m}$$

Após o 6º toque, a bolinha volta a altura de 2/5 da altura anterior (2,56m):

$$\frac{2}{5} \text{ de } 2{,}56\text{m} = \frac{2}{5} \times 2{,}56 = \frac{5{,}12}{5}$$
$$= \mathbf{1,024m}$$

Vamos verificar as alternativas.

a) após o 6º toque no chão, a bolinha volta a menos de um metro de altura. ERRADO.

Após o 6º toque, a bolinha volta a 1,024m de altura.

b) após o 3º toque, a bolinha volta a 24 metros de altura. ERRADO.

Após o 3º toque, a bolinha volta a 16m de altura.

c) após o 2º toque, a bolinha volta a 40 metros de altura. CERTO.

Conforme obtido anteriormente, após o 2º toque, a bolinha volta a 40m de altura.

d) após o 1º toque, a bolinha volta a 200 metros de altura. ERRADO.

Após o 1º toque, a bolinha volta a 100m de altura.

e) a bolinha nunca irá parar. ERRADO.

Essa alternativa é um pouco polêmica. **Em teoria**, **a bolinha de fato nunca iria parar**, **pois a altura atingida sempre seria 2/5 da altura anterior**, **de modo que a altura atingida nunca chegaria a zero**. Ocorre que, na prática, a altura chegaria a ser tão pequena que seria impossível observar o movimento da bolinha.

Gabarito: Letra C.

7.(Instituto AOCP/Pref V Conquista/2023) Arthur tem usado bastante tempo da sua vida tentando representar todas as suas atividades como frações de hora. Para tanto, sempre aproxima os tempos gastos para que tenha uma quantidade inteira de minutos. Sabe-se que Arthur acorda 6:15, leva dois quintos de

hora para tomar banho, um terço de hora para tomar café da manhã, um sexto de hora para chegar até a escola e espera um décimo de hora até o início da aula, então que horas é o início da aula?

a) 7:00

b) 7:45

c) 7:20

d) 7:30

e) 7:15

Comentários:

Sabemos que **1 hora corresponde a 60min**. Sabemos que, após acordar, Arthur:

- **Leva dois quintos de hora para tomar banho.**

$$\frac{2}{5}\text{ de }60\text{min} = \frac{2}{5}\times 60 = \frac{2}{1}\times 12$$
$$= \mathbf{24\ min}$$

- **Leva um terço de hora para tomar café da manhã.**

$$\frac{1}{3}\text{ de }60\text{min} = \frac{1}{3}\times 60$$
$$= \mathbf{20\ min}$$

- **Leva um sexto de hora para chegar até a escola.**

$$\frac{1}{6}\text{ de }60\text{min} = \frac{1}{6}\times 60$$
$$= \mathbf{10min}$$

- **Espera um décimo de hora até o início da aula.**

$$\frac{1}{10}\text{ de }60\text{min} = \frac{1}{10}\times 60$$
$$= \mathbf{6min}$$

Note que, a partir do momento em que Artur acorda, o tempo que leva para iniciar a sua aula é:

$$24\text{min} + 20\text{min} + 10\text{min} + 6\text{min} = 60\text{min}$$
$$= 1\text{h}$$

Como Artur acorda às 6:15, **o horário de início da aula**, que ocorre uma hora depois, **é 7:15**.

Gabarito: Letra E.

8.(Instituto AOCP/DPE MS/2023) Em um pátio de revenda de veículos usados, há apenas carros iguais, todos comercializados pelo mesmo preço, e motocicletas iguais, todas comercializadas pelo mesmo preço. Sabe-se que a venda de dois quintos das motos traria um lucro de R$138 mil, enquanto a venda de um

terço dos carros traria um lucro de R$288 mil. Diante dessas informações, qual seria o lucro total se todos os carros e todas as motos fossem vendidos?

a) R$ 1.000.000,00.

b) R$ 1.189.000,00.

c) R$ 1.209.000,00.

d) R$ 1.389.000,00.

e) R$ 1.500.000,00.

Comentários:

Considere que o **lucro obtido com a venda de todas as motos** seja $\boldsymbol{M}$ e que o **lucro obtido com a venda de todos os carros** seja $\boldsymbol{C}$. **Devemos obter** $\boldsymbol{M+C}$.

A venda de dois quintos das motos traria um lucro de R$ 138 mil. Logo:

$$\frac{2}{5}\ \textbf{de}\ M = 138.000$$

$$\frac{2}{5} \times M = 138.000$$

$$M = \frac{138.000 \times 5}{2}$$

$$M = \frac{138.000 \times 5}{2}$$

$$\boldsymbol{M = \textbf{R\$ } 345.000,00}$$

A venda de um terço dos carros traria um lucro de R$288 mil. Logo:

$$\frac{1}{3}\ \textbf{de}\ C = 288.000$$

$$\frac{1}{3} \times C = 288.000$$

$$C = 288.000 \times 3$$

$$\boldsymbol{C = \textbf{R\$ } 864.000,00}$$

Logo, o lucro total se todos os carros e todas as motos fossem vendidos corresponde a:

$$\boldsymbol{M+C} = 345.000 + 864.000$$

$$= \boldsymbol{\textbf{R\$ } 1.209.000,00}$$

Gabarito: Letra C.

9. (Instituto AOCP/DPE MS/2023) Uma comunicação entre o Suporte Técnico de Redes e os técnicos em computação da Defensoria Pública Geral do Estado de Mato Grosso do Sul continha uma escrita para acessar determinado arquivo por uma senha simples: "A senha é a representação por extenso, em maiúsculas, sem acento e sem espaço, de uma fração cujo denominador é igual ao triplo do numerador. Além disso, você deve saber que, se forem somadas 7 unidades ao numerador e 6 ao denominador, a nova fração será equivalente a 1/2 (um meio)". Então a senha de acesso ao arquivo é

a) SEISDEZOITOAVOS

b) UMTERÇO

c) OITOVINTEEQUATROAVOS

d) ONZETRINTAETRESAVOS

e) SETEVINTEEUMAVOS

Comentários:

Considere que a fração procurada apresenta numerador n. **Como o denominador é igual ao triplo do numerador**, o denominador é $3n$, e a fração procurada pode ser escrita assim:

$$\frac{n}{3n}$$

Note que, se forem somadas 7 unidades ao numerador e 6 ao denominador, a nova fração será equivalente a 1/2. Logo:

$$\frac{n+7}{3n+6} = \frac{1}{2}$$

$$2 \times (n+7) = 1 \times (3n+6)$$

$$2n + 14 = 3n + 6$$

$$14 - 6 = 3n - 2n$$

$$8 = n$$

$$n = 8$$

Portanto, a fração procurada é:

$$\frac{n}{3n} = \frac{8}{24}$$

Em extenso, essa fração escreve-se assim: **oito vinte e quatro avos**. Portanto, a senha de acesso ao arquivo é **OITOVINTEEQUATROAVOS**.

Gabarito: Letra C.

10. (IBFC/SEC BA/2023) Sérgio, Renato e Luciano ganham um prêmio em uma rifa no valor de R$ 6.000,00. A divisão deste valor foi de tal modo que Sérgio recebeu R$ 1.100,00 e Luciano recebeu 2/5 do valor total do prêmio. Após os pagamentos de Sérgio e Luciano, o que sobrou foi dado à Renato. A razão que representa o quanto do valor total Renato recebeu é:

a) 3/12

b) 4/5

c) 5/12

d) 5/7

e) 8/11

Comentários:

O **prêmio total** recebido foi de **R$ 6.000,00**.

Luciano recebeu 2/5 do total do prêmio. Portanto, ele recebeu:

$$\frac{2}{5}\ \textbf{de}\ 6.000$$

$$= \frac{2}{5} \times 6.000$$

$$= \frac{2 \times 6.000}{5}$$

$$= R\$\ 2.400{,}00$$

Além disso, sabemos que **Sérgio** recebeu **R$ 1.100,00**. A quantia que restou para **Renato** foi:

$$6.000 - 2.400 - 1.100$$

$$= \text{R\$ } 2.500{,}00$$

A fração do total que Renato recebeu foi de:

$$\frac{\text{Valor que Renato recebeu}}{\text{Prêmio total}}$$

$$= \frac{2.500}{6.000}$$

Ao simplificar o numerador e o denominador por 100, temos:

$$\frac{25}{60}$$

Ao simplificar o numerador e o denominador por 5, temos:

$$\frac{5}{12}$$

Gabarito: Letra C.

11. (IBFC/SEC BA/2023) Ubirajara saiu para caçar e levou com ele um arco e 25 flechas. Como ele é um bom caçador usou apenas 1/5 de suas flechas. No retorno para aldeia, das flechas que sobraram, ele emprestou 1/4 delas para outro caçador. Podemos dizer que Ubirajara retornou para aldeia com:

a) 22 flechas

b) 18 flechas

c) 15 flechas

d) 20 flechas

e) 10 flechas

Comentários:

Inicialmente, Ubirajara utilizou 1/5 das suas 25 flechas. Portanto, ele utilizou:

$$\frac{1}{5}\ \mathbf{de}\ 25$$

$$= \frac{1}{5} \times 25$$

$$= 5\ \text{flechas}$$

Portanto, após caçar, restaram 25−5 = 20 flechas.

No retorno para aldeia, das 20 flechas que sobraram, Ubirajara emprestou 1/4 delas para outro caçador. Portanto, ele emprestou:

$$\frac{1}{4}\ \mathbf{de}\ 20$$

$$= \frac{1}{4} \times 20$$

$$= 5\ \text{flechas}$$

Portanto, após emprestar 5 flechas das 20 que restavam, **Ubirajara retornou para aldeia com**:

$$20 - 5 = 15\ \text{flechas}$$

Gabarito: Letra C.

12. (QUADRIX/Pref Alto P de Goiás/2023) Em um supermercado de Alto Paraíso-GO, uma peça inteira de queijo muçarela pesa 4,8 kg. Um comprador levou para casa um pedaço de queijo equivalente a $\frac{3}{8}$ do peso total da peça.

Assinale a alternativa que apresenta o peso do pedaço de queijo que o comprador levou para casa.

a) 1,2 kg

b) 1,8 kg

c) 3 kg

d) 3,6 kg

e) 4,2 kg

Comentários:

O comprador levou para casa um pedaço de queijo equivalente a $\frac{3}{8}$ do peso total, que é **4,8kg**. Portanto, o comprador levou para casa:

$$\frac{3}{8}\ \textbf{de}\ 4{,}8$$

$$= \frac{3}{8} \times 4{,}8$$

$$= \frac{3 \times 4{,}8}{8}$$

$$= 3 \times 0{,}6$$

$$= 1{,}8\ \text{kg}$$

Gabarito: Letra B.

13. (Instituto Consulplan/MPE BA/2023) No início do ano de 2023, os responsáveis pelo setor administrativo do MPBA estavam planejando a distribuição dos servidores para a concessão de férias nos quatro trimestres do ano. Ao final do levantamento, constataram que X servidores possuem direito às férias e decidiram que eles seriam distribuídos da seguinte forma:

● No primeiro trimestre, um terço dos servidores irá tirar férias.

● No segundo trimestre, haverá concessão de férias para metade dos servidores que não tiraram férias no primeiro trimestre.

● No terceiro trimestre, um sexto dos servidores que possuem direito poderão tirar férias.

● Os 6 servidores restantes irão tirar férias no quarto trimestre.

De acordo com as informações, qual é o produto dos algarismos de X?

a) 6

b) 8

c) 10

d) 14

e) 18

Comentários:

Para resolver a questão, vamos escrever as informações fornecidas pelo enunciado em termos da incógnita X, que corresponde ao total de servidores possuem direito às férias.

● No primeiro trimestre, um terço dos servidores irá tirar férias.

Logo, o total de servidores que irá tirar férias no primeiro trimestre é:

$$\frac{1}{3}\ \textbf{de}\ X = \frac{1}{3} \times X = \boldsymbol{\frac{X}{3}}$$

● No segundo trimestre, haverá concessão de férias para metade dos servidores que não tiraram férias no primeiro trimestre.

O número de servidores que não tiraram férias no primeiro trimestre foi:

$$X - \frac{X}{3} = \frac{3X - X}{3} = \boldsymbol{\frac{2X}{3}}$$

Desses servidores, metade (1/2) tirou férias no segundo semestre. Logo, o total de servidores que tiraram férias no segundo semestre foi:

$$\frac{1}{2}\ \textbf{de}\ \boldsymbol{\frac{2X}{3}} = \frac{1}{2} \times \frac{2X}{3} = \boldsymbol{\frac{X}{3}}$$

● No terceiro trimestre, um sexto dos servidores que possuem direito poderão tirar férias.

O total de servidores que possuem direito a tirar férias é X. Logo, no terceiro trimestre, o número de servidores que tiraram férias foi:

$$\frac{1}{6}\ \textbf{de}\ X = \frac{1}{6} \times X = \boldsymbol{\frac{X}{6}}$$

● Os 6 servidores restantes irão tirar férias no quarto trimestre.

O total de servidores que restaram é:

$$\underbrace{X}_{\substack{\text{Total de servidores}\\ \text{com direito às}\\ \text{férias}}} - \underbrace{\frac{X}{3}}_{\substack{\text{Servidores que}\\ \text{tiraram férias}\\ \text{no 1º tri}}} - \underbrace{\frac{X}{3}}_{\substack{\text{Servidores que}\\ \text{tiraram férias}\\ \text{no 2º tri}}} - \underbrace{\frac{X}{6}}_{\substack{\text{Servidores que}\\ \text{tiraram férias}\\ \text{no 3º tri}}}$$

$$= \frac{6X - 2X - 2X - X}{6}$$

$$= \boldsymbol{\frac{X}{6}}$$

Esse total de servidores que restaram corresponde a 6 servidores. Logo:

$$\frac{X}{6} = 6$$

$$X = 36$$

Portanto, o produto dos algarismos de X é:

$$3 \times 6 = 18$$

Gabarito: Letra E.

14. (IBADE/SEA SC/2022) Quatro amigos estavam em uma pizzaria e queriam saber quem tinha comido mais pizza naquela noite. Amanda informou que tinha comido 7/8 de uma pizza, já o João comeu 4/5, Rômulo 3/4 e Iam 8/9. Dessa forma, podemos afirmar que:

a) Amanda foi a que menos comeu entre os amigos.

b) João comeu mais que Amanda.

c) Iam comeu mais que Rômulo.

d) Rômulo comeu mais que João.

e) Iam foi o que menos comeu entre os amigos.

Comentários:

Segundo o problema, os quatro amigos comeram frações de pizzas. Note que as frações de pizza que eles comeram não se referem a uma única pizza, pois a soma das partes é maior do que 1.

Para comparar a quantidade que cada um comeu, devemos comparar as frações de pizza que os quatro amigos comeram. Temos as seguintes frações:

- **Amanda**: $\frac{7}{8}$;
- **João**: $\frac{4}{5}$;
- **Rômulo**: $\frac{3}{4}$;

- **Iam**: $\frac{8}{9}$.

Para comparar frações, devemos encontrar **frações equivalentes** que apresentem o mesmo denominador. O denominador comum será o **MMC** entre **4**, **5**, **9** e **9**.

$$
\begin{array}{cccc|c}
4, & 5, & 8, & 9 & 2 \\
2, & 5, & 4, & 9 & 2 \\
1, & 5, & 2, & 9 & 2 \\
1, & 5, & 1, & 9 & 5 \\
1, & 1, & 1, & 9 & 3 \\
1, & 1, & 1, & 3 & 3 \\
1, & 1, & 1, & 1 &
\end{array}
$$

Logo, $\text{MMC}(4; 5; 8; 9) = 2^3 \times 3^2 \times 5^1 = \mathbf{360}$.

As frações equivalentes que cada amigo comeu com o **denominador 360** são:

- Amanda:

$$\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{8}} = \frac{(360 \div 8) \times 7}{360} = \frac{\mathbf{315}}{\mathbf{360}}$$

- João:

$$\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{5}} = \frac{(360 \div 5) \times 4}{360} = \frac{\mathbf{288}}{\mathbf{360}}$$

- Rômulo:

$$\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}} = \frac{(360 \div 4) \times 3}{360} = \frac{\mathbf{270}}{\mathbf{360}}$$

- Iam:

$$\frac{\mathbf{8}}{\mathbf{9}} = \frac{(360 \div 9) \times 8}{360} = \frac{\mathbf{320}}{\mathbf{360}}$$

A ordem decrescente entre as frações com o denominador 360 é:

$$\frac{\mathbf{320}}{\mathbf{360}} > \frac{\mathbf{315}}{\mathbf{360}} > \frac{\mathbf{288}}{\mathbf{360}} > \frac{\mathbf{270}}{\mathbf{360}}$$

Consequentemente, a ordem decrescente de quem mais comeu para quem menos comeu é:

Iam > **Amanda** > **João** > **Rômulo**

Logo, é correto afirmar que **Iam comeu mais que Rômulo**. O **gabarito**, portanto, é **letra C**.

—

Outra forma de resolver a questão é obter o número decimal correspondente à fração que cada um comeu. Em outras palavras, para comparar as frações, podemos simplesmente dividir o numerador pelo denominador:

- **Amanda**: $\frac{7}{8} = 0{,}875$
- **João**: $\frac{4}{5} = 0{,}8$
- **Rômulo**: $\frac{3}{4} = 0{,}75$
- **Iam**: $\frac{8}{9} = 0{,}888\ldots$

A ordem decrescente entre os números decimais é:

$$0{,}888\ldots > 0{,}875 > 0{,}8 > 0{,}75$$

Consequentemente, a ordem decrescente de quem mais comeu para quem menos comeu é:

Iam > **Amanda** > **João** > **Rômulo**

Novamente, obtemos que **Iam comeu mais que Rômulo**. O **gabarito**, portanto, é **letra C**.

Gabarito: Letra C.

15. (IBFC/IBGE/2022) Ao transmitir dados num computador, um supervisor verificou que era necessário realizar o produto entre os números $x = 0,333\ldots$ e $y = 0,777\ldots$, pois o dispositivo só admitia números na forma fracionária. Nessas condições, a fração correta a ser transmitida é:

a) $\frac{7}{30}$

b) $\frac{7}{18}$

c) $\frac{5}{17}$

d) $\frac{5}{13}$

e) $\frac{7}{27}$

Comentários:

O número x é uma dízima periódica com o período 3. Logo:

$$x = 0{,}333\ldots = 0,\overline{3} = \frac{3}{9}$$

Simplificando o numerador e o denominador por 3, temos:

$$\boldsymbol{x = \frac{1}{3}}$$

O número y é uma dízima periódica com o período 7. Logo:

$$\boldsymbol{y} = 0{,}777\ldots = 0,\overline{7} = \frac{\mathbf{7}}{\mathbf{9}}$$

O produto entre os números x e y é:

$$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}} \times \frac{\mathbf{7}}{\mathbf{9}} = \frac{\mathbf{7}}{\mathbf{27}}$$

Gabarito: Letra E.

16. (QUADRIX/CRBM 3/2022) Julgue o item.

$\mathbf{0,20222022\ldots = \frac{674}{3.333}}$.

Comentários:

O número **0,20222022...** é uma dízima periódica com o período **2022**. Logo:

$$0{,}20222022\ldots = \frac{2022}{9999}$$

Simplificando o numerador e o denominador por 3, temos:

$$0{,}20222022\ldots = \frac{674}{3.333}$$

Gabarito: CERTO.

17. (QUADRIX/CRT 4/2022) O percurso total de uma prova de triatlo (combinação de natação, ciclismo e corrida) é subdividido da seguinte maneira:

- $\mathbf{\frac{3}{103}}$ **de natação;**
- $\mathbf{20}$ **km de ciclismo; e**
- $\mathbf{\frac{20}{103}}$ **de corrida.**

A partir dessa situação hipotética, julgue o item a seguir.

O percurso total dessa prova é igual a 25,75 km.

Comentários:

Considere que o percurso total da prova é X. As distancias que devem ser percorridas com natação, ciclismo e corrida são, respectivamente:

- **Natação**: $\frac{3}{103}$ de $X = \frac{3}{103} \times X = \mathbf{\frac{3X}{103}}$;
- **Ciclismo**: **20km**; e
- **Corrida**: $\frac{20}{103}$ de $X = \frac{20}{103} \times X = \mathbf{\frac{20X}{103}}$.

A soma das distâncias que devem ser percorridas com natação, ciclismo e corrida correspondem ao percurso total da prova. Logo:

$$X = \frac{3X}{103} + 20 + \frac{20X}{103}$$

$$X - \frac{3X}{103} - \frac{20X}{103} = 20$$

$$\frac{103X - 3X - 20X}{103} = 20$$

$$\frac{80X}{103} = 20$$

$$X = \frac{20 \times 103}{80}$$

$$X = \frac{103}{4}$$

$$\mathbf{X = 25,75\ km}$$

Gabarito: CERTO.

18. (CONSULPLAN/SEED PR/2022) Um festival de bandas será realizado em uma cidade durante 4 dias. Considere que uma pessoa que foi ao festival em um dos dias não retorne ao evento nos demais dias e que o número de pessoas presentes no festival seja distribuído da seguinte forma:

• 1º dia: 1/5 do total de pessoas.

• 2º dia: 1/4 do total de pessoas.

• 3º dia: 1/3 do total de pessoas.

• 4º dia: 46 pessoas a mais do que no primeiro dia.

Com base nessas informações, pode-se concluir que:

a) 1.610 pessoas foram ao festival juntando o primeiro e o quarto dia.

b) No terceiro dia, foram 230 pessoas a mais do que no segundo dia do festival.

c) O total de pessoas nos dois primeiros dias é 44% do total de pessoas que foram ao festival.

d) A diferença entre o número de pessoas no festival no segundo dia e no primeiro dia é menor que 130.

Comentários:

Considere que o total de pessoas que foram ao festival nos quatro dias é X. Vamos obter o número de pessoas que foram em cada dia em termos da incógnita X.

• 1º dia: 1/5 do total de pessoas.

Portanto, no primeiro dia, foram:

$$\frac{1}{5}\,\mathbf{de}\ X = \frac{1}{5} \times X = \boldsymbol{\frac{X}{5}}$$

• 2º dia: 1/4 do total de pessoas.

Portanto, no segundo dia, foram:

$$\frac{1}{4}\,\mathbf{de}\ X = \frac{1}{4} \times X = \boldsymbol{\frac{X}{4}}$$

• 3º dia: 1/3 do total de pessoas.

Portanto, no terceiro dia, foram:

$$\frac{1}{3}\,\mathbf{de}\ X = \frac{1}{3} \times X = \boldsymbol{\frac{X}{3}}$$

• 4º dia: 46 pessoas a mais do que no primeiro dia.

Portanto, no quarto dia, foram:

$$\boldsymbol{\frac{X}{5} + 46}$$

$$-$$

Sabemos que a soma das pessoas que foram em cada um dos quatro dias corresponde ao total de pessoas que foram no festival. Logo:

$$X = \frac{X}{5} + \frac{X}{4} + \frac{X}{3} + \left(\frac{X}{5} + 46\right)$$

$$X = \frac{2X}{5} + \frac{X}{4} + \frac{X}{3} + 46$$

$$X - \frac{2X}{5} - \frac{X}{4} - \frac{X}{3} = 46$$

$$\frac{60X - 24X - 15X - 20X}{60} = 46$$

$$\frac{X}{60} = 46$$

$$X = 46 \times 60$$

$$X = 2760$$

Logo, podemos concluir as seguintes informações:

- Total de pessoas nos quatro dias: $\boldsymbol{X = 2.760}$
- Pessoas no 1º dia: $\frac{X}{5} = \frac{2.760}{5} = \mathbf{552}$
- Pessoas no 2º dia: $\frac{X}{4} = \frac{2.760}{4} = \mathbf{690}$
- Pessoas no 3º dia: $\frac{X}{3} = \frac{2.760}{3} = \mathbf{920}$
- Pessoas no 4º dia: $\frac{X}{5} + 46 = \frac{2.760}{5} + 46 = 552 + 46 = \mathbf{598}$

Vamos verificar a alternativa correta.

a) 1.610 pessoas foram ao festival juntando o primeiro e o quarto dia. ERRADO.

Somando o primeiro e o quarto dia, temos **552+598 = 1150 pessoas.**

b) No terceiro dia, foram 230 pessoas a mais do que no segundo dia do festival. CERTO. Esse é o **gabarito**.

De fato, no terceiro dia, foram 920−690 = **230 pessoas** a mais do que no segundo dia.

c) O total de pessoas nos dois primeiros dias é 44% do total de pessoas que foram ao festival. ERRADO.

Porcentagem é um assunto que será visto em aula própria, caso faça parte do seu edital.

Note que, nos dos primeiros dias, temos 552+690 = **1.242 pessoas**. Com relação ao total de **2760** pessoas, temos:

$$\frac{1242}{2760} = 0{,}45 = 45\%$$

d) A diferença entre o número de pessoas no festival no segundo dia e no primeiro dia é menor que 130. ERRADO.

A diferença entre o número de pessoas no festival no segundo dia e no primeiro dia é **690—552 = 138**.

Gabarito: Letra B.

19. (FEPESE/Pref Concórdia/2022) Duas crianças colecionam figurinhas. A diferença entre as quantias de figurinhas que as duas crianças possuem é de 50. A criança que tem mais figurinhas dá 1/3 de suas figurinhas para a criança que tem menos e ambas ficam com o mesmo número de figurinhas.

Portanto, o número total de figurinhas que as duas crianças têm juntas é:

a) Menor que 89.

b) Maior que 89 e menor que 99.

c) Maior que 99 e menor que 109.

d) Maior que 109 e menor que 119.

e) Maior que 119.

Comentários:

Para resolver o problema, temos que passar as informações que estão no enunciado para uma linguagem matemática.

Suponha que a **criança que tem mais figurinhas** tenha x **figurinhas** e suponha que a **criança que tem menos figurinhas** tem y **figurinhas**.

A diferença entre as quantias de figurinhas que as duas crianças possuem é de 50. Logo:

$$\boxed{x - y = 50}$$

Além disso, **a criança que tem mais figurinhas dá 1/3 de suas figurinhas para a criança que tem menos e ambas ficam com o mesmo número de figurinhas**. Isso significa que, quando a criança que tem x figurinhas dá $\frac{x}{3}$ figurinhas para a criança que tem menos, ela fica com a metade do total de figurinhas, isto é, $\frac{x+y}{2}$. Logo:

$$x - \frac{x}{3} = \frac{x+y}{2}$$

$$x - \frac{x}{3} = \frac{x}{2} + \frac{y}{2}$$

$$x - \frac{x}{3} - \frac{x}{2} = \frac{y}{2}$$

$$\frac{6x - 2x - 3x}{6} = \frac{y}{2}$$

$$\frac{x}{6} = \frac{y}{2}$$

$$x = \frac{y}{2} \times 6$$

$$\boxed{x = 3y}$$

Substituindo $x = 3y$ na primeira equação, temos:

$$x - y = 50$$

$$3y - y = 50$$

$$2y = 50$$

$$y = \frac{50}{2}$$

$$\boxed{y = 25}$$

Como $x = 3y$, o valor de x é:

$$x = 3 \times 25$$

$$\boxed{x = 75}$$

Portanto, o número total de figurinhas que as duas crianças têm juntas é:

$$x + y = 75 + 25 = 100$$

Logo, o número total de figurinhas que as duas crianças têm juntas é **maior que 99 e menor que 109**.

Gabarito: Letra C.

20.(CESGRANRIO/ELETRONUCLEAR/2022) As lojas L1 e L2 possuem, cada uma delas, N peças em seu estoque, enquanto o estoque da loja L3 está vazio. Metade do estoque de L1 e um quarto do estoque de L2 são transferidos para L3, formando o novo estoque de L3. Esse novo estoque de L3 é dividido em três grupos com a mesma quantidade de peças e, de um desses grupos, é retirado um quinto do total de peças do novo estoque de L3.

Quantas peças permaneceram nesse grupo do qual as peças foram retiradas?

a) $\frac{3N}{20}$

b) $\frac{N}{20}$

c) $\frac{3N}{10}$

d) $\frac{N}{10}$

e) $\frac{N}{5}$

Comentários:

Vamos resolver o problema em partes.

"As lojas L1 e L2 possuem, cada uma delas, N peças em seu estoque, enquanto o estoque da loja L3 está vazio."

Nesse caso, temos:

- Peças na loja L1: N;
- Peças na loja L2: N;
- Peças na loja L3: 0.

"Metade do estoque de L1 e um quarto do estoque de L2 são transferidos para L3, formando o novo estoque de L3."

Logo, **o total de peças na loja L3** fica assim:

$$\frac{N}{2}+\frac{N}{4}$$

$$=\frac{2N+N}{4}$$

$$\boxed{=\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}\boldsymbol{N}}$$

"Esse novo estoque de L3 é dividido em três grupos com a mesma quantidade de peças..."

Logo, **cada um dos três grupos formados a partir de L3** fica com a seguinte quantidade:

$$\frac{1}{3}\text{ de }\frac{3}{4}N$$

$$=\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}N$$

$$\boxed{=\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}\boldsymbol{N}}$$

"...e, de um desses grupos, é retirado um quinto do total de peças do novo estoque de L3."

Note que **o total de peças do novo estoque de L3 é $\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}\boldsymbol{N}$**. Um quinto **desse total** foi retirado de um dos três grupos. A quantidade retirada de um desses três grupos é:

$$\frac{1}{5}\text{ de }\frac{3}{4}N$$

$$=\frac{1}{5}\times\frac{3}{4}N$$

$$\boxed{=\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{20}}\boldsymbol{N}}$$

Portanto, a quantidade de peças permaneceu nesse grupo do qual as peças foram retiradas foi de:

$$(\text{Quantidade de peças do grupo}) - (\text{Quantidade retirada})$$

$$= \frac{1}{4}N - \frac{3}{20}N$$

$$= \frac{5N - 3N}{20}$$

$$= \frac{2N}{20}$$

$$= \frac{N}{10}$$

Gabarito: Letra D.

21. (CESGRANRIO/ELETRONUCLEAR/2022)

M = 6,6666... é uma dízima periódica de período 6;

N = 2,3333... é uma dízima periódica de período 3.

Dividindo M por N, encontra-se o mesmo resultado que dividindo

a) 20 por 7

b) 65 por 23

c) 29 por 9

d) 66 por 23

e) 37 por 13

Comentários:

Vamos reescrever M e N em forma de fração.

Temos que M é dado por:

$$M = 6{,}6666\ldots$$

$$= 6 + 0{,}6666\ldots$$

$$= 6 + \frac{6}{9}$$

$$= 6 + \frac{2}{3}$$

$$= \frac{18 + 2}{3}$$

$$= \frac{20}{3}$$

Por outro lado, N é dado por:

$$N = 2{,}3333\ldots$$
$$= 2 + 0{,}3333\ldots$$
$$= 2 + \frac{3}{9}$$
$$= 2 + \frac{1}{3}$$
$$= \frac{6+1}{3}$$
$$= \frac{7}{3}$$

Logo, dividindo M por N, temos:

$$\frac{\frac{20}{3}}{\frac{7}{3}}$$

$$= \frac{20}{3} \times \frac{3}{7}$$

$$= \frac{20}{7}$$

Portanto, dividindo M por N, encontra-se o mesmo resultado que dividindo **20 por 7**.

Gabarito: Letra A.

22. (CESGRANRIO/ELETRONUCLEAR/2022) Em certa escola técnica, cada estudante só pode fazer um curso de cada vez. Do total de estudantes, 1/4 cursa enfermagem, e 1/6 dos restantes cursa eletrônica. Além desses estudantes de enfermagem e de eletrônica, a escola possui 350 estudantes em outros cursos.

Sendo X o total de estudantes dessa escola, qual é a soma dos algarismos de X?

a) 11

b) 12

c) 13

d) 14

e) 15

Comentários:

Sendo X o total de estudantes da escola, o número de estudantes que cursam enfermagem é:

$$\text{Enfermagem} = \frac{1}{4}\ \textbf{de}\ X$$

$$\text{Enfermagem} = \frac{1}{4} \times X$$

$$\text{Enfermagem} = \frac{1}{4}X$$

Os alunos restantes, isto é, os alunos que não cursam enfermagem, são:

$$\text{Total de alunos} - \text{Enfermagem}$$

$$= X - \frac{1}{4}X$$

$$= \frac{4X - X}{4}$$

$$= \frac{3}{4}X$$

Desse restante, 1/6 cursa eletrônica. Logo, o total de alunos que cursam eletrônica é:

$$\text{Eletrônica} = \frac{1}{6}\ \textbf{de}\ \frac{3}{4}X$$

$$\text{Eletrônica} = \frac{1}{6} \times \frac{3}{4}X$$

$$\text{Eletrônica} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4}X$$

$$\text{Eletrônica} = \frac{1}{8}X$$

O número de **estudantes de outros cursos** é:

$$\text{Total de alunos} - \text{Enfermagem} - \text{Eletrônica}$$

$$= X - \frac{1}{4}X - \frac{1}{8}X$$

$$= \frac{8X - 2X - X}{8}$$

$$= \boldsymbol{\frac{5X}{8}}$$

Esses estudantes de outros cursos totalizam 350. Logo:

$$\boldsymbol{\frac{5X}{8} = 350}$$

$$X = 350 \times \frac{8}{5}$$

$$X = 70 \times 8$$

$$X = 560$$

Portanto, a soma dos algarismos de X é:

$$5 + 6 + 0$$
$$= 11$$

Gabarito: Letra A.

23.(CESGRANRIO/LIQUIGÁS/2018) Colocar uma barra sobre o período é uma das formas de representar uma dízima periódica: $0,\overline{3} = 0,333\ldots$ A expressão $0,\overline{4} + 0,1\overline{6}$ é igual a:

a) $\frac{51}{100}$

b) $\frac{511}{1000}$

c) $\frac{11}{18}$

d) $\frac{14}{15}$

e) $\frac{5}{9}$

Comentários:

Vamos realizar a soma, separando o período de $0{,}1\overline{6}$ do restante do número:

$$0,\overline{4} + 0{,}1\overline{6}$$

$$= \frac{4}{9} + 0{,}1 + 0{,}0\overline{6}$$

$$= \frac{4}{9} + 0{,}1 + \frac{1}{10} \times 0,\overline{6}$$

$$= \frac{4}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} \times \frac{6}{9}$$

$$= \frac{4}{9} + \frac{1}{10} + \frac{6}{90}$$

$$= \frac{40 + 9 + 6}{90}$$

$$= \frac{55}{90} = \frac{11}{18}$$

Gabarito: Letra C.

24. (CESGRANRIO/LIQUIGÁS/2018) Baldo usa uma calculadora que ignora todos os valores após a primeira casa decimal no resultado de cada operação realizada. Desse modo, quando Baldo faz $\frac{4}{3} \times \frac{6}{5}$, a calculadora mostra o resultado de 1,3 × 1,2 = 1,5. Portanto, há um erro no valor final de 0,1, pois $\frac{4}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{24}{15} = 1,6$.

Qual o erro da calculadora de Baldo para a expressão $\left(\left(\frac{10}{3} \times \frac{10}{3}\right)\right) \times 9$

a) 0

b) 1,3

c) 1,5

d) 2,8

e) 3,3

Comentários:

Temos que $\frac{10}{3} = 3{,}333\ldots$. A calculadora, ao realizar a operação, apresenta o valor 3,3.

Assim, a expressão dada por $\left(\left(\frac{10}{3} \times \frac{10}{3}\right)\right) \times 9$ fica assim:

$$\left((3{,}3 \times 3{,}3)\right) \times 9$$

O produto $3{,}3 \times 3{,}3$ é igual a $10{,}89$. A calculadora, ao realizar a operação, apresenta o valor $10{,}8$. Ficamos com:

$$(10{,}8) \times 9$$

Finalmente, o produto $10{,}8 \times 9$ é igual a $\mathbf{97{,}2}$. Como temos apenas uma casa decimal, **a calculadora apresenta exatamente esse valor**.

Agora que temos o valor obtido pela calculadora, vamos obter o **real valor da operação**:

$$\left(\left(\frac{10}{3} \times \frac{10}{3}\right)\right) \times 9$$
$$= \frac{10 \times 10}{3 \times 3} \times 9$$
$$= \frac{100}{9} \times 9$$
$$= 100$$

Portanto, o erro da calculadora foi de:

$$\text{Erro} = \text{Valor real} - \text{Valor calculado}$$

$$= 100 - 97{,}2 = 2{,}8$$

Gabarito: Letra D.

25. (CESGRANRIO/LIQUIGÁS/2018) Numa cidade, 4 em cada 15 pessoas são estrangeiras. Dessas pessoas estrangeiras, 3 em cada 8, são crianças.

Nessa cidade, as pessoas que NÃO são crianças estrangeiras correspondem a que fração da população?

a) $\frac{4}{5}$

b) $\frac{9}{10}$

c) $\frac{16}{23}$

d) $\frac{14}{45}$

e) $\frac{43}{120}$

Comentários:

Considere que o total de pessoas da cidade é T. Nesse caso, o **número de estrangeiros** é:

$$\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{15}}\boldsymbol{T}$$

$\frac{3}{8}$ **dos estrangeiros** são crianças. Portanto, o **total de crianças estrangeiras** é:

$$\frac{3}{8}\ \textbf{dos}\ (\textbf{estrangeiros})$$

$$= \frac{3}{8} \times \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{15}}\boldsymbol{T}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} T$$

$$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{10}}\boldsymbol{T}$$

O total da população que **não é criança estrangeira** é:

$$T - \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{10}}\boldsymbol{T} = \frac{10-1}{10}T = \frac{9}{10}T$$

Portanto, a fração da população que corresponde às pessoas que **NÃO são crianças estrangeiras** é $\frac{9}{10}$.

Gabarito: Letra B.

FGV

26.(FGV/PMSP/2024) Um dado número somado com a sua terça parte dá como resultado 228. A soma dos algarismos do número dado é

a) 5.

b) 6.

c) 7.

d) 8.

e) 9.

Comentários:

Suponha que o número dado é x. Esse número somado com a sua terça parte dá como resultado 228. Logo:

$$x + \frac{x}{3} = 288$$

$$\frac{3x + x}{3} = 288$$

$$\frac{4x}{3} = 288$$

$$x = \frac{288 \times 3}{4}$$

$$x = \frac{72 \times 3}{1}$$

$$x = 216$$

Portanto, a **soma dos algarismos do número dado** é:

$$2 + 1 + 6 = 9$$

Gabarito: Letra E.

27.(FGV/PMSP/2024) Seja $\frac{p}{q} = \frac{1}{3} + \frac{2}{5} - \frac{3}{8}$, em que p e q são primos entre si, isto é, a fração está em sua forma irredutível.

O valor de $p + q$ é

a) 0.

b) 11.

c) 77.

d) 85.

e) 163.

Comentários:

Vamos realizar as operações com as frações apresentadas de modo a se obter p e q. Inicialmente, temos:

$$\frac{1}{3}+\frac{2}{5}-\frac{3}{8}$$

O **MMC entre 3, 5 e 8** é o produto **3×5×8 = 120**, **pois 3**, **5** e **8 são primos entre si** (**não apresentam fatores primos em comum**). Portanto, demos utilizar 120 como denominador comum:

$$\frac{40+48-45}{120}$$

$$=\frac{43}{120}$$

Note que **a fração obtida é irredutível**, pois **43 é um número primo** e **120 não é divisível por 43**. Logo, p e q são, respectivamente, 43 e 120. Portanto, o valor de $p+q$ é:

$$43+120=163$$

Gabarito: Letra E.

28.(FGV/ALESC/2024) Um terreno de 1400m^2 foi dividido em três partes e suas áreas são representadas por A, B e C. Sabe-se que B é igual a dois terços de A e que C é igual a cinco sextos de B. A área do menor terreno é igual a

a) 280m^2.

b) 320m^2.

c) 350m^2.

d) 420m^2.

e) 630m^2.

Comentários:

Sabemos que as três partes correspondem ao total do terreno. Logo:

$$A+B+C=1.400$$

Observe que **C é menor do que B** (5/6 de B) e, além disso, **B é menor do que A** (2/3 de A). Logo, temos a seguinte ordem crescente:

$$C < B < A$$

Portanto, a menor área, que estamos procurando, é C.

Para obter a menor área, vamos escrever A e B em termos de C e substituir na primeira equação.

Sabe-se que **C é igual a cinco sextos de B**. Logo:

$$C = \frac{5}{6}B$$

$$6C = 5B$$

$$\boldsymbol{B = \frac{6C}{5}}$$

Além disso, **B é igual a dois terços de A**. Logo:

$$B = \frac{2A}{3}$$

$$3B = 2A$$

$$\boldsymbol{A = \frac{3}{2} \times B}$$

Como $\boldsymbol{B = \frac{6C}{5}}$, temos:

$$\boldsymbol{A = \frac{3}{2} \times \frac{6C}{5}}$$

$$A = \frac{18C}{10}$$

$$\boldsymbol{A = \frac{9C}{5}}$$

Agora que temos A e B em termos de C, podemos substituir os valores na primeira equação:

$$A + B + C = 1.400$$

$$\frac{9C}{5} + \frac{6C}{5} + C = 1.400$$

$$\frac{9C + 6C + 5C}{5} = 1.400$$

$$\frac{20C}{5} = 1.400$$

$$4C = 1.400$$

$$C = \frac{1.400}{4}$$

$$C = 350 \text{ m}^2$$

Portanto, **a área do menor terreno é igual a 350 m²**.

Gabarito: Letra C.

29.(FGV/ALEP PR/2024) Uma turma do terceiro ano do ensino médio possui 40 estudantes, dos quais 16 são meninas e 24 são meninos. Uma professora da turma realizou uma enquete para saber se seus estudantes preferiam disciplinas de ciências exatas ou de ciências humanas. Todos os estudantes da turma responderam à enquete indicando uma única dentre essas duas opções.

Do total de meninas da turma, 3/8 disseram preferir ciências humanas e as demais afirmaram preferir ciências exatas. Já do total de meninos, 1/4 responderam que preferem ciências exatas e os demais declararam preferência por ciências humanas.

Segundo essa enquete, assinale a fração do total de estudantes da turma preferem ciências exatas.

a) 1/2.

b) 2/5.

c) 3/5.

d) 5/8.

e) 7/8.

Comentários:

Para resolver a questão, vamos calcular quantos estudantes de cada sexo preferem ciências exatas. Em seguida, vamos encontrar a fração do total de estudantes que preferem ciências exatas.

Como 3/8 das meninas preferem ciências humanas, podemos concluir que as outras **1–3/8 = 5/8 preferem ciências exatas**. Assim, o número de meninas que preferem ciências exatas é:

$$\frac{5}{8} \textbf{ das } (\text{Meninas})$$

$$= \frac{5}{8} \times 16$$

$$= 10$$

Além disso, **1/4 dos meninos preferem ciências exatas**. Assim, o número de meninos que preferem ciências exatas é:

$$\frac{1}{4}\ \mathbf{dos}\ (\text{Meninos})$$

$$\frac{1}{4} \times 24$$

$$= 6$$

Portanto, **o número de estudantes que preferem ciências exatas** é:

$$10 + 6 = 16$$

Como o total de estudantes é 40, a fração do total de estudantes que preferem ciências exatas é:

$$\frac{16}{40}$$

Simplificando essa fração por 8, obtemos:

$$\frac{2}{5}$$

Gabarito: Letra B.

30.(FGV/PMERJ/2024) Duas fazendas A e B são vizinhas. Sabe-se que 3⁄4 da área da fazenda A está plantada com soja e que 2⁄5 da área da fazenda B está plantada com soja. Sabe-se ainda que a área da fazenda B é uma vez e meia a área da fazenda A.

A fração da área total das duas fazendas que está plantada com soja é:

a) $\frac{8}{15}$

b) $\frac{13}{20}$

c) $\frac{14}{25}$

d) $\frac{33}{40}$

e) $\frac{27}{50}$

Comentários:

Considere que **a é área da fazenda A** e **b a área da fazenda B**. Como **a área da fazenda B é uma vez e meia a área da fazenda A**, temos:

$$b = 1{,}5a$$

Segundo o problema:

- A área plantada com soja na fazenda A é $\frac{3}{4}$ **de** a, ou seja, $\frac{3}{4} \times a = \boldsymbol{\frac{3a}{4}}$.
- A área plantada com soja na fazenda B é $\frac{2}{5}$ **de** b, ou seja, $\frac{2}{5} \times b = \boldsymbol{\frac{2b}{5}}$.

A **área total das duas fazendas** é $\boldsymbol{a + b}$, e a **área total plantada com soja é** $\boldsymbol{\frac{3a}{4} + \frac{2b}{5}}$. Logo, fração da área total das duas fazendas que está plantada com soja é:

$$\frac{\frac{3a}{4} + \frac{2b}{5}}{a + b}$$

Substituindo b por $1{,}5a$, temos:

$$\frac{\frac{3a}{4} + \frac{2 \times 1{,}5a}{5}}{a + 1{,}5a}$$

$$= \frac{\frac{3a}{4} + \frac{3a}{5}}{2{,}5a}$$

$$= \frac{\frac{15a + 12a}{20}}{2{,}5a}$$

$$= \frac{\frac{27a}{20}}{2{,}5a}$$

Para realizar a divisão entre $\frac{27a}{20}$ e $2{,}5a$, inverte-se $2{,}5a$ e multiplica-se $\frac{27a}{20}$ por esse valor invertido:

$$\frac{27a}{20} \times \frac{1}{2{,}5a}$$

$$= \frac{27a}{50a}$$

Simplificando a no numerador e no denominador, temos:

$$\frac{27}{50}$$

Gabarito: Letra E.

31.(FGV/TRT-PB/2022)

$$a = \frac{5}{6}, b = \frac{7}{9}, c = \frac{13}{18}$$

Colocando essas frações em ordem crescente a sequência correta é

a) $a < b < c$.

b) $b < a < c$.

c) $b < c < a$.

d) $c < a < b$.

e) $c < b < a$.

Comentários:

Para comparar frações, devemos encontrar **frações equivalentes** que apresentem o mesmo denominador. O denominador comum será o **MMC** entre **6**, **9** e **18**.

Como **18** é múltiplo de **6** e de **9**, **o MMC entre os números é o próprio 18**.

As frações equivalentes a $\boldsymbol{a} = \frac{5}{6}$, $\boldsymbol{b} = \frac{7}{9}$, $\boldsymbol{c} = \frac{13}{18}$ com o denominador **18** são:

$$a = \frac{5}{6} = \frac{(18 \div 6) \times 5}{18} = \frac{15}{18}$$

$$b = \frac{7}{9} = \frac{(18 \div 9) \times 7}{18} = \frac{14}{18}$$

$$c = \frac{13}{18}$$

A ordem crescente entre as frações com o denominador 18 é $\frac{13}{18} < \frac{14}{18} < \frac{15}{18}$. Logo, a ordem crescente das frações do problema é $\boldsymbol{c} < \boldsymbol{b} < \boldsymbol{a}$.

Gabarito: Letra E.

32.(FGV/PM SP/2022) Considere os produtos:

$$S = \left(1 + \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{3}\right)\left(1 + \frac{1}{4}\right)\left(1 + \frac{1}{5}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{2022}\right)$$

$$D = \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{5}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2022}\right)$$

O produto SD é igual a

a) 2023/2022.

b) 2023/4044.

c) 2022/2023.

d) 4044/2023.

e) 1.

Comentários:

Primeiramente, vamos calcular o valor de S:

$$S = \left(1 + \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{3}\right)\left(1 + \frac{1}{4}\right)\left(1 + \frac{1}{5}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{2022}\right)$$
$$S = \left(\frac{2+1}{2}\right)\left(\frac{3+1}{3}\right)\left(\frac{4+1}{4}\right)\left(\frac{5+1}{5}\right) \dots \left(\frac{2022+1}{2022}\right)$$
$$S = \left(\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}\right)\left(\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}}\right)\left(\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{4}}\right)\left(\frac{\mathbf{6}}{\mathbf{5}}\right) \dots \left(\frac{\mathbf{2023}}{\mathbf{2022}}\right)$$

Simplificado o numerador de uma fração com o denominador da fração seguinte, ficam restando apenas o **denominador da primeira fração** e o **numerador da última fração**. Logo:

$$S = \frac{\mathbf{2023}}{\mathbf{2}}$$

Vamos agora calcular o valor de D:

$$D = \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{5}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2022}\right)$$
$$D = \left(\frac{2-1}{2}\right)\left(\frac{3-1}{3}\right)\left(\frac{4-1}{4}\right)\left(\frac{5-1}{5}\right) \dots \left(\frac{2022-1}{2022}\right)$$
$$D = \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)\left(\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}\right)\left(\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}\right)\left(\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{5}}\right) \dots \left(\frac{\mathbf{2021}}{\mathbf{2022}}\right)$$

Simplificado o denominador de uma fração com o numerador da fração seguinte, ficam restando apenas o **numerador da primeira fração** e o **denominador da última fração**. Logo:

$$D = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2022}}$$

Logo, o produto SD é igual a:

$$SD = \frac{\mathbf{2023}}{\mathbf{2}} \times \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2022}}$$

$$SD = \frac{2023}{4044}$$

Gabarito: Letra B.

33.(FGV/CBM-RJ/2022) João recebeu certa quantia. Com a terça parte da quantia, pagou os gastos com o cartão de crédito, e pagou o aluguel com a quinta parte do restante.

Da quantia recebida, a fração que representa a parte que João ainda tem disponível é

a) 2/5

b) 3/5

c) 7/15

d) 8/15

e) 17/30

Comentários:

Considere que João recebeu originalmente uma quantia X.

Com a terça parte da quantia $\left(\frac{1}{3}X\right)$, João pagou gastos com o cartão de crédito. O valor restante após esse pagamento é:

$$X - \frac{1}{3}X = \frac{3X - X}{3} = \frac{2}{3}X$$

Com a quinta parte do restante, isto é, com $\frac{1}{5}$ **de** $\frac{2}{3}X$, João pagou o aluguel.

A fração complementar de $\frac{1}{5}$ é:

$$1 - \frac{1}{5} = \frac{5-1}{5} = \frac{4}{5}$$

Portanto, após esse novo pagamento, restou $\frac{4}{5}$ **de** $\frac{2}{3}X$:

$$\frac{4}{5} \text{ de } \frac{2}{3}X$$

$$= \frac{4}{5} \times \frac{2}{3}X$$

$$= \frac{8}{15}X$$

Veja que, após os pagamentos, **restou** $\frac{8}{15}$ de X, isto é, $\frac{8}{15}$ **da quantia original**. Logo, da quantia recebida, a fração que representa a parte que João ainda tem disponível é $\frac{8}{15}$.

Gabarito: Letra D.

34.(FGV/CM Taubaté/2022) Marlene gasta 1/4 do seu salário com aluguel e, do que sobra, ela gasta 1/3 com alimentação. Após pagar o aluguel e a alimentação, a fração do salário de Marlene que sobra para as outras despesas é:

a) 5/7.

b) 5/12.

c) 1/2.

d) 2/7.

e) 2/5.

Comentários:

Considere que o salário de Marlene seja S.

"Marlene gasta 1/4 do seu salário com aluguel..."

Portanto, o total gasto com aluguel é:

$$\text{Aluguel} = \frac{1}{4}\,\text{de S}$$

$$\text{Aluguel} = \frac{1}{4} \times \text{S}$$

$$\text{Aluguel} = \frac{1}{4}\text{S}$$

"...e, do que sobra, ela gasta 1/3 com alimentação."

O valor restante após o gasto com aluguel é:

$$\text{Restante}_{\substack{\text{Após} \\ \text{Aluguel}}} = \text{Salário} - \text{Aluguel}$$

$$\text{Restante}_{\substack{\text{Após} \\ \text{Aluguel}}} = S - \frac{1}{4}S$$

$$\text{Restante}_{\substack{\text{Após} \\ \text{Aluguel}}} = \frac{4S - S}{4}$$

$$\text{Restante}_{\substack{\text{Após} \\ \text{Aluguel}}} = \frac{3}{4}S$$

Desse valor restante, é 1/3 é gasto com alimentação. Logo, o valor gasto com alimentação é:

$$\text{Alimentação} = \frac{1}{3} \text{ de} \frac{3}{4}S$$

$$\text{Alimentação} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{4}S$$

$$\text{Alimentação} = \frac{1}{4}S$$

"Após pagar o aluguel e a alimentação, a fração do salário de Marlene que sobra para as outras despesas é..."

O valor que sobra após pagar o aluguel e a alimentação é:

$$\text{Salário} - \text{Aluguel} - \text{Alimentação}$$

$$S - \frac{1}{4}S - \frac{1}{4}S$$

$$= \frac{4S - 1S - 1S}{4}$$

$$= \frac{2S}{4}$$

$$= \frac{1}{2}S$$

Logo, a fração do salário que sobra para as outras despesas é 1/2.

Gabarito: Letra C.

35.(FGV/PM SP/2022) Em uma caixa há várias bolas, cada uma de uma cor. As cores das bolas são: vermelho, azul, verde e rosa. Há, pelo menos, uma bola de cada cor.

Um terço das bolas são vermelhas, um quinto são azuis e 10 bolas são verdes.

O número mínimo de bolas rosas na caixa é

a) 1.

b) 2.

c) 3.

d) 4.

e) 5.

Comentários:

Considere que o total de bolas seja T. Temos as seguintes informações do enunciado:

- **Um terço das bolas são vermelhas**. Logo, o número de bolas vermelhas é $\boldsymbol{\frac{1}{3}T}$**;**
- **Um terço das bolas são azuis**. Logo, o número de bolas azuis é $\boldsymbol{\frac{1}{5}T}$;
- **10 bolas são verdes**.

Considere também que o número de bolas rosas seja R. Devemos encontrar o valor mínimo para R.

Note que a soma de todas as bolas é igual a T. Logo:

$$\frac{1}{3}T + \frac{1}{5}T + 10 + R = T$$

$$R = T - \frac{1}{3}T - \frac{1}{5}T - 10$$

$$R = \frac{15T - 5T - 3T}{15} - 10$$

$$R = \frac{7}{15}T - 10$$

$$\boldsymbol{R = 7 \times \frac{T}{15} - 10}$$

Sabemos que o número de bolas rosas deve ser um **valor <u>inteiro</u> <u>positivo</u> e <u>diferente de zero</u>** (pois há pelo menos uma bola rosa)**.** Como queremos o valor mínimo para o número de rosas, devemos minimizar $\frac{T}{15}$ respeitando essas restrições.

Veja que, se $\frac{T}{15}$ for igual a 1, isto é, se $T = 15$, teremos um número negativo de bolas rosas.

$$R = 7 \times 1 - 10$$

$$R = -3$$

Por outro lado, se $\frac{T}{15}$ for igual a 2, isto é, se $T = 30$, teremos:

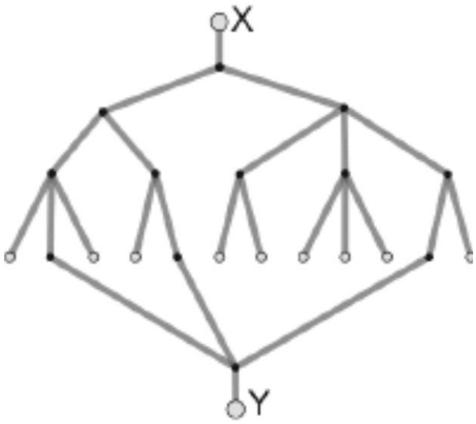
$$R = 7 \times 2 - 10$$

$$R = 4$$

Portanto, **o número mínimo de bolas rosas na caixa é 4**.

Gabarito: Letra D.

36. (FGV/SEFAZ ES/2022) A figura a seguir mostra uma rede de canos de água em um plano vertical. Qualquer quantidade de água colocada na abertura X desce e divide-se em partes iguais em cada um dos pontos de divisão. Os pontos brancos no final de cada percurso são saídas.



A fração da quantidade de água que, colocada em X, sai por Y é

a) 1/3.

b) 3/8.

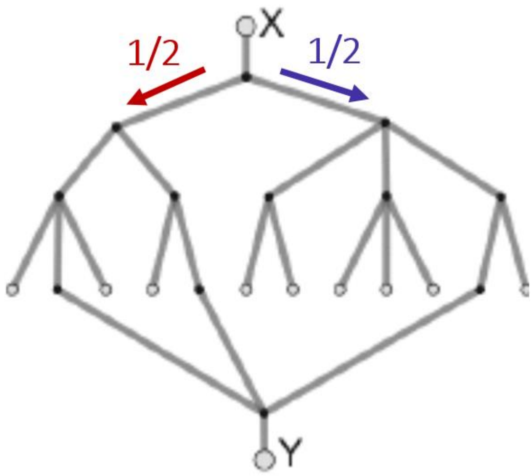
c) 5/12.

d) 5/24.

e) 7/24.

Comentários:

Em cada um dos pontos de divisão, **a água é dividida em partes iguais**. Inicialmente, a água é dividida em duas: **metade da água vai para a esquerda** e a **outra metade vai para a direita**.



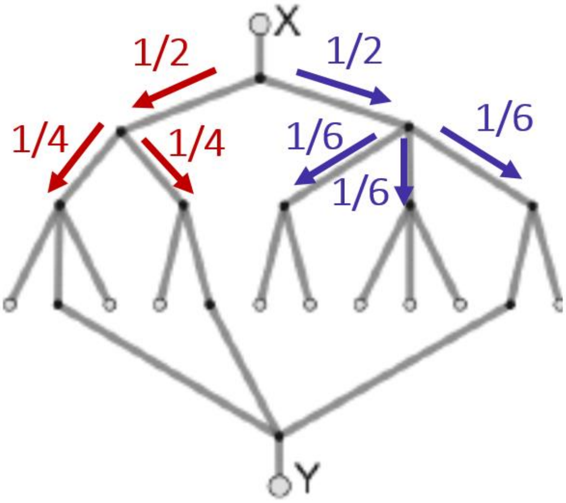
Na sequência, a **água que corre pela esquerda** é dividida em **duas partes**. Temos, portanto, **metade** $\left(\frac{1}{2}\right)$ **da metade** $\left(\frac{1}{2}\right)$ **da quantidade de água original em cada novo ramo**. Isto é, temos:

$$\frac{1}{2}\ \mathbf{de}\ \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Além disso, a **água que corre pela direita** é dividida em **três partes**. Temos, portanto, **um terço** $\left(\frac{1}{3}\right)$ **da metade** $\left(\frac{1}{2}\right)$ **da quantidade de água original em cada novo ramo**. Isto é, temos:

$$\frac{1}{3}\ \mathbf{de}\ \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

Ficamos com a seguinte representação:



A partir de agora, vamos analisar a quantidade de água que sai por Y por meio do **fluxo da esquerda**, para depois analisar a quantidade de água que sai por Y por meio do **fluxo da direita.**

Fluxo da esquerda

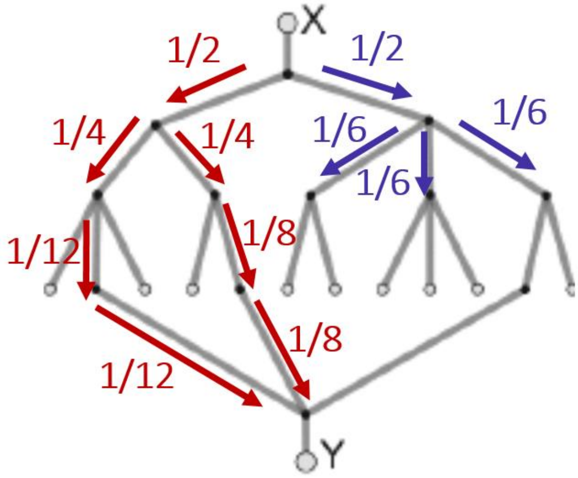
Na esquerda, temos dois fluxos de água que correspondem a $\frac{1}{4}$ do original.

Do primeiro fluxo, apenas $\frac{1}{3}$ é a aproveitado em Y:

$$\frac{1}{3}\ \mathbf{de}\ \frac{1}{4} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

Do segundo fluxo, apenas $\frac{1}{2}$ é aproveitado em Y:

$$\frac{1}{2}\ \mathbf{de}\ \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$



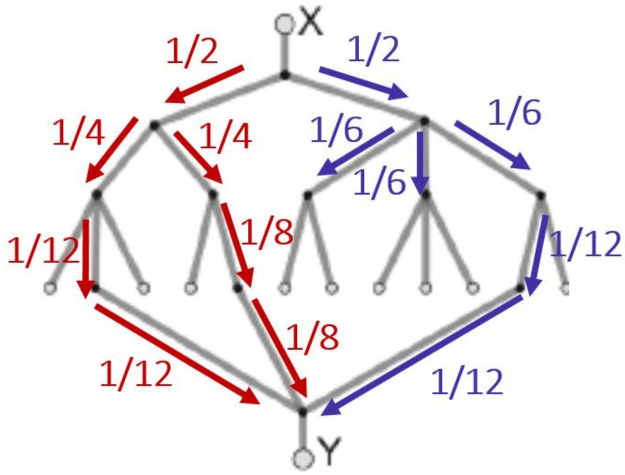
Fluxo da direita

Na direita, temos três fluxos que correspondem a $\frac{1}{6}$ do original.

Do primeiro e do segundo fluxo, nada é aproveitado em Y.

Do terceiro fluxo, apenas $\frac{1}{2}$ é aproveitado em Y:

$$\frac{1}{2}\,\mathbf{de}\,\frac{1}{6} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$$



Total de água que sai por Y

A partir da figura anterior, temos que o total de água que sai por Y é:

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{8} + \frac{1}{12}$$

$$= 2 \times \frac{1}{12} + \frac{1}{8}$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{8}$$

$$= \frac{4+3}{24}$$

$$= \frac{7}{24}$$

Gabarito: Letra E.

37. (FGV/PC AM/2022) Geraldo resolveu se desfazer de sua coleção de miniaturas. Assim, ele deu $\frac{2}{5}$ das suas miniaturas para seu irmão Gerson; das que sobraram, ele deu $\frac{1}{3}$ para seu irmão Gilson e as 48 restantes ele deu para sua irmã Glória.

O número de miniaturas que Gilson recebeu foi

a) 12.

b) 16.

c) 18.

d) 24.

e) 48.

Comentários:

Considere que o total de miniaturas de Geraldo seja M.

"...ele (Geraldo) deu $\frac{2}{5}$ das suas miniaturas para seu irmão Gerson..."

Note que o total de miniaturas que ficou com Gerson é:

$$(\text{Miniaturas Gerson}) = \frac{2}{5} \text{ de } M = \frac{2}{5} \times M = \frac{2}{5}M$$

"...das que sobraram, ele (Geraldo) deu $\frac{1}{3}$ para seu irmão Gilson..."

Após a distribuição para Gerson, o total de miniaturas que sobraram foi:

$$(\text{Total}) - (\text{Miniaturas Gerson})$$

$$= M - \frac{2}{5}M$$

$$= \frac{5M - 2M}{5}$$

$$= \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{5}}\boldsymbol{M}$$

<u>**Desse total que restou**</u>, $\frac{1}{3}$ ficou com o Gilson. Logo, o número de miniaturas que ficaram com Gilson foi:

$$(\text{Miniaturas Gilson}) = \frac{1}{3}\text{de}\,\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{5}}\boldsymbol{M} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{5}M = \frac{1}{5}M$$

"...e as 48 restantes ele (Geraldo) deu para sua irmã Glória..."

O número de miniaturas que restou para Glória foi:

$$(\text{Total}) - (\text{Miniaturas Gerson}) - (\text{Miniaturas Gilson})$$

$$M - \frac{2}{5}M - \frac{1}{5}M$$

$$= \frac{5M - 2M - 1M}{5}$$

$$= \frac{2}{5}M$$

Esse número de miniaturas corresponde a 48. Logo:

$$\frac{2}{5}M = 48$$

$$M = \frac{48 \times 5}{2}$$

$$M = 120$$

Portanto, **o total de miniaturas é 120**. Queremos obter o número de miniaturas que ficaram com Gilson:

$$(\text{Miniaturas Gilson}) = \frac{1}{5}M$$

$$= \frac{1}{5} \times 120$$

$$\mathbf{= 24}$$

Gabarito: Letra D.

Cebraspe

38.(CEBRASPE/Pref. Joinville/2024) Os números racionais $A = \frac{335}{179}$, $B = \frac{432}{231}$ e $C = \frac{367}{196}$ satisfazem a ordem

a) $A < C < B$

b) $B < C < A$

c) $B < A < C$

d) $C < B < A$

e) $C < A < B$

Comentários:

Para comparar frações, uma possibilidade é encontrar **frações equivalentes** que apresentem o mesmo denominador. O denominador comum deve ser o **MMC** entre **179**, **231** e **196**. Ocorre que **essa possibilidade de resolução leva um tempo significativo**, **pois o MMC dos denominadores em questão é um número bastante elevado**: **1.157.772**.

Outra maneira de compararmos as frações consiste em realizar a divisão do numerador pelo denominador:

- $A = \frac{335}{179} \cong 1{,}8715;$
- $B = \frac{432}{231} \cong 1{,}8701;$ e
- $C = \frac{367}{196} \cong 1{,}8724.$

A ordem crescente dos números encontrados é:

$$1{,}8701 < 1{,}8715 < 1{,}8724$$

Logo, os números racionais A, B e C satisfazem a ordem $\boldsymbol{B < A < C}$.

Gabarito: Letra C.

39. (CEBRASPE/PETROBRAS/2023) Um grupo de estagiários do setor de atendimento ao público de uma empresa deve ser avaliado em relação ao tempo de duração do atendimento. Um estagiário é considerando eficiente quando todos os seus atendimentos duram, no máximo, 9 minutos. Todas as pessoas que procuram esse setor buscam a solução de um mesmo tipo de problema, demandando, assim, um mesmo tempo aproximado.

A partir dessa situação hipotética, julgue o item seguinte.

O atendimento de um estagiário eficiente durará, no máximo, $\frac{3}{20}$ hora.

Comentários:

Sabemos que **um estagiário é considerando eficiente quando todos os seus atendimentos duram**, **no máximo**, **9 minutos**.

Portanto, **queremos saber de $\frac{3}{20}$ de uma hora corresponde a 9 minutos**.

Como **1h = 60min**, $\frac{3}{20}$ **de uma hora** corresponde a:

$$\frac{3}{20} \text{ de } 60\text{min}$$
$$= \frac{3}{20} \times 60 \text{ min}$$
$$= \frac{3}{1} \times 3 \text{ min}$$
$$= 9 \text{ min}$$

Gabarito: CERTO.

40. (CEBRASPE/Pref. Recife/2023) A respeito de problemas que envolvam operações elementares com números naturais, inteiros e racionais, julgue o item que se segue.

Se 3/4 kg de granola forem preparados e embalados em sacos que comportem 1/8 kg de granola, então serão necessárias 8 embalagens para armazenar a quantidade total de granola preparada.

Comentários:

O total de granola a ser embalada é $\frac{3}{4}$ kg. Como cada saco comporta $\frac{1}{8}$ kg, o total de sacos necessários para armazenar a granola é:

$$\frac{\frac{3}{4} \text{ kg}}{\frac{1}{8} \text{ kg por saco}}$$
$$= \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{8}} \text{ sacos}$$

Ao realizar a divisão de frações, devemos utilizar o recurso "**inverte e multiplica**":

$$\frac{3}{4} \times \frac{8}{1} \text{ sacos}$$

Simplificando 8 e 4 por 4, temos:

$$= \frac{3}{1} \times \frac{2}{1} \text{ sacos}$$

$$= 6 \text{ sacos}$$

Logo, serão necessárias **6 embalagens** para armazenar a quantidade total de granola preparada.

Gabarito: ERRADO.

41.(CEBRASPE/Pref. Recife/2023) Acerca dos números reais e das suas propriedades, julgue o item subsequente.

A fração $\frac{25}{33}$ pode ser representada pela expressão $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{132}$.

Comentários:

Vamos realizar a soma indicada no item e verificar se corresponde a $\frac{25}{33}$. Temos:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{132}$$

O **MMC** entre **2**, **4** e **132** é **132**, pois 132 é múltiplo de 2 e 4. Logo, para realizar a soma, **devemos utilizar 132 como denominador comum**. Ficamos com:

$$\frac{66+33+1}{132}$$

$$=\frac{100}{132}$$

Simplificando o numerador e o denominador por 2, temos:

$$\frac{50}{66}$$

Simplificando novamente o numerador e o denominador por 2, temos:

$$\frac{25}{33}$$

Gabarito: CERTO.

42. (CEBRASPE/SESI SP/2023) Segundo a propaganda de uma concessionária, um carro cujo valor total é de R$ 108.000,00 pode ser adquirido dando-se uma parcela de entrada de 2/3 do valor total e dividindo-se o restante em 18 vezes sem juros.

Nesse caso, o valor de cada prestação, em reais, é de

a) 4.000.

b) 2.000.

c) 36.000.

d) 6.000.

e) 72.000.

Comentários:

Como foi dada uma entrada de 2/3 do valor total, **o valor restante corresponde à fração complementar**:

$$1 - \frac{2}{3}$$
$$= \frac{3-2}{3}$$
$$= \frac{1}{3}$$

Portanto, **1/3 do valor total foi parcelado em 18 vezes sem juros**. Logo, o valor que foi parcelado em 18 vezes é:

$$\frac{1}{3} \text{ de } 108.000$$
$$= \frac{1}{3} \times 108.000$$
$$= \text{R\$ } 36.000{,}00$$

Para obter o **valor de cada uma das 18 prestações**, devemos dividir o valor que foi parcelado por 18:

$$\frac{36.000}{18}$$
$$= \text{R\$ } 2.000{,}00$$

Gabarito: Letra B.

43. (CEBRASPE/SESI SP/2023) A fração $\frac{1{,}\overline{6} \times 2{,}\overline{25} + 3{,}\overline{4}}{6{,}\overline{94}}$ pode ser reescrita corretamente na forma

a) $\frac{1.069}{1.032}$

b) $\frac{350}{347}$

c) $\frac{217}{347}$

d) $\frac{20.967}{3.817}$

e) $\frac{387}{347}$

Comentários:

Para resolver a expressão, vamos primeiro obter as frações correspondentes às dízimas periódicas.

Cálculo da dízima periódica $1,\overline{6}$

$$1,\overline{6} = 1{,}666\ldots$$
$$= 1 + 0{,}666\ldots$$
$$= 1 + \frac{6}{9}$$
$$= 1 + \frac{2}{3}$$
$$= \frac{3+2}{3}$$
$$= \mathbf{\frac{5}{3}}$$

Cálculo da dízima periódica $2,\overline{25}$

$$2,\overline{25} = 2{,}252525\ldots$$
$$= 2 + 0{,}252525\ldots$$
$$= 2 + \frac{25}{99}$$
$$= \frac{198+25}{99}$$
$$= \mathbf{\frac{223}{99}}$$

Cálculo da dízima periódica $3,\overline{4}$

$$3,\overline{4} = 3{,}444\ldots$$
$$= 3 + 0{,}444\ldots$$
$$= 3 + \frac{4}{9}$$
$$= \frac{27+4}{9}$$
$$= \mathbf{\frac{31}{9}}$$

Cálculo da dízima periódica $6,\overline{94}$

$$6,\overline{94} = 6{,}949494\ldots$$
$$= 6 + 0{,}949494\ldots$$

$$= 6 + \frac{94}{99}$$

$$= \frac{594 + 94}{99}$$

$$= \mathbf{\frac{688}{99}}$$

Cálculo da expressão

Substituindo as dízimas periódicas pelas frações encontradas, temos:

$$\frac{1,\overline{6}\ \times\ 2,\overline{25}\ +\ 3,\overline{4}}{6,\overline{94}}$$

$$= \frac{\mathbf{\frac{5}{3}} \times \mathbf{\frac{223}{99}} + \mathbf{\frac{31}{9}}}{\mathbf{\frac{688}{99}}}$$

$$= \left(\frac{5}{3} \times \frac{223}{99} + \frac{31}{9}\right) \times \frac{99}{688}$$

$$= \left(\frac{1115}{297} + \frac{31}{9}\right) \times \frac{99}{688}$$

$$= \left(\frac{1115 + 1023}{297}\right) \times \frac{99}{688}$$

$$= \left(\frac{2138}{297}\right) \times \frac{99}{688}$$

Simplificando 297 e 99 por 99, temos:

$$= \frac{2138}{3} \times \frac{1}{688}$$

Simplificando 2138 e 688 por 2, temos:

$$= \frac{1069}{3} \times \frac{1}{344}$$

$$= \frac{1069}{1032}$$

Gabarito: Letra A.

44.(CEBRASPE/TJ PA/2020) Dois colaboradores do setor de informática de uma empresa são responsáveis por fazer a manutenção dos computadores da empresa. Durante certo período de tempo, um dos colaboradores fez manutenção em $0,\overline{26} = 0,262626$ da quantidade total de computadores da empresa e, nesse mesmo período de tempo, o outro colaborador fez manutenção em $0,\overline{18} = 0,181818$ dessa quantidade total de computadores, tendo restado 110 computadores sem manutenção.

Nessa situação, a quantidade total de computadores dessa empresa é igual a

a) 130.

b) 139.

c) 155.

d) 159.

e) 198.

Comentários:

Seja T o total de computadores da empresa. O número de **computadores com manutenção** é:

$$0,\overline{26}\ \textbf{do total} + 0,\overline{18}\ \textbf{do total}$$

$$= 0,\overline{26} \times \mathrm{T} + 0,\overline{18} \times \mathrm{T}$$

$$= \frac{26}{99}\mathrm{T} + \frac{18}{99}\mathrm{T}$$

$$= \frac{26+18}{99}\mathrm{T}$$

$$= \frac{44}{99}\mathrm{T}$$

$$= \frac{4}{9}\mathrm{T}$$

O total de **computadores sem manutenção** é tal que:

$$(\textbf{Total}\ \text{de computadores}) - (\text{Computadores}\ \textbf{com}\ \text{manutenção}) = (\text{Computadores}\ \textbf{sem}\ \text{manutenção})$$

$$\mathrm{T} - \frac{4}{9}\mathrm{T} = 110$$

$$\frac{9-4}{9}\mathrm{T} = 110$$

$$\frac{5}{9}\mathrm{T} = 110$$

$$T = \frac{110 \times 9}{5}$$

$$T = 198$$

Temos, portanto 198 computadores na empresa.

Gabarito: Letra E.

45.(CEBRASPE/Pref. B dos Coqueiros/2020) Em seu testamento, um pai deixou o diagrama mostrado a seguir, para ilustrar como deverá ocorrer a distribuição de sua herança, no valor de 2,7 milhões de reais, entre seus cinco herdeiros.

Com base nas informações precedentes, e considerando-se que, em cada linha desse diagrama, o retângulo branco mostrado está dividido em partes iguais, é correto concluir que

a) o quarto filho receberá mais de 420 mil reais.

b) a mãe e o terceiro filho receberão, juntos, um total de 1,3 milhão de reais.

c) a mãe e o primeiro filho receberão, juntos, menos de 1,4 milhão de reais.

d) os quatro filhos receberão, juntos, 2 milhões de reais.

e) a mãe e o quarto filho receberão, juntos, exatamente o mesmo total recebido pelos outros três filhos.

Comentários:

Pelo diagrama, podemos perceber que:

- A mãe receberá $\frac{1}{3}$ do total da herança;
- O 1º filho receberá $\frac{1}{3}$ do valor restante após a distribuição da parte que cabe à mãe; e
- Os demais filhos (3º, 4º e 5º) receberão cada um $\frac{1}{3}$ do que restou após a distribuição da herança para mãe e para o 1º filho.

O valor recebido pela **mãe** é:

$$\frac{1}{3} \times 2.700.000 = \text{ R\$ } 900.000$$

Após a distribuição da parte que cabe à **mãe**, restam $2.700.000 - 900.000 = \text{R\$ } 1.800.000$.

O valor recebido pelo **1º filho** é:

$$\frac{1}{3} \times 1.800.000 = \text{R\$ } 600.000$$

Após a distribuição da herança para **mãe** e para o **1º filho**, restam $1.800.000 - 600.000 = \text{R\$ } 1.200.000$.

O valor recebido individualmente pelo 2º, pelo 3º e pelo 4º filho é:

$$\frac{1}{3} \times 1.200.000 = \text{R\$ } 400.000$$

Note que **a mãe e o terceiro filho** receberão, juntos, um total de:

$$900.000 + 400.000 = \text{R\$ } 1.300.000$$

Gabarito: Letra B.

46.(CEBRASPE/FUB/2018) Paulo, Maria e João, servidores lotados em uma biblioteca pública, trabalham na catalogação dos livros recém-adquiridos. Independentemente da quantidade de livros a serem catalogados em cada dia, Paulo cataloga 1/4, Maria cataloga 1/3 e João, 5/12.

A respeito da catalogação de livros por esses servidores, julgue o item a seguir.

Entre os três servidores, Maria é a mais eficiente, isto é, em cada dia de trabalho, ela cataloga mais livros que cada um dos outros dois.

Comentários:

Para determinar o servidor que cataloga mais livros, devemos determinar qual fração dentre $\mathbf{\frac{1}{4}}$, $\mathbf{\frac{1}{3}}$ e $\mathbf{\frac{5}{12}}$ é a maior.

Ao comparar frações, devemos encontrar **frações equivalentes** que apresentem o mesmo denominador. O denominador será o MMC entre 4, 3 e 12, que é 12. Temos que:

$$\frac{1}{4} = \mathbf{\frac{3}{12}} \text{ e } \frac{1}{3} = \mathbf{\frac{4}{12}}$$

Portanto, as frações com denominador 12 correspondentes à quantidade de livros catalogados por **Paulo**, **Maria** e **João** são, respectivamente:

$$\frac{3}{12}; \frac{4}{12}; \frac{5}{12}$$

Logo, **João** cataloga mais livros do que cada um dos outros dois.

Gabarito: ERRADO.

FCC

47.(FCC/ISS Jaboatão dos Guararapes/2024) O dominó é um antigo jogo de tabuleiro que é jogado com 28 peças e cada uma delas com pontos dos dois lados que variam de nenhum a 6 pontos. Com exceção da peça que não há pontos nos dois lados, pode-se ver as outras 27 peças como frações menores do que 1. Por exemplo, a peça com 5 pontos de um lado e 3 pontos do outro lado representaria a fração 3/5, independentemente do lado em que estão os 3 pontos ou os 5 pontos. A soma de todas as frações representadas pelas peças em que pelo menos em um dos lados há 4 pontos é

a) 106/12

b) 119/30

c) 106/15

d) 53/30

e) 44/30

Comentários:

Inicialmente vamos **identificar todas as peças que têm 4 pontos em pelo menos um dos lados** e **obter as frações menores ou iguais a 1 correspondentes**:

- (4,0) → **fração 0/4**;
- (4,1) → **fração 1/4**;
- (4,2) → **fração 2/4**;
- (4,3) → **fração 3/4**;
- (4,4) → **fração 4/4**;
- (4,5) → **fração 4/5**; e
- (4,6) → **fração 4/6**.

Observação: cumpre destacar que o enunciado da questão deveria ter sido mais preciso. Ao invés de informar que "***... pode-se ver as outras 27 peças como frações menores do que 1***", o correto seria informar que "***... pode-se ver as outras 27 peças como frações menores ou iguais a 1***". Por exemplo, para a peça em que há o número 4 dos dois lados, temos a fração 4/4 = 1.

Realizando a soma das frações, temos:

$$\frac{0}{4}+\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{3}{4}+\frac{4}{4}+\frac{4}{5}+\frac{4}{6}$$

Como 0/4 é igual a 0, podemos remover essa fração da soma. Somando todas as frações restantes que apresentam o denominador 4, temos:

$$\frac{1+2+3+4}{4}+\frac{4}{5}+\frac{4}{6}$$

$$= \frac{10}{4} + \frac{4}{5} + \frac{4}{6}$$
$$= \frac{5}{2} + \frac{4}{5} + \frac{4}{6}$$

Para realizar a soma, devemos utilizar como denominador comum o **Mínimo Múltiplo Comum de 2**, **5 e 6**, **que é 30**. Ficamos com:

$$\frac{75 + 24 + 20}{30}$$
$$= \frac{119}{30}$$

Gabarito: Letra B.

48. (FCC/TRT CE/2024) Em um fórum há processos trabalhistas, tributários, ambientais e regulatórios. Nesse fórum, 1/5 dos processos são trabalhistas, 1/7 são ambientais e os restantes são regulatórios ou tributários. Sabe-se que há 260 processos ambientais e que há, pelo menos, 100 processos tributários. A quantidade máxima de processos regulatórios é:

a) 1096

b) 1296

c) 1560

d) 1456

e) 1196

Comentários:

Sabemos que, no fórum:

- 1/5 dos processos são trabalhistas,
- 1/7 dos processos são ambientais, e
- Os restantes são processos regulatórios ou tributários.

Além disso, sabemos que:

- Há 260 processos ambientais; e
- **Há**, **no mínimo**, **100 processos tributários**.

Inicialmente, podemos **determinar o número total N de processos**.

Como 1/7 dos processos são ambientais e sabemos que há 260 processos ambientais, temos:

$$\frac{1}{7} \text{ de } N = 260$$

$$\frac{1}{7} \times N = 260$$

$$N = 260 \times 7$$

$$N = 1820$$

Nesse momento, vamos **determinar o número de processos trabalhistas**

Sabemos que 1/5 dos processos são trabalhistas. Logo, o número de processos trabalhistas é:

$$\frac{1}{5} \text{ de } 1820$$

$$= \frac{1}{5} \times 1820$$

$$= 364$$

Podemos agora determinar a **quantidade de processos regulatórios e tributários.**

Os processos regulatórios e tributários correspondem ao restante dos processos. Logo:

$$\binom{\text{Processos}}{\text{Regulatórios}} + \binom{\text{Processos}}{\text{Tributários}} = \text{Total} - \text{Ambientais} - \text{Trabalhistas}$$

$$= 1820 - 260 - 364$$

$$= 1196$$

Por fim, vamos **determinar a quantidade máxima de processos regulatórios.** Sabemos que:

$$\binom{\text{Processos}}{\text{Regulatórios}} + \binom{\text{Processos}}{\text{Tributários}} = 1196$$

$$\binom{\text{Processos}}{\text{Regulatórios}} = 1196 - \binom{\text{Processos}}{\text{Tributários}}$$

Segundo o enunciado, **há**, **no mínimo**, **100 processos tributários**. Para encontrar a **quantidade máxima de processos regulatórios**, devemos **minimizar o número de processos tributários**:

$$\underbrace{\binom{\text{Processos}}{\text{Regulatórios}}}_{\textbf{Maximizar}} = 1196 - \underbrace{\binom{\text{Processos}}{\text{Tributários}}}_{\textbf{Minimizar}}$$

Assim, o número máximo de processos regulatórios será:

$$1196 - \mathbf{100}$$

$$= 1096$$

Gabarito: Letra A.

49. (FCC/TRT 9/2022) O valor da soma $\frac{1}{2022^{-2}+1}+\frac{1}{2022^{-1}+1}+\frac{1}{2022^{0}+1}+\frac{1}{2022^{1}+1}+\frac{1}{2022^{2}+1}$ é:

a) $\frac{3}{2}$

b) $\frac{5}{2}$

c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{7}{2}$

e) $\frac{9}{2}$

Comentários:

Vamos realizar a soma em questão:

$$\frac{1}{\mathbf{2022^{-2}}+1}+\frac{1}{\mathbf{2022^{-1}}+1}+\frac{1}{\mathbf{2022^{0}+1}}+\frac{1}{2022^{1}+1}+\frac{1}{2022^{2}+1}$$

A partir das propriedades da potenciação, sabemos que $\mathbf{2022^{-2}=\frac{1}{2022^2}}$ e que $\mathbf{2022^{-1}=\frac{1}{2022^1}}$. Além disso, $\mathbf{2022^0=1}$. Logo, ficamos com a seguinte soma:

$$\frac{1}{\mathbf{\frac{1}{2022^2}}+1}+\frac{1}{\mathbf{\frac{1}{2022^1}}+1}+\frac{1}{\mathbf{1}+1}+\frac{1}{2022^{1}+1}+\frac{1}{2022^{2}+1}$$

$$=\frac{1}{\frac{1}{2022^2}+\frac{2022^2}{2022^2}}+\frac{1}{\frac{1}{2022^1}+\frac{2022^1}{2022^1}}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2022^{1}+1}+\frac{1}{2022^{2}+1}$$

$$=\frac{1}{\frac{1+2022^2}{2022^2}}+\frac{1}{\frac{1+2022^2}{2022^1}}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2022^{1}+1}+\frac{1}{2022^{2}+1}$$

As duas primeiras parcelas correspondem ao inverso de, respectivamente, $\frac{1+2022^2}{2022^2}$ e $\frac{1+2022^2}{2022^1}$. Ficamos com:

$$\frac{2022^2}{1+2022^2}+\frac{2022^1}{1+2022^1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2022^{1}+1}+\frac{1}{2022^{2}+1}$$

Reorganizando os denominadores das duas primeiras parcelas, temos:

$$\frac{2022^2}{\mathbf{2022^2+1}}+\frac{2022^1}{\mathbf{2022^1+1}}+\frac{1}{2}+\frac{1}{\mathbf{2022^{1}+1}}+\frac{1}{\mathbf{2022^{2}+1}}$$

Podemos agora somar as frações que apresentam o denominador $\mathbf{2022^2+1}$ e somar as frações que apresentam o denominador $\mathbf{2022^1+1}$. Ficamos com:

$$\frac{2022^2+1}{\mathbf{2022^2+1}}+\frac{2022^1+1}{\mathbf{2022^1+1}}+\frac{1}{2}$$

$$=1+1+\frac{1}{2}$$

$$=2+\frac{1}{2}$$

$$=\frac{4+1}{2}$$

$$=\frac{5}{2}$$

Gabarito: Letra B.

50. (FCC/TRT 4/2022) Um terreno foi dividido entre quatro irmãos, Ana, Bento, Carla e Daniel. Ana ficou com metade do terreno; Bento ficou com um terço do terreno; Carla ficou com um sétimo do terreno e Daniel ficou com 500 m^2. A área total do terreno, antes da divisão, era de:

a) 21.000 m^2

b) 20.000 m^2

c) 25.000 m^2

d) 18.000 m^2

e) 15.000 m^2

Comentários:

Suponha que a área total do terreno seja A. Segundo o enunciado:

- Ana ficou com metade do terreno: $\frac{1}{2}A$;
- Bento ficou com um terço do terreno: $\frac{1}{3}A$;
- Carla ficou com um sétimo do terreno: $\frac{1}{7}A$;
- Daniel ficou com $500\ \mathrm{m}^2$.

A soma das partes recebidas pelos quatro irmãos corresponde à totalidade do terreno. Logo:

$$A=\frac{1}{2}A+\frac{1}{3}A+\frac{1}{7}A+500$$

Como 2, 3 e 7 são primos, o MMC entre eles é $2\times 3\times 7=42$. Logo:

$$A = \frac{21A + 14A + 6A}{42} + 500$$

$$A = \frac{41}{42}A + 500$$

$$A - \frac{41}{42}A = 500$$

$$\frac{42A - 41A}{42} = 500$$

$$\frac{A}{42} = 500$$

$$A = 500 \times 42$$

$$A = 21.000 \text{ m}^2$$

Gabarito: Letra A.

51. (FCC/TRT 9/2022) Em relação às frações $\frac{7}{15}, \frac{8}{21}, \frac{2}{5}$ tem-se que

a) $\frac{8}{21} < \frac{7}{15} < \frac{2}{5}$.

b) $\frac{2}{5} < \frac{8}{21} < \frac{7}{15}$.

c) $\frac{8}{21} < \frac{2}{5} < \frac{7}{15}$.

d) $\frac{7}{15} < \frac{2}{5} < \frac{8}{21}$.

e) $\frac{2}{5} < \frac{7}{15} < \frac{8}{21}$.

Comentários:

Para comparar frações, devemos encontrar **frações equivalentes** que apresentem o mesmo denominador. O denominador comum será o **MMC** entre **5**, **15** e **21**.

Temos a seguinte decomposição em fatores primos dos números:

$5 = \quad\quad 5^1$

$15 = 3^1 \times 5^1$

$21 = 3^1 \quad\quad \times 7^1$

O MMC é obtido tomando-se todos os fatores primos com os maiores expoentes. Logo:

$$\text{MMC}(5; 15; 21) = 3^1 \times 5^1 \times 7^1 = 105$$

As frações equivalentes a $\frac{7}{15}, \frac{8}{21}, \frac{2}{5}$ com o denominador **105** são:

$$\frac{7}{15} = \frac{(105 \div 15) \times 7}{105} = \frac{49}{105}$$

$$\frac{8}{21} = \frac{(105 \div 21) \times 8}{105} = \frac{40}{105}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{(105 \div 5) \times 2}{105} = \frac{42}{105}$$

A ordem crescente entre as frações com o denominador 105 é $\frac{40}{105} < \frac{42}{105} < \frac{49}{105}$. Logo, a ordem crescente das frações do problema é $\frac{8}{21} < \frac{2}{5} < \frac{7}{15}$.

Gabarito: Letra C.

52. (FCC/TRT 23/2022) Em uma fábrica de produção de robôs, registrou-se o número total de robôs produzidos em 3 anos. No primeiro ano foram produzidos 2/5 do total, no segundo ano foram produzidos 1/3 do total e no terceiro ano foram produzidos 8 robôs.

O número de robôs produzidos no primeiro ano foi

a) 8

b) 10

c) 12

d) 9

e) 6

Comentários:

Suponha que o número total de robôs produzidos em 3 anos seja T. Segundo o enunciado:

- No primeiro ano foram produzidos 2/5 do total: $\frac{2}{5}T$;
- No segundo ano foram produzidos 1/3 do total: $\frac{1}{3}T$;
- No terceiro ano foram produzidos 8 robôs.

A soma da produção nos três anos corresponde a T. Logo:

$$T = \frac{2}{5}T + \frac{1}{3}T + 8$$

Como 3 e 5 são primos, o MMC entre eles é $3 \times 5 = 15$. Logo:

$$T = \frac{6T + 5T}{15} + 8$$

$$T = \frac{11}{15}T + 8$$

$$T - \frac{11}{15}T = 8$$

$$\frac{15T - 11T}{15} = 8$$

$$\frac{4T}{15} = 8$$

$$T = \frac{8 \times 15}{4}$$

$$T = 30$$

A questão pergunta pelo número de robôs produzidos no primeiro ano:

$$\frac{2}{5}T$$

$$= \frac{2}{5} \times 30$$

$$= 12$$

Gabarito: Letra C.

53. (FCC/TRT 22/2022) Uma empresa de construção possui 48 funcionários divididos igualmente em 4 setores. No setor da Engenharia, 2/3 são formados em Engenharia Civil sendo metade desses mulheres. No setor de Contabilidade todos os funcionários são homens, no setor de Administração 1/4 dos funcionários são mulheres e, finalmente, no setor de Arquitetura, metade são mulheres. No máximo, o número de mulheres dentre os 48 funcionários é

a) 31.

b) 17.

c) 25.

d) 13.

e) 12.

Comentários:

Devemos obter o **número máximo de mulheres** dentre os 48 funcionários da empresa **sem que as condições do enunciado sejam violadas**.

"Uma empresa de construção possui 48 funcionários divididos igualmente em 4 setores."

Isso significa que, em cada setor, temos $48 \div 4 = 12$ funcionários.

"No setor da Engenharia, 2/3 são formados em Engenharia Civil sendo metade desses mulheres."

Temos 12 funcionários no setor de Engenharia. $\frac{2}{3}$ **de** 12 são formados em Engenharia Civil. Logo:

- $\frac{2}{3} \times 12 =$ **8 funcionários são formados em Engenharia Civil**;
- Os demais funcionários do setor de Engenharia, $12 - 8 =$ **4 funcionários**, **não são formados em Engenharia Civil**.

Metade dos **funcionários que são formados em Engenharia Civil** são Mulheres. Logo, podemos resumir o setor de Engenharia da seguinte forma:

- **4** funcionários são **mulheres** formadas em **Engenharia Civil**;
- **4** funcionários são **homens** formados em **Engenharia Civil**; e
- **4** funcionários, que podem ser **homens ou mulheres**, **não são formados em Engenharia Civil**.

"No setor de Contabilidade todos os funcionários são homens..."

Logo, os **12 funcionários** do setor de Contabilidade são **homens**.

"...no setor de Administração 1/4 dos funcionários são mulheres..."

Temos 12 funcionários no setor de Administração. $\frac{1}{4}$ **de** 12 são mulheres. Logo:

- $\frac{1}{4} \times 12 =$ **3 funcionários são mulheres**;
- $12 - 3 =$ **9 funcionários são homens**.

"...e, finalmente, no setor de Arquitetura, metade são mulheres."

Temos 12 funcionários no setor de Arquitetura. $\frac{1}{2}$ **de** 12 são mulheres. Logo:

- $\frac{1}{2} \times 12 =$ **6 funcionários são mulheres**;
- $12 - 6 =$ **6 funcionários são homens**.

—

Veja que, até o momento, o seguinte total de funcionários é necessariamente mulher:

$$\underbrace{4}_{\substack{\text{Setor de Engenharia} \\ \text{que} \\ \text{são formados em Eng. Civil}}} + \underbrace{0}_{\substack{\text{Setor de} \\ \text{Contabilidade}}} + \underbrace{3}_{\substack{\text{Setor de} \\ \text{Administração}}} + \underbrace{6}_{\substack{\text{Setor de} \\ \text{Arquitetura}}} = 13$$

Observe que, segundo as informações presentes no enunciado, não sabemos se são homens ou são mulheres os **04 funcionários do setor de Engenharia que <u>não</u> são formados em Engenharia Civil**.

Veja que **o número de mulheres** será **maximizado** se esses 04 funcionários forem mulheres. Logo, o máximo de mulheres que essa empresa pode ter dentre seus 48 funcionários é:

$$13 + 4 = 17 \text{ mulheres}$$

Gabarito: Letra B.

54. (FCC/TJ CE/2022) Uma pesquisa em uma universidade verificou que cada estudante utiliza-se de apenas um meio de transporte para se deslocar até lá. A pesquisa também mostrou que três quartos de seus estudantes vão de ônibus, um décimo vai de carro, um oitavo vai de bicicleta e os 200 estudantes restantes vão a pé. O número de estudantes entrevistados é igual a

a) 24000.

b) 16000.

c) 20000.

d) 8000.

e) 6000.

Comentários:

Suponha que o número total de estudantes entrevistados seja T. Segundo o enunciado:

- Três quartos dos estudantes vão de ônibus: $\frac{3}{4}T$;
- Um décimo vai de carro: $\frac{1}{10}T$;
- Um oitavo vai de bicicleta: $\frac{1}{8}T$; e
- 200 estudantes restantes vão a pé.

A soma de todos os estudantes entrevistados corresponde a T. Logo:

$$T = \frac{3}{4}T + \frac{1}{10}T + \frac{1}{8}T + 200$$

O MMC entre 4, 8 e 10 é 40. Logo:

$$T = \frac{30T + 4T + 5T}{40} + 200$$

$$T = \frac{39T}{40} + 200$$

$$T - \frac{39T}{40} = 200$$

$$\frac{40T - 39T}{40} = 200$$

$$\frac{T}{40} = 200$$

$$T = 200 \times 40$$

$$T = 8.000$$

Logo, o número de estudantes entrevistados é igual a 8.000.

Gabarito: Letra D.

Vunesp

55.(VUNESP/Pref. Pindamonhangaba/2023) A expectativa de vida numa região da Europa é de, aproximadamente, 85 anos. Uma pessoa que já viveu $\frac{15}{17}$ dessa idade, ainda tem para viver, segundo a expectativa, aproximadamente,

a) 2 anos.

b) 10 anos.

c) 13 anos.

d) 15 anos.

e) 17 anos.

Comentários:

A pessoa em questão já viveu $\frac{15}{17}$ da expectativa de vida de 85 anos. Logo, ela já viveu:

$$\frac{15}{17}\ \textbf{de}\ 85$$

$$= \frac{15}{17} \times 85$$

Simplificando 85 e 17 por 17, temos:

$$\frac{15}{1} \times 5$$

$$= 75 \text{ anos}$$

Como a pessoa **já viveu 75 anos**, o número de anos que restam para viver, segundo a expectativa, é:

$$85 - 75 = 10 \text{ anos}$$

O **gabarito**, portanto, é **letra B**.

Cumpre destacar que essa questão pode também ser resolvida por meio do conceito de **fração complementar**. Como a pessoa viveu $\frac{15}{17}$ da expectativa de vida, a **fração complementar** **corresponde à fração da expectativa de vida que resta para a pessoa viver**:

$$1 - \frac{15}{17} = \frac{17 - 15}{17}$$

$$= \frac{2}{17}$$

Logo, **a pessoa em questão ainda tem para viver $\frac{2}{17}$ dos 85 anos**:

$$\frac{2}{17}\ \textbf{de}\ 85$$

$$= \frac{2}{17} \times 85$$

Simplificando 85 e 17 por 17, temos:

$$\frac{2}{1} \times 5$$

$$= 10\ \text{anos}$$

Novamente, obtemos como **gabarito** a **letra B**.

Gabarito: Letra B.

56. (VUNESP/Pref. Marília/2023) Segundo dados do IBGE, em 2010, a população urbana de Marília era de, aproximadamente, 207.000 pessoas. Considerando-se que a população urbana representava, à época, cerca de $\frac{23}{24}$ da população, então a população de Marília naquele ano era de, aproximadamente,

a) 8.625

b) 9.000

c) 198.375

d) 207.000

e) 216.000

Comentários:

Considere que a **população total de Marília era x**. Devemos determinar essa incógnita x.

Segundo o enunciado, a população urbana de Marília era de **207.000 pessoas**, e essa população urbana corresponde a $\frac{23}{24}$ **da população total**. Logo:

$$\frac{23}{24}\ \textbf{da}\ (\text{População total de Marília}) = 207.000$$

$$\frac{23}{24} \times x = 207.000$$

$$x = 207.000 \times \frac{24}{23}$$

Simplificando 207.000 e 23 por 23, temos:

$$x = 9000 \times \frac{24}{1}$$

$$x = 216.000 \text{ pessoas}$$

Logo, a **população total de Marília** naquele ano era de **216.000 pessoas**. O **gabarito**, portanto, é **letra E**.

Cumpre destacar que uma **forma prática de se obter o todo a partir da parte** é utilizar o recurso "**inverte e multiplica**".

Veja que, se $\frac{23}{24}$ **da população total de Marília** corresponde a **207.000 pessoas**, **podemos obter o todo invertendo a fração** e multiplicando pelo valor que representa a parte (**207.000 pessoas**):

$$\frac{\mathbf{24}}{\mathbf{23}} \times 207.000$$

Simplificando 207.000 e 23 por 23, temos:

$$\frac{24}{1} \times 9.000$$

$$= 216.000 \text{ pessoas}$$

Novamente, obtemos a **letra E** como **gabarito**.

Gabarito: Letra E.

57. (VUNESP/Pref. Pindamonhangaba/2023) Os alunos de uma turma serão divididos em grupos contendo a mesma quantidade de estudantes em cada grupo. No dia da divisão, $\frac{2}{7}$ dos alunos faltaram, e a professora fez a divisão somente com os alunos presentes. Desse modo, após a divisão dos alunos presentes em 5 grupos iguais, a fração que representa o número de alunos em cada grupo, em relação ao total de alunos da turma, é igual a

a) $\frac{2}{7}$

b) $\frac{1}{5}$

c) $\frac{1}{7}$

d) $\frac{2}{35}$

e) $\frac{1}{35}$

Comentários:

Considere que o **total de alunos da turma é T**.

Sabemos que, no dia da divisão, $\frac{2}{7}$ **do total de alunos faltaram**. Logo, **o número de alunos que faltaram é**:

$$\frac{2}{7}\textbf{ de } T = \frac{2}{7} \times T$$
$$= \frac{2T}{7}$$

O número de alunos presentes corresponde ao total de alunos menos os que faltaram. Logo, o **número de alunos presentes** é:

$$T - \frac{2T}{7} = \frac{7T - 2T}{7}$$
$$= \frac{5T}{7}$$

Os $\frac{5T}{7}$ alunos presentes foram divididos em 5 grupos iguais. Logo, **cada grupo ficou com o seguinte número de alunos:**

$$\frac{1}{5}\textbf{ de }\frac{5T}{7} = \frac{1}{5} \times \frac{5T}{7}$$

Simplificando 5 com 5, temos:

$$\frac{1}{1} \times \frac{T}{7}$$
$$= \frac{T}{7}$$

Portanto, **cada grupo ficou com $\frac{1}{7}$ do total T de alunos**. O **gabarito**, portanto, é **letra C**.

Gabarito: Letra C.

58.(VUNESP/Pref. Piracicaba/2023) Um restaurante fez a seguinte promoção:

Promoção

Almoço com tudo incluso

Clientes

De 13 a 59 anos – preço inteiro

60 anos ou mais – pagam $\frac{1}{2}$

Até 12 anos – pagam $\frac{1}{3}$

Para comemorar seu aniversário de 65 anos, Jonas levou seu filho de 40 anos, sua nora de 38 anos e seus três netos de 6, 9 e 14 anos para almoçarem no restaurante com a promoção dada. A conta final ficou em R$ 250,00.

O preço inteiro do almoço nesse restaurante é de

a) R$ 40,00.

b) R$ 48,00.

c) R$ 55,00.

d) R$ 60,00.

e) R$ 65,00.

Comentários:

Considere que o preço inteiro do almoço no restaurante é P. Devemos determinar essa incógnita P.

Segundo o problema, temos:

- **1 pessoa** com **60 anos ou mais**: Jonas;
- **3 pessoas** com idade **entre 13 e 59 anos**: o filho, a nora e o neto de 14 anos de Jonas;
- **2 pessoas** com idade **até 12 anos**: os netos de 6 e 9 anos de Jonas.

Ainda segundo o problema:

- Pessoas com **60 anos ou mais** pagam metade do preço inteiro P, ou seja, **pagam $\frac{P}{2}$**;
- Pessoas com idade **entre 13 e 59 anos** **pagam o preço inteiro P**; e
- Pessoas com idade **até 12 anos** pagam um terço do preço inteiro P, ou seja, **pagam $\frac{P}{3}$**.

Logo, **o total pago pelas 6 pessoas**, em termos do preço inteiro P, é:

$$\mathbf{1 \times \frac{P}{2} + 3 \times P + 2 \times \frac{P}{3}}$$

$$= \frac{P}{2} + 3P + \frac{2P}{3}$$

$$= \frac{3P + 18P + 4P}{6}$$

$$= \frac{25P}{6}$$

Como a conta final ficou em R$ 250,00, temos:

$$\frac{25P}{6} = 250$$

$$P = \frac{250 \times 6}{25}$$

Simplificando 250 e 25 por 25, temos:

$$P = \frac{10 \times 6}{1}$$

$$P = \text{R\$ } 60{,}00$$

Logo, o preço inteiro do almoço nesse restaurante é de **R$ 60,00**.

Gabarito: Letra D.

59.(VUNESP/Pref. Pindamonhangaba/2023) Em um grupo, com determinado número de pessoas, somente $\frac{3}{8}$ havia tomado certa vacina e o respectivo reforço dela. Entre as demais pessoas, $\frac{4}{5}$ havia tomado somente a vacina e as outras 15 pessoas não tinham tomado a vacina. O número de pessoas que havia tomado somente a vacina era

a) 120.

b) 100.

c) 80.

d) 60.

e) 40.

Comentários:

Considere que o **total de pessoas do grupo é T**.

"Em um grupo, com determinado número de pessoas, somente $\frac{3}{8}$ havia tomado certa vacina e o respectivo reforço dela"

Logo, o número de pessoas que tomaram a vacina com o reforço é:

$$\frac{3}{8}\ \textbf{de}\ T = \frac{3}{8} \times T$$

$$= \frac{3T}{8}$$

"Entre as demais pessoas, $\frac{4}{5}$ havia tomado somente a vacina..."

As **demais pessoas**, que não tomaram a vacina com o reforço, totalizam:

$$T - \frac{3T}{8} = \frac{8T - 3T}{8}$$

$$= \boldsymbol{\frac{5T}{8}}$$

Entre essas pessoas, $\frac{4}{5}$ tomaram somente a vacina. Logo, **o número de pessoas que tomaram somente a vacina foi**:

$$\frac{4}{5}\ \mathbf{de}\ \frac{5T}{8} = \frac{4}{5} \times \frac{5T}{8}$$

$$= \frac{1}{1} \times \frac{1T}{2}$$

$$= \boldsymbol{\frac{T}{2}}$$

"...as outras 15 pessoas não tinham tomado a vacina."

O **número de pessoas que não tomaram a vacina** corresponde a:

$$\underbrace{\boldsymbol{T}}_{\text{Total de pessoas}} - \underbrace{\boldsymbol{\frac{3T}{8}}}_{\text{Pessoas que tomaram vacina com reforço}} - \underbrace{\boldsymbol{\frac{T}{2}}}_{\text{Pessoas que tomaram somente vacina}}$$

$$= \frac{8T - 3T - 4T}{8}$$

$$= \boldsymbol{\frac{T}{8}}$$

Esse número de pessoas que não tomaram a vacina **corresponde a 15 pessoas**. Logo:

$$\boldsymbol{\frac{T}{8} = 15}$$

$$T = 8 \times 15$$

$$T = 120 \text{ pessoas}$$

O enunciado pergunta pelo número de pessoas que havia tomado somente a vacina:

$$\boldsymbol{\frac{T}{2}} = \frac{120}{2}$$

$$= 60 \text{ pessoas}$$

Gabarito: Letra D.

60.(VUNESP/CAMPREV/2023) Considere 4 recipientes de capacidades totais iguais, cada um deles contendo quantidades diferentes de um mesmo líquido, que correspondem, respectivamente, a $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}$ e $\frac{1}{4}$ da capacidade total. Roger juntou todo esse líquido em uma vasilha, e em seguida, usou esse líquido para preencher totalmente 2 dos recipientes, sem transbordar. Após esse preenchimento, a quantidade de líquido que restou na vasilha corresponde, da capacidade total de um recipiente, a

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{3}$

c) $\frac{1}{4}$

d) $\frac{1}{5}$

e) $\frac{1}{6}$

Comentários:

Suponha que **cada um dos quatro recipientes** tenha **capacidade C**.

Os recipientes contêm quantidades diferentes de um mesmo líquido, que correspondem a $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}$ e $\frac{1}{4}$ da capacidade total. Logo, o **volume de líquido total que estava nos quatro recipientes** é:

$$\frac{1}{2}\ \textbf{de}\ C + \frac{3}{4}\ \textbf{de}\ C + \frac{2}{3}\ \textbf{de}\ C + \frac{1}{4}\ \textbf{de}\ C$$

$$= \frac{1}{2} \times C + \frac{3}{4} \times C + \frac{2}{3} \times C + \frac{1}{4} \times C$$

$$= \frac{C}{2} + \frac{3C}{4} + \frac{2C}{3} + \frac{C}{4}$$

$$= \frac{6C + 9C + 8C + 3C}{12}$$

$$= \frac{26C}{12}$$

$$= \boldsymbol{\frac{13C}{6}}$$

Esse líquido, com volume total de $\frac{13C}{6}$, foi colocado em uma vasilha.

Após preencher dois recipientes com a mesma capacidade original (C), **a quantidade de líquido que restou na vasilha foi**:

$$\frac{13C}{6} - 2C$$

$$= \frac{13C - 12C}{6}$$

$$= \boldsymbol{\frac{C}{6}}$$

Logo, **a quantidade de líquido que restou na vasilha corresponde a $\frac{1}{6}$ da capacidade total de um recipiente** $(\boldsymbol{C})$.

Gabarito: Letra E.

61.(VUNESP/ISS Jaguariúna/2023) Do total de documentos a serem analisados, a quinta parte foi analisada por Carla no dia de ontem, a quarta parte do restante foi analisada por Elias no dia de hoje, e cada metade dos documentos não analisados ontem e hoje serão analisados por Rodrigo e Cintia, amanhã. Sendo assim, é correto afirmar que

a) Carla analisou mais documentos do que os que serão analisados por Rodrigo.

b) Elias analisou mais documentos do que os que serão analisados por Cintia.

c) Rodrigo analisará a mesma quantidade de documentos que foi analisada por Elias.

d) Cintia analisará a mesma quantidade de documentos que foi analisada por Carla.

e) Cintia e Rodrigo analisarão mais documentos do que os que foram analisados por Carla e Elias.

Comentários:

Para resolver essa questão, é interessante arbitrarmos um número total de documentos para evitarmos trabalhar com frações. **Suponha**, portanto, **que o total de documentos é 100**.

- **A quinta parte foi analisada por Carla no dia de ontem.** Logo:
  - O **número de documentos analisados por Carla** foi $\frac{1}{5} \times 100 = \mathbf{20}$.
  - O número de **documentos restantes** foi $100 - 20 = \mathbf{80}$.

- **A quarta parte do restante foi analisada por Elias no dia de hoje.** Logo:
  - O **número de documentos analisados por Elias** foi $\frac{1}{4} \times 80 = \mathbf{20}$.
  - O número de **documentos restantes** foi $80 - 20 = \mathbf{60}$.

- **Cada metade dos documentos não analisados ontem e hoje serão analisados por Rodrigo e Cintia, amanhã.** Logo:
  - **Rodrigo e Cintia analisarão**, **cada um**, $\frac{60}{2}$ = **30 documentos**.

Note que:

- O total de documentos analisados por **Cintia e Rodrigo** é **30+30 = 60 documentos**; e
- O total de documentos analisados por **Carla e Elias** é **20+20 = 40 documentos**.

Portanto, é correto afirmar que **Cintia e Rodrigo analisarão mais documentos do que os que foram analisados por Carla e Elias**.

Gabarito: Letra E.

62.(VUNESP/Pref. Sorocaba/2023) Em um escritório trabalham Alex, Beto e Caio. Certo dia, esses rapazes receberam um determinado número de documentos para serem arquivados. Alex iniciou o serviço e ele primeiro arquivou 5 documentos e depois arquivou um quinto do que sobrou. Em seguida, Beto arquivou 10 documentos e depois arquivou um quinto do que sobrou. Finalmente, Caio arquivou os documentos restantes. Sabendo que Alex e Beto arquivaram o mesmo número de documentos, o número de documentos que Caio arquivou foi

a) 10.

b) 20.

c) 30.

d) 40.

e) 50.

Comentários:

Considere que o **total de documentos a serem arquivados é D**.

"Alex iniciou o serviço e ele primeiro arquivou 5 documentos e depois arquivou um quinto do que sobrou."

Após arquivar 5 documentos, restaram $(D-5)$ documentos para serem arquivados. Desses $(D-5)$ documentos, Alex arquivou um quinto. Logo, **o total de documentos arquivados por Alex** é:

$$5+\frac{1}{5}\ \textbf{de}\ (D-5)$$

$$=5+\frac{1}{5}\times(D-5)$$

$$=5+\frac{D}{5}-\frac{5}{5}$$

$$=5+\frac{D}{5}-1$$

$$=\boldsymbol{\frac{D}{5}+4}$$

Após esse arquivamento, **restou o seguinte número de documentos para serem arquivados**:

$$D - \left(\frac{D}{5} + 4\right)$$

$$= D - \frac{D}{5} - 4$$

$$= \frac{5D - D}{5} - 4$$

$$= \mathbf{\frac{4D}{5} - 4}$$

"Em seguida, Beto arquivou 10 documentos e depois arquivou um quinto do que sobrou."

Após arquivar 10 documentos, **o número de documentos que restou foi**:

$$\left(\frac{4D}{5} - 4\right) - 10$$

$$= \mathbf{\frac{4D}{5} - 14}$$

Além dos 10 documentos, Beto arquivou um quinto do que restou. Logo, **o total de documentos arquivados por Beto** é:

$$10 + \frac{1}{5}\ \mathbf{de}\ \left(\frac{4D}{5} - 14\right)$$

$$= 10 + \frac{1}{5} \times \left(\frac{4D}{5} - 14\right)$$

$$= 10 + \frac{4D}{25} - \frac{14}{5}$$

$$= \frac{4D}{25} + 10 - \frac{14}{5}$$

$$= \frac{4D}{25} + \frac{50 - 14}{5}$$

$$= \mathbf{\frac{4D}{25} + \frac{36}{5}}$$

"Alex e Beto arquivaram o mesmo número de documentos"

A partir dessa informação, podemos obter o número total de documentos (D):

$$\underbrace{\boldsymbol{\frac{D}{5}+4}}_{\substack{\text{Documentos}\\ \text{arquivados}\\ \text{por Alex}}} = \underbrace{\boldsymbol{\frac{4D}{25}+\frac{36}{5}}}_{\substack{\text{Documentos}\\ \text{arquivados}\\ \text{por Beto}}}$$

$$\frac{D}{5}-\frac{4D}{25}=\frac{36}{5}-4$$

$$\frac{5D-4D}{25}=\frac{36-20}{5}$$

$$\frac{D}{25}=\frac{16}{5}$$

$$D=25\times\frac{16}{5}$$

$$D=5\times\frac{16}{1}$$

$$D=80\text{ documentos}$$

Note, então, que **o número de documentos arquivados por Alex é**:

$$\frac{D}{5}+4=\frac{80}{5}+4$$

$$=16+4$$

$$=\boldsymbol{20}$$

Como Beto arquivou o mesmo número de documentos que Alex, **Beto também arquivou 20 documentos**.

Segundo o enunciado, após Alex e Beto arquivarem alguns documentos, **Caio arquivou os documentos restantes**. Logo, Caio arquivou:

$$\underbrace{\boldsymbol{80}}_{\substack{\text{Total de}\\ \text{documentos}}} - \underbrace{\boldsymbol{20}}_{\substack{\text{Documentos}\\ \text{arquivados}\\ \text{por Alex}}} - \underbrace{\boldsymbol{20}}_{\substack{\text{Documentos}\\ \text{arquivados}\\ \text{por Beto}}}$$

$$=40\text{ documentos}$$

Gabarito: Letra D.

Questões Comentadas – Multibancas

Razão e proporção

Outras Bancas

1.(IDECAN/PPCE/2024) Uma equipe de exploradores está planejando uma expedição em uma floresta usando um mapa com escala de 1:50.000. Isso significa que 1 cm no mapa representa 50.000 cm (ou 500 metros) na realidade. Eles planejam percorrer uma distância total de 12 km na floresta. A distância que essa rota ocupa no mapa é de

a) 12 cm.

b) 24 cm.

c) 60 cm.

d) 1,20 m.

e) 2,40 m.

Comentários:

Pessoal, essa questão envolve não somente conhecimentos sobre **escala**, vistos nesse tópico de **razão e proporção**, como também envolve conhecimentos sobre **unidades de medida**.

A **escala** é um tipo específico de razão. Trata-se da razão entre uma **medida representada** em um desenho e a **medida real** do objeto que se representa.

$$\text{Escala} = \frac{\text{Medida representada}}{\text{Medida real}}$$

A equipe **deseja percorrer 12km** na floresta (**medida real**). Como a **escala** é de **1:50.000**, temos:

$$\frac{1}{50.000} = \frac{\text{Medida representada}}{12\ \text{km}}$$

$$\text{Medida representada} = \frac{12\ \text{km}}{50.000}$$

Observe que, nas alternativas, temos possibilidades em **metros** (**m**) e em **centímetros** (**cm**) para a medida representada.

Sabemos que **1km = 1.000m**. Portanto, **12km** correspondem a **12.000m**. Consequentemente, a medida representada, em metros, é:

$$\text{Medida representada} = \frac{\mathbf{12.000\ m}}{50.000}$$

$$\text{Medida representada} = \mathbf{0,24\ m}$$

Veja que **não há 0,24m nas alternativas**. Portanto, devemos obter a medida em centímetros. Como **1m = 100cm**, **a medida representada**, **em centímetros**, é:

$$\text{Medida representada} = 0{,}24 \times 100\ \text{cm}$$

$$\text{Medida representada} = 24\ \text{cm}$$

Gabarito: Letra B.

2.(FURB/SMS Florianópolis/2024) Em um setor de 153 funcionários, dos 102 homens, verificou-se que dois terços haviam testado positivo para Covid e, também, um terço das mulheres haviam testado positivo para Covid. Pode-se afirmar que a razão entre o total de pessoas desse setor que haviam testado positivo para Covid e o total de funcionários do setor é de:

a) 4/5.

b) 6/10.

c) 5/9.

d) 7/10.

e) 4/9.

Comentários:

Para resolver o problema, vamos calcular a **quantidade de homens e de mulheres que testaram positivo para Covid** e, em seguida, determinar a **razão** entre o **total de pessoas que testaram positivo** e o **total de funcionários**.

- O número total de funcionários é **153**.
- O número de **homens** é **102**.
- Logo, número de **mulheres** é **153−102 = 51**.

Agora, vamos calcular quantos homens testaram positivo para Covid. **Dois terços dos homens testaram positivo**:

$$\frac{2}{3}\ \mathbf{de}\ 102 = \frac{2}{3} \times 102$$

$$= \frac{2}{1} \times 34$$

$$= 68\ \text{homens}$$

Em seguida, calculamos quantas mulheres testaram positivo para Covid. **Um terço das mulheres testaram positivo**:

$$\frac{1}{3}\ \textbf{de}\ 51 = \frac{1}{3} \times 51$$
$$= 17 \text{ mulheres}$$

Logo, **o número total de pessoas que testaram positivo** é **68+17** = **85 pessoas**.

Por fim, vamos calcular a razão entre o total de pessoas que testaram positivo (85) e o total de funcionários (153):

$$\frac{85}{153}$$

Para simplificar essa razão, encontramos o maior divisor comum (MDC) entre 85 e 153, que é 17. Simplificando o numerador e o denominador por 17, temos:

$$\frac{5}{9}$$

Gabarito: Letra C.

3.(ACCESS/BANESTES/2024) Em um mapa de certa cidade, em escala 1:12000 duas praças estão afastadas de 35 cm. Qual a distância real entre elas?

a) 420 metros

b) 1.800 metros

c) 3,6 km

d) 4,2 km

Comentários:

A **escala** é um **tipo específico de razão**. Trata-se da razão entre uma medida representada em um desenho e a medida real do objeto que se representa:

$$\text{Escala} = \frac{\text{Medida representada}}{\text{Medida real}}$$

Sabemos que a **medida representada é 35cm** e que a escala é **1:12000**. Considerando-se que a distância real é x, temos:

$$\frac{1}{12000} = \frac{35 \text{ cm}}{x}$$
$$x = 35\text{cm} \times 12000$$

$$x = 420.000 \text{ cm}$$

Lembre-se que o prefixo "**centi**" (**c**) corresponde a 10^{-2}. O valor de x, em metros, é:

$$x = 420.000 \times \mathbf{10^{-2}} \text{ m}$$

$$x = 4.200 \text{ m}$$

Note que não temos esse valor em metros nas alternativas. Para converter **m** para **km**, podemos dividir o valor por **1000**. Ficamos com:

$$x = \frac{4.200}{1000} \text{ km}$$

$$x = 4{,}2 \text{ km}$$

Gabarito: Letra D.

4. (ACCESS/BANESTES/2024) Saindo da capital do estado, A.G. viajou para o interior e visitou 3 cidades. A primeira cidade visitada fica a 120km da capital. A segunda cidade fica a 50 km de distância da primeira e, para chegar na terceira cidade, A.G. precisou viajar por mais 250 km. Ele gastou em cada um dos trechos da viagem de ida os seguintes tempos: 1º trecho: 2 horas, 2º trecho: 1 hora e 3º trecho: 4 horas. Para voltar a capital, A.G. fez uma viagem sem paradas e gastou somente 5 horas porque era final de semana e o trânsito estava leve. Qual a velocidade média da viagem na ida e na volta separadamente?

a) 48 km/h e 60 km/h

b) 60 km/h e 72 km/h

c) 64 km/h e 80 km/h

d) 60 km/h e 84 km/h

Comentários:

A **velocidade média** corresponde à razão entre uma distância percorrida e o tempo em que se percorreu essa distância:

$$\text{Velocidade Média} = \frac{\text{Distância percorrida}}{\text{Tempo}}$$

Durante a ida, A.G. percorreu **120km+50km+250km = 420km**. Para percorrer os três trechos, ele levou **2+1+4 = 7 horas**. Logo, a velocidade média na ida foi:

$$\text{VM}_{\text{Ida}} = \frac{420 \text{ km}}{7 \text{ h}} = \frac{60 \text{ km}}{\text{h}} = 60 \text{ km/h}$$

Durante a volta, A.G. percorreu a mesma distância (**420km**) em apenas **5 horas**. Logo, a sua velocidade média foi:

$$VM_{\text{Volta}} = \frac{420\text{ km}}{5\text{ h}} = \frac{84\text{ km}}{\text{h}} = 84\text{ km/h}$$

Logo, **a velocidade média da viagem na ida e na volta**, separadamente, corresponde a **60 km/h** e **84 km/h**.

Gabarito: Letra D.

5. (IBADE/Prodest ES/2024) Um carro viaja a uma velocidade constante de 60 km/h. Se o tempo de viagem é diretamente proporcional à distância percorrida, quanto tempo levará para percorrer 240 km?

a) 1,5 horas.

b) 2 horas.

c) 2,5 horas.

d) 3 horas.

e) 4 horas.

Comentários:

Sabemos que, **quando a velocidade é constante durante um trajeto**, **esta é a velocidade média**.

A **velocidade média** corresponde à razão entre uma distância percorrida e o tempo em que se percorreu essa distância:

$$\text{Velocidade Média} = \frac{\text{Distância percorrida}}{\text{Tempo}}$$

A velocidade média em questão é **60km/h** e a distância percorrida é **240km**. Considerando que o tempo necessário para percorrer essa distância é t, temos:

$$\frac{60\text{ km}}{\text{h}} = \frac{240\text{ km}}{t}$$

$$t \times 60\text{km} = 240\text{km} \times h$$

$$t = \frac{240\text{km} \times h}{60\text{ km}}$$

$$t = 4\text{h}$$

Gabarito: Letra E.

6.(COSEAC/SEMED MARICÁ/2024) Um técnico de laboratório precisa calibrar um dispositivo de medição de velocidade que será usado para testar a eficácia de uma nova esteira de transporte industrial. A

velocidade padrão de operação da esteira é de 100 cm/s, e o técnico deve verificar se este valor está sendo alcançado corretamente para garantir a eficiência e segurança do equipamento em longas horas de operação. Converter essa velocidade para m/h ajuda o técnico a fazer comparações e cálculos em um contexto em que as operações são planejadas em escala horária.

A velocidade de 100 cm/s expressa em m/h é equivalente a:

a) 3,6 m/h

b) 36 m/h

c) 360 m/h

d) 3600 m/h

e) 36000 m/h

Comentários:

Queremos expressar a velocidade de **100 cm/s** em **m/h**. Sabemos que:

- **100cm** correspondem a **1m**; e
- Como **1h** temos **3600s**, temos que **1s** corresponde a $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3600}}$ **h**.

Logo:

$$100 \text{ cm/s} = \frac{\mathbf{100cm}}{\mathbf{s}} = \frac{\mathbf{1m}}{\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3600}}\mathbf{h}} = 1\text{m} \times \frac{3600}{\text{h}} = 3600\frac{\text{m}}{\text{h}} = 3600 \text{ m/h}$$

Gabarito: Letra D.

7. (Instituto Consulplan/CM Tremembé/2023) O condomínio de Roberto oferece aos moradores a oportunidade de malharem na academia. Sabe-se que a razão entre aqueles que utilizam a academia com respeito aos moradores que não utilizam a academia é de 2:5. Se o número de moradores que não fazem uso da academia supera o número de moradores que a utilizam em 396 pessoas, então o número total de moradores desse condomínio é:

a) 548

b) 660

c) 836

d) 924

Comentários:

Considerem que U moradores utilizam a academia e N moradores não utilizam. Queremos obter o total de moradores do condomínio, isto é, **queremos obter $\boldsymbol{U+N}$**.

Segundo o enunciado, **a razão entre aqueles que utilizam a academia com respeito aos moradores que não utilizam a academia é de 2:5**. Logo:

$$\frac{U}{N}=\frac{2}{5}\rightarrow U=\frac{2}{5}N$$

Além disso, **o número de moradores que não fazem uso da academia supera o número de moradores que a utilizam em 396 pessoas**. Logo:

$$N=U+396$$

Substituindo $U=\frac{2}{5}N$ na equação anterior, temos:

$$N=\frac{2}{5}N+396$$

$$N-\frac{2}{5}N=396$$

$$\frac{5N-2N}{5}=396$$

$$\frac{3N}{5}=396$$

$$N=396\times\frac{5}{3}$$

$$N=132\times 5$$

$$\boldsymbol{N=660}$$

Como $U=\frac{2}{5}N$, o número de moradores que utilizam a academia é:

$$U=\frac{2}{5}\times 660$$

$$U=2\times 132$$

$$\boldsymbol{U=264}$$

Logo, o número total de moradores do condomínio é:

$$\boldsymbol{N+U}=660+264$$

$$=\boldsymbol{924}$$

Gabarito: Letra D.

8. (Instituto AOCP/Pref Pinhais/2022) O número de cestas básicas arrecadadas nos quatro primeiros meses do ano de 2022, foi 12, 20, x e 30. Se esses números formam, nessa ordem, uma proporção, o valor de x é

a) 16.

b) 18.

c) 22.

d) 24.

e) 27.

Comentários:

Como **12**, **20**, x e **30** formam uma proporção, temos:

$$\frac{12}{20} = \frac{x}{30}$$

Realizando a multiplicação cruzada, temos:

$$12 \times 30 = x \times 20$$

$$360 = 20x$$

$$20x = 360$$

$$x = \frac{360}{20}$$

$$x = 18$$

Gabarito: Letra B.

9. (AOCP/CM Bauru/2022) A soma do peso de duas caixas é 65 Kg. Sabendo que a razão entre o peso das duas caixas é $\frac{5}{8}$, qual é o peso, em Kg, da caixa mais pesada entre as duas?

a) 25

b) 30

c) 35

d) 40

e) 45

Comentários:

Considere que a **caixa mais pesada pese x** e que a **caixa mais leve pese y**.

A soma do peso de duas caixas é 65 kg. Logo:

$$x + y = 65$$

A razão entre o peso das duas caixas é $\frac{5}{8}$. Como a razão é menor do que 1, essa razão corresponde a $\frac{y}{x}$:

$$\frac{y}{x} = \frac{5}{8} \rightarrow y = \frac{5}{8}x$$

Substituindo $y = \frac{5}{8}x$ na primeira equação, temos:

$$x + y = 65$$

$$x + \frac{5}{8}x = 65$$

$$\frac{8x + 5x}{8} = 65$$

$$\frac{13x}{8} = 65$$

$$x = 65 \times \frac{8}{13}$$

$$x = 5 \times 8$$

$$\boldsymbol{x = 40}$$

Portanto, **a caixa mais pesada pesa 40 kg**.

Gabarito: Letra D.

10.(AOCP/CM Bauru/2022) Em uma repartição da prefeitura, havia x homens e y mulheres na razão $\frac{2}{3}$. Em janeiro deste ano, 5 homens foram contratados para repor a vaga de 5 mulheres que foram promovidas para cargos em outras repartições, deixando a razão entre homens e mulheres em $\frac{3}{2}$. Quantos funcionários trabalham nessa repartição?

a) 25

b) 20

c) 10

d) 30

e) 35

Comentários:

Originalmente, temos um total de $\boldsymbol{x}$ **homens** e $\boldsymbol{y}$ **mulheres** na repartição.

Segundo o enunciado, a razão entre x e y é $\frac{2}{3}$. Logo:

$$\frac{x}{y} = \frac{2}{3} \rightarrow \boldsymbol{x = \frac{2}{3}y}$$

Em janeiro:

- 5 homens foram contratados, passando a ter $(\boldsymbol{x+5})$ **homens** na repartição em questão;
- 5 mulheres foram para outras repartições, passando a ter $(\boldsymbol{y-5})$ **mulheres** na repartição em questão.

Além disso, em janeiro, a nova razão entre homens e mulheres passou a ser $\frac{3}{2}$. Logo:

$$\boldsymbol{\frac{x+5}{y-5} = \frac{3}{2}}$$

Substituindo $x = \frac{2}{3}y$ na razão anterior, temos:

▪

$$\frac{\frac{2}{3}y+5}{y-5} = \frac{3}{2}$$

$$2 \times \left(\frac{2}{3}y+5\right) = 3 \times (y-5)$$

$$\frac{4y}{3} + 10 = 3y - 15$$

$$10 + 15 = 3y - \frac{4y}{3}$$

$$25 = \frac{9y-4y}{3}$$

$$25 = \frac{5y}{3}$$

$$\frac{5y}{3} = 25$$

$$y = 25 \times \frac{3}{5}$$

$$y = 5 \times 3$$

$$\boldsymbol{y = 15}$$

Como $x = \frac{2}{3}y$, temos:

$$x = \frac{2}{3} \times 15$$

$$x = 2 \times 5$$

$$\boldsymbol{x = 10}$$

O total de funcionários na repartição a soma do **número de homens** $(\boldsymbol{x + 5})$ com o **número de mulheres** $(\boldsymbol{y - 5})$:

$$(\boldsymbol{x + 5}) + (\boldsymbol{y - 5}) = x + y = 10 + 15$$

$$= 25$$

Gabarito: Letra A.

11. (FEPESE/Pref Concórdia/2022) Na plateia de um show, a razão entre o número de mulheres e o número de homens é 20:44.

Se o número de mulheres e homens na plateia do show é igual a 192, então o número de mulheres na plateia deste show é:

a) Menor que 57.

b) Maior que 57 e menor que 62.

c) Maior que 62 e menor que 67.

d) Maior que 67 e menor que 72.

e) Maior que 72.

Comentários:

Considere que o número de homens é H e que o número de mulheres é M.

A razão entre o número de mulheres e o número de homens é 20:44. Logo:

$$\frac{M}{H} = \frac{20}{44}$$

Simplificando o numerador e o denominador por 4, temos:

$$\frac{M}{H} = \frac{5}{11}$$

Escrevendo o número de homens em termos do número de mulheres, temos:

$$5H = 11M$$

$$H = \frac{11M}{5}$$

O número de mulheres e homens na plateia do show é igual a 192. Logo:

$$M + H = 192$$

Substituindo $H = \frac{11M}{5}$ na equação anterior, temos:

$$M + \frac{11M}{5} = 192$$

$$\frac{5M + 11M}{5} = 192$$

$$\frac{16M}{5} = 192$$

$$M = 192 \times \frac{5}{16}$$

$$M = 12 \times 5$$

$$M = 60$$

Portanto, o número de mulheres é **maior que 57 e menor que 62**.

Gabarito: Letra B.

12. (QUADRIX/CRMV PR/2022) O Cristo Redentor é conhecido como uma das sete maravilhas do mundo moderno. Em uma exposição, há uma miniatura desse monumento na escala 1:200, com 15 cm de altura, sem contar os 4 cm do pedestal.

Com base nessa situação hipotética, assinale a alternativa que apresenta a medida da altura real do Cristo Redentor com o pedestal.

a) 30 dm

b) 380 dm

c) 3.000 cm

d) 3,8 km

e) 30.000 mm

Comentários:

A escala é um tipo específico de razão. Trata-se da razão entre uma medida representada em um desenho e a medida real do objeto que se representa.

$$\text{Escala} = \frac{\text{Medida representada}}{\text{Medida real}}$$

A altura da miniatura, considerando o pedestal, é dada por **15+4 = 19cm**. Portanto:

$$\frac{1}{200} = \frac{19 \text{ cm}}{\text{Medida Real}}$$

Ao realizar a "**multiplicação cruzada**", temos:

$$\text{Medida Real} = 19 \times 200$$

$$\text{Medida Real} = 3.800 \text{ cm}$$

Para obter a medida em **decímetros**, devemos dividir por 10. Logo:

$$\text{Medida Real} = 380 \text{ dm}$$

Observação: essa questão envolve não só o conceito de **Escala** estudado nessa aula, mas também conteúdos de **Unidades de Medida**. Caso a matéria de **Unidades de Medida** não faça parte do seu edital, desconsidere a parte final da questão.

Gabarito: Letra B.

13. (CONSULPLAN/Pref JF/2022) A Secretaria de Educação de Juiz de Fora realizou uma triagem com os alunos de uma unidade escolar que possui um total de 3.540 alunos. Nessa triagem, constatou-se que para cada aluno não vacinado havia cinco alunos que já foram vacinados. Com base nessas informações, qual é o número de alunos não vacinados nessa unidade escolar?

a) 590

b) 680

c) 780

d) 890

e) 1.180

Comentários:

Considere que temos V alunos vacinados e N alunos não vacinados.

O total de alunos é 3.540. Logo:

$$\boldsymbol{V + N = 3540}$$

Para cada aluno não vacinado há cinco alunos que já foram vacinados. Em outras palavras, **a razão entre não vacinados e vacinados é 1:5**. Logo:

$$\frac{N}{V} = \frac{1}{5}$$

Escrevendo o número de vacinados em termos do número de não vacinados, temos:

$$N \times 5 = 1 \times V$$

$$\boldsymbol{V = 5N}$$

Substituindo $\boldsymbol{V = 5N}$ na primeira equação, temos:

$$V + N = 3540$$

$$5N + N = 3540$$

$$6N = 3540$$

$$N = \frac{3540}{6}$$

$$\boldsymbol{N = 590}$$

Logo, **o número de alunos não vacinados é 590**.

Gabarito: Letra A.

14. (FEPESE/Pref Concórdia/2022) Em uma universidade, a razão entre o número de alunos matriculados no ensino presencial e o número de alunos matriculados no ensino a distância é 3:5.

Se o número de alunos matriculados no ensino a distância excede o número de alunos matriculados no ensino presencial em 2100, então o número total de alunos (matriculados no ensino presencial e no ensino a distância) nesta universidade é:

a) Maior que 8750.

b) Maior que 8500 e menor que 8750.

c) Maior que 8250 e menor que 8500.

d) Maior que 8000 e menor que 8250.

e) Menor que 8000.

Comentários:

Suponha que o número de alunos matriculados no ensino presencial é P e o número de alunos matriculados no ensino a distância é D. Queremos obter o total de alunos, isto é, queremos obter $P + D$.

A razão entre o número de alunos matriculados no ensino presencial e o número de alunos matriculados no ensino a distância é 3:5. Logo:

$$\frac{P}{D} = \frac{3}{5} \rightarrow \boldsymbol{P = \frac{3}{5}D}$$

O número de alunos matriculados no ensino a distância excede o número de alunos matriculados no ensino presencial em 2100. Logo:

$$D = P + 2100$$

Substituindo $\boldsymbol{P = \frac{3}{5}D}$ na equação anterior, temos:

$$D = \frac{3}{5}D + 2100$$

$$D - \frac{3}{5}D = 2100$$

$$\frac{5D - 3D}{5} = 2100$$

$$\frac{2D}{5} = 2100$$

$$D = 2100 \times \frac{5}{2}$$

$$\boldsymbol{D = 5250}$$

Como $\boldsymbol{P = \frac{3}{5}D}$, temos:

$$P = \frac{3}{5} \times 5250$$

$$P = 3 \times 1050$$

$$\boldsymbol{P = 3150}$$

Logo, o total de alunos na universidade é:

$$P + D$$

$$= 3150 + 5250$$

$$= 8400$$

Portanto, **o total de alunos na universidade é maior que 8250 e menor que 8500**.

Gabarito: Letra C.

15. (Instituto Consulplan/PGE SC/2022) Considerando os profissionais que trabalham em determinada repartição pública, a razão entre o número de mulheres e o número de homens era de 1/3. Após determinado processo seletivo, com o ingresso de 16 mulheres, essa razão mudou para 2/3. Considerando que o número de homens se manteve constante nessas duas situações, qual é o número de homens trabalhando nessa repartição?

a) 16

b) 24

c) 32

d) 36

e) 48

Comentários:

Considere que, originalmente, temos H homens e M mulheres trabalhando na repartição.

Originalmente, **a razão entre o número de mulheres e o número de homens era de 1/3**. Logo:

$$\frac{M}{H} = \frac{1}{3} \rightarrow \boldsymbol{M = \frac{1}{3}H}$$

Após o ingresso de 16 mulheres, a razão entre mulheres e homens mudou para 2/3. Note que, após esse ingresso, o número de mulheres passou a ser $(M + 16)$. Como o número de homens não mudou, temos:

$$\frac{M + 16}{H} = \frac{2}{3}$$

Realizando a "**multiplicação cruzada**", temos:

$$3 \times (M + 16) = 2H$$

$$\boldsymbol{3M + 48 = 2H}$$

Substituindo $\boldsymbol{M = \frac{1}{3}H}$ na equação anterior, temos:

$$3 \times \frac{1}{3}H + 48 = 2H$$

$$H + 48 = 2H$$

$$2H = H + 48$$

$$2H - H = 48$$

$$H = 48$$

Logo, **o número de homens trabalhando na repartição é 48**.

Gabarito: Letra E.

16. (FEPESE/Pref Concórdia/2022) Em uma fazenda, a razão entre javalis e avestruzes é 16:24.

Se a quantidade de avestruzes excede a quantidade de javalis em 128, então o número de avestruzes nesta fazenda é:

a) Menor que 300.

b) Maior que 300 e menor que 325.

c) Maior que 325 e menor que 350.

d) Maior que 350 e menor que 375.

e) Maior que 375.

Comentários:

Considere que na fazenda temos J javalis e A avestruzes.

A razão entre javalis e avestruzes é 16:24. Logo:

$$\frac{J}{A} = \frac{16}{24}$$

Simplificando o numerador e o denominador por 8, temos:

$$\frac{J}{A} = \frac{2}{3}$$

Escrevendo J em termos de A:

$$\boldsymbol{J = \frac{2}{3}A}$$

A quantidade de avestruzes excede a quantidade de javalis em 128. Logo:

$$A = J + 128$$

Substituindo $J = \frac{2}{3}A$ na equação anterior, temos:

$$A = \frac{2}{3}A + 128$$

$$A - \frac{2}{3}A = 128$$

$$\frac{3A - 2A}{3} = 128$$

$$\frac{A}{3} = 128$$

$$A = 128 \times 3$$

$$A = 384$$

Logo, **o número de avestruzes na fazenda é maior que 375**.

Gabarito: Letra E.

17.(CESGRANRIO/LIQUIGÁS/2018) Um trem vai da cidade A para a cidade B, em 50 minutos, viajando a uma velocidade média de 160 km/h.

Se a velocidade média fosse de 100 km/h, o trem iria da cidade A para a cidade B em um tempo igual a

a) 1 h 40 min

b) 1 h 20 min

c) 1 h 10 min

d) 1 h

e) 31 min

Comentários:

Da teoria da aula, sabemos que a **velocidade média** corresponde à razão entre uma distância percorrida e o tempo em que se percorreu essa distância.

$$\text{Velocidade Média} = \frac{\text{Distância percorrida}}{\text{Tempo}}$$

Inicialmente, sabemos que um trem vai da cidade A para a cidade B, **em 50 minutos**, viajando a uma **velocidade média de 160 km/h**.

Como **1h = 60 min**, o tempo, em horas, é:

$$\frac{50\text{ min}}{60\text{ min por hora}} = \mathbf{\frac{5}{6}h}$$

Considerando-se que a distância entre as cidades A e B é D, temos a seguinte razão para a velocidade média:

$$160 = \frac{D}{\frac{5}{6}}$$

$$160 \times \frac{5}{6} = D$$

$$D = 160 \times \frac{5}{6}$$

Simplificando 160 e 6 por 2, temos:

$$D = 80 \times \frac{5}{3}$$

$$D = \frac{400}{3}\text{ km}$$

A questão pergunta pelo tempo necessário para que o trem percorra essa **distância D** a uma **velocidade média de 100km/h**. **Considerando-se que o tempo procurado é t**, temos:

$$\text{Velocidade Média} = \frac{\text{Distância percorrida}}{\text{Tempo}}$$

$$100 = \frac{\frac{400}{3}}{\text{t}}$$

$$t = \frac{\frac{400}{3}}{100}$$

$$t = \frac{400}{3} \times \frac{1}{100}$$

$$t = \frac{4}{3}\text{ h}$$

Logo, o tempo necessário será de $\frac{4}{3}$ h, que corresponde a $\mathbf{1h + \frac{1}{3}h}$.

Como **1h = 60min**, $\frac{1}{3}$ de hora corresponde a $\frac{60}{3} = 20\text{ min}$. Portanto, o tempo procurado é:

$$t = 1\text{h }20\text{min}$$

Gabarito: Letra B.

FGV

18.(FGV/TCE PA/2024) Na cidade de Belém, o Bosque Rodrigues Alves tem a forma de um retângulo.

Em um mapa na escala 1:20.000 esse retângulo possui lados medindo 2,5cm e 1,6cm.

A área do Bosque em metros quadrados é

a) 4.000.

b) 16.000.

c) 40.000.

d) 160.000.

e) 400.000.

Comentários:

Pessoal, essa questão é interdisciplinar, pois envolve conhecimentos não só de **Razão e Proporção**, como também de **Unidades de Medida** (transformação de **cm** para **m**) e de **Geometria Plana** (cálculo da área de um retângulo).

Inicialmente, **vamos obter as medidas reais correspondentes aos lados do retângulo**.

A **escala** é um tipo específico de razão. Trata-se da razão entre uma **medida representada** em um desenho e a **medida real** do objeto que se representa.

$$\text{Escala} = \frac{\text{Medida representada}}{\text{Medida real}}$$

A escala do mapa é de 1:20.000. **Para medida representada de 2,5cm**, temos:

$$\frac{1}{20.000} = \frac{2{,}5 \text{ cm}}{\text{Medida real}}$$

$$\text{Medida real} \times 1 = 20.000 \times 2{,}5 \text{ cm}$$

$$\text{Medida real} = 50.000 \text{ cm}$$

Para medida representada de 1,6cm, temos:

$$\frac{1}{20.000} = \frac{1{,}6 \text{ cm}}{\text{Medida real}}$$

$$\text{Medida real} \times 1 = 20.000 \times 1{,}6 \text{ cm}$$

$$\text{Medida real} = 32.000 \text{ cm}$$

Portanto, **as medidas reais dos lados do retângulo são de 50.000 cm e 32.000 cm**.

A questão pergunta pela área em **metros quadrados** (**m^2**). Logo, devemos transformar as medidas dos lados em metros.

Para transformar **cm** para **m**, deve-se realizar dois avanços para a esquerda.

km	hm	dam	m	dm	cm	mm

÷ 10 ÷ 10

Logo, deve-se dividir o valor por 10×10 = 100. Portanto, as medidas em metros são:

- $\frac{50.000}{100} = \mathbf{500\ m}$; e
- $\frac{32.000}{100} = \mathbf{320\ m}$.

A área de um retângulo corresponde ao produto dos lados não paralelos. Portanto, a área do bosque, em metros quadrados, é:

$$500 \text{ m} \times 320 \text{ m}$$

$$= 160.000 \text{ m}^2$$

Gabarito: Letra D.

19.(FGV/PMSP/2024) Em um encontro de 57 Policiais Militares, há apenas sargentos, cabos e soldados. Para cada cabo, há 5 soldados, e para cada sargento, há 3 cabos.

O número de soldados nesse encontro é igual a

a) 50.

b) 48.

c) 45.

d) 42.

e) 40.

Comentários:

Considere que no encontro temos $\boldsymbol{S_d}$ **soldados**, $\boldsymbol{S_a}$ **sargentos** e $\boldsymbol{C}$ **cabos**.

Temos 57 **Policiais Militares no encontro**. Logo:

$$S_d + S_a + C = 57$$

Para obter o número de soldados, vamos escrever S_a e C em termos de S_d e substituir as expressões encontradas nessa primeira equação.

Para cada cabo, há 5 soldados. Logo:

$$\frac{C}{S_d} = \frac{1}{5} \rightarrow \boldsymbol{C = \frac{S_d}{5}}$$

Para cada sargento, há 3 cabos. Logo:

$$\frac{S_a}{C} = \frac{1}{3} \rightarrow S_a = \frac{1}{3} \times \boldsymbol{C}$$

Para escrever S_a em termos de S_d, podemos substituir $\boldsymbol{C}$ por $\boldsymbol{\frac{S_d}{5}}$ no resultado anterior. Ficamos com:

$$S_a = \frac{1}{3} \times \boldsymbol{\frac{S_d}{5}}$$

$$\boldsymbol{S_a = \frac{S_d}{15}}$$

Substituindo os valores de S_a e de C na primeira equação obtida, temos:

$$S_d + \boldsymbol{S_a} + \boldsymbol{C} = 57$$

$$S_d + \boldsymbol{\frac{S_d}{15}} + \boldsymbol{\frac{S_d}{5}} = 57$$

$$\frac{15S_d + S_d + 3S_d}{15} = 57$$

$$\frac{19S_d}{15} = 57$$

$$S_d = \frac{57 \times 15}{19}$$

$$S_d = \frac{3 \times 15}{1}$$

$$\boldsymbol{S_d = 45}$$

Gabarito: Letra C.

20.(FGV/ALEP PR/2024) As grandes distancias entre objetos astronômicos (estrelas, planetas, etc.) são, em geral, expressas por meio da distância que a luz percorre em determinada unidade de tempo no vácuo. Por exemplo, um ano-luz é a distância que a luz percorre em um ano, um minuto-luz é a distância que a luz percorre em um minuto no vácuo.

Assim expressamos a distância média entre a Terra e Sol, que é de, aproximadamente, 8,3 minutos-luz. Já a distância média entre a Terra e Lua é de, aproximadamente, 1,3 segundos-luz.

Considerando esses valores, assinale a o número que melhor aproxima a razão entre as distâncias entre a Terra e o Sol e entre a Terra e a Lua.

a) 6,38

b) 70,00

c) 100,79

d) 283,70

e) 383,07

Comentários:

Observe que **minuto-luz** e **segundo-luz** são unidades de distância:

- Um **minuto-luz** é a **distância que a luz percorre em um minuto** no vácuo.
- Um **segundo-luz** é a **distância que a luz percorre em um segundo** no vácuo.

Para realizar a razão entre as distâncias, é necessário que ambas as distâncias estejam expressas em uma mesma unidade. Nesse momento, **vamos obter a distância entre a Terra e Sol em segundos-luz**.

Segundo o problema, **a distância entre a Terra e Sol é de 8,3 minutos-luz**, ou seja, é a distância que a luz percorre em 8,3 minutos.

Como **1 min = 60 segundos**, **a distância entre a Terra e o Sol é a distância que a luz percorre em 8,3×60 = 498 segundos**. Em outras palavras, **a distância entre a Terra e Sol é de 498 segundos-luz**.

Segundo o enunciado, **a distância entre a Terra e a Lua é de 1,3 segundos-luz**. Logo, a razão entre as distâncias é:

$$\frac{\text{Distância entre a Terra e o Sol}}{\text{Distância entre a Terra e a Lua}} = \frac{498 \text{ segundos} - \text{luz}}{1{,}3 \text{ segundos} - \text{luz}} \cong 383{,}07$$

Gabarito: Letra E.

21. (FGV/ALEP PR/2024) Marcela e Caio estão treinando para participar de uma meia maratona. Marcela consegue fazer um percurso próximo à sua casa em 45 minutos, a uma velocidade média de 20km/h.

Caio faz o mesmo percurso em 1 hora e 15 minutos.

Assinale a opção que indica a velocidade média de Caio nesse percurso.

a) 10km/h

b) 12km/h

c) 15km/h

d) 16km/h

e) 25km/h

Comentários:

Sabemos que **velocidade média** é a razão entre uma distância percorrida e o tempo em que se percorreu essa distância.

$$\text{Velocidade Média} = \frac{\text{Distância percorrida}}{\text{Tempo}}$$

Sabemos que Marcela realizou o percurso em **45min**. Como **1h = 60min**, o tempo que ela levou para fazer o percurso, em horas, é **45/60 = 0,75h.**

Suponha que o percurso considerado tenha uma distância d. Como Marcela tem uma velocidade média de **20 km/h** e leva **0,75h** horas para completar o percurso, podemos escrever:

$$20\ \text{km/h} = \frac{d}{0{,}75\ \text{h}}$$

$$d = 20\ \text{km/h} \times 0{,}75\text{h}$$

$$\boldsymbol{d = 15\ \textbf{km}}$$

Portanto, **a distância do percurso considerado é de 15km**.

Sabemos que Caio percorreu o mesmo percurso de 15km. Para encontrar a velocidade média de Caio em **km/h**, basta dividir essa distância em **km** pelo tempo que ele leva em horas (**h**).

Sabemos que Caio fez o percurso em 1h15min. Como **1h = 60min**, o tempo que ele levou para fazer o percurso, em horas, é:

$$1\text{h} + \frac{15}{60}\text{h} = 1\text{h} + 0{,}25\text{h} = 1{,}25\text{h}$$

Portanto, a **velocidade média de Caio** nesse percurso é:

$$\text{Velocidade Média} = \frac{15\ \text{km}}{1{,}25\ \text{h}}$$

$$= \mathbf{12\ km/h}$$

Gabarito: Letra B.

22. (FGV/Câmara dos Deputados/2023) Álvaro e Léo correm em uma pista circular em sentido horário. Eles partem de pontos diametralmente opostos. Álvaro tem o triplo da velocidade de Léo, e dá 24 voltas na pista.

O número de vezes que Álvaro ultrapassa Léo é igual a

a) 16.

b) 18.

c) 20.

d) 22.

e) 24.

Comentários:

Sabemos que uma **velocidade constante** corresponde a uma **velocidade média**, que é a razão entre uma distância percorrida e o tempo em que se percorreu essa distância.

Considere que a velocidade constante de Álvaro é V_A. Considerando que ele percorreu a distância de 24 voltas em um tempo t, a sua velocidade pode ser escrita assim:

$$V_A = \frac{24}{t}$$

Considere que a velocidade de Léo é V_L e que ele tenha dado n voltas no mesmo tempo considerado t. Logo, a sua velocidade pode ser escrita assim:

$$V_L = \frac{n}{t}$$

Segundo o problema, Álvaro tem o triplo da velocidade de Léo. Logo:

$$V_A = 3V_L$$

$$\frac{24}{t} = 3\frac{n}{t}$$

$$24 = 3n$$

$$n = \frac{24}{3}$$

$$n = 8$$

Portanto, em um mesmo intervalo de tempo t, **Álvaro deu 24 voltas** e **Léo deu $n = 8$ voltas**.

Segundo o problema, Álvaro e Léo correm no mesmo sentido horário. Observe que, a cada volta que Léo dá, Álvaro dá 3 voltas. Nesse caso, **a cada volta de Léo**, **Álvaro o ultrapassa** 3−1 = **2 vezes**.

Portanto, o número de ultrapassagens é:

$$2 \text{ ultrapassagens por volta do Léo } \times 8 \text{ voltas do Léo}$$

$$= 16 \text{ ultrapassagens}$$

Gabarito: Letra A.

23.(FGV/Câmara dos Deputados/2023) Duas moscas partem ao mesmo tempo de um ponto do chão de uma sala e voam em linha vertical reta em direção ao teto. A primeira mosca, que tem o dobro da velocidade da segunda, bate no teto e volta pelo mesmo caminho.

Quando elas se encontram, elas estão

a) a igual distância do teto e do chão.

b) duas vezes mais perto do teto do que do chão.

c) duas vezes mais perto do chão do que do teto.

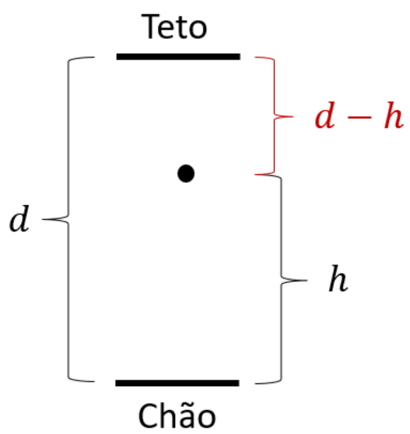
d) três vezes mais perto do teto do que do chão.

e) três vezes mais perto do chão do que do teto.

Comentários:

Entende-se que a velocidade das moscas é uma **velocidade constante**, que corresponde a uma **velocidade média**, sendo a razão entre uma distância percorrida e o tempo em que se percorreu essa distância.

Considere que distância entre o teto e o chão é d e que as moscas se encontrarão a uma altura h do chão, conforme o esquema a seguir:



Após transcorrido um tempo que chamaremos de t, a primeira mosca, ao bater no teto e encontrar a segunda mosca, percorreu uma distância $d + (d - h) = 2d - h$. Logo, a sua velocidade é:

$$V_1 = \frac{2d - h}{t}$$

A segunda mosca, por outro lado, percorreu a distância h no tempo de encontro t. Logo, a sua velocidade é:

$$V_2 = \frac{h}{t}$$

Sabemos que **a primeira mosca tem o dobro da velocidade da segunda**. Logo:

$$V_1 = 2V_2$$

$$\frac{2d - h}{t} = 2\frac{h}{t}$$

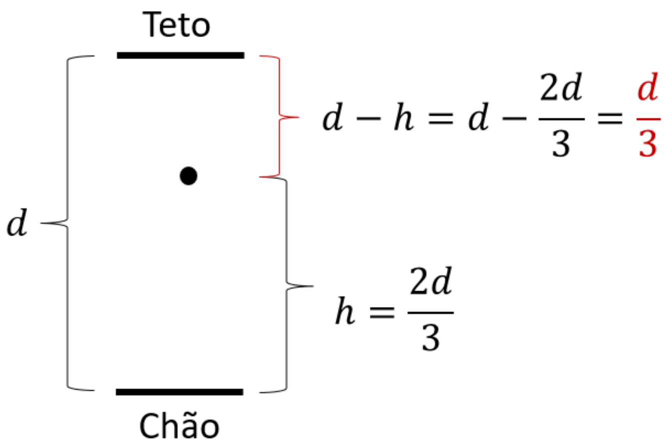
$$2d - h = 2h$$

$$2d = 3h$$

$$3h = 2d$$

$$h = \frac{2}{3}d$$

Logo, ficamos com o seguinte esquema:



Portanto, quando elas se encontram, elas estão **duas vezes mais <u>longe</u> do <u>chão</u>** $\left(\frac{2d}{3}\right)$ **do que do <u>teto</u>** $\left(\frac{d}{2}\right)$. Em outras palavras, elas estão **duas vezes mais <u>perto</u> do <u>teto</u> do que do <u>chão</u>**.

Gabarito: Letra B.

24.(FGV/TRT-PB/2022) Sobre 4 grandezas X, Y, Z e W sabe-se que:

A razão de W para X é 4:3

A razão de Y para Z é 3:2

A razão de Z para X é 1:6

A razão de X+Y para Z+W é

a) 5:6

b) 4:7

c) 3:5

d) 6:11

e) 8:11

Comentários:

O enunciado pergunta pela seguinte razão:

$$\frac{X+Y}{Z+W}$$

Para obter o valor numérico dessa razão, **vamos escrever as incógnitas Y, Z e W em termos de X**.

Após realizar a substituição de Y, Z e W na razão anterior, perceba que **a incógnita X do numerador será simplificada com a incógnita X do denominador**.

Segundo o enunciado:

- **A razão de W para X é 4:3** $\rightarrow \frac{W}{X} = \frac{4}{3} \rightarrow \boldsymbol{W = \frac{4}{3}X}$
- **A razão de Y para Z é 3:2** $\rightarrow \frac{Y}{Z} = \frac{3}{2} \rightarrow \boldsymbol{Y = \frac{3}{2}Z}$
- **A razão de Z para X é 1:6** $\rightarrow \frac{Z}{X} = \frac{1}{6} \rightarrow \boldsymbol{Z = \frac{1}{6}X}$

Note que, como $\boldsymbol{Y = \frac{3}{2}Z}$ e $\boldsymbol{Z = \frac{1}{6}X}$, temos:

$$Y = \frac{3}{2}Z$$

$$Y = \frac{3}{2} \times \left(\frac{1}{6}X\right)$$

$$\boldsymbol{Y = \frac{1}{4}X}$$

Agora que temos Y, Z e W em termos de X, vamos substituir os valores na razão procurada:

$$\frac{X+\boldsymbol{Y}}{\boldsymbol{Z}+\boldsymbol{W}} = \frac{X+\boldsymbol{\frac{1}{4}X}}{\boldsymbol{\frac{1}{6}X}+\boldsymbol{\frac{4}{3}X}} = \frac{\frac{4X+1X}{4}}{\frac{1X+8X}{6}} = \frac{\frac{5X}{4}}{\frac{9X}{6}} = \frac{\boldsymbol{\frac{5X}{4}}}{\boldsymbol{\frac{3X}{2}}}$$

Para a divisão de frações, podemos utilizar o recurso "**inverte e multiplica**":

$$= \boldsymbol{\frac{5X}{4}} \times \boldsymbol{\frac{2}{3X}}$$

Simplificando a incógnita X, temos:

$$= \frac{5}{4} \times \frac{2}{3}$$

$$= \frac{5}{2} \times \frac{1}{3}$$

$$= \frac{5}{6}$$

Logo, **a razão de X+Y para Z+W é 5:6**.

Gabarito: Letra A.

25.(FGV/TRT-PB/2022) Em uma reunião de condomínio, há jovens com até 21 anos, adultos com mais de 21 e menos de 60 anos, e idosos com 60 anos ou mais. Para cada 2 jovens há 5 adultos e para cada 7 adultos há 3 idosos.

A razão entre o número de jovens e o número total de pessoas presentes a essa reunião é

a) 2/15.

b) 7/15.

c) 3/14.

d) 2/17.

e) 7/32.

Comentários:

Considere que temos J jovens, A adultos e I idosos. A questão pergunta pela razão entre o número de jovens e o total de pessoas:

$$\frac{J}{J + A + I}$$

Para resolver o problema, **vamos escrever A e I em termos de J**.

Após realizar a substituição de A e I na razão anterior, perceba que **a incógnita J do numerador será simplificada com a incógnita J do denominador**.

Segundo o enunciado, **para cada 2 jovens há 5 adultos**. Logo:

$$\frac{J}{A} = \frac{2}{5}$$

$$5J = 2A$$

$$\boldsymbol{A = \frac{5}{2}J}$$

Além disso, **para cada 7 adultos há 3 idosos**. Logo:

$$\frac{A}{I} = \frac{7}{3}$$

$$3A = 7I$$

$$\boldsymbol{I = \frac{3}{7}A}$$

Note que ***I* ainda não está escrito em termos de *J***. Porém, usando o fato de que $\boldsymbol{A = \frac{5}{2}J}$, temos:

$$\boldsymbol{I = \frac{3}{7}A}$$

$$I = \frac{3}{7} \times \left(\boldsymbol{\frac{5}{2}J}\right)$$

$$\boldsymbol{I = \frac{15}{14}J}$$

Agora que temos A e I em termos de J, podemos calcular a razão solicitada:

$$\frac{J}{J + \boldsymbol{A} + \boldsymbol{I}}$$

$$= \frac{J}{J + \frac{5}{2}J + \frac{15}{14}J}$$

$$= \frac{J}{\frac{14J + 35J + 15J}{14}}$$

$$= \frac{J}{\frac{64}{14}J}$$

Simplificando J, temos:

$$\frac{1}{\frac{64}{14}}$$

$$= \frac{14}{64}$$

Simplificando o numerador e o denominador por 2, temos:

$$\frac{7}{32}$$

Gabarito: Letra E.

26.(FGV/TRT MA/2022) Michael coleciona moedas brasileiras, americanas e francesas. Para cada 3 moedas americanas Michael tem 7 moedas brasileiras e para cada 5 moedas brasileiras, ele tem 2 francesas.

Com relação às moedas de Michael, a razão entre a quantidade de moedas brasileiras e a quantidade de moedas não brasileiras é igual a

a) 7/5.

b) 12/7.

c) 25/19.

d) 30/23.

e) 35/29.

Comentários:

Considere que Michael apresenta B moedas brasileiras, A moedas americanas e F moedas francesas.

Devemos obter a razão entre a quantidade de moedas brasileiras e a quantidade de moedas não brasileiras, isto é, devemos obter:

$$\frac{B}{A+F}$$

Para obter essa razão, vamos escrever A e F em função da quantidade B.

Note que para cada 3 moedas americanas, Michael tem 7 moedas brasileiras. Logo:

$$\frac{A}{B}=\frac{3}{7}$$

$$\boldsymbol{A=\frac{3}{7}B}$$

Além disso, para cada 5 moedas brasileiras, Michel tem 2 francesas. Logo:

$$\frac{B}{F}=\frac{5}{2}$$

$$\boldsymbol{F = \frac{2}{5}B}$$

Portanto, a razão procurada é:

$$\frac{B}{\boldsymbol{A} + \boldsymbol{F}}$$

$$= \frac{B}{\boldsymbol{\frac{3}{7}B} + \boldsymbol{\frac{2}{5}B}}$$

$$= \frac{B}{\frac{15B + 14B}{35}}$$

$$= \frac{B}{\frac{29B}{35}}$$

$$= \frac{1}{\frac{29}{35}}$$

$$= \frac{35}{39}$$

Gabarito: Letra E.

27.(FGV/SEAD-AP/2022) Em uma urna há apenas bolas azuis, brancas e verdes. Para cada 2 bolas azuis há 5 bolas brancas. Para cada 3 bolas verdes há uma bola azul.

A razão entre o número de bolas brancas e o número total de bolas nessa urna é igual a

a) 3/8.

b) 4/9.

c) 5/13.

d) 6/11.

e) 7/15.

Comentários:

Considere que temos $\boldsymbol{A}$ **bolas azuis**, $\boldsymbol{B}$ **bolas brancas** e $\boldsymbol{V}$ **bolas verdes**.

Queremos obter a **razão** entre o **número de bolas brancas** e o **número total de bolas** da urna. Em outras palavras, queremos obter:

$$\frac{B}{A+B+V}$$

Para resolver o problema, **vamos escrever A e V em termos de B**. Nesse caso, ao inserir os valores de A e de V na razão solicitada, a **incógnita B será simplificada no numerador e no denominador**.

Para cada 2 bolas azuis, há 5 bolas brancas. Logo:

$$\frac{A}{B}=\frac{2}{5}\rightarrow \boldsymbol{A=\frac{2}{5}B}$$

Além disso, para **cada 3 bolas verdes, há uma bola azul**. Logo:

$$\frac{V}{A}=\frac{3}{1}\rightarrow \boldsymbol{V=3A}$$

Como $\boldsymbol{A=\frac{2}{5}B}$, temos:

$$V=3\times\left(\frac{2}{5}B\right)$$

$$\boldsymbol{V=\frac{6}{5}B}$$

Portanto, a razão procurada é:

$$\frac{B}{A+B+V}$$

$$=\frac{B}{\frac{2}{5}B+B+\frac{6}{5}B}$$

$$=\frac{B}{\frac{2B+5B+6B}{5}}$$

$$=\frac{B}{\frac{13B}{5}}$$

$$=B\times\frac{5}{13B}$$

$$=\frac{5}{13}$$

Gabarito: Letra C.

28.(FGV/SEJUSP-MG/2022) Em um grupo de 120 pessoas, 50 são adultos (de 21 a 60 anos) e para cada 2 jovens (até 20 anos) há 5 idosos (acima de 60 anos).

Nesse grupo, o número total de vacinados contra a COVID-19 é o triplo do número de não vacinados. Além disso, metade dos vacinados são idosos e 1/3 dos vacinados são adultos.

É correto concluir que nesse grupo de pessoas há

a) 20 adultos não vacinados.

b) 20 jovens vacinados.

c) 50 idosos vacinados.

d) 10 idosos não vacinados.

e) 10 jovens não vacinados.

Comentários:

No grupo de 120 pessoas, temos **50 adultos**. Logo, o **total de pessoas entre jovens e idosos** é:

$$120 - 50 = \mathbf{70}$$

Sabemos que para cada 2 jovens há 5 idosos.

Note que, considerando apenas jovens e idosos, **a cada 7 pessoas**, **2 são jovens** e **5 são idosos**. Isso significa que, **dentre os 70 jovens e idosos**, **20 são jovens** e **50 são idosos**.

Em resumo, temos:

- **20 jovens;**
- **50 adultos; e**
- **50 idosos.**

No grupo de 120 pessoas, o número total de vacinados é o triplo do número de não vacinados. Considere que o total de vacinados é V e que o total de não vacinados é N. Nesse caso:

$$\boldsymbol{V = 3N}$$

Como a soma dos vacinados e não vacinados é 120, temos:

$$\boldsymbol{V} + N = 120$$

$$\boldsymbol{3N} + N = 120$$

$$4N = 120$$

$$N = 30$$

Substituindo $N = 30$ em $V = 3N$, temos:

$$V = 3N$$

$$V = 3 \times 30$$

$$V = 90$$

Em resumo, temos:

- **90 vacinados; e**
- **30 não vacinados.**

Metade dos vacinados são idosos. Logo, 90/2 = **45 idosos são vacinados**.

Além disso, 1/3 dos vacinados são adultos. Logo, 90/3 = **30 adultos são vacinados**.

O restante dos vacinados são jovens. Logo, o total de jovens vacinados é:

$$90 - 45 - 30$$

$$= \mathbf{15\ jovens\ são\ vacinados}$$

Portanto, temos o seguinte quantitativo de pessoas:

	Total	Vacinados	Não vacinados
Jovens	20	15	20−15 = 5
Adultos	50	30	**50−30 = 20**
Idosos	50	45	50−45 = 5

Portanto, é correto concluir que nesse grupo de pessoas há 20 adultos não vacinados.

Gabarito: Letra A.

29. (FGV/CBM AM/2022) Em um grupo de pessoas, o número de homens é igual ao número de mulheres. Selecionam-se então $\frac{2}{5}$ dos homens $\frac{3}{4}$ das mulheres e forma-se um novo grupo.

Nesse novo grupo, em relação ao total de pessoas, as mulheres representam

a) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{5}{9}$

c) $\frac{7}{20}$

d) $\frac{15}{23}$

e) $\frac{17}{25}$

Comentários:

Considere que **originalmente** o número de **homens** e o número de **mulheres** seja igual a X, **totalizando** $2X$ **pessoas**.

No novo grupo, temos $\frac{2}{5}$ dos homens. O total de homens nesse novo grupo é:

$$\text{Homens}_{\substack{\text{novo}\\ \text{grupo}}} = \frac{2}{5}\ \textbf{de}\ X = \frac{2}{5} \times X = \frac{2}{5}X$$

Ainda no novo grupo, temos $\frac{3}{4}$ das mulheres. O total de mulheres nesse novo grupo é:

$$\text{Mulheres}_{\substack{\text{novo}\\ \text{grupo}}} = \frac{3}{4}\ \textbf{de}\ X = \frac{3}{4} \times X = \frac{3}{4}X$$

Nesse novo grupo, **a razão entre o número de mulheres e o total de pessoas é**:

$$\frac{\text{Mulheres}_{\substack{\text{novo}\\ \text{grupo}}}}{\text{Homens}_{\substack{\text{novo}\\ \text{grupo}}} + \text{Mulheres}_{\substack{\text{novo}\\ \text{grupo}}}}$$

$$= \frac{\frac{3}{4}X}{\frac{2}{5}X + \frac{3}{4}X}$$

$$= \frac{\frac{3}{4}X}{\frac{8X + 15X}{20}}$$

$$= \frac{\frac{3}{4}X}{\frac{23}{20}X}$$

Simplificando X, temos:

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{23}{20}}$$

$$= \frac{3}{4} \times \frac{20}{23}$$

$$= \mathbf{\frac{15}{23}}$$

Gabarito: Letra D.

Cebraspe

30.(CEBRASPE/IBAMA/2022) Julgue o item a seguir, com base em conhecimentos da matemática.

Dissolvendo-se 450 gramas de cloro em 270 litros de água, obtém-se a mesma concentração que seria obtida ao se dissolver 1,125 quilograma de cloro em 675 litros de água.

Comentários:

Para verificar se as concentrações são iguais, devemos **comparar as razões entre as quantidades de cloro e de água**.

No primeiro caso, temos **450g** de cloro e **270 l** de água. Temos a seguinte **concentração em gramas por litro**:

$$\frac{450}{270} \underset{\div 10}{\overset{\div 10}{=}} \frac{45}{27} \underset{\div 9}{\overset{\div 9}{=}} \frac{5}{3}$$

No segundo caso, temos **1,125kg** de cloro e **675 l** de água. Para compararmos a segunda razão com a primeira, devemos transformar a quantidade de cloro em gramas.

Como **1kg = 1.000g**, a quantidade de cloro, em gramas, é 1,125×1.000 = **1.125g**.

Logo, no segundo caso, temos a seguinte **concentração em gramas por litro**:

$$\frac{1.125}{675} \underset{\div 5}{\overset{\div 5}{=}} \frac{225}{135} \underset{\div 5}{\overset{\div 5}{=}} \frac{45}{27} \underset{\div 9}{\overset{\div 9}{=}} \frac{5}{3}$$

Portanto, a concentração é a mesma nos dois casos.

Gabarito: CERTO.

31.(CEBRASPE/Pref. Pires do Rio/2022) Para fazer o lanche dos 500 alunos de uma escola, a merendeira usa 15 sacos de feijão e 20 sacos de arroz por mês.

A partir dessa situação hipotética, julgue o item a seguir.

A razão entre os sacos de feijão e os sacos de arroz utilizados pela merendeira por mês é 5/2.

Comentários:

Temos **15 sacos de feijão** e **20 sacos de arroz por mês**. A razão entre os sacos de feijão e os sacos de arroz, nessa ordem, é:

$$\frac{\text{Sacos de feijão}}{\text{Sacos de arroz}} = \frac{15}{20}$$

$$\underset{\div 5}{\overset{\div 5}{=}} \frac{3}{4}$$

Gabarito: ERRADO.

32.(CEBRASPE/Pref. Pires do Rio/2022) Uma escola tem 1.200 alunos matriculados. Desse total de alunos, 600 estudam pela manhã, 100 estudam à noite e o restante estuda no turno vespertino.

Tendo como referência essas informações, julgue o item seguinte.

A razão entre o número de alunos que estudam pela manhã e o número de alunos que estudam à tarde é 6/2.

Comentários:

De um total de 1.200 alunos, **600 estudam pela manhã**, **100 estudam à noite** e **o restante estuda à tarde** (**turno vespertino**). **Logo**, **o total de alunos que estudam à tarde é**:

$$1.200 - 600 - 100$$

$$= 500$$

A razão entre o número de alunos que estudam pela manhã e o número de alunos que estudam à tarde, nessa ordem, é:

$$\frac{\text{Estudam pela manhã}}{\text{Estudam à tarde}} = \frac{600}{500}$$

$$\underset{\div 100}{\overset{\div 100}{=}} \frac{6}{5}$$

Gabarito: ERRADO.

33.(CEBRASPE/PM AL/2017) Em um tanque A, há uma mistura homogênea de 240 L de gasolina e 60 L de álcool; em outro tanque B, 150 L de gasolina estão misturados homogeneamente com 50 L de álcool.

A respeito dessas misturas, julgue o item subsequente.

Para que a proporção álcool/gasolina no tanque A fique igual à do tanque B é suficiente acrescentar no tanque A uma quantidade de álcool que é inferior a 25 L.

Comentários:

Devemos determinar a quantidade x de álcool foi acrescentada no tanque A para que ele fique com a mesma **proporção álcool/gasolina** do tanque B.

Após a inserção dessa quantidade x de álcool no tanque A, esse tanque fica com **60 + x litros** de álcool e continua com **240 litros** de gasolina.

$$\frac{\text{Proporção álcool/gasolina do tanque A depois de acrescentar x litros de álcool}}{} = \text{Proporção álcool/gasolina do tanque B}$$

$$\frac{60+x}{240} = \frac{50}{150}$$

$$60 + x = 240 \times \frac{50}{150}$$

$$60 + x = 240 \times \frac{1}{3}$$

$$x = 80 - 60$$

$$x = 20 \text{ litros}$$

Logo, para que a proporção álcool/gasolina no tanque A fique igual à do tanque B, devemos acrescentar no tanque A **20 litros de álcool**, valor que é **inferior a 25 litros**.

Gabarito: CERTO.

34.(CEBRASPE/STM/2011) Determinado órgão promoveu concurso público para provimento de vagas de um cargo de nível médio e um de nível superior. As remunerações mensais dos cargos de nível médio e de nível superior eram números diretamente proporcionais a 2 e 3; e a remuneração mensal do cargo de nível médio era R$ 3.000,00 menor que a remuneração do cargo de nível superior.

A respeito dessa situação, julgue o item que se segue.

A soma das remunerações mensais dos 2 cargos é superior a R$ 16.000,00.

Comentários:

Considere que a remuneração do cargo de **nível superior** é $\boldsymbol{s}$. Nesse caso, a remuneração do cargo de **nível médio** é $\boldsymbol{m} = s - 3.000$.

As remunerações mensais dos cargos de **nível médio** e de **nível superior** são diretamente proporcionais a 2 e 3. Logo:

$$\frac{m}{2} = \frac{s}{3} = k$$

$$\frac{s - 3000}{2} = \frac{s}{3} = k$$

Realizando a "**multiplicação cruzada**" em $\frac{s-3000}{2}=\frac{s}{3}$, temos:

$$3\times(s-3.000)=2s$$

$$3s-9.000=2s$$

$$s=R\$\,9.000$$

Logo, a remuneração de **nível superior** é 9.000 e a remuneração de **nível médio** é:

$$m=s-3.000$$

$$m=9.000-3.000$$

$$m=R\$\,6.000$$

Portanto, a soma das remunerações é:

$$s+m=9.000+6.000=R\$\,15.000$$

Gabarito: ERRADO.

FCC

35.(FCC/SEDU ES/2022) Dona Paula pediu aos alunos de sua turma que formassem dois grupos. Ao final, ela percebeu que o grupo A ficou formado por 12 rapazes e 6 moças e o grupo B ficou com 18 moças. Para que a proporção de rapazes fique a mesma nos dois grupos e apenas retirando rapazes do grupo A e os colocando no grupo B, o número de rapazes que devem ir para o grupo B é:

a) 8.

b) 5.

c) 6.

d) 3.

e) 9.

Comentários:

Suponha que vamos **retirar x rapazes** do grupo A para colocá-los no grupo B. Note que, **após essa retirada**:

- O grupo A apresenta $(12 - x)$ rapazes e 6 moças; e
- O grupo B apresenta x rapazes e 18 moças.

Após a retirada, a proporção de rapazes deve ser a mesma nos dois grupos. Em outras palavras, a razão entre rapazes e moças deve ser igual para os grupos A e B. Portanto:

$$\frac{\text{Rapazes grupo A}}{\text{Moças grupo A}} = \frac{\text{Rapazes grupo B}}{\text{Moças grupo B}}$$

$$\frac{(12 - x)}{6} = \frac{x}{18}$$

Realizando a multiplicação cruzada, temos:

$$18 \times (12 - x) = 6 \times x$$

$$216 - 18x = 6x$$

$$216 = 6x + 18x$$

$$24x = 216$$

$$x = 9$$

Logo, o número de rapazes que devem sair do grupo A para ir para o grupo B é 9.

Gabarito: Letra E.

36. (FCC/CBM AP/2022) Considere a seguinte recomendação sobre a aquisição de veículos de suporte básico (B) e avançado (A):

As ambulâncias de suporte básico à vida devem ser adquiridas na proporção de um veículo para cada grupo de 100 a 150 mil habitantes, e as de suporte avançado à vida de um veículo para cada grupo de 400 a 450 mil habitantes.

De acordo com essa recomendação, os atuais veículos de suporte básico de uma cidade seriam suficientes para, no máximo, 750 mil habitantes, e os de suporte avançado para, no máximo, 450 mil habitantes. Se a cidade possui atualmente 1 milhão de habitantes, as quantidades mínimas de veículos de suporte básico (B) e de veículos de suporte avançado (A) a serem adquiridas para a cidade se adequar à recomendação são:

a) A = 1 e B = 2

b) A = 1 e B = 3

c) A = 1 e B = 4

d) A = 2 e B = 2

e) A = 2 e B = 3

Comentários:

Segundo o enunciado, temos a seguinte recomendação:

- Uma ambulância de **suporte básico (B)** para cada 100 a **150mil habitantes**;
- Uma ambulância de **suporte avançado (A)** para cada 400 a **450mil habitantes**.

Perceba, portanto, que podemos utilizar o **limite máximo de habitantes** do enunciado **sem que isso viole a recomendação**. Em outras palavras:

- A razão entre ambulâncias de **suporte básico (B)** e habitantes deve ser de $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{150\ mil}}$ ou maior;
- A razão entre ambulâncias de **suporte avançado (A)** e habitantes deve ser de $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{450\ mil}}$ ou maior.

Na cidade considerada, temos ambulâncias de **suporte básico (B)** para, **no máximo**, 750 mil habitantes. Logo, considerando o limite máximo de habitantes da recomendação, temos o seguinte número de ambulâncias de suporte básico:

$$\frac{\text{B}_{\text{Atuais}}}{750\text{ mil}} = \frac{1}{150\text{ mil}}$$

$$\text{B}_{\text{Atuais}} = \frac{1 \times 750\text{ mil}}{150\text{ mil}}$$

$$\mathbf{B_{Atuais} = 5}$$

Além disso, a cidade apresenta ambulâncias de **suporte avançado (A)** para, **no máximo**, 450 mil habitantes. Isso significa que ela apresenta uma única ambulância de suporte avançado.

$$\frac{\mathrm{A_{Atuais}}}{450\ \mathrm{mil}} = \frac{1}{450\ \mathrm{mil}}$$

$$\mathbf{A_{Atuais} = 1}$$

A cidade apresenta, atualmente, **1 milhão de habitantes**.

O número de ambulâncias de **suporte básico (B)** necessárias, considerando o limite máximo de habitantes da recomendação, é tal que:

$$\frac{\mathrm{B_{Necessárias}}}{1\ \mathrm{milhão}} = \frac{1}{150\ \mathrm{mil}}$$

$$\mathrm{B_{Necessárias}} = \frac{1 \times 1.000.000}{150.000}$$

$$\mathrm{B_{Necessárias}} = 6{,}66$$

Como devemos ter um número inteiro de ambulâncias:

$$\mathbf{B_{Necessárias} = 7}$$

O número de ambulâncias de **suporte avançado (A)** necessárias, considerando o limite máximo de habitantes da recomendação, é tal que:

$$\frac{A_{\mathrm{Necessárias}}}{1\ \mathrm{milhão}} = \frac{1}{450\ \mathrm{mil}}$$

$$A_{\mathrm{Necessárias}} = \frac{1 \times 1.000.000}{450.000}$$

$$A_{\mathrm{Necessárias}} = 2{,}22$$

Como devemos ter um número inteiro de ambulâncias:

$$\mathbf{A_{Necessárias} = 3}$$

As quantidades mínimas de veículos de **suporte básico (B)** e de veículos de **suporte avançado (A)** a serem adquiridas para a cidade se adequar à recomendação são:

$$\mathbf{A} = \mathbf{A_{Necessárias}} - \mathbf{A_{Atuais}} = 3 - 1 = 2$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B_{Necessárias}} - \mathbf{B_{Atuais}} = 7 - 5 = 2$$

O **gabarito**, portanto, é **letra D**.

Gabarito: Letra D.

37. (FCC/TRT 19/2022) Pedro e Marco resolveram juntos uma prova com 30 questões. Para cada 2 questões que Pedro resolveu, Marco resolveu 3. A diferença entre o número de questões resolvidas por Marco e o número de questões resolvidas por Pedro foi de

a) 6

b) 8

c) 12

d) 10

e) 9

Comentários:

Considere que Pedro e Marco resolveram, respectivamente, P e M questões da prova.

Para cada 2 questões que Pedro resolveu, Marco resolveu 3. Logo:

$$\frac{P}{M} = \frac{2}{3}$$

$$P = \frac{2}{3}M$$

O total de questões da prova é 30. Logo:

$$P + M = 30$$

Substituindo $P = \frac{2}{3}M$ na equação anterior, temos:

$$\frac{2}{3}M + M = 30$$

$$\frac{2M + 3M}{3} = 30$$

$$\frac{5}{3}M = 30$$

$$M = \frac{30 \times 3}{5}$$

$$M = 18$$

Agora que sabemos que Marco resolveu 18 questões, temos:

$$P + M = 30$$

$$P + 18 = 30$$

$$P = 30 - 18$$

$$P = 12$$

Logo, a diferença entre o número de questões resolvidas por Marco e o número de questões resolvidas por Pedro foi de:

$$M - P = 18 - 12 = 6$$

Gabarito: Letra A.

38.(FCC/ALAP/2020) Para fazer um refresco de maracujá utiliza-se uma parte de suco de maracujá concentrado e três partes de água. Assim, a fim de obter 20 L de refresco de maracujá, além do suco concentrado, o número necessário de garrafas de 1,5 L de água é

a) 7

b) 9

c) 8

d) 10

e) 6

Comentários:

Para obter um total de 20 L de refresco, a soma dos volumes em litros de suco de maracujá (M) e de água (A) deve ser 20:

$$M + A = 20$$

A razão entre o volume de suco de maracujá e o volume de água é dada por:

$$\frac{M}{A} = \frac{1}{3}$$

$$M = \frac{1}{3}A$$

Substituindo a expressão acima em $M + A = 20$, obtemos:

$$\frac{1}{3}A + A = 20$$

$$\frac{4}{3}A = 20$$

$$A = \frac{20 \times 3}{4}$$

$$A = 15$$

Precisamos de 15 litros de água, e isso corresponde a 10 garrafas de 1,5 L, pois:

$$\frac{15\ \text{litros}}{1{,}5\ \text{litros por garrafa}} = 10\ \text{garrafas}$$

Gabarito: Letra D.

Vunesp

39.(VUNESP/TJSP/2024) Em uma escola de ensino médio, a razão entre o número de alunos do 2º ano e o número de alunos do 1º ano é 4/7. Já a razão entre o número de alunos do 3º ano e o número de alunos do 2º ano é 5/8. Sabendo que a diferença entre o número de alunos do 2º ano e o número de alunos do 3º ano é 27, é correto afirmar que o número de alunos do 1º ano supera a soma do número de alunos do 2º e 3º anos em

a) 9.

b) 11.

c) 12.

d) 6.

e) 5.

Comentários:

Considere que o **número de alunos do 1º**, **do 2º e do 3º ano são**, respectivamente, $\boldsymbol{N_1}$, $\boldsymbol{N_2}$ e $\boldsymbol{N_3}$.

A diferença entre o número de alunos do 2º ano e o número de alunos do 3º ano é 27. Logo:

$$N_2 - N_3 = 27$$

A razão entre o número de alunos do 3º ano e o número de alunos do 2º ano é 5/8. Logo:

$$\frac{N_3}{N_2} = \frac{5}{8} \rightarrow \boldsymbol{N_3} = \frac{\boldsymbol{5N_2}}{\boldsymbol{8}}$$

Substituindo o resultado anterior na primeira equação, temos:

$$N_2 - \boldsymbol{N_3} = 27$$

$$N_2 - \frac{\boldsymbol{5N_2}}{\boldsymbol{8}} = 27$$

$$\frac{8N_2 - 5N_2}{8} = 27$$

$$\frac{3N_2}{8} = 27$$

$$N_2 = \frac{27 \times 8}{3}$$

$$\boldsymbol{N_2 = 72}$$

De posse do valor de N_2, podemos obter o valor de N_3:

$$\boldsymbol{N_3 = \frac{5N_2}{8}}$$

$$N_3 = \frac{5 \times 72}{8}$$

$$N_3 = \frac{5 \times 9}{1}$$

$$\boldsymbol{N_3 = 45}$$

A razão entre o número de alunos do 2º ano e o número de alunos do 1º ano é 4/7. Logo:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{4}{7}$$

$$\frac{72}{N_1} = \frac{4}{7}$$

$$4 \times N_1 = 7 \times 72$$

$$N_1 = \frac{7 \times 72}{4}$$

$$N_1 = \frac{7 \times 18}{1}$$

$$\boldsymbol{N_1 = 126}$$

Logo, o número de alunos do 1º ano supera a soma do número de alunos do 2º e 3º anos em:

$$N_1 - (N_2 + N_3)$$

$$= 126 - (72 + 45)$$

$$= 126 - 117$$

$$= 9$$

Gabarito: Letra A.

40.(VUNESP/SP Trans/2024) No início de certo ano, um estacionamento oferece 120 vagas para aluguel mensal e 200 vagas no sistema rotativo (cobrança por hora). Após uma ampliação, esse estacionamento passou a oferecer mais 160 vagas, sendo parte de aluguel mensal e parte de vagas rotativas, de maneira que a razão entre o número total de vagas para aluguel mensal e o número total de vagas rotativas passou a ser 2/3. O número de novas vagas rotativas na ampliação foi

a) 56.

b) 64.

c) 72.

d) 80.

e) 88.

Comentários:

No início do ano, o estacionamento oferece:

- 120 vagas para aluguel mensal; e
- 200 vagas no sistema rotativo.

Considere que o número de **novas vagas rotativas** é x. Após a ampliação, o estacionamento passou a oferecer mais 160 vagas, das quais:

- 160−x são novas vagas para aluguel mensal; e
- x são novas vagas rotativas.

Logo, o estacionamento passou a ter:

- 120 + (160−x) = **280−x vagas para aluguel mensal**; e
- **200+x vagas no sistema rotativo**.

A razão entre o número total de vagas para aluguel mensal e o número total de vagas rotativas passou a ser 2/3. Portanto:

$$\frac{280 - x}{200 + x} = \frac{2}{3}$$

$$3 \times (280 - x) = 2 \times (200 + x)$$

$$840 - 3x = 400 + 2x$$

$$840 - 400 = 2x + 3x$$

$$440 = 5x$$

$$5x = 440$$

$$x = \frac{440}{5}$$

$$x = 88$$

Logo, o número de novas vagas rotativas na ampliação foi 88.

Gabarito: Letra E.

41.(VUNESP/PM SP/2023) Com base nas informações que constam no site da Polícia Militar do Estado de São Paulo, pode-se concluir que, no mês de setembro de 2022, a cada hora, para cada pessoa presa em flagrante, 3 resgates foram efetuados. Se, no referido período de tempo, a soma do número de pessoas presas em flagrante com o número de resgates efetuados totalizou 36, então, o número de resgates foi igual a

a) 27.

b) 15.

c) 9.

d) 33.

e) 21.

Comentários:

Suponha que o **número de pessoas presas em flagrante** é $\boldsymbol{P}$ e que o **número de resgates efetuados** é $\boldsymbol{R}$**.**

Segundo o enunciado, **para cada pessoa presa em flagrante**, **3 resgates foram efetuados**. Logo:

$$\frac{P}{R} = \frac{1}{3} \rightarrow \boldsymbol{P = \frac{1}{3}R}$$

Além disso, **a soma do número de pessoas presas em flagrante com o número de resgates efetuados totalizou 36**. Logo:

$$\boldsymbol{P + R = 36}$$

Substituindo $\boldsymbol{P = \frac{1}{3}R}$ na equação anterior, temos:

$$\frac{1}{3}R + R = 36$$

$$\frac{R + 3R}{3} = 36$$

$$\frac{4R}{3} = 36$$

$$R = \frac{36 \times 3}{4}$$

$$R = 9 \times 3$$

$$\boldsymbol{R = 27}$$

Logo, **o número de resgates foi igual a 27**.

Gabarito: Letra A.

42.(VUNESP/CAMPREV/2023) Sabe-se que a razão entre as medidas, em centímetros, do comprimento e da largura de um tampo de mesa retangular é de 7 para 3, e que a diferença entre essas medidas é igual a 120 cm. Nessas condições, é correto afirmar que a medida da largura desse tampo é igual a

a) 70 cm.

b) 75 cm.

c) 80 cm.

d) 85 cm.

e) 90 cm.

Comentários:

Suponha que o **comprimento** em questão **é $\boldsymbol{C}$** e a **largura** em questão **é $\boldsymbol{L}$**.

Segundo o enunciado, **a razão entre o comprimento e a largura é de 7 para 3.** Logo:

$$\frac{C}{L} = \frac{7}{3} \rightarrow \boldsymbol{C = \frac{7}{3}L}$$

Além disso, **a diferença entre as medidas é igual a 120cm**. Como a razão $\frac{C}{L}$ é maior do que 1, a medida C é maior do que a medida L. Logo, a diferença em questão é $C - L$:

$$C - L = 120$$

Substituindo $\boldsymbol{C = \frac{7}{3}L}$ na equação anterior, temos:

$$\frac{7}{3}L - L = 120$$

$$\frac{7L - 3L}{3} = 120$$

$$\frac{4L}{3} = 120$$

$$L = \frac{120 \times 3}{4}$$

$$L = \frac{30 \times 3}{1}$$

$$\boldsymbol{L = 90\ \mathrm{cm}}$$

Logo, **a medida da largura do tampo é igual a 90cm**.

Gabarito: Letra E.

43.(VUNESP/Pref Jundiaí/2023) Em certo departamento, o número de colaboradores com cargo B supera o número de colaboradores com cargo A em 6 pessoas. Sabendo que a razão entre esses números, na ordem apresentada, é $\frac{3}{2}$, exercem esses cargos um total de colaboradores igual a

a) 12.

b) 18.

c) 25.

d) 30.

e) 40.

Comentários:

Suponha que o **número de colaboradores com o cargo B é $\boldsymbol{b}$** e que o **número de colaboradores com o cargo A é $\boldsymbol{a}$**.

Segundo o enunciado, **$\boldsymbol{b}$ supera $\boldsymbol{a}$ em 6 pessoas**. Logo:

$$b - a = 6$$

Além disso, **a razão ente $\boldsymbol{b}$ e $\boldsymbol{a}$, nessa ordem, é $\frac{3}{2}$**. Logo:

$$\frac{b}{a} = \frac{3}{2} \rightarrow \boldsymbol{b = \frac{3}{2}a}$$

Substituindo $\boldsymbol{b = \frac{3}{2}a}$ na primeira equação, temos:

$$\frac{3}{2}a - a = 6$$

$$\frac{3a - 2a}{2} = 6$$

$$\frac{a}{2} = 6$$

$$a = 2 \times 6$$

$$\boldsymbol{a = 12}$$

Agora que temos o valor de a, podemos obter b:

$$b = \frac{3}{2}a$$

$$b = \frac{3}{2} \times 12$$

$$b = \frac{3}{1} \times 6$$

$$\boldsymbol{b = 18}$$

A questão pergunta pelo **total de colaboradores que exercem os dois cargos**. Trata-se da soma $a + b$:

$$a + b = 12 + 18$$

$$= 30$$

Gabarito: Letra D.

44.(VUNESP/Pref SBC/2023) Segundo dados do IBGE (2021) referentes à educação no município de São Bernardo do Campo, a razão entre o número de matrículas no ensino médio e o número de matrículas no ensino fundamental foi igual a $\frac{15}{49}$.

Considerando que 128 000 alunos se matricularam nas escolas do município, no ano de 2021, então, o número de matriculados no ensino fundamental foi de

a) 49 000.

b) 68 200.

c) 73 500.

d) 88 200.

e) 98 000.

Comentários:

Considere que o **número de matriculados no ensino fundamental é $\boldsymbol{F}$** e que o **número de matriculados no ensino médio é $\boldsymbol{M}$**.

Segundo o enunciado, **a razão entre o número de matrículas no ensino médio e o número de matrículas no ensino fundamental foi igual a $\frac{15}{49}$**. Logo:

$$\frac{M}{F} = \frac{15}{49} \rightarrow \boldsymbol{M = \frac{15}{49}F}$$

Como **128.000 alunos se matricularam nas escolas do município**, temos:

$$F + M = 128.000$$

Substituindo $\boldsymbol{M = \frac{15}{49}F}$ na equação anterior, temos:

$$F + \frac{15}{49}F \ = 128.000$$

$$\frac{49F + 15F}{49} = 128.000$$

$$\frac{64F}{49} = 128.000$$

$$F = \frac{128.000 \times 49}{64}$$

$$F = \frac{2.000 \times 49}{1}$$

$$F = \frac{2.000 \times 49}{1}$$

$$F = 98.000$$

Logo, o **número de matriculados no ensino fundamental foi de 98.000**.

Gabarito: Letra E.

45. (VUNESP/TJ SP/2023) Em uma pesquisa realizada em 2019, com 200 pessoas, identificou-se que a razão entre o número de pessoas que não tinham filho ou filha e o número de pessoas que tinham filho(s) ou filha(s) era 6/19. No ano passado, as mesmas pessoas participaram de outra pesquisa, ocasião em que foi identificado que o número de pessoas que não tinham filho ou filha havia diminuído em 12 unidades. Na pesquisa realizada no passado, a razão entre os números das pessoas que não tinham filho ou filha e das pessoas que tinham filho(s) ou filha(s) foi:

a) 3/10.

b) 9/41.

c) 9/38.

d) 3/7.

e) 12/41.

Comentários:

Considere que:

- O número de pessoas que não tinham filho ou filha em 2019 é $\boldsymbol{N}$; e
- O número de pessoas que tinham filho(s) ou filha(s) em 2019 é $\boldsymbol{T}$.

O enunciado nos diz que, **em 2019**, **a razão entre o número de pessoas que não tinham filho ou filha e o número de pessoas que tinham filho(s) ou filha(s) era 6/19**. Logo:

$$\frac{N}{T} = \frac{6}{19} \rightarrow \boldsymbol{N = \frac{6}{19}T}$$

O **total de pessoas entrevistadas é 200**. Logo:

$$N + T = 200$$

Substituindo $\boldsymbol{N = \frac{6}{19}T}$ na equação anterior, temos:

$$\frac{6}{19}T + T = 200$$

$$\frac{6T + 19T}{19} = 200$$

$$\frac{25T}{19} = 200$$

$$T = \frac{200 \times 19}{25}$$

$$T = \frac{8 \times 19}{1}$$

$$\boldsymbol{T = 152}$$

Agora que temos o valor de T, podemos obter também o valor de N:

$$N + T = 200$$

$$N = 200 - T$$

$$N = 200 - 152$$

$$\boldsymbol{N = 48}$$

Logo:

- O número de pessoas que <u>não</u> tinham filho ou filha em 2019 é $\boldsymbol{N = 48}$; e
- O número de pessoas que tinham filho(s) ou filha(s) em 2019 é $\boldsymbol{T = 152}$.

<u>No ano passado</u>, **as mesmas 200 pessoas participaram de outra pesquisa**, e **o número de pessoas que não tinham filho ou filha havia diminuído em 12 unidades**. Uma consequência disso é que o **número de pessoas que tinham filho(s) ou filha(s) aumentou em 12 unidades**. Portanto:

- O número de pessoas que <u>não</u> tinham filho ou filha no ano passado é 48−12 = 36; e
- O número de pessoas que tinham filho(s) ou filha(s) no ano passado é 152+12 = 164.

Logo, **na pesquisa realizada no passado**, a **razão** entre os números das **pessoas que não tinham filho ou filha** e das **pessoas que tinham filho(s) ou filha(s)** foi:

$$\frac{\boldsymbol{36}}{\boldsymbol{164}} = \frac{18}{82}$$

$$= \frac{9}{41}$$

Gabarito: B.

46.(VUNESP/DPE SP/2023) Em um hospital, 105 funcionários são médicos ou enfermeiros. São 2 médicos para cada 13 enfermeiros. A contratação de 3 médicos e de 11 enfermeiros fez com que a razão de médicos para enfermeiros se tornasse

a) 2/9

b) 3/11

c) 1/17

d) 5/19

e) 1/6

Comentários:

Suponha que o **número de médicos original é $\boldsymbol{M}$** e o **número de enfermeiros original é $\boldsymbol{E}$**.

Segundo o enunciado, são 2 médicos para cada 13 enfermeiros. Logo:

$$\frac{M}{E} = \frac{2}{13} \rightarrow \boldsymbol{M = \frac{2}{13}E}$$

Além disso, o total de funcionários é 105. Portanto:

$$M + E = 105$$

Substituindo $\boldsymbol{M = \frac{2}{13}E}$ na equação anterior, temos:

$$\frac{2}{13}E + E = 105$$

$$\frac{2E + 13E}{13} = 105$$

$$\frac{15E}{13} = 105$$

$$E = \frac{105 \times 13}{15}$$

$$E = \frac{7 \times 13}{1}$$

$$\boldsymbol{E = 91}$$

Agora que temos o valor de E, podemos obter o valor de M.

$$M + E = 105$$

$$M + 91 = 105$$

$$M = 105 - 91$$

$$\boldsymbol{M = 14}$$

Após a contratação de 3 médicos e de 11 enfermeiros, passamos a ter:

- 14 + 3 = **17 médicos**; e
- 91 + 11 = 102 enfermeiros.

Logo, a razão de médicos para enfermeiros passou a ser:

$$\frac{17}{102} = \boldsymbol{\frac{1}{6}}$$

Gabarito: Letra E.

47. (VUNESP/UNICAMP/2023) Em certo laboratório, para cada 4 computadores com mais de 1 ano de utilização, existem 7 computadores com 1 ano ou menos de utilização. Se, ao todo, há 44 computadores nesse laboratório, e serão comprados alguns computadores novos para que a razão entre o número de computadores com mais de 1 ano de utilização e o número de computadores com 1 ano ou menos de utilização seja de 1 para 2, então o número de novos computadores que serão comprados é igual a

a) 3.

b) 4.

c) 5.

d) 6.

e) 7.

Comentários:

Suponha que:

- O número original de computadores com mais de 1 ano de utilização (computadores velhos) é $\boldsymbol{V}$; e
- O número original de computadores com 1 ano ou menos de utilização (computadores novos) é $\boldsymbol{N}$.

Para cada 4 computadores velhos, **existem 7 computadores novos**. Logo:

$$\frac{V}{N} = \frac{4}{7} \rightarrow \boldsymbol{V = \frac{4}{7}N}$$

Além disso, ao todo, **há 44 computadores**. Portanto:

$$V + N = 44$$

Substituindo $\boldsymbol{V = \frac{4}{7}N}$ na equação anterior, temos:

$$\frac{4}{7}N + N = 44$$

$$\frac{4N + 7N}{7} = 44$$

$$\frac{11N}{7} = 44$$

$$N = \frac{44 \times 7}{11}$$

$$N = \frac{4 \times 7}{1}$$

$$\boldsymbol{N = 28}$$

Agora que temos o valor de N, podemos obter o valor de V:

$$V + N = 44$$

$$V + 28 = 44$$

$$V = 44 - 28$$

$$\boldsymbol{V = 16}$$

Considere que o **número de computadores novos comprados será $\boldsymbol{x}$**.

Segundo o problema, serão comprados x computadores novos para que a razão entre computadores velhos e computadores novos seja 1 para 2. Note que, após a compra, teremos:

- $\mathbf{16}$ computadores velhos; e
- $\mathbf{28} + \boldsymbol{x}$ computadores novos.

Logo:

$$\frac{16}{28 + x} = \frac{1}{2}$$

Realizando a **multiplicação cruzada**, temos:

$$28 + x = 2 \times 16$$

$$28 + x = 32$$

$$x = 32 - 28$$

$$\mathbf{x = 4}$$

Logo, o **número de novos computadores que serão comprados é igual a 4**.

Gabarito: Letra B.

48. (VUNESP/Pref Sorocaba/2023) Em uma empresa, no início de 2021, a razão entre o número de funcionários que faziam compras com dinheiro em cédulas e o número de funcionários que só compravam com cartões era 3/2. No fim de 2021, 54 funcionários passaram a só fazer compras com cartões e, dessa maneira, a razão indicada passou a ser 18/17. Considerando que em 2021 não houve mudanças no quadro de funcionários, o total dessas pessoas que ainda faziam compras com dinheiro em cédulas no fim de 2021 era

a) 234.

b) 243.

c) 324.

d) 342.

e) 423.

Comentários:

Suponha que, **no início de 2021**, o **número de funcionários que faziam compras com dinheiro em cédulas é $\boldsymbol{D}$** e que o **número de funcionários que só compravam com cartões é $\boldsymbol{C}$**.

Segundo o enunciado, a razão entre D e C é 3/2. Logo:

$$\frac{D}{C} = \frac{3}{2} \rightarrow 3C = 2D \rightarrow \boldsymbol{C = \frac{2}{3}D}$$

No fim de 2021, 54 funcionários passaram a só fazer compra com cartões. Como não houve mudanças no quadro de funcionários, note que:

- O número de funcionários que passaram a fazer compras com dinheiro em cédulas passou a ser $\boldsymbol{D - 54}$.
- O número de funcionários que passaram a comprar somente com cartões passou a ser $\boldsymbol{C + 54}$.

Segundo o enunciado, a nova razão passou a ser 18/17. Logo:

$$\frac{D - 54}{C + 54} = \frac{18}{17}$$

Realizando a multiplicação cruzada, temos:

$$17 \times (D - 54) = 18 \times (C + 54)$$

$$17D - 918 = 18C + 972$$

Substituindo $\boldsymbol{C = \frac{2}{3}D}$ na equação anterior, temos:

$$17D - 918 = 18 \times \left(\frac{2}{3}D\right) + 972$$

$$17D - 918 = 6 \times \left(\frac{2}{1}D\right) + 972$$

$$17D - 918 = 12D + 972$$

$$17D - 12D = 972 + 918$$

$$5D = 1890$$

$$D = \frac{1890}{5}$$

$$D = 378$$

Queremos obter o total de pessoas que ainda faziam compras com dinheiro em cédulas **no fim de 2021**:

$$D - 54 = 378 - 54$$

$$= 324$$

Gabarito: Letra C.

49. (VUNESP/Pref. Peruíbe/2023) Em uma empresa com um total de 77 funcionários, a razão entre o número de funcionárias e o total de funcionários é $\frac{6}{11}$.

Se forem contratadas outras 14 funcionárias, a razão entre o número de funcionárias e o total de funcionários passará a ser:

a) $\frac{7}{12}$

b) $\frac{8}{13}$

c) $\frac{9}{14}$

d) $\frac{10}{15}$

e) $\frac{11}{16}$

Comentários:

Segundo o enunciado, **o total de funcionários (homens e mulheres) é 77**. Suponha que o **número original de funcionárias (mulheres) é $\boldsymbol{M}$**.

Inicialmente, **razão entre o número de funcionárias (mulheres) e o total de funcionários (homens e mulheres) é $\frac{\mathbf{6}}{\mathbf{11}}$**. Logo:

$$\frac{M}{77} = \frac{6}{11}$$

$$M = \frac{6 \times 77}{11}$$

$$M = \frac{6 \times 7}{1}$$

$$M = 42$$

Após serem contratadas outras 14 funcionárias:

- O total de funcionárias (**mulheres**) passa a ser 42+14 = 56;
- O total de funcionários (**homens e mulheres**) passa a ser 77+14 = 91.

Logo, a razão entre o número de funcionárias e o total de funcionários passará a ser:

$$\frac{56}{91}$$

Simplificando o numerador e o denominador por 7, temos:

$$\boldsymbol{\frac{8}{13}}$$

Gabarito: Letra B.

QUESTÕES COMENTADAS – MULTIBANCAS

Proporcionalidade

Outras Bancas

1.(ACCESS/BANESTES/2024) Um pai quer distribuir R$ 1.000,00 entre seus 3 filhos em partes proporcionais às suas idades, que são 2, 3 e 5 anos. Qual foi a quantia que o mais velho recebeu?

a) R$ 300.

b) R$ 400.

c) R$ 450.

d) R$ 500.

Comentários:

Queremos dividir a quantia de **R$ 1.000** em partes diretamente proporcionais às idades de **2**, **3** e **5 anos**. Suponha que essas partes sejam, **respectivamente**, $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{y}$ e $\boldsymbol{z}$. Nesse caso:

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5} = k$$

A soma das partes totaliza R$ 1.000. Logo, $x + y + z = 1.000$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma**" na proporção $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5} = k$, temos:

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5} = \frac{x + y + z}{2 + 3 + 5}$$

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5} = \frac{1.000}{10}$$

$$\boxed{\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5} = 100}$$

O filho mais velho, de 5 anos, recebeu a quantia z:

$$\frac{z}{5} = 100 \rightarrow z = 5 \times 100 \rightarrow \boldsymbol{z = \text{R\$ } 500}$$

Gabarito: Letra D.

2.(CONSULPLAM/ISS BH/2024) Três amigos montam uma sociedade para constituir uma gráfica e investiram R$ 80.000,00, R$ 40.000,00 e R$ 30.000,00 para tal fim. Após um período de 6 meses de funcionamento, a gráfica trouxe um lucro de R$ 30.000,00. Sabendo que o tempo de investimento dos três sócios foi o mesmo, assinale quanto recebeu de lucro o que fez o investimento intermediário.

a) R$ 16.000,00.

b) R$ 14.000,00.

c) R$ 12.000,00.

d) R$ 10.000,00.

e) R$ 8.000,00.

Comentários:

Devemos dividir o lucro de R$ 30.000 em partes diretamente proporcionais aos valores investidos de **R$ 80.000**, **R$ 40.000** e **R$ 30.000**. Suponha que essas partes sejam, **respectivamente**, x, y e z. Nesse caso:

$$\frac{x}{80.000} = \frac{y}{40.000} = \frac{z}{30.000} = k$$

A soma das partes totaliza o lucro de R$ 30.000. Logo, $x + y + z = 30.000$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma"** na proporção $\frac{x}{80.000} = \frac{y}{40.000} = \frac{z}{30.000} = k$, temos:

$$\frac{x}{80.000} = \frac{y}{40.000} = \frac{z}{30.000} = \frac{x + y + z}{80.000 + 40.000 + 30.000}$$

$$\frac{x}{80.000} = \frac{y}{40.000} = \frac{z}{30.000} = \frac{30.000}{150.000}$$

$$\boxed{\frac{x}{80.000} = \frac{y}{40.000} = \frac{z}{30.000} = \frac{1}{5}}$$

Queremos determinar quanto recebeu de lucro o amigo que fez o investimento intermediário (de R$ 40.000). Logo, devemos determinar y:

$$\frac{y}{40.000} = \frac{1}{5} \rightarrow y = \frac{40.000}{5} \rightarrow y = \text{R\$ } 8.000{,}00$$

Gabarito: Letra E.

3. (CONSULPLAM/ISS BH/2024) Antônio, Bruno e Cauã, três amigos que investiram, de forma amadora, respectivamente, R$ 2.400,00, R$ 2.800,00 e R$ 4.800,00 mil reais em criptomoedas. Após um curto período de duas semanas, os três perceberam um prejuízo de R$ 1.600,00, o que implicou obrigou a

desistência no investimento e divisão dos valores restantes, proporcionalmente ao investimento inicial. Os valores em reais que Antônio, Bruno e Cauã conseguiram ainda resgatar foram, respectivamente:

a) 1.234, 2.260 e 3.982.

b) 1.858, 2.147 e 4.140.

c) 1.968, 2.236 e 4.013.

d) 1.912, 2.278 e 3.796.

e) 2.016, 2.352 e 4.032.

Comentários:

Para resolvermos a questão, devemos entender que **o prejuízo de R$ 1.600 foi dividido em partes diretamente proporcionais aos valores investidos**.

Sabemos que **Antônio**, **Bruno** e **Cauã** investiram, respectivamente, **R$ 2.400**, **R$ 2.800** e **R$ 4.800**. Suponha que esses três amigos obtiveram os **prejuízos a**, **b** e **c**, **respectivamente**. Nesse caso:

$$\frac{a}{2.400}=\frac{b}{2.800}=\frac{c}{4.800}=k$$

A soma dos prejuízos individuais totaliza R$ 1.600. Logo, $a+b+c=1.600$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma**" na proporção $\frac{a}{2.400}=\frac{b}{2.800}=\frac{c}{4.800}=k$, temos:

$$\frac{a}{2.400}=\frac{b}{2.800}=\frac{c}{4.800}=\frac{a+b+c}{2.400+2.800+4.800}$$

$$\frac{a}{2.400}=\frac{b}{2.800}=\frac{c}{4.800}=\frac{1.600}{10.000}$$

$$\boxed{\frac{a}{2.400}=\frac{b}{2.800}=\frac{c}{4.800}=\frac{4}{25}}$$

Portanto, os prejuízos individuais de Antônio, Bruno e Cauã são:

$$\frac{a}{2.400}=\frac{4}{25}\rightarrow a=\frac{4\times 2.400}{25}\rightarrow a=\text{R\$ }384$$

$$\frac{b}{2.800}=\frac{4}{25}\rightarrow b=\frac{4\times 2.800}{25}\rightarrow b=\text{R\$ }448$$

$$\frac{c}{4.800}=\frac{4}{25}\rightarrow c=\frac{4\times 4.800}{25}\rightarrow c=\text{R\$ }768$$

Logo, os valores em reais que Antônio, Bruno e Cauã conseguiram resgatar foram:

- **Antônio**: 2.400−384 = **R$ 2.016**;

- **Bruno**: 2.800−448 = **R$ 2.352**; e
- **Cauã**: 4.800−768 = **R$ 4.032**.

Gabarito: Letra E.

4. (COSEAC/SEMED MARICÁ/2024) Um cientista trabalha com variáveis que influenciam a eficácia de um medicamento. A eficácia (A) é diretamente proporcional à dosagem (B) e inversamente proporcional ao quadrado do peso do paciente (C^2). Em um teste inicial, uma dosagem menor (B = 3) é suficiente para uma eficácia básica (A = 1) em um paciente mais pesado (C = 5). O cientista agora deseja entender como aumentar a dosagem afetará a eficácia em um paciente mais leve (C = 3) para alcançar um objetivo mais alto (A = 8). A nova dosagem necessária é igual a:

a) 2,5

b) 2,16

c) 0,11

d) 8,64

e) 0,375

Comentários:

Segundo o problema, **a eficácia (A) é <u>diretamente proporcional</u> à dosagem (B) e <u>inversamente proporcional</u> ao quadrado do peso do paciente (C^2).** Considerando-se uma **constante de proporcionalidade k**, temos:

$$\frac{A}{B \times \frac{1}{C^2}} = k$$

No teste inicial, temos $A = 1$, $B = 3$ e $C = 5$. Com essas informações, podemos determinar a constante de proporcionalidade:

$$\frac{1}{3 \times \frac{1}{5^2}} = k$$

$$k = \frac{1}{3 \times \frac{1}{25}}$$

$$k = \frac{1}{\frac{3}{25}}$$

$$\boldsymbol{k = \frac{25}{3}}$$

Na segunda situação, queremos determinar a **nova dosagem B** para o caso em que $A = 8$ e $C = 3$. Temos:

$$\frac{A}{B \times \frac{1}{C^2}} = k$$

$$\frac{8}{B \times \frac{1}{3^2}} = \frac{25}{3}$$

$$\frac{8}{\frac{B}{9}} = \frac{25}{3}$$

$$25 \times \frac{B}{9} = 8 \times 3$$

$$B = \frac{8 \times 3 \times 9}{25}$$

$$B = \frac{216}{25}$$

$$B = 8{,}64$$

Gabarito: Letra D.

5.(CESGRANRIO/BANRISUL/2023) Duas agências bancárias receberam, cada uma, 1200 panfletos informativos sobre os fundos de investimento que oferecem. Há três tipos de panfletos: um sobre os fundos conservadores, outro sobre fundos moderados, e o restante sobre fundos agressivos. A agência 1 recebeu seus 1200 panfletos em partes proporcionais a 2, 3 e 5, referentes aos tipos sobre fundos conservadores, moderados e agressivos, respectivamente. Analogamente, a agência 2 recebeu os seus panfletos em partes proporcionais a 1, 4 e 7. Quantos panfletos sobre fundos agressivos a agência 2 recebeu a mais do que a agência 1?

a) 100

b) 140

c) 200

d) 240

e) 600

Comentários:

Considere que:

- A **agência 1** recebeu $\boldsymbol{c_1}$ panfletos sobre fundos conservadores, $\boldsymbol{m_1}$ panfletos sobre fundos moderados e $\boldsymbol{a_1}$ panfletos sobre fundos agressivos; e
- A **agência 2** recebeu $\boldsymbol{c_2}$ panfletos sobre fundos conservadores, $\boldsymbol{m_2}$ panfletos sobre fundos moderados e $\boldsymbol{a_2}$ panfletos sobre fundos agressivos.

Ambas as agências receberam, cada uma, 1200 panfletos. Logo:

$$c_1 + m_1 + a_1 = 1200$$

$$c_2 + m_2 + a_2 = 1200$$

A **agência 1** recebeu seus 1200 panfletos sobre fundos conservadores, moderados e agressivos em partes proporcionais a 2, 3 e 5, respectivamente. Logo:

$$\frac{c_1}{2} = \frac{m_1}{3} = \frac{a_1}{5} = k$$

Utilizando a **propriedade fundamental da soma** na proporção $\frac{c_1}{2} = \frac{m_1}{3} = \frac{a_1}{5}$, temos:

$$\frac{c_1}{2} = \frac{m_1}{3} = \frac{a_1}{5} = \frac{c_1 + m_1 + a_1}{2 + 3 + 5}$$

$$\frac{c_1}{2} = \frac{m_1}{3} = \frac{a_1}{5} = \frac{1200}{10}$$

$$\boxed{\frac{c_1}{2} = \frac{m_1}{3} = \frac{a_1}{5} = 120}$$

Logo, a quantidade de panfletos sobre fundos agressivos que a **agência 1** recebeu é:

$$\frac{a_1}{5} = 120$$

$$a_1 = 5 \times 120$$

$$\boldsymbol{a_1 = 600}$$

A **agência 2** recebeu seus 1200 panfletos sobre fundos conservadores, moderados e agressivos em partes proporcionais a 1, 4 e 7, respectivamente. Logo:

$$\frac{c_2}{1} = \frac{m_2}{4} = \frac{a_2}{7} = k$$

Utilizando a **propriedade fundamental da soma** na proporção $\frac{c_2}{1} = \frac{m_2}{4} = \frac{a_2}{7}$, temos:

$$\frac{c_2}{1} = \frac{m_2}{4} = \frac{a_2}{7} = \frac{c_2 + m_2 + a_2}{1 + 4 + 7}$$

$$\frac{c_2}{1} = \frac{m_2}{4} = \frac{a_2}{7} = \frac{1200}{12}$$

$$\boxed{\frac{c_2}{1} = \frac{m_2}{4} = \frac{a_2}{7} = 100}$$

Logo, a quantidade de panfletos sobre fundos agressivos que a **agência 2** recebeu é:

$$\frac{a_2}{7} = 100$$

$$a_2 = 7 \times 100$$

$$\boldsymbol{a_2 = 700}$$

Portanto, a quantidade panfletos sobre fundos agressivos a agência 2 recebeu a mais do que a agência 1 é:

$$a_2 - a_1$$

$$= 700 - 600$$

$$= 100$$

Gabarito: Letra A.

6.(IBFC/UFPB/2023) Marcos vai dividir a quantia de R$ 5.600,00 entre seus três filhos de forma diretamente proporcional a idade de cada um. Se as idades de seus filhos são 5, 7 e 8 anos, então a quantia que o filho mais novo vai receber é igual a:

a) R$ 1.960,00

b) R$ 2.240,00

c) R$ 1.400,00

d) R$ 1.280,00

e) R$ 1.440,00

Comentários:

Devemos dividir a quantia de R$ 5.600,00 em partes diretamente proporcionais às idades de 5, 7 e 8 anos. Suponha que o **filho mais novo**, o **filho do meio** e o **filho mais velho** receberão, respectivamente, as quantias $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ e $\boldsymbol{c}$. Nesse caso:

$$\frac{a}{5} = \frac{b}{7} = \frac{c}{8} = k$$

A soma das partes totaliza R$ 5.600,00. Logo, $a + b + c = 5.600$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma"** na proporção $\frac{a}{5} = \frac{b}{7} = \frac{c}{8} = k$, temos:

$$\frac{a}{5} = \frac{b}{7} = \frac{c}{8} = \frac{a+b+c}{5+7+8}$$

$$\frac{a}{5} = \frac{b}{7} = \frac{c}{8} = \frac{5600}{20}$$

$$\boxed{\frac{a}{5} = \frac{b}{7} = \frac{c}{8} = 280}$$

A **quantia que o filho mais novo vai receber** é tal que:

$$\frac{a}{5} = 280$$

$$a = 280 \times 5$$

$$\boldsymbol{a = \text{R\$ } 1.400,00}$$

Gabarito: Letra C.

7. (Instituto Consulplan/GCM Vila Velha/2023) Três guardas municipais: Ana; Bruno; e, Cláudia receberam um total de 573 ocorrências de serviço, que serão divididas entre eles em quantidades inversamente proporcionais ao tempo de experiência que possui no cargo de guarda municipal. Considerando que Ana possui 2 anos e 4 meses de experiência; Bruno possui 2 anos e 8 meses; e, Cláudia tem 3 anos de experiência no cargo, assinale a afirmativa correta.

a) Ana receberá 14 ocorrências a mais que Bruno.

b) Ana receberá 48 ocorrências a mais do que Cláudia.

c) Bruno receberá 27 ocorrências a mais do que Cláudia.

d) Cláudia receberá 21 ocorrências a mais do que Bruno.

Comentários:

Temos que dividir as **573 ocorrências** de serviço em quantidades **inversamente proporcionais** ao **tempo de experiência** de **Ana**, **Bruno** e **Cláudia**.

Para que o tempo de experiência esteja em uma mesma unidade de medida, vamos transformar esses tempos em meses. Sabemos que **1 ano** corresponde a **12 meses**. Logo, os tempos de experiência, em meses, são:

- **Ana**: **2 anos e 4 meses** = 2×12 + 4 = **28 meses**;
- **Bruno**: **2 anos e 8 meses** = 2×12 + 8 = **32 meses**;
- **Cláudia**: **3 anos** = 3×12 = **36 meses**.

Suponha que o número de ocorrências que Ana, Bruno e Cláudia receberão são, respectivamente, a, b e c. Como a divisão das **573 ocorrências** de serviço ocorre de modo **inversamente proporcional** ao **tempo de experiência**, temos:

$$\frac{a}{\frac{1}{28}} = \frac{b}{\frac{1}{32}} = \frac{c}{\frac{1}{36}} = k$$

A soma das partes totaliza 573 ocorrências. Logo, $a + b + c = 573$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma"** na proporção $\frac{a}{\frac{1}{28}} = \frac{b}{\frac{1}{32}} = \frac{c}{\frac{1}{36}} = k$, temos:

$$\frac{a}{\frac{1}{28}} = \frac{b}{\frac{1}{32}} = \frac{c}{\frac{1}{36}} = \frac{a+b+c}{\frac{1}{28}+\frac{1}{32}+\frac{1}{36}}$$

$$28a = 32b = 36c = \frac{573}{\frac{72+63+56}{2016}}$$

$$28a = 32b = 36c = \frac{573}{\frac{191}{2016}}$$

$$28a = 32b = 36c = 573 \times \frac{2016}{191}$$

$$28a = 32b = 36c = 3 \times 2016$$

$$\boxed{28a = 32b = 36c = 6048}$$

Logo, o total de ocorrências que cada um receberá é:

<u>Ana</u>: $28a = 6048 \rightarrow a = \frac{6048}{28} \rightarrow \boldsymbol{a = 216}$

<u>Bruno</u>: $32b = 6048 \rightarrow b = \frac{6048}{32} \rightarrow \boldsymbol{b = 189}$

<u>Cláudia</u>: $36c = 6048 \rightarrow c = \frac{6048}{36} \rightarrow \boldsymbol{c = 168}$

Vamos verificar as alternativas.

a) Ana receberá 14 ocorrências a mais que Bruno. ERRADO.

$$a - b = 216 - 189 = 27$$

Logo, Ana receberá **27** ocorrências a mais que Bruno.

b) Ana receberá 48 ocorrências a mais do que Cláudia. CERTO. Esse é o **gabarito**.

$$a - c = 216 - 168 = 48$$

Logo, é correto afirmar que Ana receberá **48** ocorrências a mais do que Cláudia.

c) Bruno receberá 27 ocorrências a mais do que Cláudia. ERRADO.

$$b - c = 189 - 168 = 21$$

Logo, Bruno receberá **21** ocorrências a mais do que Cláudia.

d) Cláudia receberá 21 ocorrências a mais do que Bruno. ERRADO.

Cláudia receberá menos ocorrências do que Bruno.

Gabarito: Letra B.

8. (Instituto Consulplan/Pref Orlândia/2023) Dona Maria tem uma coleção de joias com 535 peças e deseja distribuí-las entre suas três netas: Ana, Bruna e Carla. No momento da divisão, ela decidiu distribuir as joias de forma inversamente proporcional à idade de cada uma das netas. Assim, sabendo-se que Ana tem 21 anos, Bruna tem 18 anos e Carla tem 15 anos, é correto afirmar que:

a) Carla receberá 60 unidades a mais que Ana.

b) Carla receberá 30 unidades a mais que Ana.

c) Carla receberá 25 unidades a mais que Ana.

d) Bruna receberá 25 unidades a mais que Carla.

Comentários:

Temos que dividir as **535 peças** em quantidades **inversamente proporcionais** às **idades** de **Ana** (**21 anos**), **Bruna** (**18 anos**) e **Carla** (**15 anos**).

Suponha que o número peças que Ana, Bruna e Carla receberão são, respectivamente, a, b e c. Nesse caso, temos:

$$\frac{a}{\frac{1}{21}} = \frac{b}{\frac{1}{18}} = \frac{c}{\frac{1}{15}} = k$$

A soma das partes totaliza 535 peças. Logo, $a + b + c = 535$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma"** na proporção $\frac{a}{\frac{1}{21}} = \frac{b}{\frac{1}{18}} = \frac{c}{\frac{1}{15}} = k$, temos:

$$\frac{a}{\frac{1}{21}} = \frac{b}{\frac{1}{18}} = \frac{c}{\frac{1}{15}} = \frac{a+b+c}{\frac{1}{21} + \frac{1}{18} + \frac{1}{15}}$$

$$21a = 18b = 15c = \frac{535}{\frac{30+35+42}{630}}$$

$$21a = 18b = 15c = \frac{535}{\frac{30+35+42}{630}}$$

$$21a = 18b = 15c = \frac{535}{\frac{107}{630}}$$

$$21a = 18b = 15c = 535 \times \frac{630}{107}$$

$$21a = 18b = 15c = 5 \times 630$$

$$\boxed{21a = 18b = 15c = 3150}$$

Logo, o total de peças que cada um receberá é:

$$\underline{\text{Ana}}: 21a = 3150 \rightarrow a = \frac{3150}{21} \rightarrow \boldsymbol{a = 150}$$

$$\underline{\text{Bruna}}: 18b = 3150 \rightarrow b = \frac{3150}{18} \rightarrow \boldsymbol{b = 175}$$

$$\underline{\text{Carla}}: 15c = 3150 \rightarrow c = \frac{3150}{15} \rightarrow \boldsymbol{c = 210}$$

Vamos verificar as alternativas.

a) Carla receberá 60 unidades a mais que Ana. CERTO. Esse é o **gabarito**.

$$c - a = 210 - 150 = 60$$

Logo, é correto afirmar que Carla receberá **60** unidades a mais que Ana.

b) Carla receberá 30 unidades a mais que Ana. ERRADO.

Conforme visto na alternativa A, Carla receberá **60** unidades a mais que Ana.

c) Carla receberá 25 unidades a mais que Ana. ERRADO.

Conforme visto na alternativa A, Carla receberá **60** unidades a mais que Ana.

d) Bruna receberá 25 unidades a mais que Carla. ERRADO.

Bruna receberá menos peças do que Carla.

Gabarito: Letra A.

9. (FUNDATEC/IPE Saúde/2022) Três irmãs abriram uma loja para vendas online. Ana investiu R$ 1.200,00, Betina investiu R$ 1.600,00 e Cláudia investiu R$ 800,00. Ao final de 6 meses de trabalho, obtiveram um lucro de R$ 4.320,00 reais, que foi dividido em três partes diretamente proporcionais ao valor que cada uma investiu. Com base nessas informações, podemos afirmar que:

a) Ana recebeu R$ 1.920,00.

b) Betina recebeu R$ 1.440,00.

c) Cláudia e Betina receberam juntas o total de R$ 3.360,00.

d) Cláudia recebeu R$ 480,00 a mais do que Ana.

e) Betina recebeu R$ 480,00 a mais do que Ana.

Comentários:

Devemos dividir R$ 4.320,00 em partes **diretamente proporcionais** aos valores investidos por **Ana** (R$ 1.200,00), **Betina** (R$ 1.600,00) e **Cláudia** (R$ 800,00).

Suponha que as partes recebidas por Ana, Betina e Cláudia são, respectivamente, a, b e c. Nesse caso, temos:

$$\frac{a}{1200} = \frac{b}{1600} = \frac{c}{800} = k$$

A soma das partes recebidas totaliza R$ 4.320,00. Logo, $a + b + c = 4320$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma"** na proporção $\frac{a}{1200} = \frac{b}{1600} = \frac{c}{800} = k$, temos:

$$\frac{a}{1200} = \frac{b}{1600} = \frac{c}{800} = \frac{a+b+c}{1200+1600+800}$$

$$\frac{a}{1200} = \frac{b}{1600} = \frac{c}{800} = \frac{4320}{3600}$$

Simplificando a última fração por 10, temos:

$$\frac{a}{1200} = \frac{b}{1600} = \frac{c}{800} = \frac{432}{360}$$

Simplificando a última fração por 3, temos:

$$\frac{a}{1200} = \frac{b}{1600} = \frac{c}{800} = \frac{144}{120}$$

Simplificando a última fração por 24, temos:

$$\boxed{\frac{a}{1200} = \frac{b}{1600} = \frac{c}{800} = \frac{6}{5}}$$

Logo, o valor total que cada irmã receberá é:

Ana: $\frac{a}{1200} = \frac{6}{5} \rightarrow a = 1200 \times \frac{6}{5} \rightarrow \boldsymbol{a = \text{R\$ } 1440,00}$

$$\underline{\text{Betina}}: \frac{b}{1600} = \frac{6}{5} \rightarrow b = 1600 \times \frac{6}{5} \rightarrow \boldsymbol{b = \text{R\$ } 1920,00}$$

$$\underline{\text{Cláudia}}: \frac{c}{800} = \frac{6}{5} \rightarrow c = 800 \times \frac{6}{5} \rightarrow \boldsymbol{c = \text{R\$ } 960,00}$$

Vamos verificar as alternativas.

a) Ana recebeu R$ 1.920,00. ERRADO.

Conforme calculado, Ana recebeu R$ 1440,00.

b) Betina recebeu R$ 1.440,00. ERRADO.

Conforme calculado, Betina recebeu R$ 1920,00.

c) Cláudia e Betina receberam juntas o total de R$ 3.360,00. ERRADO.

Cláudia e Betina receberem juntas $c + b = 960 + 1920 = \text{R\$ } 2880{,}00$.

d) Cláudia recebeu R$ 480,00 a mais do que Ana. ERRADO.

Cláudia recebeu menos do que Ana.

e) Betina recebeu R$ 480,00 a mais do que Ana. CERTO. Esse é o **gabarito**.

O valor que Betina recebeu a mais do que Ana é:

$$b - a = 1920 - 1440 = \text{R\$ } 480{,}00$$

Gabarito: Letra E.

10. (IBFC/IBFC/2022) Ao analisar os pagamentos realizados aos recenseadores, um coordenador verificou que o valor pago a três deles foi um total de R$ 8.100,00. Se o tempo de trabalho de cada um foi de 2, 3 e 4 meses e o total pago foi diretamente proporcional ao tempo trabalhado, então o menor valor recebido por um dos recenseadores foi de:

a) R$ 2.700,00

b) R$ 1.800,00

c) R$ 3.600,00

d) R$ 900,00

e) R$ 2.100,00

Comentários:

Suponha que os três recenseadores que trabalharam 2, 3 e 4 meses receberão, respectivamente, a, b e c. Como o valor total a ser pago será distribuído em partes **diretamente proporcionais** ao tempo trabalhado, temos:

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k$$

A soma das partes totaliza R$ 8.100,00. Logo, $a + b + c = 8100$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma**" na proporção $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k$, temos:

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = \frac{a+b+c}{2+3+4}$$

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = \frac{8100}{9}$$

$$\boxed{\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = 900}$$

O menor valor recebido (a) é aquele diretamente proporcional ao menor tempo trabalhado (2 meses). Logo:

$$\frac{a}{2} = 900$$

$$a = 2 \times 900$$

$$a = \text{R\$ } 1.800{,}00$$

Portanto, **o menor valor recebido por um dos recenseadores foi de R$ 1.800,00**.

Gabarito: Letra B.

11. (AOCP/SED MS/2022) Davi recebeu um prêmio em dinheiro e decidiu dividir esse prêmio em três partes inversamente proporcionais às idades de seus filhos: 5, 7 e 11 anos. Não quis revelar o montante recebido, mas revelou que a menor parte foi de R$ 7.000,00. Nessas condições, o valor do prêmio recebido por Davi foi de

a) R$ 40.200,00.

b) R$ 35.500,00.

c) R$ 34.600,00.

d) R$ 33.400,00.

e) R$ 32.800,00.

Comentários:

Davi resolveu dividir um prêmio em dinheiro em partes **inversamente proporcionais** às idades dos seus filhos: **5**, **7** e **11** anos.

Suponha que as partes recebidas pelos filhos de 5, 7 e 11 anos sejam, respectivamente, a, b e c. Nesse caso, temos:

$$\frac{a}{\frac{1}{5}} = \frac{b}{\frac{1}{7}} = \frac{c}{\frac{1}{11}} = k$$

Como a divisão foi feita em partes **inversamente proporcionais** às idades, a **menor parte**, que foi de R$7.000,00, foi entregue ao filho com **maior idade**. Portanto, $c = 7000$. Logo:

$$\frac{a}{\frac{1}{5}} = \frac{b}{\frac{1}{7}} = \frac{7000}{\frac{1}{11}}$$

$$5a = 7b = 7000 \times 11$$

$$\boxed{5a = 7b = 77000}$$

Portanto:

$$5a = 77000 \rightarrow a = \frac{77000}{5} \rightarrow a = \text{R\$ } 15.400{,}00$$

$$7b = 77000 \rightarrow b = \frac{77000}{7} \rightarrow b = \text{R\$}11.000{,}00$$

Logo, **o valor o prêmio recebido por Davi**, que corresponde à soma das partes distribuídas aos seus filhos, é:

$$a + b + c$$

$$= 15400 + 11000 + 7000$$

$$= \mathbf{R\$\ 33.400,00}$$

Gabarito: Letra D.

12. (FEPESE/IPRECON/2022) João e Maria repartem o lucro de R$ 1200 que obtiveram com um negócio de maneira proporcional à quantia que cada um investiu.

Se João investiu R$ 400 a mais que Maria, e obteve um lucro R$ 60 maior que o lucro dela, quanto João investiu?

a) Menos de R$ 3250

b) Mais de R$ 3250 e menos de R$ 3500

c) Mais de R$ 3500 e menos de R$ 3750

d) Mais de R$ 3750 e menos de R$ 4000

e) Mais de R$ 4000

Comentários:

Note que, antes mesmo de montarmos uma proporção, podemos obter o lucro recebido por João e por Maria.

Suponha que o lucro recebido por João é L_j e o lucro recebido por Maria é L_m. Como o lucro total é R$ 1200, temos:

$$\boldsymbol{L_j + L_m = 1200}$$

Sabemos, ainda, que **João obteve um lucro R$ 60 maior que o lucro de Maria**. Logo:

$$\boldsymbol{L_j = L_m + 60}$$

Substituindo $\boldsymbol{L_j = L_m + 60}$ na primeira equação, temos:

$$L_j + L_m = 1200$$

$$(L_m + 60) + L_m = 1200$$

$$2L_m = 1200 - 60$$

$$2L_m = 1140$$

$$L_m = \frac{1140}{2}$$

$$\boldsymbol{L_m = \text{R\$ } 570}$$

Como $\boldsymbol{L_j = L_m + 60}$, o lucro recebido por João é:

$$L_j = 570 + 60$$

$$\boldsymbol{L_j = \text{R\$ } 630}$$

Agora que temos os lucros recebidos por Maria e por João, vamos voltar ao problema relativo à divisão proporcional.

Suponha que **o valor investido por Maria é $\boldsymbol{m}$**. Como João investiu R$ 400 a mais, **o valor investido por João é $\boldsymbol{(m + 400)}$**. Note, ainda, que os lucros obtidos foram divididos em partes **diretamente proporcionais** aos valores investidos. Logo:

$$\frac{L_j}{m + 400} = \frac{L_m}{m}$$

$$\frac{630}{m+400}=\frac{570}{m}$$

Utilizando a "**propriedade fundamental da subtração**" na proporção $\frac{630}{m+400}=\frac{570}{m}$, temos:

$$\frac{630}{m+400}=\frac{570}{m}=\frac{630-570}{(m+400)-m}$$

$$\frac{630}{m+400}=\frac{570}{m}=\frac{60}{400}$$

$$\frac{630}{m+400}=\frac{570}{m}=\frac{6}{40}$$

$$\boxed{\frac{630}{m+400}=\frac{570}{m}=\frac{3}{20}}$$

Logo:

$$\frac{570}{m}=\frac{3}{20}$$

$$3m=570\times 20$$

$$m=\frac{570\times 20}{3}$$

$$m=190\times 20$$

$$m=\text{R\$ }3.800$$

O valor investido por João é $(m+400)$. Logo, o valor investido por ele é:

$$3800+400$$

$$=\text{R\$ }4.200$$

Portanto, **João investiu mais de R$ 4000**.

Gabarito: Letra E.

13. (FEPESE/Pref Concórdia/2022) Dois números positivos são diretamente proporcionais a 4 e 7, respectivamente.

Sabendo que a diferença do maior pelo menor é 57, temos que o menor destes números é:

a) Maior que 80.

b) Maior que 75 e menor que 80.

c) Maior que 70 e menor que 75.

d) Maior que 65 e menor que 70.

e) Menor que 65.

Comentários:

Suponha que os números **diretamente proporcionais** a **4** e **7** sejam, respectivamente, $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$. Nesse caso, temos:

$$\frac{a}{4} = \frac{b}{7} = k$$

Note que, uma vez que a divisão é diretamente proporcional aos números, **$\boldsymbol{b}$ é maior do que $\boldsymbol{a}$**, pois **$\boldsymbol{b}$ é diretamente proporcional ao maior número**.

Segundo o enunciado, **a diferença do maior pelo menor é 57**. Logo:

$$b - a = 57$$

$$b = a + 57$$

Substituindo esse valor de b na proporção $\frac{a}{4} = \frac{b}{7} = k$, ficamos com:

$$\boxed{\frac{a}{4} = \frac{a + 57}{7} = k}$$

Realizando a "**multiplicação cruzada**", temos:

$$7a = 4 \times (a + 57)$$

$$7a = 4a + 228$$

$$7a - 4a = 228$$

$$3a = 228$$

$$a = \frac{228}{3}$$

$$a = 76$$

Logo, o **menor dos números (a) é maior que 75 e menor que 80**.

Gabarito: Letra B.

14. (Instituto Consulplan/CM Barbacena/2022) Paulo e Roberta são casados e decidiram comprar um veículo novo, cujo valor é R$ 60.000,00, dividindo esse preço entre os dois. Considere que os salários de Paulo e Roberta são, respectivamente, R$ 1.400,00 e R$ 1.600,00 e que eles combinaram de pagar o veículo de forma diretamente proporcional ao salário de cada um, de modo que quem recebe menos paga menos. Com base nessas informações, qual será o valor pago por Roberta para ajudar na compra do veículo?

a) R$ 32.000,00

b) R$ 34.000,00

c) R$ 36.000,00

d) R$ 38.000,00

Comentários:

Devemos dividir o valor total pago de **R$ 60.000,00** em partes **diretamente proporcionais** aos salários de Paulo (**R$ 1.400,00**) e de Roberta (**R$ 1.600,00**).

Suponha que os valores pagos por Paulo e Roberta são, respectivamente, p e r. Nesse caso, temos:

$$\frac{p}{1400} = \frac{r}{1600} = k$$

A soma dos valores pagos é **R$ 60.000,00**. Logo, $p + r = 60.000$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma"** na proporção $\frac{p}{1400} = \frac{r}{1600} = k$, temos:

$$\frac{p}{1400} = \frac{r}{1600} = \frac{p + r}{1400 + 1600}$$

$$\frac{p}{1400} = \frac{r}{1600} = \frac{60000}{3000}$$

$$\frac{p}{1400} = \frac{r}{1600} = \frac{60}{3}$$

$$\boxed{\frac{p}{1400} = \frac{r}{1600} = 20}$$

O valor pago por Roberta é tal que:

$$\frac{r}{1600} = 20$$

$$r = 20 \times 1600$$

$$\boldsymbol{r = \text{R\$ } 32.000}$$

Gabarito: Letra A.

15. (FEPESE/CASAN/2022) Uma quantia (em Reais) foi repartida em partes proporcionais a 4, 5 e 9. Se a maior parte excede a menor parte em R$ 300, então a quantia inicial é:

a) Maior que R$ 1125.

b) Maior que R$ 1100 e menor que R$ 1125.

c) Maior que R$ 1075 e menor que R$ 1100.

d) Maior que R$ 1050 e menor que R$ 1075.

e) Menor que R$ 1050.

Comentários:

Suponha que as partes **diretamente proporcionais** a 4, 5 e 9 são, respectivamente, a, b e c. Nesse caso, temos:

$$\frac{a}{4} = \frac{b}{5} = \frac{c}{9} = k$$

Como a divisão é feita em partes **diretamente proporcionais**, o **a maior quantia** (c) é diretamente proporcional ao **maior número** (9), e a **menor quantia** (a) é diretamente proporcional ao **menor número** (4).

Sabemos que a maior parte excede a menor parte em R$ 300. Logo:

$$c - a = 300$$

$$c = a + 300$$

Substituindo c na proporção, temos:

$$\frac{\boldsymbol{a}}{\mathbf{4}} = \frac{b}{5} = \frac{\boldsymbol{a} + \mathbf{300}}{\mathbf{9}}$$

Utilizando a "**propriedade fundamental da subtração**" em $\frac{\boldsymbol{a}}{\mathbf{4}} = \frac{\boldsymbol{a}+\mathbf{300}}{\mathbf{9}}$, temos:

$$\frac{\boldsymbol{a}}{\mathbf{4}} = \frac{b}{5} = \frac{\boldsymbol{a} + \mathbf{300}}{\mathbf{9}} = \frac{(\boldsymbol{a} + \mathbf{300}) - \boldsymbol{a}}{\mathbf{9} - \mathbf{4}}$$

$$\frac{a}{4} = \frac{b}{5} = \frac{a + 300}{9} = \frac{300}{5}$$

$$\boxed{\frac{a}{4} = \frac{b}{5} = \frac{a + 300}{9} = 60}$$

Logo:

$$\frac{a}{4} = 60 \rightarrow a = 60 \times 4 \rightarrow \boldsymbol{a = 240}$$

$$\frac{b}{5} = 60 \rightarrow b = 60 \times 5 \rightarrow \boldsymbol{b = 300}$$

$$c = a + 300 \rightarrow c = 240 + 300 \rightarrow \boldsymbol{c = 540}$$

A quantia inicial corresponde à soma das partes. Logo, a quantia inicial é:

$$a + b + c$$

$$= 240 + 300 + 540$$

$$\boldsymbol{= \text{R\$ } 1080,00}$$

Portanto, **a quantia inicial é maior que R$ 1075 e menor que R$ 1100**.

Gabarito: Letra C.

16.(CESGRANRIO/BB/2015) Aldo, Baldo e Caldo resolvem fazer um bolão para um concurso da Mega-Sena. Aldo contribui com 12 bilhetes, Baldo, com 15 bilhetes e Caldo, com 9 bilhetes. Eles combinaram que, se um dos bilhetes do bolão fosse sorteado, o prêmio seria dividido entre os três proporcionalmente à quantidade de bilhetes com que cada um contribuiu. Caldo também fez uma aposta fora do bolão e, na data do sorteio, houve 2 bilhetes ganhadores, sendo um deles o da aposta individual de Caldo, e o outro, um dos bilhetes do bolão.

Qual a razão entre a quantia total que Caldo recebeu e a quantia que Baldo recebeu?

a) 0,8

b) 1,5

c) 2

d) 2,5

e) 3

Comentários:

Considere que o **prêmio total** é $\boldsymbol{P}$. O valor total é dividido entre 2 bilhetes ganhadores, sendo um deles o da **aposta individual de Caldo** e o outro um dos bilhetes do **bolão**.

Observe, portanto, que **Caldo**, antes mesmo de obter a sua quantia relativa ao bolão, obteve $\frac{P}{2}$.

A outra metade do prêmio total deve ser repartido entre Aldo, Baldo e Caldo em partes proporcionais a 12, 15 e 9. Sejam essas partes, respectivamente, a, b e c. Nesse caso, temos:

$$\frac{a}{12} = \frac{b}{15} = \frac{c}{9} = k$$

A soma das partes obtidas com o bolão corresponde à **metade** do **prêmio total**. Logo, $a+b+c=\frac{P}{2}$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma**" na proporção $\frac{a}{12}=\frac{b}{15}=\frac{c}{9}$, temos:

$$\frac{a}{12}=\frac{b}{15}=\frac{c}{9}=\frac{a+b+c}{12+15+9}$$

$$\frac{a}{12}=\frac{b}{15}=\frac{c}{9}=\frac{\frac{P}{2}}{36}$$

$$\boxed{\frac{a}{12}=\frac{b}{15}=\frac{c}{9}=\frac{P}{72}}$$

Temos que:

$$\frac{b}{15}=\frac{P}{72}\rightarrow b=\frac{P}{72}\times 15\rightarrow b=\frac{5}{24}P$$

$$\frac{c}{9}=\frac{P}{72}\rightarrow c=\frac{P}{72}\times 9\ \rightarrow c=\frac{1}{8}P$$

Note, portanto, que **Baldo recebeu** $\boldsymbol{b=\frac{5}{24}P}$. Por outro lado, Caldo recebeu não só a parte c do bolão, mas também a metade do prêmio que não foi contabilizada no bolão. Logo, **Caldo recebeu**:

$$\frac{P}{2}+c=\frac{P}{2}+\frac{P}{8}=\frac{4P+P}{8}=\boldsymbol{\frac{5}{8}P}$$

A razão entre a quantia total que Caldo recebeu e a quantia que Baldo recebeu é:

$$\frac{\boldsymbol{\frac{5}{8}P}}{\boldsymbol{\frac{5}{24}P}}=\frac{5}{8}\times\frac{24}{5}=3$$

Gabarito: Letra E.

17.(CESGRANRIO/BASA/2015) Em uma empresa, o total de descontos que incidem sobre o salário bruto de cada funcionário é proporcional ao valor desse mesmo salário bruto. Um funcionário F_1 tem salário líquido igual a S_1, calculado após a incidência do total de descontos igual a x_1 reais. Um funcionário F_2 tem salário líquido igual a S_2, calculado após a incidência do total de descontos igual a x_2 reais.

O total de descontos x_2 é tal que

a) $x_2=\frac{S_1+x_1}{S_2+x_2}\cdot x_1$.

b) $x_2=\frac{S_2+x_2}{S_1+x_1}\,.\,(x_1+x_2)$.

c) $x_2 = \frac{S_1}{S_2} \cdot x_1$.

d) $x_2 = \frac{S_2}{S_1} \cdot x_1$.

e) $x_2 = \frac{S_1+x_1}{S_2+x_2} \,.\, (x_1 + x_2)$.

Comentários:

O **total de descontos** é **<u>diretamente proporcional</u>** ao valor do **salário bruto**. Logo:

$$\frac{\text{descontos}}{\text{salário bruto}} = k$$

Note que o **salário bruto** corresponde ao **salário líquido** **somado** aos **descontos**.

- Para o funcionário F_1, temos o desconto x_1 e o **salário bruto** $\boldsymbol{S_1 + x_1}$;
- Para o funcionário F_2, temos o desconto x_2 e o **salário bruto** $\boldsymbol{S_2 + x_2}$.

Logo, temos a seguinte proporção:

$$\frac{x_1}{S_1 + x_1} = \frac{x_2}{S_2 + x_2} = k$$

A partir da primeira igualdade, temos:

$$\frac{x_2}{S_2 + x_2} = \frac{x_1}{S_1 + x_1}$$

Realizando a "**multiplicação cruzada**", temos:

$$x_2 \times (S_1 + x_1) = x_1 \times (S_2 + x_2)$$

$$S_1 x_2 + x_1 x_2 = S_2 x_1 + x_1 x_2$$

$$S_1 x_2 = S_2 x_1$$

$$x_2 = \frac{S_2}{S_1} x_1$$

Gabarito: Letra D.

FGV

18.(FGV/PPBA/2024) Um total de 96 bombons será repartido entre 3 irmãs em quantidades proporcionais a 4, 5 e 7.

Comparada àquela que recebeu a menor quantidade, a irmã que recebeu a maior quantidade terá

a) 6 bombons a mais.

b) 12 bombons a mais.

c) 15 bombons a mais

d) 16 bombons a mais.

e) 18 bombons a mais.

Comentários:

Queremos dividir 96 bombons em partes diretamente proporcionais a 4, 5 e 7. Suponha que essas partes sejam, respectivamente, a, b e c. Nesse caso:

$$\frac{a}{4} = \frac{b}{5} = \frac{c}{7} = k$$

Sabemos que a soma das partes corresponde aos 96 bombons. Logo, $a + b + c = 96$.

Aplicando a "**propriedade fundamental da soma**" na proporção anterior, temos:

$$\frac{a}{4} = \frac{b}{5} = \frac{c}{7} = \frac{a+b+c}{4+5+7}$$

$$\frac{a}{4} = \frac{b}{5} = \frac{c}{7} = \frac{96}{16}$$

$$\boxed{\frac{a}{4} = \frac{b}{5} = \frac{c}{7} = 6}$$

A **maior quantidade recebida** é aquela que é diretamente proporcional ao maior número (7):

$$\frac{c}{7} = 6 \rightarrow c = 7 \times 6 \rightarrow \boldsymbol{c = 42\ \text{bombons}}$$

A **menor quantidade recebida** é aquela que é diretamente proporcional ao menor número (4):

$$\frac{a}{4} = 6 \rightarrow a = 3 \times 6 \rightarrow \boldsymbol{a = 24\ \text{bombons}}$$

Logo, comparada àquela que recebeu a menor quantidade, a irmã que recebeu a maior quantidade terá 42−24 = **18 bombons a mais**.

Gabarito: letra E.

19.(FGV/ALE TO/2024) As filhas de Nepomuceno têm 5 e 9 anos de idade. Ele dividirá R$420,00 entre elas de forma inversamente proporcional às suas idades.

Logo

a) a mais nova receberá R$120,00 a mais que a mais velha.

b) a mais nova receberá R$150,00 a mais que a mais velha.

c) a mais nova receberá R$270,00 a mais que a mais velha.

d) a mais velha receberá R$120,00 a mais que a mais nova.

e) a mais velha receberá R$150,00 a mais que a mais nova.

Comentários:

Devemos **dividir R$420,00** em partes **inversamente proporcionais** às **idades das filhas**, **5 e 9 anos**. Suponha que essas partes sejam, **respectivamente**, $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$. Nesse caso:

$$\frac{a}{\frac{1}{5}} = \frac{b}{\frac{1}{9}} = k$$

A soma das partes totaliza R$420,00. Logo, $a + b = 420$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma"** na proporção$\frac{a}{\frac{1}{5}} = \frac{b}{\frac{1}{9}} = k$, temos:

$$\frac{a}{\frac{1}{5}} = \frac{b}{\frac{1}{9}} = \frac{a+b}{\frac{1}{5}+\frac{1}{9}}$$

$$5a = 9b = \frac{420}{\frac{9+5}{45}}$$

$$5a = 9b = \frac{420}{\frac{14}{45}}$$

$$5a = 9b = 420 \times \frac{45}{14}$$

$$5a = 9b = 30 \times \frac{45}{1}$$

$$\boxed{5a = 9b = 1350}$$

Portanto, as partes recebidas são tais que:

$$5a = 1350 \rightarrow a = \frac{1350}{5} \rightarrow a = \text{R\$ } 270{,}00$$

$$9b = 1350 \rightarrow b = \frac{1350}{9} \rightarrow b = \text{R\$ } 150{,}00$$

Logo, a filha mais nova recebeu a = R$270,00 e a filha mais velha recebeu b = R$ 150,00. Portanto, é correto afirmar que **a mais nova receberá 270−150 = R$120,00 a mais que a mais velha**.

Gabarito: Letra A.

20.(FGV/SEFAZ-MG/2023) Uma grandeza A é diretamente proporcional à grandeza B que, por sua vez, é inversamente proporcional ao quadrado da grandeza C.

Quando A = 12, tem-se B = 4 e C = 6.

Quando C = 4, o valor de A é

a) 144.

b) 72.

c) 27.

d) 18.

e) 12.

Comentários:

Sabemos que a grandeza A é diretamente proporcional à grandeza B. Logo, sendo k_1 uma constante de proporcionalidade, temos:

$$\frac{A}{B} = k_1$$

Além disso, a grandeza B é inversamente proporcional ao quadrado da grandeza C Logo, sendo k_2 uma constante de proporcionalidade, temos:

$$\frac{B}{\frac{1}{C^2}} = k_2$$

$$BC^2 = k_2$$

Quando $A = 12$, tem-se $B = 4$ e $C = 6$. Logo:

$$\frac{A}{B} = k_1 \rightarrow \frac{12}{4} = k_1 \rightarrow \boldsymbol{k_1 = 3}$$

$$BC^2 = k_2 \rightarrow 4 \times 6^2 = k_2 \rightarrow \boldsymbol{k_2 = 144}$$

A questão pergunta pelo valor de A quando $C = 4$. Para obter o valor de A, vamos utilizar os valores das constantes obtidas.

$$BC^2 = k_2 \rightarrow B \times 4^2 = 144 \rightarrow B = \frac{144}{16} \rightarrow \boldsymbol{B = 9}$$

$$\frac{A}{B} = k_1 \rightarrow \frac{A}{9} = 3 \rightarrow \boldsymbol{A = 27}$$

Logo, quando $C = 4$, **o valor de A é 27**.

Gabarito: Letra C.

21.(FGV/CM Taubaté/2022) Sobre 3 grandezas X, Y e Z sabe-se que X é diretamente proporcional a Y e que Z é inversamente proporcional a X.

Quando Y = 3, tem-se X = 6 e Z = 1/2.

Quando X = 3, o valor de Y + Z é

a) 5/2.

b) 3/2.

c) 4.

d) 4/3.

e) 7/3.

Comentários:

Sabemos que a grandeza X é diretamente proporcional à grandeza Y. Logo, sendo k_1 uma constante de proporcionalidade, temos:

$$\frac{X}{Y} = k_1$$

Além disso, a grandeza Z é inversamente proporcional à grandeza X. Logo, sendo k_2 uma constante de proporcionalidade, temos:

$$ZX = k_2$$

Quando $Y = 3$, tem-se $X = 6$ e $z = 1/2$. Logo:

$$\frac{X}{Y} = k_1 \rightarrow \frac{6}{\mathbf{3}} = k_1 \rightarrow \boldsymbol{k_1 = 2}$$

$$ZX = k_2 \rightarrow \frac{1}{2} \times 6 = k_2 \rightarrow \boldsymbol{k_2 = 3}$$

Devemos determinar o valor de $Y + Z$ para o caso em que $X = 3$.

$$\frac{X}{Y} = k_1 \to \frac{3}{Y} = 2 \to Y = \frac{3}{2}$$

$$ZX = k_2 \ \to Z \times 3 = 3 \to Z = 1$$

Logo, **para $X = 3$**, temos:

$$Y + Z = \frac{3}{2} + 1$$

$$= \frac{3+2}{2}$$

$$= \frac{5}{2}$$

Gabarito: Letra A.

22.(FGV/TRT-PB/2022) Uma distribuidora de produtos químicos recebeu 1600 litros de certo composto e deve distribuir toda essa quantidade entre 5 laboratórios em partes proporcionais aos números 3, 4, 5, 6 e 7.

O laboratório que receber a menor quantidade receberá

a) 190 litros.

b) 192 litros.

c) 194 litros.

d) 196 litros.

e) 198 litros.

Comentários:

Os 1.600 litros do composto foram divididos em partes proporcionais a 3, 4, 5, 6 e 7. Se as partes forem respectivamente a, b, c, d e e, então:

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} = \frac{d}{6} = \frac{e}{7} = k$$

A soma das partes totaliza 1.600 litros. Logo, $a + b + c + d + e = 1.600$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma"** na proporção $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} = \frac{d}{6} = \frac{e}{7}$, temos:

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} = \frac{d}{6} = \frac{e}{7} = \frac{a+b+c+d+e}{3+4+5+6+7}$$

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} = \frac{d}{6} = \frac{e}{7} = \frac{1.600}{25}$$

$$\boxed{\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} = \frac{d}{6} = \frac{e}{7} = 64}$$

O laboratório que irá receber a menor parte é aquele que receberá uma quantidade de litros diretamente proporcional a 3. Logo:

$$\frac{a}{3} = 64$$

$$a = 3 \times 64$$

$$a = 192 \text{ litros}$$

Gabarito: Letra B.

23.(FGV/TRT MA/2022) Uma empresa de engenharia está realizando as obras X, Y e Z. Foram comprados 360 sacos de cimento que deverão ser repartidos entre as obras X, Y e Z em partes proporcionais aos números 4, 7 e 9, respectivamente.

O número de sacos de cimento que a obra Y receberá é

a) 108.

b) 112.

c) 120.

d) 126.

e) 144.

Comentários:

Devemos dividir 360 sacos em partes diretamente proporcionais a 4, 7 e 9. Suponha que essas partes correspondentes às obras X, Y e Z sejam, respectivamente, x, y e z. Nesse caso:

$$\frac{x}{4} = \frac{y}{7} = \frac{z}{9} = k$$

A soma das partes totaliza 360 sacos. Logo, $x + y + z = 360$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma**" na proporção $\frac{x}{4} = \frac{y}{7} = \frac{z}{9} = k$, temos:

$$\frac{x}{4} = \frac{y}{7} = \frac{z}{9} = \frac{x + y + z}{4 + 7 + 9}$$

$$\frac{x}{4} = \frac{y}{7} = \frac{z}{9} = \frac{360}{20}$$

$$\boxed{\frac{x}{4} = \frac{y}{7} = \frac{z}{9} = 18}$$

O número de sacos de cimento que a obra Y receberá é:

$$\frac{y}{7} = 18$$

$$y = 18 \times 7$$

$$y = 126$$

Gabarito: Letra D.

24.(FGV/TRT MA/2022) Um terreno de 1280 m² foi dividido em 3 partes, proporcionais aos números: 2, 5/2 e 7/2.

A área da maior parte, em m², é

a) 400.

b) 440.

c) 480.

d) 520.

e) 560.

Comentários:

Devemos dividir 1280 m² em partes diretamente proporcionais a 2, 5/2 e 7/2. Suponha que essas partes sejam, respectivamente, a, b e c. Nesse caso:

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{\frac{5}{2}} = \frac{c}{\frac{7}{2}} = k$$

A soma das partes totaliza 1280 m². Logo, $a + b + c = 1280$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma"** na proporção $\frac{a}{2} = \frac{b}{\frac{5}{2}} = \frac{c}{\frac{7}{2}} = k$, temos:

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{\frac{5}{2}} = \frac{c}{\frac{7}{2}} = \frac{a + b + c}{2 + \frac{5}{2} + \frac{7}{2}}$$

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{\frac{5}{2}} = \frac{c}{\frac{7}{2}} = \frac{1280}{\frac{4+5+7}{2}}$$

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{\frac{5}{2}} = \frac{c}{\frac{7}{2}} = \frac{1280}{\frac{16}{2}}$$

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{\frac{5}{2}} = \frac{c}{\frac{7}{2}} = \frac{1280}{8}$$

$$\boxed{\frac{a}{2} = \frac{b}{\frac{5}{2}} = \frac{c}{\frac{7}{2}} = 160}$$

Como estamos dividindo em partes diretamente proporcionais, a parte de maior área será a parte correspondente a 7/2, pois esse número é o maior entre 2, 5/2 e 7/2. Logo, a parte de maior área é c. Temos:

$$\frac{c}{\frac{7}{2}} = 160$$

$$c = 160 \times \frac{7}{2}$$

$$c = 560 \text{ m}^2$$

Gabarito: Letra E.

25. (FGV/BANESTES/2018) Em um terminal de autoatendimento bancário há apenas cédulas de R$ 10,00, R$ 20,00 e R$ 50,00.

As quantidades de cada um dos três tipos de cédula na máquina são inversamente proporcionais aos seus valores.

Se há 272 cédulas ao todo, então a quantidade total de dinheiro armazenado no terminal é:

a) R$ 3.600,00;

b) R$ 3.960,00;

c) R$ 4.050,00;

d) R$ 4.240,00;

e) R$ 4.800,00.

Comentários:

Considere que temos N_{10} cédulas de 10 reais, N_{20} cédulas de 20 reais e N_{50} cédulas de 50 reais.

As quantidades de cada um dos três tipos de cédula na máquina são inversamente proporcionais aos seus valores. Logo:

$$\frac{N_{10}}{\frac{1}{10}} = \frac{N_{20}}{\frac{1}{20}} = \frac{N_{50}}{\frac{1}{50}} = k$$

O total de cédulas é 272. Logo, $N_{10} + N_{20} + N_{50} = 272$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma**" na proporção $\frac{N_{10}}{\frac{1}{10}} = \frac{N_{20}}{\frac{1}{20}} = \frac{N_{50}}{\frac{1}{50}}$, temos:

$$\frac{N_{10}}{\frac{1}{10}} = \frac{N_{20}}{\frac{1}{20}} = \frac{N_{50}}{\frac{1}{50}} = \frac{N_{10} + N_{20} + N_{50}}{\frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{50}}$$

$$10N_{10} = 20N_{20} = 50N_{50} = \frac{272}{\frac{10+5+2}{100}}$$

$$10N_{10} = 20N_{20} = 50N_{50} = \frac{272}{\frac{17}{100}}$$

$$10N_{10} = 20N_{20} = 50N_{50} = 272 \times \frac{100}{17}$$

$$\boxed{10N_{10} = 20N_{20} = 50N_{50} = 1600}$$

O número de cédulas de cada tipo é:

$$10N_{10} = 1600 \ \rightarrow N_{10} = \frac{1600}{10} \rightarrow N_{10} = 160$$

$$20N_{20} = 1600 \ \rightarrow N_{20} = \frac{1600}{20} \rightarrow N_{20} = 80$$

$$50N_{50} = 1600 \ \rightarrow N_{50} = \frac{1600}{50} \rightarrow N_{50} = 32$$

A quantidade total de dinheiro armazenado é:

$$10 \times N_{10} + 20 \times N_{20} + 50 \times N_{50}$$

$$= 10 \times 160 + 20 \times 80 + 50 \times 32$$

$$= 1.600 + 1.600 + 1.600$$

$$= R\$\ 4.800$$

Gabarito: Letra E.

Cebraspe

26.(CEBRASPE/CAGEPA/2024) O volume de água V a ser distribuído para as cidades de João Pessoa, Campina Grande e Patos é proporcional à população de cada cidade. Nesse caso, se a população de Campina Grande for metade da população de João Pessoa e a população de Patos for 4 vezes menor que a população de Campina Grande, então o volume de água que deverá ser destinado à cidade de Campina Grande será de

a) $\frac{1}{2}V$

b) $\frac{4}{13}V$

c) $\frac{1}{4}V$

d) $\frac{8}{13}V$

e) $\frac{1}{13}V$

Comentários:

Inicialmente, **vamos escrever as populações das cidades em termos de uma única incógnita x**.

Considere que **a população de Campina Grande é x**.

Segundo o problema, **a população de Campina Grande é metade da população de João Pessoa**. Logo, a população de João Pessoa é o dobro da população de Campina Grande. Portanto, **a população de João Pessoa é $2x$**.

Além disso, **a população de Patos é 4 vezes menor que a população de Campina Grande**. Portanto, **a população de Patos é $x/4$**.

Agora que temos as populações das três cidades, podemos realizar a divisão proporcional.

Suponha que o **volume de água** distribuído para as cidades de **João Pessoa**, **Campina Grande** e **Patos** é, respectivamente, V_{jp}, V_{cg} e V_p.

Sabemos que a soma dos volumes distribuídos para as três cidades corresponde a V. Logo:

$$V_{jp} + V_{cg} + V_p = V$$

Além disso, o volume de água a ser distribuído para as cidades é proporcional à população de cada cidade. Logo, sendo k uma constante de proporcionalidade, temos:

$$\frac{V_{jp}}{2x} = \frac{V_{cg}}{x} = \frac{V_p}{\frac{x}{4}} = k$$

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma**", temos:

$$\frac{V_{jp}}{2x} = \frac{V_{cg}}{x} = \frac{V_p}{\frac{x}{4}} = \frac{V_{jp} + V_{cg} + V_p}{2x + x + \frac{x}{4}}$$

$$\frac{V_{jp}}{2x} = \frac{V_{cg}}{x} = \frac{V_p}{\frac{x}{4}} = \frac{V}{\frac{8x + 4x + x}{4}}$$

$$\frac{V_{jp}}{2x} = \frac{V_{cg}}{x} = \frac{V_p}{\frac{x}{4}} = \frac{V}{\frac{13x}{4}}$$

Queremos obter o volume destinado à cidade de Campina Grande. Da igualdade anterior, temos:

$$\frac{V_{cg}}{x} = \frac{V}{\frac{13x}{4}}$$

$$\frac{V_{cg}}{x} = V \times \frac{4}{13x}$$

$$V_{cg} = V \times \frac{4}{13x} \times x$$

$$V_{cg} = \frac{4V}{13}$$

Logo, **o volume de água que deverá ser destinado à cidade de Campina Grande será de $\frac{4}{13}V$**.

Gabarito: Letra B.

Texto para as próximas questões

grupo muscular	exercício	carga (kg)	número de repetições
ombro	supino sentado	18	60
bíceps	rosca martelo	20	50
peito	supino com barra	22	45

Suponha que, ao planejar uma série de exercícios de musculação para o mês, uma pessoa tenha organizado a tabela anterior. Com base nessa situação hipotética, julgue os itens a seguir, considerando que somente sejam realizados os exercícios mencionados na tabela e desprezando eventuais perdas de tempo.

27. (CEBRASPE/SEPLAG CE/2024) A partir dos dados da tabela, infere-se que as grandezas carga e número de repetições são, tecnicamente falando, inversamente proporcionais.

28.(CEBRASPE/SEPLAG CE/2024) Considerando-se que o tempo total de treino seja proporcional ao número de repetições, se a pessoa demorar 15 minutos fazendo o exercício supino com barra, então o tempo total de treino será superior a uma hora.

Comentários:

Questão 27

Note que:

- Para a **grandeza "carga"**, temos a seguinte sequência de valores: $(x_1, x_2, x_3) = (18, 20, 22)$; e
- Já para a **grandeza** "**número de repetições**", temos a seguinte sequência de valores: $(y_1, y_2, y_3) = (60, 50, 45)$.

As duas sequências só serão inversamente proporcionais se o produto das grandezas for igual a uma constante k. Em outras palavras, as duas grandezas serão inversamente proporcionais se:

$$x_1 \times y_1 = x_2 \times y_2 = x_3 \times y_3 = k$$

Observe que **o produto das grandezas não é constante**, pois:

- $x_1 \times y_1 = 18 \times 60 = 1.080;$
- $x_2 \times y_2 = 20 \times 50 = 1.000;$ e
- $x_3 \times y_3 = 22 \times 45 = 990.$

Logo, as grandezas **não são inversamente proporcionais**. O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Questão 28

Sabemos que o tempo de treino é **diretamente proporcional** ao número de repetições. Logo, sendo k uma constante de proporcionalidade, temos:

$$\frac{\text{Tempo}}{\text{Número de repetições}} = k$$

Sabemos que a pessoa demora **15 minutos** fazendo o exercício **supino com barra**. Para esse exercício, temos **45 repetições**. Logo:

$$\frac{15}{45} = k$$

$$k = \frac{1}{3}$$

Para o **supino sentado**, temos **60 repetições**. Sendo T_{SS} o tempo necessário para realizar esse exercício, temos:

$$\frac{\text{Tempo}}{\text{Número de repetições}} = k$$

$$\frac{\mathrm{T}_{\mathrm{SS}}}{60} = \frac{1}{3}$$

$$T_{SS} = \frac{60}{3}$$

$$\boldsymbol{T_{SS} = 20\ \mathrm{min}}$$

Para a **rosca martelo**, temos **50 repetições**. Sendo T_{RM} o tempo necessário para realizar esse exercício, temos:

$$\frac{\text{Tempo}}{\text{Número de repetições}} = k$$

$$\frac{\mathrm{T}_{\mathrm{RM}}}{50} = \frac{1}{3}$$

$$T_{RM} = \frac{50}{3}$$

$$\boldsymbol{T_{RM} \cong 16{,}67\ \mathrm{min}}$$

Logo, o tempo total de treino será:

$$15 + 20 + 16{,}67$$

$$= 51{,}67\ \mathrm{min}$$

Observe que o tempo é **inferior a uma hora**. O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Gabarito: 27 - ERRADO. 28 – ERRADO.

29.(CEBRASPE/CNJ/2024)

funcionário	tempo de serviço (anos)
Paulo	2
Marco	4
Sabrina	8
Evandro	10
Fabiana	12
Alice	14

Na tabela precedente, é apresentado o tempo de serviço, em anos, de seis funcionários de determinada empresa. A título de bônus de fim de ano, serão distribuídos entre esses funcionários R$ 12.000, valor

que será repartido de forma que cada funcionário receba um valor diretamente proporcional ao respectivo tempo de serviço.

Com base nessas informações, julgue o item a seguir.

Evandro deverá receber de bônus um valor superior a R$ 2.000.

Comentários:

Sabemos que a quantia de **R$ 12.000** será distribuída em partes diretamente proporcionais aos tempos de serviço dos funcionários.

Considere que os valores recebidos por **Paulo**, **Marco**, **Sabrina**, **Evandro**, **Fabiana** e **Alice** são, respectivamente, $\boldsymbol{p}$, $\boldsymbol{m}$, $\boldsymbol{s}$, $\boldsymbol{e}$, $\boldsymbol{f}$ e $\boldsymbol{a}$. Nesse caso, temos:

$$\frac{p}{2}=\frac{m}{4}=\frac{s}{8}=\frac{e}{10}=\frac{f}{12}=\frac{a}{14}=k$$

A soma das quantias que cada um recebeu totaliza **R$ 12.000**. Logo, $p+m+s+e+f+a=12.000$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma**" na proporção $\frac{p}{2}=\frac{m}{4}=\frac{s}{8}=\frac{e}{10}=\frac{f}{12}=\frac{a}{14}=k$, temos:

$$\frac{p}{2}=\frac{m}{4}=\frac{s}{8}=\frac{e}{10}=\frac{f}{12}=\frac{a}{14}=\frac{p+m+s+e+f+a}{2+4+8+10+12+14}$$

$$\frac{p}{2}=\frac{m}{4}=\frac{s}{8}=\frac{e}{10}=\frac{f}{12}=\frac{a}{14}=\frac{12.000}{50}$$

$$\boxed{\frac{p}{2}=\frac{m}{4}=\frac{s}{8}=\frac{e}{10}=\frac{f}{12}=\frac{a}{14}=240}$$

Logo, o bônus recebido por Evandro é:

$$\frac{e}{10}=240 \rightarrow e=10\times 240 \rightarrow \boldsymbol{e=\text{R\$ }2.400}$$

Portanto, Evandro deverá receber de bônus um valor **superior a R$ 2.000**.

Gabarito: CERTO.

30.(CEBRASPE/CAGE RS/2018) João, Pedro e Tiago, três investidores amadores, animados com a popularização das criptomoedas, investiram 12, 14 e 24 mil reais, respectivamente, em moeda virtual. Após uma semana do investimento, eles perceberam que o prejuízo acumulado, que era de 8 mil reais, deveria ser dividido entre os três, em proporção direta aos valores investidos.

Nessa situação, em caso de desistência do investimento após a constatação do prejuízo, João, Pedro e Tiago receberão, respectivamente, as quantias, em reais, de

a) 9.340, 11.340 e 21.340.

b) 10.080, 11.760 e 20.160.

c) 11.920, 13.240 e 22.840.

d) 2.660, 2.660 e 2.660.

e) 1.920, 2.240 e 3.840.

Comentários:

Suponha que o prejuízo absorvido é j para João, p para Pedro e t para Tiago.

Como o prejuízo foi dividido em partes diretamente proporcionais ao capital investido por João, Pedro e Tiago, temos:

$$\frac{j}{12.000} = \frac{p}{14.000} = \frac{t}{24.000} = k$$

A soma dos prejuízos é R$ 8.000. Logo, $j + p + t = 8.000$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma"** na proporção $\frac{j}{12.000} = \frac{p}{14.000} = \frac{t}{24.000}$, temos:

$$\frac{j}{12.000} = \frac{p}{14.000} = \frac{t}{24.000} = \frac{j + p + t}{12.000 + 14.000 + 24.000}$$

$$\frac{j}{12.000} = \frac{p}{14.000} = \frac{t}{24.000} = \frac{8.000}{50.000}$$

$$\boxed{\frac{j}{12.000} = \frac{p}{14.000} = \frac{t}{24.000} = \frac{4}{25}}$$

Logo, os prejuízos absorvidos por João, Pedro e Tiago são:

$$\frac{j}{12.000} = \frac{4}{25} \rightarrow j = \frac{4 \times 12.000}{25} \rightarrow j = 1.920$$

$$\frac{p}{14.000} = \frac{4}{25} \rightarrow p = \frac{4 \times 14.000}{25} \rightarrow p = 2.240$$

$$\frac{t}{24.000} = \frac{4}{25} \rightarrow t = \frac{4 \times 24.000}{25} \rightarrow t = 3.840$$

Observe que a questão pergunta o valor dos investimentos após a constatação dos prejuízos. Temos:

- **João**: $12.000 - 1.920 = 10.080$;
- **Pedro:** $14.000 - 2.240 = 11.760$;
- **Tiago:** $24.000 - 3.840 = 20.160$.

O **gabarito**, portanto, é a **letra B**: **10.080**, **11.760** e **20.160**.

Gabarito: Letra B.

31. (CEBRASPE/IFF/2018) A quantia de R$ 360.000 deverá ser repassada às escolas A, B e C para complemento da merenda escolar. A distribuição será em partes diretamente proporcionais às quantidades de alunos de cada escola. Sabe-se que a escola A tem 20% a mais de alunos que a escola B e que a escola C tem 20% a menos de alunos que a escola B. Nesse caso, a escola A deverá receber

a) R$ 140.000.

b) R$ 144.000.

c) R$ 168.000.

d) R$ 192.000.

e) R$ 216.000.

Comentários:

Suponha que os valores recebidos pelas escolas A, B e C são, respectivamente, a, b e c.

Considerando que a escola B tem $\boldsymbol{x}$ **alunos**, temos que:

- A escola A tem 20% a mais de alunos que a escola B: 1,2 x alunos.
- A escola C tem 20% a menos de alunos que a escola B: 0,8x alunos.

Como o valor total foi dividido em partes diretamente proporcionais às quantidades de alunos de cada escola, temos:

$$\frac{a}{1{,}2x} = \frac{b}{x} = \frac{c}{0{,}8x} = k$$

Podemos simplificar o valor x das proporções em $\frac{a}{1{,}2x} = \frac{b}{x} = \frac{c}{0{,}8x}$. Ficamos com:

$$\frac{a}{1{,}2} = \frac{b}{1} = \frac{c}{0{,}8}$$

A soma dos valores recebidos pelas escolas é R$ 360.000. Logo, $a + b + c = 360.000$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma"** na proporção $\frac{a}{1{,}2} = \frac{b}{1} = \frac{c}{0{,}8}$, temos:

$$\frac{a}{1{,}2} = \frac{b}{1} = \frac{c}{0{,}8} = \frac{a+b+c}{1{,}2+1+0{,}8}$$

$$\frac{a}{1{,}2} = \frac{b}{1} = \frac{c}{0{,}8} = \frac{360.000}{3}$$

$$\boxed{\frac{a}{1{,}2} = \frac{b}{1} = \frac{c}{0{,}8} = 120.000}$$

O valor recebido pela escola A (a) é:

$$\frac{a}{1{,}2} = 120.000$$

$$a = R\$\ 144.000$$

Gabarito: Letra B.

32.(CEBRASPE/FUB/2018) A respeito de razões, proporções e inequações, julgue o item seguinte.

Situação hipotética: Vanda, Sandra e Maura receberam R$ 7.900 do gerente do departamento onde trabalham, para ser divido entre elas, de forma inversamente proporcional a 1/6, 2/9 e 3/8, respectivamente.

Assertiva: Nessa situação, Sandra deverá receber menos de R$ 2.500.

Comentários:

Suponha **Vanda**, **Sandra** e **Maura** receberão, respectivamente, $\boldsymbol{v}$**,** $\boldsymbol{s}$ e $\boldsymbol{m}$. Essas partes em que a quantia total é repartida são inversamente proporcionais a, respectivamente, **1/6, 2/9 e 3/8**. Temos a seguinte proporção:

$$\frac{v}{\frac{1}{1/6}} = \frac{s}{\frac{1}{2/9}} = \frac{m}{\frac{1}{3/8}} = k$$

$$\frac{v}{6} = \frac{s}{\frac{9}{2}} = \frac{m}{\frac{8}{3}} = k$$

Sabemos que a soma das partes totaliza R$ 7.900. Logo, $v + s + m = 7.900$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma**" na proporção $\frac{v}{6} = \frac{s}{\frac{9}{2}} = \frac{m}{\frac{8}{3}}$, temos:

$$\frac{v}{6} = \frac{s}{\frac{9}{2}} = \frac{m}{\frac{8}{3}} = \frac{v + s + m}{6 + \frac{9}{2} + \frac{8}{3}}$$

$$\frac{v}{6} = \frac{s}{\frac{9}{2}} = \frac{m}{\frac{8}{3}} = \frac{7.900}{\frac{36 + 27 + 16}{6}}$$

$$\frac{v}{6} = \frac{s}{\frac{9}{2}} = \frac{m}{\frac{8}{3}} = \frac{7.900}{\frac{36 + 27 + 16}{6}}$$

$$\frac{v}{6} = \frac{s}{\frac{9}{2}} = \frac{m}{\frac{8}{3}} = \frac{7.900}{\frac{79}{6}}$$

$$\frac{v}{6} = \frac{s}{\frac{9}{2}} = \frac{m}{\frac{8}{3}} = \frac{7.900}{79} \times 6$$

$$\boxed{\frac{v}{6} = \frac{s}{\frac{9}{2}} = \frac{m}{\frac{8}{3}} = 600}$$

O valor que **Sandra** receberá é:

$$\frac{s}{\frac{9}{2}} = 600$$

$$s = 600 \times \frac{9}{2}$$

$$s = R\$\ 2.700$$

Gabarito: ERRADO.

33.(CEBRASPE/SEDF/2017) No item a seguir, é apresentada uma situação hipotética seguida de uma assertiva a ser julgada, a respeito de juros, divisão proporcional e regra de três.

Um empresário dividiu, entre três de seus empregados, a quantia de R$ 6.600,00 em partes inversamente proporcionais a 2, 5 e 8.

Nesse caso, todos os valores nessa partilha são maiores que R$ 1.100,00.

Comentários:

Suponha que o dinheiro será repartido nas partes a, b e c de modo inversamente proporcional a, respectivamente, 2, 5 e 8. Temos a seguinte proporção:

$$\frac{a}{\frac{1}{2}} = \frac{b}{\frac{1}{5}} = \frac{c}{\frac{1}{8}} = k$$

Sabemos que a soma das partes totaliza R$ 6.600. Logo, $a + b + c = 6.600$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma**" na proporção $\frac{a}{\frac{1}{2}} = \frac{b}{\frac{1}{5}} = \frac{c}{\frac{1}{8}}$, temos:

$$\frac{a}{\frac{1}{2}} = \frac{b}{\frac{1}{5}} = \frac{c}{\frac{1}{8}} = \frac{a + b + c}{\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{8}}$$

$$\frac{a}{\frac{1}{2}} = \frac{b}{\frac{1}{5}} = \frac{c}{\frac{1}{8}} = \frac{6.600}{\frac{20 + 8 + 5}{40}}$$

$$2a = 5b = 8c = \frac{6.600}{\frac{33}{40}}$$

$$2a = 5b = 8c = \frac{6600}{33} \times 40$$

$$\boxed{2a = 5b = 8c = 8.000}$$

O menor valor recebido será c, pois este valor é inversamente proporcional ao maior número apresentado. Temos que:

$$8c = 8.000$$

$$c = R\$\ 1.000$$

Gabarito: ERRADO.

34. (CEBRASPE/IBAMA/2012) Um órgão de controle, ao aplicar sanções contra empresas petroleiras cujas atividades resultem em agressão ao meio ambiente, determina o valor da multa, em reais, de modo proporcional ao volume de petróleo derramado, em barris, ao tempo de duração do derramamento, em semanas, e à área da região afetada, em quilômetros quadrados. Assim, se determinada empresa petroleira deixar vazar, por três semanas, quatro mil barris de petróleo bruto, causando a contaminação de 950 km2 de superfície marítima, será, em decorrência disso, multada em R$ 5.000.000,00. Com base nessas informações, julgue o item seguinte.

Caso, depois de estancado um vazamento, o petróleo derramado avance por uma área correspondente a 10% da área inicialmente afetada, o valor da multa recebida pela empresa aumentará 10% em relação ao valor que seria estabelecido no momento do estanque.

Comentários:

O **valor da multa** é diretamente proporcional ao **volume de petróleo** derramado, ao **tempo de duração** do derramamento e à **área da região afetada**. Nesse caso:

$$\frac{(\text{Multa})}{(\text{Volume}) \times (\text{Tempo}) \times (\text{Área})} = k$$

Suponha que inicialmente temos um **valor de multa** M_1 ocasionada por um **volume de petróleo** V_1 com um **tempo de derramamento** t_1 em uma **área** A_1. Caso, **depois de estancado o vazamento**, a área afetada aumente em 10%, temos, em um segundo momento:

- Uma **multa** M_2, que queremos determinar;
- Um **volume de petróleo** $V_2 = V_1$, pois o **derramamento foi estancado**;
- Um **tempo de derramamento** $t_2 = t_1$, pois o **derramamento foi estancado**; e

- Uma área afetada $A_2 = 1{,}1A_1$, pois a área aumentou em 10%.

Nesse caso, temos:

$$\frac{M_1}{V_1 \times t_1 \times A_1} = \frac{M_2}{V_2 \times t_2 \times A_2} = k$$

$$\frac{M_1}{V_1 \times t_1 \times A_1} = \frac{M_2}{V_1 \times t_1 \times 1{,}1A_1}$$

Simplificando V_1, t_1 e A_1, temos:

$$M_1 = \frac{M_2}{1{,}1} \rightarrow M_2 = 1{,}1M_1$$

Logo, o **novo valor de multa (M_2) aumentará em 10%** com relação ao valor que seria estabelecido no momento do estanque (M_1)

Gabarito: CERTO.

FCC

35.(FCC/TRT 22/2022) Alberto tem 25 anos, Breno 40 anos e Carlos 35 anos. Os três trabalham como garçons em um restaurante e decidiram dividir entre eles o valor total das gorjetas. Alberto, que trabalha no restaurante há apenas 5 meses, propôs dividir o total das gorjetas proporcionalmente à idade de cada um, mas Carlos, que trabalha há 1 ano e 3 meses, discorda e propõe que a divisão seja proporcional ao tempo de serviço de cada um no restaurante. Breno, com 1 ano e 8 meses no restaurante foi convidado a desempatar e decidiu que o valor total fosse dividido proporcionalmente ao tempo de serviço. Com um valor total de gorjetas de R$ 1.200,00 e considerando as duas propostas, Alberto deixou de ganhar, em reais,

a) 100,00.

b) 250,00.

c) 30,00.

d) 150,00.

e) 300,00.

Comentários:

Segundo o enunciado:

- Alberto tem **25 anos** e **5 meses** de serviço;
- Breno tem **40 anos** e 1×12+8 = **20 meses** de serviço;
- Carlos tem **35 anos** e 1×12+3= **15 meses** de serviço.

Além disso, sabemos que o **total de gorjetas** a ser dividido é **R$ 1.2000,00**.

—

Primeiramente, vamos obter o valor que Alberto ganharia caso a divisão fosse feita em **partes diretamente proporcionais à idade**.

Suponha que os valores recebidos por Alberto, Breno e Carlos sejam, respectivamente, a_1, b_1 e c_1. Nesse caso, sendo a divisão feita em partes diretamente proporcionais às idades 25, 40, 35, temos:

$$\frac{a_1}{25} = \frac{b_1}{40} = \frac{c_1}{35} = k$$

A soma das partes totaliza 1.200 reais. Logo, $a_1 + b_1 + c_1 = 1.200$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma"** na proporção $\frac{a_1}{25} = \frac{b_1}{40} = \frac{c_1}{35}$, temos:

$$\frac{a_1}{25} = \frac{b_1}{40} = \frac{c_1}{35} = \frac{a_1 + b_1 + c_1}{25 + 40 + 35}$$

$$\frac{a_1}{25} = \frac{b_1}{40} = \frac{c_1}{35} = \frac{1.200}{100}$$

$$\boxed{\frac{a_1}{25} = \frac{b_1}{40} = \frac{c_1}{35} = 12}$$

Logo, se a divisão fosse feita em partes diretamente proporcionais à idade, Alberto receberia a seguinte quantia:

$$\frac{a_1}{25} = 12$$

$$a_1 = \text{R\$ } 300{,}00$$

—

Nesse momento, vamos obter o valor que Alberto ganharia caso a divisão fosse feita em **partes diretamente proporcionais ao tempo de serviço**.

Suponha que os valores recebidos por Alberto, Breno e Carlos sejam, respectivamente, a_2, b_2 e c_2. Nesse caso, sendo a divisão feita em partes diretamente proporcionais aos tempos em meses 5, 20, 15, temos:

$$\frac{a_2}{5} = \frac{b_2}{20} = \frac{c_2}{15} = k$$

A soma das partes totaliza 1.200 reais. Logo, $a_2 + b_2 + c_2 = 1.200$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma"** na proporção $\frac{a_2}{5} = \frac{b_2}{20} = \frac{c_2}{15}$, temos:

$$\frac{a_2}{5} = \frac{b_2}{20} = \frac{c_2}{15} = \frac{a_2 + b_2 + c_2}{5 + 20 + 15}$$

$$\frac{a_2}{5} = \frac{b_2}{20} = \frac{c_2}{15} = \frac{1200}{40}$$

$$\boxed{\frac{a_2}{5} = \frac{b_2}{20} = \frac{c_2}{15} = 30}$$

Logo, se a divisão fosse feita em partes diretamente proporcionais ao tempo de serviço, Alberto receberia a seguinte quantia:

$$\frac{a_2}{5} = 30$$

$$a_2 = \text{R\$ } 150{,}00$$

—

Considerando as duas propostas, Alberto deixou de ganhar, em reais, a seguinte quantia:

$$a_1 - a_2 = 300 - 150$$

$$= R\$ \ 150{,}00$$

Gabarito: Letra D.

36. (FCC/TRT 23/2022) Em um processo de partilha de herança entre Ana, Beatriz e Clara, ficou decidido que os valores recebidos serão diretamente proporcionais às suas respectivas idades. Sabe-se que Ana tem o triplo da idade de Clara que, por sua vez, tem a metade da idade de Beatriz. Clara receberá 100 mil reais.

O valor total da herança é de:

a) R$ 700.000,00

b) R$ 400.000,00

c) R$ 600.000,00

d) R$ 900.000,00

e) R$ 500.000,00

Comentários:

Suponha que **Clara** tenha $\boldsymbol{x}$ **anos**. Nesse caso, como Clara tem a metade da idade de Beatriz, temos que Beatriz tem o dobro da idade da Clara. Logo, **Beatriz** tem $\mathbf{2}\boldsymbol{x}$ **anos**. Além disso, como Ana tem o triplo da idade de Clara, **Ana** tem $\mathbf{3}\boldsymbol{x}$ **anos**.

Agora que temos uma relação entre as idades de Ana, Clara e Beatriz, devemos descrever a divisão em partes proporcionais às idades.

Suponha que os valores recebidos por **Ana**, **Beatriz** e **Clara** sejam, respectivamente, $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ e $\boldsymbol{c}$. Como a quantia total da herança foi repartida em partes diretamente proporcionais às idades $\mathbf{3}\boldsymbol{x}$, $\mathbf{2}\boldsymbol{x}$ e $\boldsymbol{x}$, temos:

$$\frac{a}{3x} = \frac{b}{2x} = \frac{c}{x} = k$$

Queremos obter o total da herança (H), que corresponde à soma das partes: $H = a + b + c$.

Utilizando a "**propriedade fundamental da soma"** na proporção $\frac{a}{3x} = \frac{b}{2x} = \frac{c}{x}$, temos:

$$\frac{a}{3x} = \frac{b}{2x} = \frac{c}{x} = \frac{a+b+c}{3x+2x+x}$$

$$\boxed{\frac{a}{3x} = \frac{b}{2x} = \frac{c}{x} = \frac{H}{6x}}$$

Como Clara receberá 100 mil reais, temos que $c = R\$ \ 100.000{,}00$. Logo:

$$\frac{c}{x} = \frac{H}{6x}$$

Simplificando o x, temos:

$$c = \frac{H}{6}$$

$$100.000 = \frac{H}{6}$$

$$H = R\$\ 600.000{,}00$$

Portanto, o valor total da herança é de R$ 600.000,00.

Gabarito: Letra C.

37.(FCC/Pref. Recife/2019) Sabe-se que as sequências S_1 e S_2 abaixo são diretamente proporcionais $(x > 0)$, isto é, a razão entre os elementos correspondentes das duas sequências é constante:

Sequência S_1: $\{4, x, 16, \ldots\}$

Sequência S_2: $\{x, 9, y, \ldots\}$

O valor de y é igual a

a) 15.

b) 9.

c) 12.

d) 6.

e) 24.

Comentários:

Se as duas sequências S_1 e S_2 são proporcionais, então:

$$\frac{4}{x} = \frac{x}{9} = \frac{16}{y} = k$$

Ao realizar a "**multiplicação cruzada**" em $\frac{4}{x} = \frac{x}{9}$, obtemos:

$$x \times x = 4 \times 9$$

$$x^2 = 36$$

$$x = \pm\sqrt{36}$$

$$x = \pm 6$$

Como $x > 0$, temos apenas a possibilidade positiva para x. Portanto, $\boldsymbol{x = 6}$.

Ao realizar a "**multiplicação cruzada**" em $\frac{4}{x} = \frac{16}{y}$, obtemos:

$$\frac{4}{6} = \frac{16}{y}$$

$$4 \times y = 16 \times 6$$

$$y = \frac{16 \times 6}{4}$$

$$y = 24$$

Gabarito: Letra E.

38.(FCC/CL DF/2018) Miguel, Otávio e Pedro foram convocados para realizar um trabalho emergencial. Para recompensá-los posteriormente, decide-se dividir uma quantia em reais entre os 3 em partes diretamente proporcionais ao tempo dedicado de cada um para realizar o trabalho e inversamente proporcionais às respectivas idades. Sabe-se que Miguel dedicou 4 horas para o trabalho e sua idade é igual a 30 anos, Otávio dedicou 8 horas e sua idade é igual a 40 anos e Pedro dedicou 15 horas e sua idade é igual a 60 anos. Se a menor parte correspondente a esta divisão foi de R$ 4.800,00, então a maior parte foi igual a

a) R$ 9.000,00.

b) R$ 6.000,00.

c) R$ 12.000,00.

d) R$ 8.400,00.

e) R$ 7.200,00.

Comentários:

A quantia foi dividida em partes diretamente proporcionais aos tempos dedicados e inversamente proporcionais às idades.

Considere que as partes recebidas por Miguel, Otávio e Pedro são, respectivamente, m, o e p.

"Sabe-se que Miguel dedicou 4 horas para o trabalho e sua idade é igual a 30 anos, Otávio dedicou 8 horas e sua idade é igual a 40 anos e Pedro dedicou 15 horas e sua idade é igual a 60 anos." Logo, temos a seguinte proporção:

$$\frac{m}{4 \times \frac{1}{30}} = \frac{o}{8 \times \frac{1}{40}} = \frac{p}{15 \times \frac{1}{60}} = k$$

$$\boxed{\frac{m}{\frac{2}{15}} = \frac{o}{\frac{1}{5}} = \frac{p}{\frac{1}{4}} = k}$$

Para determinar a quem corresponde a menor parte da divisão, dada por R$ 4.800, devemos determinar qual dos números é o menor:

$$\frac{2}{15}; \frac{1}{5} \text{ ou } \frac{1}{4}$$

Essas frações correspondem, respectivamente, a:

$$0{,}1333\ldots;\ 0{,}2 \text{ e } 0{,}25$$

Logo:

$$\frac{2}{15} < \frac{1}{5} < \frac{1}{4}$$

Isso significa que $\frac{2}{15}$ é menor e, portanto, a menor quantia foi recebida por Miguel (m). Portanto:

$$m = 4.800$$

A proporção fica assim:

$$\boxed{\frac{4.800}{\frac{2}{15}} = \frac{o}{\frac{1}{5}} = \frac{p}{\frac{1}{4}} = k}$$

A questão pergunta qual a maior parte correspondente à divisão. Trata-se de p, pois $\frac{1}{4}$ é a maior das frações.

$$\frac{p}{\frac{1}{4}} = \frac{4.800}{\frac{2}{15}}$$

$$4p = 36.000$$

$$p = 9.000$$

Gabarito: Letra A.

39. (FCC/TRF 3/2016) Uma herança de R$ 82.000,00 será repartida de modo inversamente proporcional às idades, em anos completos, dos três herdeiros. As idades dos herdeiros são: 2, 3 e x anos. Sabe-se que os números que correspondem às idades dos herdeiros são números primos entre si (o maior divisor comum dos três números é o número 1) e que foi R$ 42.000,00 a parte da herança que o herdeiro com 2 anos recebeu. A partir dessas informações o valor de x é igual a

a) 7.

b) 5.

c) 11.

d) 1.

e) 13.

Comentários:

A herança será dividida em partes inversamente proporcionais às idades.

Se as partes que os herdeiros de 2, 3 e x anos receberam foram respectivamente 42.000, b e c, então:

$$\boxed{\frac{42.000}{\frac{1}{2}} = \frac{b}{\frac{1}{3}} = \frac{c}{\frac{1}{x}} = k}$$

Note, portanto, que a constante de proporcionalidade é $k = \frac{42.000}{1/2} = 84.000$. Podemos agora determinar b.

$$\frac{b}{\frac{1}{3}} = k$$

$$3b = 84.000$$

$$b = \frac{84.000}{3}$$

$$b = 28.000$$

O total da herança é dado pela soma das partes:

$$42.000 + b + c = 82.000$$

$$42.000 + 28.000 + c = 82.000$$

$$c = 82.000 - 42.000 - 28.000$$

$$c = 12.000$$

Com o valor de c, podemos determinar x:

$$\frac{c}{\frac{1}{x}} = k$$

$$12.000 \times x = 84.000$$

$$x = \frac{84.000}{12.000} = 7$$

Gabarito: Letra A.

Vunesp

40.(VUNESP/Pref Pindamonhangaba/2023) Uma verba de R$ 200 mil será destinada para a compra de novos computadores, de modo a substituir os computadores mais antigos em duas secretarias municipais de certa cidade. Sabendo-se que a verba será dividida proporcionalmente, de acordo com a quantidade de computadores com mais de 5 anos de uso nessas duas secretarias, e que em uma dessas secretarias há 14 máquinas, enquanto que na outra há 11 máquinas com mais de 5 anos de uso, a diferença entre os valores que serão destinados para ambas as secretarias será de

a) R$ 22 mil.

b) R$ 24 mil.

c) R$ 26 mil.

d) R$ 28 mil.

e) R$ 30 mil.

Comentários:

Devemos **dividir R$ 200 mil** em partes **diretamente proporcionais** às quantidades de computadores com mais de 5 anos de uso: **14** e **11**.

Suponha que **a secretaria que tem 14 computadores antigos receberá a quantia $\boldsymbol{a}$**, e que a **secretaria que tem 11 computadores antigos receberá a quantia $\boldsymbol{b}$**. Nesse caso:

$$\frac{a}{14} = \frac{b}{11} = k$$

A soma das quantias totaliza **R$ 200 mil**. Logo, $a + b = 200.000$.

Utilizando a **propriedade fundamental da soma das proporções**, temos:

$$\frac{a}{14} = \frac{b}{11} = \frac{a+b}{14+11}$$

$$\frac{a}{14} = \frac{b}{11} = \frac{200.000}{25}$$

$$\boxed{\frac{a}{14} = \frac{b}{11} = 8.000}$$

Logo:

$$\frac{a}{14} = 8.000 \rightarrow a = 14 \times 8.000 \rightarrow \boldsymbol{a = 112.000}$$

$$\frac{b}{11} = 8.000 \rightarrow b = 11 \times 8.000 \rightarrow \boldsymbol{b = 88.000}$$

Portanto, **a diferença entre os valores que serão destinados para ambas as secretarias será de**:

$$a - b = 112.000 - 88.000$$

$$= \mathbf{R\$\ 24.000}$$

Gabarito: Letra B.

41. (VUNESP/CAMPREV/2023) Aberta com vazão constante, uma torneira despejou um total de 520 litros de água em dois reservatórios, A e B, inicialmente vazios, sendo essa quantidade repartida entre eles em partes diretamente proporcionais aos tempos necessários para preenchê-los completamente, que foram iguais a 40 minutos e 1 hora e 4 minutos, respectivamente. Nessas condições, é correto afirmar que a diferença entre as quantidades recebidas pelos reservatórios B e A foi igual a

a) 100 litros.

b) 120 litros.

c) 140 litros.

d) 150 litros.

e) 160 litros.

Comentários:

Sabemos que **1h = 60min**. Consequentemente, o tempo de **1h 04min** corresponde a **60+4 = 64min**.

Note, então, que os tempos necessários para preencher completamente os reservatórios A e B são, respectivamente, **40min** e **64min**.

Devemos **dividir 520 litros de água** entre os reservatórios A e B em partes **diretamente proporcionais** aos tempos necessários para preenchê-los: **40min** e **64min**.

Suponha que o **reservatório A receberá uma quantidade $\boldsymbol{a}$** de litros e que o **reservatório B receberá uma quantidade $\boldsymbol{b}$** de litros. Nesse caso:

$$\frac{a}{40} = \frac{b}{64} = k$$

A soma das quantidades totaliza **520 litros**. Logo, $a + b = 520$.

Utilizando a **propriedade fundamental da soma das proporções**, temos:

$$\frac{a}{40} = \frac{b}{64} = \frac{a+b}{40+64}$$

$$\frac{a}{40} = \frac{b}{64} = \frac{520}{104}$$

$$\boxed{\frac{a}{40} = \frac{b}{64} = 5}$$

Logo:

$$\frac{a}{40} = 5 \rightarrow a = 40 \times 5 \rightarrow \boldsymbol{a = 200}$$

$$\frac{b}{64} = 5 \rightarrow b = 64 \times 5 \rightarrow \boldsymbol{b = 320}$$

Portanto, a diferença entre as quantidades recebidas pelos reservatórios B e A foi igual a:

$$b - a = 320 - 200$$

$$= \mathbf{120\ litros}$$

Gabarito: Letra B.

42.(VUNESP/TCM SP/2023) Dividiu-se um prêmio de R$ 750 mil entre duas filiais de uma empresa, de forma diretamente proporcional às vendas efetuadas por elas, no ano anterior. Para tanto, identificou-se que, no ano anterior, uma das filiais vendeu o valor de R$ 3,6 milhões, e a outra, R$ 5,4 milhões. Ocorre que, após uma conferência das informações, identificou-se que houve um lançamento de vendas invertido, em determinado mês, o que gerou um lançamento indevido de R$ 0,45 milhão a mais na filial que mais vendeu.

Sendo assim, a filial que mais vendeu deverá repassar, para a outra filial, o valor de

a) R$ 2.250,00.

b) R$ 37.500,00.

c) R$ 83.250,00.

d) R$ 112.500,00.

e) R$ 150.000,00.

Comentários:

Ao invés de realizar duas divisões em partes diretamente proporcionais para as situações **anterior** e **posterior** à correção do lançamento invertido, **podemos resolver a questão de uma maneira mais simples**.

Note que o total das vendas foi **3,6 + 5,4 = 9 milhões de reais**.

Como o lançamento indevido nas vendas foi de **0,45 milhão**, **o lançamento indevido corresponde a**:

$$\frac{0{,}45}{9} = \frac{0{,}05}{1} = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{100}}\ \textbf{do total de vendas}$$

Portanto, $\frac{5}{100}$ **das vendas foram lançadas indevidamente**.

Como o prêmio de **R$ 750.000,00** foi distribuído em partes **diretamente proporcionais** às vendas, **o valor do prêmio distribuído indevidamente foi**:

$$\frac{5}{100}\ \textbf{de}\ 750.000$$

$$= \frac{5}{100} \times 750.000$$

$$= \frac{5}{1} \times 7.500$$

$$= \text{R\$ } 37.500$$

Logo, **a filial que mais vendeu deverá repassar, para a outra filial, o valor de R$ 37.500,00**. O **gabarito**, portanto, é **letra B**.

A questão também pode ser resolvida de uma maneira mais demorada, seguindo-se os seguintes passos:

- Obter a **distribuição do prêmio antes da correção** do lançamento das vendas;
- Obter a **distribuição do prêmio depois da correção** do lançamento das vendas; e
- Comparar as situações anterior e posterior de modo a **calcular o repasse de uma filial para a outra**.

Distribuição do prêmio antes da correção

Devemos dividir o prêmio de **R$ 750 mil** em partes **diretamente proporcionais** às vendas de **3,6 milhões de reais** e **5,4 milhões de reais**.

Suponha que as partes recebidas pelas filiais que venderam **3,6 milhões de reais** e **5,4 milhões de reais** sejam, respectivamente, $\boldsymbol{a_1}$ e $\boldsymbol{b_1}$. Nesse caso:

$$\frac{a_1}{3{,}6} = \frac{b_1}{5{,}4} = k$$

O prêmio total é de **R$ 750.000,00**. Logo: $a_1 + b_1 = 750.000$.

Utilizando a **propriedade fundamental da soma das proporções**, temos:

$$\frac{a_1}{3{,}6} = \frac{b_1}{5{,}4} = \frac{a_1 + b_1}{3{,}6 + 5{,}4}$$

$$\frac{a_1}{3{,}6} = \frac{b_1}{5{,}4} = \frac{750.000}{9}$$

$$\boxed{\frac{a_1}{3{,}6} = \frac{b_1}{5{,}4} = \frac{250.000}{3}}$$

Logo:

$$\frac{a_1}{3{,}6} = \frac{250.000}{3} \rightarrow a_1 = \frac{250.000 \times 3{,}6}{3} \rightarrow \boldsymbol{a_1 = 300.000}$$

$$\frac{b_1}{5{,}4} = \frac{250.000}{3} \rightarrow b_1 = \frac{250.000 \times 5{,}4}{3} \rightarrow \boldsymbol{b_1 = 450.000}$$

Distribuição do prêmio depois da correção

Segundo o enunciado, ocorreu um **lançamento invertido, de modo que a mais na filial que mais vendeu acabou tendo faturamento de R$0,45 milhão a mais do que deveria**. Logo, após a correção:

- A filial que **menos vendeu** passou a ter um faturamento de **3,6+0,45 = 4,05 milhões de reais**; e
- A filial que **mais vendeu** passou a ter um faturamento de **5,4−0,45 = 4,95 milhões de reais**.

Nessa segunda situação, devemos dividir o prêmio de **R$ 750 mil** em partes **diretamente proporcionais** às vendas de **4,05 milhões de reais** e **4,95 milhões de reais**.

Suponha que as partes recebidas pelas filiais que venderam **4,05 milhões de reais** e **4,95 milhões de reais** sejam, respectivamente, $\boldsymbol{a_2}$ e $\boldsymbol{b_2}$. Nesse caso:

$$\frac{a_2}{4{,}05} = \frac{b_2}{4{,}95} = k$$

O prêmio total é de **R$ 750.000,00**. Logo: $a_2 + b_2 = 750.000$.

Utilizando a **propriedade fundamental da soma das proporções**, temos:

$$\frac{a_2}{4{,}05} = \frac{b_2}{4{,}95} = \frac{a_2 + b_2}{4{,}05 + 4{,}96}$$

$$\frac{a_2}{4{,}05} = \frac{b_2}{4{,}95} = \frac{750.000}{9}$$

$$\boxed{\frac{a_2}{4{,}05} = \frac{b_2}{4{,}95} = \frac{250.000}{3}}$$

Logo:

$$\frac{a_2}{4{,}05} = \frac{250.000}{3} \rightarrow a_2 = \frac{250.000 \times 4{,}05}{3} \rightarrow \boldsymbol{a_2 = 337.00}$$

$$\frac{b_2}{4{,}95} = \frac{250.000}{3} \rightarrow b_2 = \frac{250.000 \times 4{,}95}{3} \rightarrow \boldsymbol{b_2 = 412.500}$$

Calcular o repasse de uma filial para outra

Note que a filial que mais vendeu recebeu originalmente $\boldsymbol{b_1 = 450.000}$ e, após a correção do lançamento das vendas, ficou com $\boldsymbol{b_2 = 412.500}$. Logo, **a filial que mais vendeu deverá repassar, para a outra filial, o valor de**:

$$b_1 - b_2 = 450.000 - 412.500$$

$$= \text{R\$ } 37.500{,}00$$

Note que, novamente, obtivemos a **letra B** como **gabarito**.

Gabarito: Letra B.

43.(VUNESP/TCM SP/2023) Uma verba de R$ 832 mil reais será distribuída entre as filiais A e B de uma empresa, de forma inversamente proporcional aos valores gastos com advogados para as defenderem em processos abertos por clientes insatisfeitos. Se a razão entre os valores gastos pelas filiais A e B com os advogados é $\frac{3}{5}$, então, a filial A receberá a quantia de

a) R$ 138,7 mil.

b) R$ 312,0 mil.

c) R$ 499,2 mil.

d) R$ 520,0 mil.

e) R$ 535,7 mil.

Comentários:

Considere que as filiais A e B receberam as quantias a e b da verba de **R$ 832 mil**.

Suponha também que **a filial B gastou uma quantia x com advogados**. Como a razão entre os valores gastos pelas filiais A e B com os advogados é $\frac{3}{5}$, **a filial A gastou uma quantia $\frac{3}{5}x$**.

Como a verba total foi dividida em partes **inversamente proporcionais** ao valor gasto com advogados, temos:

$$\frac{a}{\frac{1}{\frac{3x}{5}}} = \frac{b}{\frac{1}{x}} = k$$

$$\frac{a}{\frac{5}{3x}} = \frac{b}{\frac{1}{x}} = k$$

A verba total distribuída é de **R$ 832 mil**. Logo, $a + b = 832.000$.

Utilizando a **propriedade fundamental da soma das proporções**, temos:

$$\frac{a}{\frac{5}{3x}} = \frac{b}{\frac{1}{x}} = \frac{a+b}{\frac{5}{3x}+\frac{1}{x}}$$

$$\frac{a}{\frac{5}{3x}} = \frac{b}{\frac{1}{x}} = \frac{832000}{\frac{5+3}{3x}}$$

$$\frac{a}{\frac{5}{3x}} = \frac{b}{\frac{1}{x}} = \frac{832000}{\frac{8}{3x}}$$

$$a \times \frac{3x}{5} = b \times \frac{x}{1} = 832.000 \times \frac{3x}{8}$$

$$\frac{3}{5}a \times x = b \times x = 312.000 \times x$$

$$\boxed{\frac{3}{5}a = b = 312.000}$$

Logo, a quantia recebida pela filial A é tal que:

$$\frac{3}{5}a = 312.000$$

$$a = \frac{312.000 \times 5}{3}$$

$$\boldsymbol{a = \text{R\$ } 520.000,00}$$

Gabarito: Letra D.

44.(VUNESP/CMSJC/2022) Os tanques T_1 e T_2 contêm misturas de gasolina e etanol. Sabe-se que as quantidades de etanol em cada tanque são diretamente proporcionais às respectivas quantidades de gasolina, que são iguais a 80 litros em T_1 e 100 litros em T_2.

Sabendo-se que o tanque T_1 contém 120 litros de etanol, conclui-se que a mistura formada no tanque T_2 contém um total de

a) 150 litros.

b) 175 litros.

c) 200 litros.

d) 225 litros.

e) 250 litros.

Comentários:

Sabemos que no **tanque T_1** temos **120 litros de etanol**. Suponha que no **tanque T_2** tenhamos **x litros de etanol**.

As quantidades de etanol em cada tanque são **diretamente proporcionais** às respectivas quantidades de gasolina, que são iguais a **80 litros em T_1** e **100 litros em T_2**. Logo:

$$\boxed{\underbrace{\frac{120}{80}}_{\substack{\text{Etanol/Gasolina} \\ \text{no tanque A}}} = \underbrace{\frac{x}{100}}_{\substack{\text{Etanol/Gasolina} \\ \text{no tanque B}}} = k}$$

Portanto:

$$\frac{12}{8} = \frac{x}{100}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{x}{100}$$

$$2x = 3 \times 100$$

$$x = \frac{300}{2}$$

$$x = 150$$

Logo, **o tanque T_2 contém 150 litros de etanol**. Consequentemente, **o total de litros da mistura do tanque T_2** é:

$$\underbrace{150}_{\substack{\text{Litros de etanol} \\ \text{no tanque } T_2}} + \underbrace{100}_{\substack{\text{Litros de gasolina} \\ \text{no tanque } T_2}}$$

$$= 250 \text{ litros}$$

Gabarito: Letra E.

45.(VUNESP/Pref. Jundiaí/2022) Thamires tem dois cachorros, Rex e Totó, cujas massas corporais são de 30 kg e 22 kg, respectivamente. Ela possui um total de 26 kg de ração em sua dispensa e pretende dividir essa quantidade em duas partes, uma para cada cachorro, de modo que a parte que caberá a cada um seja diretamente proporcional à sua massa corporal. Então, é correto afirmar que a parte que caberá a Rex superará a parte que caberá a Totó em

a) 2 kg.

b) 4kg.

c) 6 kg.

d) 8 kg.

e) 9 kg.

Comentários:

Devemos dividir **26kg de ração** entre **Rex** e **Totó** em partes **diretamente proporcionais** às suas massas corporais, que são, respectivamente, **30kg** e **22kg**.

Suponha que **Rex** e **Totó** receberão $\boldsymbol{r}$ e $\boldsymbol{t}$ **quilos de ração**, respectivamente. Nesse caso:

$$\frac{r}{30} = \frac{t}{22} = k$$

O **total de ração distribuído** é **26kg**. Logo, $r + t = 26$.

Utilizando a **propriedade fundamental da soma das proporções**, temos:

$$\frac{r}{30} = \frac{t}{22} = \frac{r+t}{30+22}$$

$$\frac{r}{30} = \frac{t}{22} = \frac{26}{52}$$

$$\boxed{\frac{r}{30} = \frac{t}{22} = \frac{1}{2}}$$

Portanto:

$$\frac{r}{30} = \frac{1}{2} \rightarrow r = \frac{30}{2} \rightarrow \boldsymbol{r = 15kg}$$

$$\frac{t}{22} = \frac{1}{2} \rightarrow t = \frac{22}{2} \rightarrow \boldsymbol{t = 11kg}$$

Logo, **a parte que caberá a Rex superará a parte que caberá a Totó em**:

$$r - t = 15 - 11$$

$$= \boldsymbol{4kg}$$

Gabarito: Letra B.

46. (VUNESP/IPSM SJC/2022) Três amigos, Carlos, Jonas e Matias fizeram juntos uma aplicação financeira, que após um ano teve um rendimento de R$ 850,00. Esse rendimento foi dividido de maneira diretamente proporcional ao valor que cada um deles colocou na aplicação. Sabendo que Carlos, Jonas e

Matias colocaram, respectivamente, R$ 800,00, R$ 1.200,00 e R$ 1.400,00, o valor recebido por Matias superou o valor recebido por Jonas em

a) R$ 150,00.

b) R$ 125,00.

c) R$ 100,00.

d) R$ 75,00.

e) R$ 50,00.

Comentários:

Os **valores colocados na aplicação** por **Carlos**, **Jonas** e **Matias** foram, respectivamente, **R$800**, **R$1.200** e **R$1.400**.

Suponha que os **rendimentos recebidos** por **Carlos**, **Jonas** e **Matias** sejam, respectivamente, $\boldsymbol{c}$, $\boldsymbol{j}$ e $\boldsymbol{m}$.

A divisão do rendimento total de **R$850** da aplicação financeira foi feita em partes **diretamente proporcionais** aos valores aplicados. Logo:

$$\frac{c}{800} = \frac{j}{1200} = \frac{m}{1400} = k$$

Como rendimento total da aplicação financeira foi de **R$850**, $c + j + m = 850$.

Utilizando a **propriedade fundamental da soma das proporções**, temos:

$$\frac{c}{800} = \frac{j}{1200} = \frac{m}{1400} = \frac{c + j + m}{800 + 1200 + 1400}$$

$$\frac{c}{800} = \frac{j}{1200} = \frac{m}{1400} = \frac{850}{3400}$$

$$\boxed{\frac{c}{800} = \frac{j}{1200} = \frac{m}{1400} = \frac{1}{4}}$$

Logo:

$$\frac{j}{1200} = \frac{1}{4} \rightarrow j = \frac{1200}{4} \rightarrow \boldsymbol{j = 300}$$

$$\frac{m}{1400} = \frac{1}{4} \rightarrow m = \frac{1400}{4} \rightarrow \boldsymbol{m = 350}$$

Logo, **o valor recebido por Matias superou o valor recebido por Jonas em**:

$$m - j = 350 - 300$$

$$= \textbf{R\$ 50,00}$$

Gabarito: Letra E.

47. (VUNESP/ISS Piracicaba/2022) Adão, Bianca e Cléber são servidores públicos e, ao final de 2021, receberam bonificações cujos valores foram diretamente proporcionais aos seus respectivos tempos de serviço, expressos em anos. Na ocasião, Adão contava com 15 anos de serviço, Cléber, com 9 anos, e o tempo de serviço de Bianca correspondia à média aritmética simples dos números de anos de serviço de Adão e de Cléber. Se a soma das bonificações recebidas pelos três servidores foi igual a R$ 12.000,00, é correto afirmar que a diferença entre os valores das bonificações recebidas por Adão e por Bianca é igual a

a) R$ 750,00.

b) R$ 1.000,00.

c) R$ 1.500,00.

d) R$ 2.000,00.

e) R$ 3.000,00.

Comentários:

Os **tempos de serviço** de **Adão** e **Cléber** são, respectivamente, **15 anos** e **9 anos**. O tempo de serviço de **Bianca** é a média aritmética:

$$\frac{15+9}{2} = \frac{24}{2} = \mathbf{12\ anos}$$

Suponha que as **bonificações recebidas** por **Adão**, **Bianca** e **Cléber** sejam, respectivamente, $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ e $\boldsymbol{c}$.

A divisão da bonificação total de **R$12.000** foi feita em partes **diretamente proporcionais** aos tempos de serviço. Logo:

$$\frac{a}{15} = \frac{b}{12} = \frac{c}{9} = k$$

Como a bonificação total foi de **R$12.000**, $a + b + c = 12000$.

Utilizando a **propriedade fundamental da soma das proporções**, temos:

$$\frac{a}{15} = \frac{b}{12} = \frac{c}{9} = \frac{a+b+c}{15+12+9}$$

$$\frac{a}{15} = \frac{b}{12} = \frac{c}{9} = \frac{12000}{36}$$

$$\frac{a}{15} = \frac{b}{12} = \frac{c}{9} = \frac{12000}{36}$$

$$\boxed{\frac{a}{15} = \frac{b}{12} = \frac{c}{9} = \frac{1000}{3}}$$

Logo:

$$\frac{a}{15} = \frac{1000}{3} \rightarrow a = \frac{100 \times 150}{3} \rightarrow \boldsymbol{a = 5000}$$

$$\frac{b}{12} = \frac{1000}{3} \rightarrow b = \frac{1000 \times 12}{3} \rightarrow \boldsymbol{b = 4000}$$

Portanto, a diferença entre os valores das bonificações recebidas por Adão e por Bianca é igual a:

$$a - b = 5000 - 4000$$

$$= \mathbf{R\$\ 1.000,00}$$

Gabarito: Letra B.

48.(VUNESP/CMSJC/2022) Uma livraria vai doar 1036 livros para três escolas, de maneira que cada escola receberá uma quantidade de livros diretamente proporcional ao número de alunos matriculados. A escola que tem mais alunos receberá 448 livros, e a escola que tem 328 alunos receberá 140 livros a menos do que a segunda maior escola (em número de alunos). O total de alunos matriculados nessas três escolas é igual a

a) 1332.

b) 1517.

c) 1672.

d) 1804.

e) 1929.

Comentários:

Suponha que a **segunda maior escola** em número de alunos receba $\boldsymbol{x}$ **livros**. Nesse caso:

- A escola com mais alunos receberá **448 livros**;
- A segunda maior escola receberá $\boldsymbol{x}$ **livros**; e
- A escola com menos alunos receberá 140 livros a menos do que a segunda maior escola, ou seja, receberá $\boldsymbol{x-140}$ **livros**.

O total de livros doados é **1036**. Logo:

$$448 + x + (x - 140) = 1036$$

$$2x + 308 = 1036$$

$$2x = 1036 - 308$$

$$2x = 728$$

$$x = 364$$

Logo:

- A escola com mais alunos receberá **448 livros**;
- A segunda maior escola receberá **364 livros**; e
- A escola com menos alunos receberá **364–140 = 224 livros**.

Sabemos também que **a escola com menos alunos tem 328 alunos**. Suponha que a **escola com mais alunos** e a **segunda maior escola** tenham, respectivamente, $\boldsymbol{a}$ **e** $\boldsymbol{b}$ **alunos**. Como a divisão dos livros foi feita em partes **diretamente proporcionais** ao número de alunos, temos:

$$\frac{448}{a} = \frac{364}{b} = \frac{224}{328}$$

$$\boxed{\frac{448}{a} = \frac{364}{b} = \frac{28}{41}}$$

Com base nessa proporção, podemos obter os valores de a e b. Para obter o valor de a, temos:

$$\boldsymbol{\frac{448}{a} = \frac{28}{41}}$$

$$28a = 41 \times 448$$

$$a = \frac{41 \times 448}{28}$$

$$a = \frac{41 \times 16}{1}$$

$$\boldsymbol{a = 656}$$

Para obter o valor de b, temos:

$$\frac{364}{b} = \frac{28}{41}$$

$$28b = 41 \times 364$$

$$b = \frac{41 \times 364}{28}$$

$$b = \frac{41 \times 364}{28}$$

$$b = \frac{41 \times 13}{1}$$

$$b = 533$$

Logo, **o total de alunos nas três escolas é**:

$$a + b + 328$$

$$= 656 + 533 + 328$$

$$= 1517$$

Gabarito: Letra B.

49.(VUNESP/Pref. Campinas/2022) A quantia de R$ 30.000,00 foi dividida entre Ana, Bia e Cléo. Cada uma recebeu sua parte de maneira diretamente proporcional à sua idade. Ana tem 39 anos e Bia recebeu R$ 8.700,00. Se Cléo é 3 anos mais velha do que Bia, então a quantia recebida por Ana excede a quantia recebida por Cléo em

a) R$ 3.000,00.

b) R$ 2.400,00.

c) R$ 2.700,00.

d) R$ 1.800,00.

e) R$ 2.100,00.

Comentários:

Sabemos que, da **quantia de R$ 30.000**, Bia recebeu **R$ 8.700**. Suponha que **Ana e Cléo receberam**, respectivamente, $\boldsymbol{a}$ **e** $\boldsymbol{c}$.

Sabemos também que **Ana tem 39 anos**. Supondo que a **idade de Bia é** $\boldsymbol{x}$, a **idade de Cléo é** $\boldsymbol{x+3}$, pois ela é 3 anos mais velha do que Bia.

A quantia de **R$ 30.000** foi dividida em partes **diretamente proporcionais** às idades. Logo:

$$\frac{a}{39} = \frac{8.700}{x} = \frac{c}{x+3} = k$$

Sabemos que a soma das partes recebidas totaliza a quantia de **R$ 30.000** Logo, $a + 8.700 + c = 30.000$.

Utilizando a **propriedade fundamental da soma das proporções**, temos:

$$\frac{a}{39} = \frac{8.700}{x} = \frac{c}{x+3} = \frac{a + 8.700 + c}{39 + x + (x+3)}$$

$$\frac{a}{39} = \frac{8.700}{x} = \frac{c}{x+3} = \frac{30.000}{42 + 2x}$$

Podemos obter o valor de x igualando duas das parcelas da proporção:

$$\frac{8.700}{x} = \frac{30.000}{42 + 2x}$$

Realizando a **multiplicação cruzada**, temos:

$$30.000x = 8.700 \times (42 + 2x)$$

$$30.000x = 365.400 + 17.400x$$

$$30.000x - 17.400x = 365.400$$

$$12.600x = 365.400$$

$$x = \frac{365.400}{12.600}$$

$$x = 29$$

Portanto, **Bia tem 29 anos de idade**. Agora que sabemos o valor de x, ficamos com a seguinte proporção:

$$\frac{a}{39} = \frac{8.700}{29} = \frac{c}{29 + 3} = \frac{30.000}{42 + 2 \times 29}$$

$$\frac{a}{39} = 300 = \frac{c}{32} = \frac{30.000}{100}$$

$$\frac{a}{39} = 300 = \frac{c}{32} = 300$$

$$\boxed{\frac{a}{39} = \frac{c}{32} = 300}$$

Portanto:

$$\frac{a}{39} = 300 \rightarrow a = 39 \times 300 \rightarrow \boldsymbol{a = 11.700}$$

$$\frac{c}{32} = 300 \rightarrow c = 32 \times 300 \rightarrow \boldsymbol{c = 9.600}$$

Logo, a quantia recebida por Ana excede a quantia recebida por Cléo em

$$a - c = 11.700 - 9.600$$

$$\boldsymbol{= \text{R\$ } 2.100,00}$$

Gabarito: Letra E.

LISTA DE QUESTÕES – MULTIBANCAS

Frações

Outras Bancas

1.(Instituto AOCP/ADEMA SE/2024) Ao inspecionar um refúgio florestal para uma determinada espécie de pássaros, um técnico ambiental da ADEMA deverá catalogar X unidades de animais em 3 dias. Considerando apenas os animais que devem ser catalogados, seguem as informações:

- **No 1º dia, deverá ser catalogado $\frac{1}{3}$ de todos os animais a serem catalogados;**
- **No 2º dia, deverão ser catalogados $\frac{3}{4}$ dos animais que ainda não foram catalogados e precisam ser;**
- **No 3º dia, deverão ser catalogados os 11 animais restantes que precisam ser catalogados.**

Assinale a alternativa que apresenta corretamente o valor de X.

a) 56

b) 60

c) 64

d) 66

e) 72

2.(FURB/SMS Florianópolis/2024) Para produzir um determinado medicamento, são utilizados dois princípios ativos. O medicamento é composto, a cada mg, por cinco oitavos do princípio ativo A, um quarto do princípio ativo B e o restante é composto de coadjuvantes. Sabe-se que o custo do princípio ativo A é de R$ 40,00 por mg e do B é de R$ 60,00 por mg. Porém, o princípio ativo A teve um aumento e passou a custar R$ 46,00 por mg. Para manter o custo de produção, será necessário negociar o preço do princípio B com o fornecedor. Nessas condições, o desconto necessário no valor, por mg, do princípio ativo B deverá ser, em reais, de:

a) 15,00.

b) 6,00.

c) 12,00.

d) 18,00.

e) 9,00.

3.(Instituto Consulplan/AGERSA/2024) Após o relatório de uma agência fiscalizadora, a prefeitura de uma cidade mapeou todas as residências que ainda não possuíam saneamento básico. O Prefeito da cidade prometeu que todas as casas mapeadas terão saneamento básico no próximo ano. Conforme a promessa do Prefeito:

- **No primeiro trimestre, metade das residências mapeadas terão saneamento básico.**
- **No segundo trimestre, dois terços das residências mapeadas restantes terão saneamento básico.**
- **No terceiro trimestre, um terço das residências mapeadas restantes terão saneamento básico.**
- **No quarto trimestre, 28 residências mapeadas terão saneamento básico.**

De acordo com o exposto, quantas residências foram mapeadas?

a) 162.

b) 196.

c) 252.

d) 288.

4.(ACCESS/BANESTES/2024) Três amigos decidiram cercar externa e internamente um grande terreno, dividindo-o em partes. O primeiro amigo começou logo cedo, pela manhã e cercou metade do terreno grande mais a metade do restante do terreno que sobrou, terminou na hora do almoço às 12h, e foi embora. O segundo amigo chegou às 14h. Em uma hora, cercou metade do que o primeiro amigo deixou sem cercar, e também um terço do que ainda restava sem cercar. O terceiro amigo, chegou somente às 17h. Ao ver que somente uma pequena parte do grande terreno ainda estava disponível para divisão, cercou o que sobrou, dividindo-a em mais 2 partes. Em quantas partes, no total após o trabalho dos 3 amigos, o grande terreno foi dividido?

a) 12 partes

b) 10 partes

c) 8 partes

d) 6 partes

5.(Instituto Consulplan/ISS Campos dos Goytacazes/2024) Com o objetivo de passar em um concurso público, Rejane comprou um livro com questões sobre raciocínio lógico-matemático. Na primeira semana de estudo, Rejane resolveu 1/3 das questões do livro. Na semana seguinte, ela resolveu 2/3 das questões restantes. Considerando que ainda faltam 100 questões para serem resolvidas, quantas questões o livro possui no total?

a) 300.

b) 350.

c) 400.

d) 450.

6.(Instituto AOCP/Pref. V Conquista/2023) Uma bolinha de tênis cai de uma altura igual a 250 metros e, ao tocar o chão, volta a subir até uma altura correspondente a dois quintos da altura anterior. O processo se repete e a bolinha volta a cair, tocar o chão e subir até uma altura igual a dois quintos da altura anterior, repetindo o processo até parar no chão. Caso seja respeitada essa sequência, é correto afirmar que

a) após o 6º toque no chão, a bolinha volta a menos de um metro de altura.

b) após o 3º toque, a bolinha volta a 24 metros de altura.

c) após o 2º toque, a bolinha volta a 40 metros de altura.

d) após o 1º toque, a bolinha volta a 200 metros de altura.

e) a bolinha nunca irá parar.

7.(Instituto AOCP/Pref V Conquista/2023) Arthur tem usado bastante tempo da sua vida tentando representar todas as suas atividades como frações de hora. Para tanto, sempre aproxima os tempos gastos para que tenha uma quantidade inteira de minutos. Sabe-se que Arthur acorda 6:15, leva dois quintos de hora para tomar banho, um terço de hora para tomar café da manhã, um sexto de hora para chegar até a escola e espera um décimo de hora até o início da aula, então que horas é o início da aula?

a) 7:00

b) 7:45

c) 7:20

d) 7:30

e) 7:15

8.(Instituto AOCP/DPE MS/2023) Em um pátio de revenda de veículos usados, há apenas carros iguais, todos comercializados pelo mesmo preço, e motocicletas iguais, todas comercializadas pelo mesmo preço. Sabe-se que a venda de dois quintos das motos traria um lucro de R$138 mil, enquanto a venda de um terço dos carros traria um lucro de R$288 mil. Diante dessas informações, qual seria o lucro total se todos os carros e todas as motos fossem vendidos?

a) R$ 1.000.000,00.

b) R$ 1.189.000,00.

c) R$ 1.209.000,00.

d) R$ 1.389.000,00.

e) R$ 1.500.000,00.

9. (Instituto AOCP/DPE MS/2023) Uma comunicação entre o Suporte Técnico de Redes e os técnicos em computação da Defensoria Pública Geral do Estado de Mato Grosso do Sul continha uma escrita para acessar determinado arquivo por uma senha simples: "A senha é a representação por extenso, em maiúsculas, sem acento e sem espaço, de uma fração cujo denominador é igual ao triplo do numerador. Além disso, você deve saber que, se forem somadas 7 unidades ao numerador e 6 ao denominador, a nova fração será equivalente a 1/2 (um meio)". Então a senha de acesso ao arquivo é

a) SEISDEZOITOAVOS

b) UMTERÇO

c) OITOVINTEEQUATROAVOS

d) ONZETRINTAETRESAVOS

e) SETEVINTEEUMAVOS

10. (IBFC/SEC BA/2023) Sérgio, Renato e Luciano ganham um prêmio em uma rifa no valor de R$ 6.000,00. A divisão deste valor foi de tal modo que Sérgio recebeu R$ 1.100,00 e Luciano recebeu 2/5 do valor total do prêmio. Após os pagamentos de Sérgio e Luciano, o que sobrou foi dado à Renato. A razão que representa o quanto do valor total Renato recebeu é:

a) 3/12

b) 4/5

c) 5/12

d) 5/7

e) 8/11

11. (IBFC/SEC BA/2023) Ubirajara saiu para caçar e levou com ele um arco e 25 flechas. Como ele é um bom caçador usou apenas 1/5 de suas flechas. No retorno para aldeia, das flechas que sobraram, ele emprestou 1/4 delas para outro caçador. Podemos dizer que Ubirajara retornou para aldeia com:

a) 22 flechas

b) 18 flechas

c) 15 flechas

d) 20 flechas

e) 10 flechas

12. (QUADRIX/Pref Alto P de Goiás/2023) Em um supermercado de Alto Paraíso-GO, uma peça inteira de queijo muçarela pesa 4,8 kg. Um comprador levou para casa um pedaço de queijo equivalente a $\frac{3}{8}$ do peso total da peça.

Assinale a alternativa que apresenta o peso do pedaço de queijo que o comprador levou para casa.

a) 1,2 kg

b) 1,8 kg

c) 3 kg

d) 3,6 kg

e) 4,2 kg

13. (Instituto Consulplan/MPE BA/2023) No início do ano de 2023, os responsáveis pelo setor administrativo do MPBA estavam planejando a distribuição dos servidores para a concessão de férias nos quatro trimestres do ano. Ao final do levantamento, constataram que X servidores possuem direito às férias e decidiram que eles seriam distribuídos da seguinte forma:

● No primeiro trimestre, um terço dos servidores irá tirar férias.

● No segundo trimestre, haverá concessão de férias para metade dos servidores que não tiraram férias no primeiro trimestre.

● No terceiro trimestre, um sexto dos servidores que possuem direito poderão tirar férias.

● Os 6 servidores restantes irão tirar férias no quarto trimestre.

De acordo com as informações, qual é o produto dos algarismos de X?

a) 6

b) 8

c) 10

d) 14

e) 18

14. (IBADE/SEA SC/2022) Quatro amigos estavam em uma pizzaria e queriam saber quem tinha comido mais pizza naquela noite. Amanda informou que tinha comido 7/8 de uma pizza, já o João comeu 4/5, Rômulo 3/4 e Iam 8/9. Dessa forma, podemos afirmar que:

a) Amanda foi a que menos comeu entre os amigos.

b) João comeu mais que Amanda.

c) Iam comeu mais que Rômulo.

d) Rômulo comeu mais que João.

e) Iam foi o que menos comeu entre os amigos.

15. (IBFC/IBGE/2022) Ao transmitir dados num computador, um supervisor verificou que era necessário realizar o produto entre os números $x = 0,333\ ...$ e $y = 0,777\ ...$, pois o dispositivo só admitia números na forma fracionária. Nessas condições, a fração correta a ser transmitida é:

a) $\frac{7}{30}$

b) $\frac{7}{18}$

c) $\frac{5}{17}$

d) $\frac{5}{13}$

e) $\frac{7}{27}$

16. (QUADRIX/CRBM 3/2022) Julgue o item.

$\mathbf{0,20222022\ ... = \frac{674}{3.333}}$.

17. (QUADRIX/CRT 4/2022) O percurso total de uma prova de triatlo (combinação de natação, ciclismo e corrida) é subdividido da seguinte maneira:

- $\frac{3}{103}$ **de natação;**
- 20 **km de ciclismo; e**
- $\frac{20}{103}$ **de corrida.**

A partir dessa situação hipotética, julgue o item a seguir.

O percurso total dessa prova é igual a 25,75 km.

18. (CONSULPLAN/SEED PR/2022) Um festival de bandas será realizado em uma cidade durante 4 dias. Considere que uma pessoa que foi ao festival em um dos dias não retorne ao evento nos demais dias e que o número de pessoas presentes no festival seja distribuído da seguinte forma:

• 1º dia: 1/5 do total de pessoas.

• 2º dia: 1/4 do total de pessoas.

• 3º dia: 1/3 do total de pessoas.

• 4º dia: 46 pessoas a mais do que no primeiro dia.

Com base nessas informações, pode-se concluir que:

a) 1.610 pessoas foram ao festival juntando o primeiro e o quarto dia.

b) No terceiro dia, foram 230 pessoas a mais do que no segundo dia do festival.

c) O total de pessoas nos dois primeiros dias é 44% do total de pessoas que foram ao festival.

d) A diferença entre o número de pessoas no festival no segundo dia e no primeiro dia é menor que 130.

19. (FEPESE/Pref Concórdia/2022) Duas crianças colecionam figurinhas. A diferença entre as quantias de figurinhas que as duas crianças possuem é de 50. A criança que tem mais figurinhas dá 1/3 de suas figurinhas para a criança que tem menos e ambas ficam com o mesmo número de figurinhas.

Portanto, o número total de figurinhas que as duas crianças têm juntas é:

a) Menor que 89.

b) Maior que 89 e menor que 99.

c) Maior que 99 e menor que 109.

d) Maior que 109 e menor que 119.

e) Maior que 119.

20.(CESGRANRIO/ELETRONUCLEAR/2022) As lojas L1 e L2 possuem, cada uma delas, N peças em seu estoque, enquanto o estoque da loja L3 está vazio. Metade do estoque de L1 e um quarto do estoque de L2 são transferidos para L3, formando o novo estoque de L3. Esse novo estoque de L3 é dividido em três grupos com a mesma quantidade de peças e, de um desses grupos, é retirado um quinto do total de peças do novo estoque de L3.

Quantas peças permaneceram nesse grupo do qual as peças foram retiradas?

a) $\frac{3N}{20}$

b) $\frac{N}{20}$

c) $\frac{3N}{10}$

d) $\frac{N}{10}$

e) $\frac{N}{5}$

21. (CESGRANRIO/ELETRONUCLEAR/2022)

M = 6,6666... é uma dízima periódica de período 6;

N = 2,3333... é uma dízima periódica de período 3.

Dividindo M por N, encontra-se o mesmo resultado que dividindo

a) 20 por 7

b) 65 por 23

c) 29 por 9

d) 66 por 23

e) 37 por 13

22. (CESGRANRIO/ELETRONUCLEAR/2022) Em certa escola técnica, cada estudante só pode fazer um curso de cada vez. Do total de estudantes, 1/4 cursa enfermagem, e 1/6 dos restantes cursa eletrônica. Além desses estudantes de enfermagem e de eletrônica, a escola possui 350 estudantes em outros cursos.

Sendo X o total de estudantes dessa escola, qual é a soma dos algarismos de X?

a) 11

b) 12

c) 13

d) 14

e) 15

23.(CESGRANRIO/LIQUIGÁS/2018) Colocar uma barra sobre o período é uma das formas de representar uma dízima periódica: $0,\overline{3} = 0,333$ ... A expressão $0,\overline{4} + 0,1\overline{6}$ é igual a:

a) $\frac{51}{100}$

b) $\frac{511}{1000}$

c) $\frac{11}{18}$

d) $\frac{14}{15}$

e) $\frac{5}{9}$

24.(CESGRANRIO/LIQUIGÁS/2018) Baldo usa uma calculadora que ignora todos os valores após a primeira casa decimal no resultado de cada operação realizada. Desse modo, quando Baldo faz $\frac{4}{3} \times \frac{6}{5}$, a calculadora mostra o resultado de 1,3 × 1,2 = 1,5. Portanto, há um erro no valor final de 0,1, pois $\frac{4}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{24}{15} = 1,6$.

Qual o erro da calculadora de Baldo para a expressão $\left(\left(\frac{10}{3} \times \frac{10}{3}\right)\right) \times 9$

a) 0

b) 1,3

c) 1,5

d) 2,8

e) 3,3

25.(CESGRANRIO/LIQUIGÁS/2018) Numa cidade, 4 em cada 15 pessoas são estrangeiras. Dessas pessoas estrangeiras, 3 em cada 8, são crianças.

Nessa cidade, as pessoas que NÃO são crianças estrangeiras correspondem a que fração da população?

a) $\frac{4}{5}$

b) $\frac{9}{10}$

c) $\frac{16}{23}$

d) $\frac{14}{45}$

e) $\frac{43}{120}$

FGV

26.(FGV/PMSP/2024) Um dado número somado com a sua terça parte dá como resultado 228. A soma dos algarismos do número dado é

a) 5.

b) 6.

c) 7.

d) 8.

e) 9.

27.(FGV/PMSP/2024) Seja $\frac{p}{q} = \frac{1}{3} + \frac{2}{5} - \frac{3}{8}$, em que p e q são primos entre si, isto é, a fração está em sua forma irredutível.

O valor de $p + q$ é

a) 0.

b) 11.

c) 77.

d) 85.

e) 163.

28.(FGV/ALESC/2024) Um terreno de $1400m^2$ foi dividido em três partes e suas áreas são representadas por A, B e C. Sabe-se que B é igual a dois terços de A e que C é igual a cinco sextos de B. A área do menor terreno é igual a

a) $280m^2$.

b) $320m^2$.

c) $350m^2$.

d) $420m^2$.

e) $630m^2$.

29.(FGV/ALEP PR/2024) Uma turma do terceiro ano do ensino médio possui 40 estudantes, dos quais 16 são meninas e 24 são meninos. Uma professora da turma realizou uma enquete para saber se seus estudantes preferiam disciplinas de ciências exatas ou de ciências humanas. Todos os estudantes da turma responderam à enquete indicando uma única dentre essas duas opções.

Do total de meninas da turma, 3/8 disseram preferir ciências humanas e as demais afirmaram preferir ciências exatas. Já do total de meninos, 1/4 responderam que preferem ciências exatas e os demais declararam preferência por ciências humanas.

Segundo essa enquete, assinale a fração do total de estudantes da turma preferem ciências exatas.

a) 1/2.

b) 2/5.

c) 3/5.

d) 5/8.

e) 7/8.

30.(FGV/PMERJ/2024) Duas fazendas A e B são vizinhas. Sabe-se que 3⁄4 da área da fazenda A está plantada com soja e que 2⁄5 da área da fazenda B está plantada com soja. Sabe-se ainda que a área da fazenda B é uma vez e meia a área da fazenda A.

A fração da área total das duas fazendas que está plantada com soja é:

a) $\frac{8}{15}$

b) $\frac{13}{20}$

c) $\frac{14}{25}$

d) $\frac{33}{40}$

e) $\frac{27}{50}$

31.(FGV/TRT-PB/2022)

$$\boldsymbol{a = \frac{5}{6}, b = \frac{7}{9}, c = \frac{13}{18}}$$

Colocando essas frações em ordem crescente a sequência correta é

a) $a < b < c$.

b) $b < a < c$.

c) $b < c < a$.

d) $c < a < b$.

e) $c < b < a$.

32.(FGV/PM SP/2022) Considere os produtos:

$$\boldsymbol{S = \left(1 + \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{3}\right)\left(1 + \frac{1}{4}\right)\left(1 + \frac{1}{5}\right)\ldots\left(1 + \frac{1}{2022}\right)}$$

$$\boldsymbol{D = \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{5}\right)\ldots\left(1 - \frac{1}{2022}\right)}$$

O produto SD é igual a

a) 2023/2022.

b) 2023/4044.

c) 2022/2023.

d) 4044/2023.

e) 1.

33.(FGV/CBM-RJ/2022) João recebeu certa quantia. Com a terça parte da quantia, pagou os gastos com o cartão de crédito, e pagou o aluguel com a quinta parte do restante.

Da quantia recebida, a fração que representa a parte que João ainda tem disponível é

a) 2/5

b) 3/5

c) 7/15

d) 8/15

e) 17/30

34.(FGV/CM Taubaté/2022) Marlene gasta 1/4 do seu salário com aluguel e, do que sobra, ela gasta 1/3 com alimentação. Após pagar o aluguel e a alimentação, a fração do salário de Marlene que sobra para as outras despesas é:

a) 5/7.

b) 5/12.

c) 1/2.

d) 2/7.

e) 2/5.

35.(FGV/PM SP/2022) Em uma caixa há várias bolas, cada uma de uma cor. As cores das bolas são: vermelho, azul, verde e rosa. Há, pelo menos, uma bola de cada cor.

Um terço das bolas são vermelhas, um quinto são azuis e 10 bolas são verdes.

O número mínimo de bolas rosas na caixa é

a) 1.

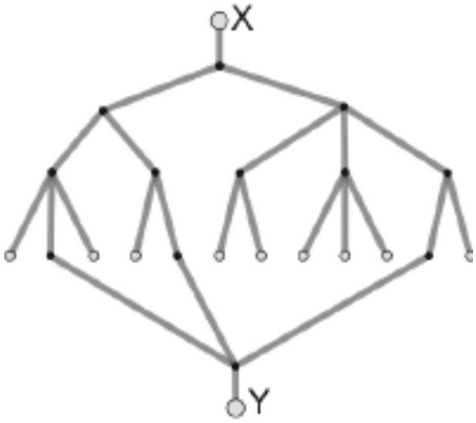
b) 2.

c) 3.

d) 4.

e) 5.

36. (FGV/SEFAZ ES/2022) A figura a seguir mostra uma rede de canos de água em um plano vertical. Qualquer quantidade de água colocada na abertura X desce e divide-se em partes iguais em cada um dos pontos de divisão. Os pontos brancos no final de cada percurso são saídas.



A fração da quantidade de água que, colocada em X, sai por Y é

a) 1/3.

b) 3/8.

c) 5/12.

d) 5/24.

e) 7/24.

37. (FGV/PC AM/2022) Geraldo resolveu se desfazer de sua coleção de miniaturas. Assim, ele deu $\frac{2}{5}$ das suas miniaturas para seu irmão Gerson; das que sobraram, ele deu $\frac{1}{3}$ para seu irmão Gilson e as 48 restantes ele deu para sua irmã Glória.

O número de miniaturas que Gilson recebeu foi

a) 12.

b) 16.

c) 18.

d) 24.

e) 48.

Cebraspe

38.(CEBRASPE/Pref. Joinville/2024) Os números racionais $A = \frac{335}{179}$, $B = \frac{432}{231}$ e $C = \frac{367}{196}$ satisfazem a ordem

a) $A < C < B$

b) $B < C < A$

c) $B < A < C$

d) $C < B < A$

e) $C < A < B$

39.(CEBRASPE/PETROBRAS/2023) Um grupo de estagiários do setor de atendimento ao público de uma empresa deve ser avaliado em relação ao tempo de duração do atendimento. Um estagiário é considerando eficiente quando todos os seus atendimentos duram, no máximo, 9 minutos. Todas as pessoas que procuram esse setor buscam a solução de um mesmo tipo de problema, demandando, assim, um mesmo tempo aproximado.

A partir dessa situação hipotética, julgue o item seguinte.

O atendimento de um estagiário eficiente durará, no máximo, $\frac{3}{20}$ hora.

40.(CEBRASPE/Pref. Recife/2023) A respeito de problemas que envolvam operações elementares com números naturais, inteiros e racionais, julgue o item que se segue.

Se 3/4 kg de granola forem preparados e embalados em sacos que comportem 1/8 kg de granola, então serão necessárias 8 embalagens para armazenar a quantidade total de granola preparada.

41.(CEBRASPE/Pref. Recife/2023) Acerca dos números reais e das suas propriedades, julgue o item subsequente.

A fração $\frac{25}{33}$ pode ser representada pela expressão $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{132}$.

42.(CEBRASPE/SESI SP/2023) Segundo a propaganda de uma concessionária, um carro cujo valor total é de R$ 108.000,00 pode ser adquirido dando-se uma parcela de entrada de 2/3 do valor total e dividindo-se o restante em 18 vezes sem juros.

Nesse caso, o valor de cada prestação, em reais, é de

a) 4.000.

b) 2.000.

c) 36.000.

d) 6.000.

e) 72.000.

43.(CEBRASPE/SESI SP/2023) A fração $\frac{1,\overline{6} \times 2,\overline{25} + 3,\overline{4}}{6,\overline{94}}$ pode ser reescrita corretamente na forma

a) $\frac{1.069}{1.032}$

b) $\frac{350}{347}$

c) $\frac{217}{347}$

d) $\frac{20.967}{3.817}$

e) $\frac{387}{347}$

44.(CEBRASPE/TJ PA/2020) Dois colaboradores do setor de informática de uma empresa são responsáveis por fazer a manutenção dos computadores da empresa. Durante certo período de tempo, um dos colaboradores fez manutenção em $0,\overline{26} = 0,262626$ da quantidade total de computadores da empresa e, nesse mesmo período de tempo, o outro colaborador fez manutenção em $0,\overline{18} = 0,181818$ dessa quantidade total de computadores, tendo restado 110 computadores sem manutenção.

Nessa situação, a quantidade total de computadores dessa empresa é igual a

a) 130.

b) 139.

c) 155.

d) 159.

e) 198.

45.(CEBRASPE/Pref. B dos Coqueiros/2020) Em seu testamento, um pai deixou o diagrama mostrado a seguir, para ilustrar como deverá ocorrer a distribuição de sua herança, no valor de 2,7 milhões de reais, entre seus cinco herdeiros.

Com base nas informações precedentes, e considerando-se que, em cada linha desse diagrama, o retângulo branco mostrado está dividido em partes iguais, é correto concluir que

a) o quarto filho receberá mais de 420 mil reais.

b) a mãe e o terceiro filho receberão, juntos, um total de 1,3 milhão de reais.

c) a mãe e o primeiro filho receberão, juntos, menos de 1,4 milhão de reais.

d) os quatro filhos receberão, juntos, 2 milhões de reais.

e) a mãe e o quarto filho receberão, juntos, exatamente o mesmo total recebido pelos outros três filhos.

46.(CEBRASPE/FUB/2018) Paulo, Maria e João, servidores lotados em uma biblioteca pública, trabalham na catalogação dos livros recém-adquiridos. Independentemente da quantidade de livros a serem catalogados em cada dia, Paulo cataloga 1/4, Maria cataloga 1/3 e João, 5/12.

A respeito da catalogação de livros por esses servidores, julgue o item a seguir.

Entre os três servidores, Maria é a mais eficiente, isto é, em cada dia de trabalho, ela cataloga mais livros que cada um dos outros dois.

FCC

47.(FCC/ISS Jaboatão dos Guararapes/2024) O dominó é um antigo jogo de tabuleiro que é jogado com 28 peças e cada uma delas com pontos dos dois lados que variam de nenhum a 6 pontos. Com exceção da peça que não há pontos nos dois lados, pode-se ver as outras 27 peças como frações menores do que 1. Por exemplo, a peça com 5 pontos de um lado e 3 pontos do outro lado representaria a fração 3/5, independentemente do lado em que estão os 3 pontos ou os 5 pontos. A soma de todas as frações representadas pelas peças em que pelo menos em um dos lados há 4 pontos é

a) 106/12

b) 119/30

c) 106/15

d) 53/30

e) 44/30

48.(FCC/TRT CE/2024) Em um fórum há processos trabalhistas, tributários, ambientais e regulatórios. Nesse fórum, 1/5 dos processos são trabalhistas, 1/7 são ambientais e os restantes são regulatórios ou tributários. Sabe-se que há 260 processos ambientais e que há, pelo menos, 100 processos tributários. A quantidade máxima de processos regulatórios é:

a) 1096

b) 1296

c) 1560

d) 1456

e) 1196

49.(FCC/TRT 9/2022) O valor da soma $\frac{1}{2022^{-2}+1}+\frac{1}{2022^{-1}+1}+\frac{1}{2022^{0}+1}+\frac{1}{2022^{1}+1}+\frac{1}{2022^{2}+1}$ é:

a) $\frac{3}{2}$

b) $\frac{5}{2}$

c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{7}{2}$

e) $\frac{9}{2}$

50. (FCC/TRT 4/2022) Um terreno foi dividido entre quatro irmãos, Ana, Bento, Carla e Daniel. Ana ficou com metade do terreno; Bento ficou com um terço do terreno; Carla ficou com um sétimo do terreno e Daniel ficou com 500 m^2. A área total do terreno, antes da divisão, era de:

a) 21.000 m^2

b) 20.000 m^2

c) 25.000 m^2

d) 18.000 m^2

e) 15.000 m^2

51. (FCC/TRT 9/2022) Em relação às frações $\frac{7}{15}, \frac{8}{21}, \frac{2}{5}$ tem-se que

a) $\frac{8}{21} < \frac{7}{15} < \frac{2}{5}$.

b) $\frac{2}{5} < \frac{8}{21} < \frac{7}{15}$.

c) $\frac{8}{21} < \frac{2}{5} < \frac{7}{15}$.

d) $\frac{7}{15} < \frac{2}{5} < \frac{8}{21}$.

e) $\frac{2}{5} < \frac{7}{15} < \frac{8}{21}$.

52. (FCC/TRT 23/2022) Em uma fábrica de produção de robôs, registrou-se o número total de robôs produzidos em 3 anos. No primeiro ano foram produzidos 2/5 do total, no segundo ano foram produzidos 1/3 do total e no terceiro ano foram produzidos 8 robôs.

O número de robôs produzidos no primeiro ano foi

a) 8

b) 10

c) 12

d) 9

e) 6

53. (FCC/TRT 22/2022) Uma empresa de construção possui 48 funcionários divididos igualmente em 4 setores. No setor da Engenharia, 2/3 são formados em Engenharia Civil sendo metade desses mulheres. No setor de Contabilidade todos os funcionários são homens, no setor de Administração 1/4 dos funcionários são mulheres e, finalmente, no setor de Arquitetura, metade são mulheres. No máximo, o número de mulheres dentre os 48 funcionários é

a) 31.

b) 17.

c) 25.

d) 13.

e) 12.

54. (FCC/TJ CE/2022) Uma pesquisa em uma universidade verificou que cada estudante utiliza-se de apenas um meio de transporte para se deslocar até lá. A pesquisa também mostrou que três quartos de seus estudantes vão de ônibus, um décimo vai de carro, um oitavo vai de bicicleta e os 200 estudantes restantes vão a pé. O número de estudantes entrevistados é igual a

a) 24000.

b) 16000.

c) 20000.

d) 8000.

e) 6000.

Vunesp

55.(VUNESP/Pref. Pindamonhangaba/2023) A expectativa de vida numa região da Europa é de, aproximadamente, 85 anos. Uma pessoa que já viveu $\frac{15}{17}$ dessa idade, ainda tem para viver, segundo a expectativa, aproximadamente,

a) 2 anos.

b) 10 anos.

c) 13 anos.

d) 15 anos.

e) 17 anos.

56. (VUNESP/Pref. Marília/2023) Segundo dados do IBGE, em 2010, a população urbana de Marília era de, aproximadamente, 207.000 pessoas. Considerando-se que a população urbana representava, à época, cerca de $\frac{23}{24}$ da população, então a população de Marília naquele ano era de, aproximadamente,

a) 8.625

b) 9.000

c) 198.375

d) 207.000

e) 216.000

57. (VUNESP/Pref. Pindamonhangaba/2023) Os alunos de uma turma serão divididos em grupos contendo a mesma quantidade de estudantes em cada grupo. No dia da divisão, $\frac{2}{7}$ dos alunos faltaram, e a professora fez a divisão somente com os alunos presentes. Desse modo, após a divisão dos alunos presentes em 5 grupos iguais, a fração que representa o número de alunos em cada grupo, em relação ao total de alunos da turma, é igual a

a) $\frac{2}{7}$

b) $\frac{1}{5}$

c) $\frac{1}{7}$

d) $\frac{2}{35}$

e) $\frac{1}{35}$

58.(VUNESP/Pref. Piracicaba/2023) Um restaurante fez a seguinte promoção:

Promoção

Almoço com tudo incluso

Clientes

De 13 a 59 anos – preço inteiro

60 anos ou mais – pagam $\frac{1}{2}$

Até 12 anos – pagam $\frac{1}{3}$

Para comemorar seu aniversário de 65 anos, Jonas levou seu filho de 40 anos, sua nora de 38 anos e seus três netos de 6, 9 e 14 anos para almoçarem no restaurante com a promoção dada. A conta final ficou em R$ 250,00.

O preço inteiro do almoço nesse restaurante é de

a) R$ 40,00.

b) R$ 48,00.

c) R$ 55,00.

d) R$ 60,00.

e) R$ 65,00.

59.(VUNESP/Pref. Pindamonhangaba/2023) Em um grupo, com determinado número de pessoas, somente $\frac{3}{8}$ havia tomado certa vacina e o respectivo reforço dela. Entre as demais pessoas, $\frac{4}{5}$ havia tomado somente a vacina e as outras 15 pessoas não tinham tomado a vacina. O número de pessoas que havia tomado somente a vacina era

a) 120.

b) 100.

c) 80.

d) 60.

e) 40.

60.(VUNESP/CAMPREV/2023) Considere 4 recipientes de capacidades totais iguais, cada um deles contendo quantidades diferentes de um mesmo líquido, que correspondem, respectivamente, a $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}$ e $\frac{1}{4}$ da capacidade total. Roger juntou todo esse líquido em uma vasilha, e em seguida, usou esse líquido para preencher totalmente 2 dos recipientes, sem transbordar. Após esse preenchimento, a quantidade de líquido que restou na vasilha corresponde, da capacidade total de um recipiente, a

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{3}$

c) $\frac{1}{4}$

d) $\frac{1}{5}$

e) $\frac{1}{6}$

61.(VUNESP/ISS Jaguariúna/2023) Do total de documentos a serem analisados, a quinta parte foi analisada por Carla no dia de ontem, a quarta parte do restante foi analisada por Elias no dia de hoje, e cada metade dos documentos não analisados ontem e hoje serão analisados por Rodrigo e Cintia, amanhã. Sendo assim, é correto afirmar que

a) Carla analisou mais documentos do que os que serão analisados por Rodrigo.

b) Elias analisou mais documentos do que os que serão analisados por Cintia.

c) Rodrigo analisará a mesma quantidade de documentos que foi analisada por Elias.

d) Cintia analisará a mesma quantidade de documentos que foi analisada por Carla.

e) Cintia e Rodrigo analisarão mais documentos do que os que foram analisados por Carla e Elias.

62.(VUNESP/Pref. Sorocaba/2023) Em um escritório trabalham Alex, Beto e Caio. Certo dia, esses rapazes receberam um determinado número de documentos para serem arquivados. Alex iniciou o serviço e ele primeiro arquivou 5 documentos e depois arquivou um quinto do que sobrou. Em seguida, Beto arquivou 10 documentos e depois arquivou um quinto do que sobrou. Finalmente, Caio arquivou os documentos restantes. Sabendo que Alex e Beto arquivaram o mesmo número de documentos, o número de documentos que Caio arquivou foi

a) 10.

b) 20.

c) 30.

d) 40.

e) 50.

GABARITO – MULTIBANCAS

Frações

1. LETRA D
2. LETRA A
3. LETRA C
4. LETRA D
5. LETRA D
6. LETRA C
7. LETRA E
8. LETRA C
9. LETRA C
10. LETRA C
11. LETRA C
12. LETRA B
13. LETRA E
14. LETRA C
15. LETRA E
16. CERTO
17. CERTO
18. LETRA B
19. LETRA C
20. LETRA D
21. LETRA A
22. LETRA A
23. LETRA C
24. LETRA D
25. LETRA B
26. LETRA E
27. LETRA E
28. LETRA C
29. LETRA B
30. LETRA E
31. LETRA E
32. LETRA B
33. LETRA D
34. LETRA C
35. LETRA D
36. LETRA E
37. LETRA D
38. LETRA C
39. CERTO
40. ERRADO
41. CERTO
42. LETRA B
43. LETRA A
44. LETRA E
45. LETRA B
46. ERRADO
47. LETRA B
48. LETRA A
49. LETRA B
50. LETRA A
51. LETRA C
52. LETRA C
53. LETRA B
54. LETRA D
55. LETRA B
56. LETRA E
57. LETRA C
58. LETRA D
59. LETRA D
60. LETRA E
61. LETRA E
62. LETRA D

Lista de Questões – Multibancas

Razão e proporção

Outras Bancas

1.(IDECAN/PPCE/2024) Uma equipe de exploradores está planejando uma expedição em uma floresta usando um mapa com escala de 1:50.000. Isso significa que 1 cm no mapa representa 50.000 cm (ou 500 metros) na realidade. Eles planejam percorrer uma distância total de 12 km na floresta. A distância que essa rota ocupa no mapa é de

a) 12 cm.

b) 24 cm.

c) 60 cm.

d) 1,20 m.

e) 2,40 m.

2.(FURB/SMS Florianópolis/2024) Em um setor de 153 funcionários, dos 102 homens, verificou-se que dois terços haviam testado positivo para Covid e, também, um terço das mulheres haviam testado positivo para Covid. Pode-se afirmar que a razão entre o total de pessoas desse setor que haviam testado positivo para Covid e o total de funcionários do setor é de:

a) 4/5.

b) 6/10.

c) 5/9.

d) 7/10.

e) 4/9.

3.(ACCESS/BANESTES/2024) Em um mapa de certa cidade, em escala 1:12000 duas praças estão afastadas de 35 cm. Qual a distância real entre elas?

a) 420 metros

b) 1.800 metros

c) 3,6 km

d) 4,2 km

4.(ACCESS/BANESTES/2024) Saindo da capital do estado, A.G. viajou para o interior e visitou 3 cidades. A primeira cidade visitada fica a 120km da capital. A segunda cidade fica a 50 km de distância da primeira e, para chegar na terceira cidade, A.G. precisou viajar por mais 250 km. Ele gastou em cada um dos trechos da viagem de ida os seguintes tempos: 1º trecho: 2 horas, 2º trecho: 1 hora e 3º trecho: 4 horas. Para voltar a capital, A.G. fez uma viagem sem paradas e gastou somente 5 horas porque era final de semana e o trânsito estava leve. Qual a velocidade média da viagem na ida e na volta separadamente?

a) 48 km/h e 60 km/h

b) 60 km/h e 72 km/h

c) 64 km/h e 80 km/h

d) 60 km/h e 84 km/h

5.(IBADE/Prodest ES/2024) Um carro viaja a uma velocidade constante de 60 km/h. Se o tempo de viagem é diretamente proporcional à distância percorrida, quanto tempo levará para percorrer 240 km?

a) 1,5 horas.

b) 2 horas.

c) 2,5 horas.

d) 3 horas.

e) 4 horas.

6.(COSEAC/SEMED MARICÁ/2024) Um técnico de laboratório precisa calibrar um dispositivo de medição de velocidade que será usado para testar a eficácia de uma nova esteira de transporte industrial. A velocidade padrão de operação da esteira é de 100 cm/s, e o técnico deve verificar se este valor está sendo alcançado corretamente para garantir a eficiência e segurança do equipamento em longas horas de operação. Converter essa velocidade para m/h ajuda o técnico a fazer comparações e cálculos em um contexto em que as operações são planejadas em escala horária.

A velocidade de 100 cm/s expressa em m/h é equivalente a:

a) 3,6 m/h

b) 36 m/h

c) 360 m/h

d) 3600 m/h

e) 36000 m/h

7. (Instituto Consulplan/CM Tremembé/2023) O condomínio de Roberto oferece aos moradores a oportunidade de malharem na academia. Sabe-se que a razão entre aqueles que utilizam a academia com respeito aos moradores que não utilizam a academia é de 2:5. Se o número de moradores que não fazem uso da academia supera o número de moradores que a utilizam em 396 pessoas, então o número total de moradores desse condomínio é:

a) 548

b) 660

c) 836

d) 924

8. (Instituto AOCP/Pref Pinhais/2022) O número de cestas básicas arrecadadas nos quatro primeiros meses do ano de 2022, foi 12, 20, x e 30. Se esses números formam, nessa ordem, uma proporção, o valor de x é

a) 16.

b) 18.

c) 22.

d) 24.

e) 27.

9. (AOCP/CM Bauru/2022) A soma do peso de duas caixas é 65 Kg. Sabendo que a razão entre o peso das duas caixas é $\frac{5}{8}$, qual é o peso, em Kg, da caixa mais pesada entre as duas?

a) 25

b) 30

c) 35

d) 40

e) 45

10.(AOCP/CM Bauru/2022) Em uma repartição da prefeitura, havia x homens e y mulheres na razão $\frac{2}{3}$. Em janeiro deste ano, 5 homens foram contratados para repor a vaga de 5 mulheres que foram promovidas para cargos em outras repartições, deixando a razão entre homens e mulheres em $\frac{3}{2}$. Quantos funcionários trabalham nessa repartição?

a) 25

b) 20

c) 10

d) 30

e) 35

11. (FEPESE/Pref Concórdia/2022) Na plateia de um show, a razão entre o número de mulheres e o número de homens é 20:44.

Se o número de mulheres e homens na plateia do show é igual a 192, então o número de mulheres na plateia deste show é:

a) Menor que 57.

b) Maior que 57 e menor que 62.

c) Maior que 62 e menor que 67.

d) Maior que 67 e menor que 72.

e) Maior que 72.

12. (QUADRIX/CRMV PR/2022) O Cristo Redentor é conhecido como uma das sete maravilhas do mundo moderno. Em uma exposição, há uma miniatura desse monumento na escala 1:200, com 15 cm de altura, sem contar os 4 cm do pedestal.

Com base nessa situação hipotética, assinale a alternativa que apresenta a medida da altura real do Cristo Redentor com o pedestal.

a) 30 dm

b) 380 dm

c) 3.000 cm

d) 3,8 km

e) 30.000 mm

13. (CONSULPLAN/Pref JF/2022) A Secretaria de Educação de Juiz de Fora realizou uma triagem com os alunos de uma unidade escolar que possui um total de 3.540 alunos. Nessa triagem, constatou-se que para cada aluno não vacinado havia cinco alunos que já foram vacinados. Com base nessas informações, qual é o número de alunos não vacinados nessa unidade escolar?

a) 590

b) 680

c) 780

d) 890

e) 1.180

14. (FEPESE/Pref Concórdia/2022) Em uma universidade, a razão entre o número de alunos matriculados no ensino presencial e o número de alunos matriculados no ensino a distância é 3:5.

Se o número de alunos matriculados no ensino a distância excede o número de alunos matriculados no ensino presencial em 2100, então o número total de alunos (matriculados no ensino presencial e no ensino a distância) nesta universidade é:

a) Maior que 8750.

b) Maior que 8500 e menor que 8750.

c) Maior que 8250 e menor que 8500.

d) Maior que 8000 e menor que 8250.

e) Menor que 8000.

15. (Instituto Consulplan/PGE SC/2022) Considerando os profissionais que trabalham em determinada repartição pública, a razão entre o número de mulheres e o número de homens era de 1/3. Após determinado processo seletivo, com o ingresso de 16 mulheres, essa razão mudou para 2/3. Considerando que o número de homens se manteve constante nessas duas situações, qual é o número de homens trabalhando nessa repartição?

a) 16

b) 24

c) 32

d) 36

e) 48

16. (FEPESE/Pref Concórdia/2022) Em uma fazenda, a razão entre javalis e avestruzes é 16:24.

Se a quantidade de avestruzes excede a quantidade de javalis em 128, então o número de avestruzes nesta fazenda é:

a) Menor que 300.

b) Maior que 300 e menor que 325.

c) Maior que 325 e menor que 350.

d) Maior que 350 e menor que 375.

e) Maior que 375.

17.(CESGRANRIO/LIQUIGÁS/2018) Um trem vai da cidade A para a cidade B, em 50 minutos, viajando a uma velocidade média de 160 km/h.

Se a velocidade média fosse de 100 km/h, o trem iria da cidade A para a cidade B em um tempo igual a

a) 1 h 40 min

b) 1 h 20 min

c) 1 h 10 min

d) 1 h

e) 31 min

FGV

18.(FGV/TCE PA/2024) Na cidade de Belém, o Bosque Rodrigues Alves tem a forma de um retângulo.

Em um mapa na escala 1:20.000 esse retângulo possui lados medindo 2,5cm e 1,6cm.

A área do Bosque em metros quadrados é

a) 4.000.

b) 16.000.

c) 40.000.

d) 160.000.

e) 400.000.

19.(FGV/PMSP/2024) Em um encontro de 57 Policiais Militares, há apenas sargentos, cabos e soldados. Para cada cabo, há 5 soldados, e para cada sargento, há 3 cabos.

O número de soldados nesse encontro é igual a

a) 50.

b) 48.

c) 45.

d) 42.

e) 40.

20.(FGV/ALEP PR/2024) As grandes distancias entre objetos astronômicos (estrelas, planetas, etc.) são, em geral, expressas por meio da distância que a luz percorre em determinada unidade de tempo no vácuo. Por exemplo, um ano-luz é a distância que a luz percorre em um ano, um minuto-luz é a distância que a luz percorre em um minuto no vácuo.

Assim expressamos a distância média entre a Terra e Sol, que é de, aproximadamente, 8,3 minutos-luz. Já a distância média entre a Terra e Lua é de, aproximadamente, 1,3 segundos-luz.

Considerando esses valores, assinale a o número que melhor aproxima a razão entre as distâncias entre a Terra e o Sol e entre a Terra e a Lua.

a) 6,38

b) 70,00

c) 100,79

d) 283,70

e) 383,07

21.(FGV/ALEP PR/2024) Marcela e Caio estão treinando para participar de uma meia maratona. Marcela consegue fazer um percurso próximo à sua casa em 45 minutos, a uma velocidade média de 20km/h.

Caio faz o mesmo percurso em 1 hora e 15 minutos.

Assinale a opção que indica a velocidade média de Caio nesse percurso.

a) 10km/h

b) 12km/h

c) 15km/h

d) 16km/h

e) 25km/h

22.(FGV/Câmara dos Deputados/2023) Álvaro e Léo correm em uma pista circular em sentido horário. Eles partem de pontos diametralmente opostos. Álvaro tem o triplo da velocidade de Léo, e dá 24 voltas na pista.

O número de vezes que Álvaro ultrapassa Léo é igual a

a) 16.

b) 18.

c) 20.

d) 22.

e) 24.

23.(FGV/Câmara dos Deputados/2023) Duas moscas partem ao mesmo tempo de um ponto do chão de uma sala e voam em linha vertical reta em direção ao teto. A primeira mosca, que tem o dobro da velocidade da segunda, bate no teto e volta pelo mesmo caminho.

Quando elas se encontram, elas estão

a) a igual distância do teto e do chão.

b) duas vezes mais perto do teto do que do chão.

c) duas vezes mais perto do chão do que do teto.

d) três vezes mais perto do teto do que do chão.

e) três vezes mais perto do chão do que do teto.

24.(FGV/TRT-PB/2022) Sobre 4 grandezas X, Y, Z e W sabe-se que:

A razão de W para X é 4:3

A razão de Y para Z é 3:2

A razão de Z para X é 1:6

A razão de X+Y para Z+W é

a) 5:6

b) 4:7

c) 3:5

d) 6:11

e) 8:11

25.(FGV/TRT-PB/2022) Em uma reunião de condomínio, há jovens com até 21 anos, adultos com mais de 21 e menos de 60 anos, e idosos com 60 anos ou mais. Para cada 2 jovens há 5 adultos e para cada 7 adultos há 3 idosos.

A razão entre o número de jovens e o número total de pessoas presentes a essa reunião é

a) 2/15.

b) 7/15.

c) 3/14.

d) 2/17.

e) 7/32.

26.(FGV/TRT MA/2022) Michael coleciona moedas brasileiras, americanas e francesas. Para cada 3 moedas americanas Michael tem 7 moedas brasileiras e para cada 5 moedas brasileiras, ele tem 2 francesas.

Com relação às moedas de Michael, a razão entre a quantidade de moedas brasileiras e a quantidade de moedas não brasileiras é igual a

a) 7/5.

b) 12/7.

c) 25/19.

d) 30/23.

e) 35/29.

27.(FGV/SEAD-AP/2022) Em uma urna há apenas bolas azuis, brancas e verdes. Para cada 2 bolas azuis há 5 bolas brancas. Para cada 3 bolas verdes há uma bola azul.

A razão entre o número de bolas brancas e o número total de bolas nessa urna é igual a

a) 3/8.

b) 4/9.

c) 5/13.

d) 6/11.

e) 7/15.

28.(FGV/SEJUSP-MG/2022) Em um grupo de 120 pessoas, 50 são adultos (de 21 a 60 anos) e para cada 2 jovens (até 20 anos) há 5 idosos (acima de 60 anos).

Nesse grupo, o número total de vacinados contra a COVID-19 é o triplo do número de não vacinados. Além disso, metade dos vacinados são idosos e 1/3 dos vacinados são adultos.

É correto concluir que nesse grupo de pessoas há

a) 20 adultos não vacinados.

b) 20 jovens vacinados.

c) 50 idosos vacinados.

d) 10 idosos não vacinados.

e) 10 jovens não vacinados.

29. (FGV/CBM AM/2022) Em um grupo de pessoas, o número de homens é igual ao número de mulheres. Selecionam-se então $\frac{2}{5}$ dos homens $\frac{3}{4}$ das mulheres e forma-se um novo grupo.

Nesse novo grupo, em relação ao total de pessoas, as mulheres representam

a) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{5}{9}$

c) $\frac{7}{20}$

d) $\frac{15}{23}$

e) $\frac{17}{25}$

Cebraspe

30.(CEBRASPE/IBAMA/2022) Julgue o item a seguir, com base em conhecimentos da matemática.

Dissolvendo-se 450 gramas de cloro em 270 litros de água, obtém-se a mesma concentração que seria obtida ao se dissolver 1,125 quilograma de cloro em 675 litros de água.

31.(CEBRASPE/Pref. Pires do Rio/2022) Para fazer o lanche dos 500 alunos de uma escola, a merendeira usa 15 sacos de feijão e 20 sacos de arroz por mês.

A partir dessa situação hipotética, julgue o item a seguir.

A razão entre os sacos de feijão e os sacos de arroz utilizados pela merendeira por mês é 5/2.

32.(CEBRASPE/Pref. Pires do Rio/2022) Uma escola tem 1.200 alunos matriculados. Desse total de alunos, 600 estudam pela manhã, 100 estudam à noite e o restante estuda no turno vespertino.

Tendo como referência essas informações, julgue o item seguinte.

A razão entre o número de alunos que estudam pela manhã e o número de alunos que estudam à tarde é 6/2.

33.(CESPE/PM AL/2017) Em um tanque A, há uma mistura homogênea de 240 L de gasolina e 60 L de álcool; em outro tanque B, 150 L de gasolina estão misturados homogeneamente com 50 L de álcool.

A respeito dessas misturas, julgue o item subsequente.

Para que a proporção álcool/gasolina no tanque A fique igual à do tanque B é suficiente acrescentar no tanque A uma quantidade de álcool que é inferior a 25 L.

34.(CESPE/STM/2011) Determinado órgão promoveu concurso público para provimento de vagas de um cargo de nível médio e um de nível superior. As remunerações mensais dos cargos de nível médio e de nível superior eram números diretamente proporcionais a 2 e 3; e a remuneração mensal do cargo de nível médio era R$ 3.000,00 menor que a remuneração do cargo de nível superior.

A respeito dessa situação, julgue o item que se segue.

A soma das remunerações mensais dos 2 cargos é superior a R$ 16.000,00.

FCC

35.(FCC/SEDU ES/2022) Dona Paula pediu aos alunos de sua turma que formassem dois grupos. Ao final, ela percebeu que o grupo A ficou formado por 12 rapazes e 6 moças e o grupo B ficou com 18 moças. Para que a proporção de rapazes fique a mesma nos dois grupos e apenas retirando rapazes do grupo A e os colocando no grupo B, o número de rapazes que devem ir para o grupo B é:

a) 8.

b) 5.

c) 6.

d) 3.

e) 9.

36. (FCC/CBM AP/2022) Considere a seguinte recomendação sobre a aquisição de veículos de suporte básico (B) e avançado (A):

As ambulâncias de suporte básico à vida devem ser adquiridas na proporção de um veículo para cada grupo de 100 a 150 mil habitantes, e as de suporte avançado à vida de um veículo para cada grupo de 400 a 450 mil habitantes.

De acordo com essa recomendação, os atuais veículos de suporte básico de uma cidade seriam suficientes para, no máximo, 750 mil habitantes, e os de suporte avançado para, no máximo, 450 mil habitantes. Se a cidade possui atualmente 1 milhão de habitantes, as quantidades mínimas de veículos de suporte básico (B) e de veículos de suporte avançado (A) a serem adquiridas para a cidade se adequar à recomendação são:

a) A = 1 e B = 2

b) A = 1 e B = 3

c) A = 1 e B = 4

d) A = 2 e B = 2

e) A = 2 e B = 3

37. (FCC/TRT 19/2022) Pedro e Marco resolveram juntos uma prova com 30 questões. Para cada 2 questões que Pedro resolveu, Marco resolveu 3. A diferença entre o número de questões resolvidas por Marco e o número de questões resolvidas por Pedro foi de

a) 6

b) 8

c) 12

d) 10

e) 9

38.(FCC/ALAP/2020) Para fazer um refresco de maracujá utiliza-se uma parte de suco de maracujá concentrado e três partes de água. Assim, a fim de obter 20 L de refresco de maracujá, além do suco concentrado, o número necessário de garrafas de 1,5 L de água é

a) 7

b) 9

c) 8

d) 10

e) 6

Vunesp

39.(VUNESP/TJSP/2024) Em uma escola de ensino médio, a razão entre o número de alunos do 2º ano e o número de alunos do 1º ano é 4/7. Já a razão entre o número de alunos do 3º ano e o número de alunos do 2º ano é 5/8. Sabendo que a diferença entre o número de alunos do 2º ano e o número de alunos do 3º ano é 27, é correto afirmar que o número de alunos do 1º ano supera a soma do número de alunos do 2º e 3º anos em

a) 9.

b) 11.

c) 12.

d) 6.

e) 5.

40.(VUNESP/SP Trans/2024) No início de certo ano, um estacionamento oferece 120 vagas para aluguel mensal e 200 vagas no sistema rotativo (cobrança por hora). Após uma ampliação, esse estacionamento passou a oferecer mais 160 vagas, sendo parte de aluguel mensal e parte de vagas rotativas, de maneira que a razão entre o número total de vagas para aluguel mensal e o número total de vagas rotativas passou a ser 2/3. O número de novas vagas rotativas na ampliação foi

a) 56.

b) 64.

c) 72.

d) 80.

e) 88.

41.(VUNESP/PM SP/2023) Com base nas informações que constam no site da Polícia Militar do Estado de São Paulo, pode-se concluir que, no mês de setembro de 2022, a cada hora, para cada pessoa presa em flagrante, 3 resgates foram efetuados. Se, no referido período de tempo, a soma do número de pessoas presas em flagrante com o número de resgates efetuados totalizou 36, então, o número de resgates foi igual a

a) 27.

b) 15.

c) 9.

d) 33.

e) 21.

42.(VUNESP/CAMPREV/2023) Sabe-se que a razão entre as medidas, em centímetros, do comprimento e da largura de um tampo de mesa retangular é de 7 para 3, e que a diferença entre essas medidas é igual a 120 cm. Nessas condições, é correto afirmar que a medida da largura desse tampo é igual a

a) 70 cm.

b) 75 cm.

c) 80 cm.

d) 85 cm.

e) 90 cm.

43.(VUNESP/Pref SBC/2023) Segundo dados do IBGE (2021) referentes à educação no município de São Bernardo do Campo, a razão entre o número de matrículas no ensino médio e o número de matrículas no ensino fundamental foi igual a $\frac{15}{49}$.

Considerando que 128 000 alunos se matricularam nas escolas do município, no ano de 2021, então, o número de matriculados no ensino fundamental foi de

a) 49 000.

b) 68 200.

c) 73 500.

d) 88 200.

e) 98 000.

44.(VUNESP/Pref SBC/2023) Segundo dados do IBGE (2021) referentes à educação no município de São Bernardo do Campo, a razão entre o número de matrículas no ensino médio e o número de matrículas no ensino fundamental foi igual a $\frac{15}{49}$.

Considerando que 128 000 alunos se matricularam nas escolas do município, no ano de 2021, então, o número de matriculados no ensino fundamental foi de

a) 49 000.

b) 68 200.

c) 73 500.

d) 88 200.

e) 98 000.

45.(VUNESP/TJ SP/2023) Em uma pesquisa realizada em 2019, com 200 pessoas, identificou-se que a razão entre o número de pessoas que não tinham filho ou filha e o número de pessoas que tinham filho(s) ou filha(s) era 6/19. No ano passado, as mesmas pessoas participaram de outra pesquisa, ocasião

em que foi identificado que o número de pessoas que não tinham filho ou filha havia diminuído em 12 unidades. Na pesquisa realizada no passado, a razão entre os números das pessoas que não tinham filho ou filha e das pessoas que tinham filho(s) ou filha(s) foi:

a) 3/10.

b) 9/41.

c) 9/38.

d) 3/7.

e) 12/41.

46.(VUNESP/DPE SP/2023) Em um hospital, 105 funcionários são médicos ou enfermeiros. São 2 médicos para cada 13 enfermeiros. A contratação de 3 médicos e de 11 enfermeiros fez com que a razão de médicos para enfermeiros se tornasse

a) 2/9

b) 3/11

c) 1/17

d) 5/19

e) 1/6

47.(VUNESP/UNICAMP/2023) Em certo laboratório, para cada 4 computadores com mais de 1 ano de utilização, existem 7 computadores com 1 ano ou menos de utilização. Se, ao todo, há 44 computadores nesse laboratório, e serão comprados alguns computadores novos para que a razão entre o número de computadores com mais de 1 ano de utilização e o número de computadores com 1 ano ou menos de utilização seja de 1 para 2, então o número de novos computadores que serão comprados é igual a

a) 3.

b) 4.

c) 5.

d) 6.

e) 7.

48.(VUNESP/Pref Sorocaba/2023) Em uma empresa, no início de 2021, a razão entre o número de funcionários que faziam compras com dinheiro em cédulas e o número de funcionários que só compravam com cartões era 3/2. No fim de 2021, 54 funcionários passaram a só fazer compras com cartões e, dessa maneira, a razão indicada passou a ser 18/17. Considerando que em 2021 não houve

mudanças no quadro de funcionários, o total dessas pessoas que ainda faziam compras com dinheiro em cédulas no fim de 2021 era

a) 234.

b) 243.

c) 324.

d) 342.

e) 423.

49.(VUNESP/Pref. Peruíbe/2023) Em uma empresa com um total de 77 funcionários, a razão entre o número de funcionárias e o total de funcionários é $\frac{6}{11}$.

Se forem contratadas outras 14 funcionárias, a razão entre o número de funcionárias e o total de funcionários passará a ser:

a) $\frac{7}{12}$

b) $\frac{8}{13}$

c) $\frac{9}{14}$

d) $\frac{10}{15}$

e) $\frac{11}{16}$

Gabarito – Multibancas

Razão e proporção

1. LETRA B
2. LETRA C
3. LETRA D
4. LETRA D
5. LETRA E
6. LETRA D
7. LETRA D
8. LETRA B
9. LETRA D
10. LETRA A
11. LETRA B
12. LETRA B
13. LETRA A
14. LETRA C
15. LETRA E
16. LETRA E
17. LETRA B
18. LETRA D
19. LETRA C
20. LETRA E
21. LETRA B
22. LETRA A
23. LETRA B
24.LETRA A
25. LETRA E
26. LETRA E
27. LETRA C
28. LETRA A
29. LETRA D
30. CERTO
31. ERRADO
32. ERRADO
33. CERTO
34. ERRADO
35. LETRA E
36. LETRA D
37. LETRA A
38. LETRA D
39. LETRA A
40. LETRA E
41. LETRA A
42. LETRA E
43. LETRA D
44. LETRA E
45. LETRA B
46. LETRA E
47. LETRA B
48. LETRA C
49. LETRA B

LISTA DE QUESTÕES – MULTIBANCAS

Proporcionalidade

Outras Bancas

1.(ACCESS/BANESTES/2024) Um pai quer distribuir R$ 1.000,00 entre seus 3 filhos em partes proporcionais às suas idades, que são 2, 3 e 5 anos. Qual foi a quantia que o mais velho recebeu?

a) R$ 300.

b) R$ 400.

c) R$ 450.

d) R$ 500.

2.(CONSULPLAM/ISS BH/2024) Três amigos montam uma sociedade para constituir uma gráfica e investiram R$ 80.000,00, R$ 40.000,00 e R$ 30.000,00 para tal fim. Após um período de 6 meses de funcionamento, a gráfica trouxe um lucro de R$ 30.000,00. Sabendo que o tempo de investimento dos três sócios foi o mesmo, assinale quanto recebeu de lucro o que fez o investimento intermediário.

a) R$ 16.000,00.

b) R$ 14.000,00.

c) R$ 12.000,00.

d) R$ 10.000,00.

e) R$ 8.000,00.

3.(CONSULPLAM/ISS BH/2024) Antônio, Bruno e Cauã, três amigos que investiram, de forma amadora, respectivamente, R$ 2.400,00, R$ 2.800,00 e R$ 4.800,00 mil reais em criptomoedas. Após um curto período de duas semanas, os três perceberam um prejuízo de R$ 1.600,00, o que implicou obrigou a desistência no investimento e divisão dos valores restantes, proporcionalmente ao investimento inicial. Os valores em reais que Antônio, Bruno e Cauã conseguiram ainda resgatar foram, respectivamente:

a) 1.234, 2.260 e 3.982.

b) 1.858, 2.147 e 4.140.

c) 1.968, 2.236 e 4.013.

d) 1.912, 2.278 e 3.796.

e) 2.016, 2.352 e 4.032.

4.(COSEAC/SEMED MARICÁ/2024) Um cientista trabalha com variáveis que influenciam a eficácia de um medicamento. A eficácia (A) é diretamente proporcional à dosagem (B) e inversamente proporcional ao quadrado do peso do paciente (C^2). Em um teste inicial, uma dosagem menor (B = 3) é suficiente para uma eficácia básica (A = 1) em um paciente mais pesado (C = 5). O cientista agora deseja entender como aumentar a dosagem afetará a eficácia em um paciente mais leve (C = 3) para alcançar um objetivo mais alto (A = 8). A nova dosagem necessária é igual a:

a) 2,5

b) 2,16

c) 0,11

d) 8,64

e) 0,375

5.(CESGRANRIO/BANRISUL/2023) Duas agências bancárias receberam, cada uma, 1200 panfletos informativos sobre os fundos de investimento que oferecem. Há três tipos de panfletos: um sobre os fundos conservadores, outro sobre fundos moderados, e o restante sobre fundos agressivos. A agência 1 recebeu seus 1200 panfletos em partes proporcionais a 2, 3 e 5, referentes aos tipos sobre fundos conservadores, moderados e agressivos, respectivamente. Analogamente, a agência 2 recebeu os seus panfletos em partes proporcionais a 1, 4 e 7. Quantos panfletos sobre fundos agressivos a agência 2 recebeu a mais do que a agência 1?

a) 100

b) 140

c) 200

d) 240

e) 600

6.(IBFC/UFPB/2023) Marcos vai dividir a quantia de R$ 5.600,00 entre seus três filhos de forma diretamente proporcional a idade de cada um. Se as idades de seus filhos são 5, 7 e 8 anos, então a quantia que o filho mais novo vai receber é igual a:

a) R$ 1.960,00

b) R$ 2.240,00

c) R$ 1.400,00

d) R$ 1.280,00

e) R$ 1.440,00

7. (Instituto Consulplan/GCM Vila Velha/2023) Três guardas municipais: Ana; Bruno; e, Cláudia receberam um total de 573 ocorrências de serviço, que serão divididas entre eles em quantidades inversamente proporcionais ao tempo de experiência que possui no cargo de guarda municipal. Considerando que Ana possui 2 anos e 4 meses de experiência; Bruno possui 2 anos e 8 meses; e, Cláudia tem 3 anos de experiência no cargo, assinale a afirmativa correta.

a) Ana receberá 14 ocorrências a mais que Bruno.

b) Ana receberá 48 ocorrências a mais do que Cláudia.

c) Bruno receberá 27 ocorrências a mais do que Cláudia.

d) Cláudia receberá 21 ocorrências a mais do que Bruno.

8.(Instituto Consulplan/Pref Orlândia/2023) Dona Maria tem uma coleção de joias com 535 peças e deseja distribuí-las entre suas três netas: Ana, Bruna e Carla. No momento da divisão, ela decidiu distribuir as joias de forma inversamente proporcional à idade de cada uma das netas. Assim, sabendo-se que Ana tem 21 anos, Bruna tem 18 anos e Carla tem 15 anos, é correto afirmar que:

a) Carla receberá 60 unidades a mais que Ana.

b) Carla receberá 30 unidades a mais que Ana.

c) Carla receberá 25 unidades a mais que Ana.

d) Bruna receberá 25 unidades a mais que Carla.

9. (FUNDATEC/IPE Saúde/2022) Três irmãs abriram uma loja para vendas online. Ana investiu R$ 1.200,00, Betina investiu R$ 1.600,00 e Cláudia investiu R$ 800,00. Ao final de 6 meses de trabalho, obtiveram um lucro de R$ 4.320,00 reais, que foi dividido em três partes diretamente proporcionais ao valor que cada uma investiu. Com base nessas informações, podemos afirmar que:

a) Ana recebeu R$ 1.920,00.

b) Betina recebeu R$ 1.440,00.

c) Cláudia e Betina receberam juntas o total de R$ 3.360,00.

d) Cláudia recebeu R$ 480,00 a mais do que Ana.

e) Betina recebeu R$ 480,00 a mais do que Ana.

10. (IBFC/IBFC/2022) Ao analisar os pagamentos realizados aos recenseadores, um coordenador verificou que o valor pago a três deles foi um total de R$ 8.100,00. Se o tempo de trabalho de cada um foi de 2, 3 e 4 meses e o total pago foi diretamente proporcional ao tempo trabalhado, então o menor valor recebido por um dos recenseadores foi de:

a) R$ 2.700,00

b) R$ 1.800,00

c) R$ 3.600,00

d) R$ 900,00

e) R$ 2.100,00

11. (AOCP/SED MS/2022) Davi recebeu um prêmio em dinheiro e decidiu dividir esse prêmio em três partes inversamente proporcionais às idades de seus filhos: 5, 7 e 11 anos. Não quis revelar o montante recebido, mas revelou que a menor parte foi de R$ 7.000,00. Nessas condições, o valor do prêmio recebido por Davi foi de

a) R$ 40.200,00.

b) R$ 35.500,00.

c) R$ 34.600,00.

d) R$ 33.400,00.

e) R$ 32.800,00.

12. (FEPESE/IPRECON/2022) João e Maria repartem o lucro de R$ 1200 que obtiveram com um negócio de maneira proporcional à quantia que cada um investiu.

Se João investiu R$ 400 a mais que Maria, e obteve um lucro R$ 60 maior que o lucro dela, quanto João investiu?

a) Menos de R$ 3250

b) Mais de R$ 3250 e menos de R$ 3500

c) Mais de R$ 3500 e menos de R$ 3750

d) Mais de R$ 3750 e menos de R$ 4000

e) Mais de R$ 4000

13. (FEPESE/Pref Concórdia/2022) Dois números positivos são diretamente proporcionais a 4 e 7, respectivamente.

Sabendo que a diferença do maior pelo menor é 57, temos que o menor destes números é:

a) Maior que 80.

b) Maior que 75 e menor que 80.

c) Maior que 70 e menor que 75.

d) Maior que 65 e menor que 70.

e) Menor que 65.

14. (Instituto Consulplan/CM Barbacena/2022) Paulo e Roberta são casados e decidiram comprar um veículo novo, cujo valor é R$ 60.000,00, dividindo esse preço entre os dois. Considere que os salários de Paulo e Roberta são, respectivamente, R$ 1.400,00 e R$ 1.600,00 e que eles combinaram de pagar o veículo de forma diretamente proporcional ao salário de cada um, de modo que quem recebe menos paga menos. Com base nessas informações, qual será o valor pago por Roberta para ajudar na compra do veículo?

a) R$ 32.000,00

b) R$ 34.000,00

c) R$ 36.000,00

d) R$ 38.000,00

15. (FEPESE/CASAN/2022) Uma quantia (em Reais) foi repartida em partes proporcionais a 4, 5 e 9.

Se a maior parte excede a menor parte em R$ 300, então a quantia inicial é:

a) Maior que R$ 1125.

b) Maior que R$ 1100 e menor que R$ 1125.

c) Maior que R$ 1075 e menor que R$ 1100.

d) Maior que R$ 1050 e menor que R$ 1075.

e) Menor que R$ 1050.

16.(CESGRANRIO/BB/2015) Aldo, Baldo e Caldo resolvem fazer um bolão para um concurso da Mega-Sena. Aldo contribui com 12 bilhetes, Baldo, com 15 bilhetes e Caldo, com 9 bilhetes. Eles combinaram que, se um dos bilhetes do bolão fosse sorteado, o prêmio seria dividido entre os três proporcionalmente à quantidade de bilhetes com que cada um contribuiu. Caldo também fez uma aposta fora do bolão e, na data do sorteio, houve 2 bilhetes ganhadores, sendo um deles o da aposta individual de Caldo, e o outro, um dos bilhetes do bolão.

Qual a razão entre a quantia total que Caldo recebeu e a quantia que Baldo recebeu?

a) 0,8

b) 1,5

c) 2

d) 2,5

e) 3

17.(CESGRANRIO/BASA/2015) Em uma empresa, o total de descontos que incidem sobre o salário bruto de cada funcionário é proporcional ao valor desse mesmo salário bruto. Um funcionário F_1 tem salário

líquido igual a S_1, calculado após a incidência do total de descontos igual a x_1 reais. Um funcionário F_2 tem salário líquido igual a S_2, calculado após a incidência do total de descontos igual a x_2 reais.

O total de descontos x_2 é tal que

a) $x_2 = \frac{S_1+x_1}{S_2+x_2} \cdot x_1$.

b) $x_2 = \frac{S_2+x_2}{S_1+x_1} \, . (x_1 + x_2)$.

c) $x_2 = \frac{S_1}{S_2} \cdot x_1$.

d) $x_2 = \frac{S_2}{S_1} \cdot x_1$.

e) $x_2 = \frac{S_1+x_1}{S_2+x_2} \, . (x_1 + x_2)$.

FGV

18.(FGV/PPBA/2024) Um total de 96 bombons será repartido entre 3 irmãs em quantidades proporcionais a 4, 5 e 7.

Comparada àquela que recebeu a menor quantidade, a irmã que recebeu a maior quantidade terá

a) 6 bombons a mais.

b) 12 bombons a mais.

c) 15 bombons a mais

d) 16 bombons a mais.

e) 18 bombons a mais.

19.(FGV/ALE TO/2024) As filhas de Nepomuceno têm 5 e 9 anos de idade. Ele dividirá R$420,00 entre elas de forma inversamente proporcional às suas idades.

Logo

a) a mais nova receberá R$120,00 a mais que a mais velha.

b) a mais nova receberá R$150,00 a mais que a mais velha.

c) a mais nova receberá R$270,00 a mais que a mais velha.

d) a mais velha receberá R$120,00 a mais que a mais nova.

e) a mais velha receberá R$150,00 a mais que a mais nova.

20.(FGV/SEFAZ-MG/2023) Uma grandeza A é diretamente proporcional à grandeza B que, por sua vez, é inversamente proporcional ao quadrado da grandeza C.

Quando A = 12, tem-se B = 4 e C = 6.

Quando C = 4, o valor de A é

a) 144.

b) 72.

c) 27.

d) 18.

e) 12.

21.(FGV/CM Taubaté/2022) Sobre 3 grandezas X, Y e Z sabe-se que X é diretamente proporcional a Y e que Z é inversamente proporcional a X.

Quando Y = 3, tem-se X = 6 e Z = 1/2.

Quando X = 3, o valor de Y + Z é

a) 5/2.

b) 3/2.

c) 4.

d) 4/3.

e) 7/3.

22.(FGV/TRT-PB/2022) Uma distribuidora de produtos químicos recebeu 1600 litros de certo composto e deve distribuir toda essa quantidade entre 5 laboratórios em partes proporcionais aos números 3, 4, 5, 6 e 7.

O laboratório que receber a menor quantidade receberá

a) 190 litros.

b) 192 litros.

c) 194 litros.

d) 196 litros.

e) 198 litros.

23.(FGV/TRT MA/2022) Uma empresa de engenharia está realizando as obras X, Y e Z. Foram comprados 360 sacos de cimento que deverão ser repartidos entre as obras X, Y e Z em partes proporcionais aos números 4, 7 e 9, respectivamente.

O número de sacos de cimento que a obra Y receberá é

a) 108.

b) 112.

c) 120.

d) 126.

e) 144.

24.(FGV/TRT MA/2022) Um terreno de 1280 m² foi dividido em 3 partes, proporcionais aos números: 2, 5/2 e 7/2.

A área da maior parte, em m², é

a) 400.

b) 440.

c) 480.

d) 520.

e) 560.

25. (FGV/BANESTES/2018) Em um terminal de autoatendimento bancário há apenas cédulas de R$ 10,00, R$ 20,00 e R$ 50,00.

As quantidades de cada um dos três tipos de cédula na máquina são inversamente proporcionais aos seus valores.

Se há 272 cédulas ao todo, então a quantidade total de dinheiro armazenado no terminal é:

a) R$ 3.600,00;

b) R$ 3.960,00;

c) R$ 4.050,00;

d) R$ 4.240,00;

e) R$ 4.800,00.

Cebraspe

26.(CEBRASPE/CAGEPA/2024) O volume de água V a ser distribuído para as cidades de João Pessoa, Campina Grande e Patos é proporcional à população de cada cidade. Nesse caso, se a população de Campina Grande for metade da população de João Pessoa e a população de Patos for 4 vezes menor que a população de Campina Grande, então o volume de água que deverá ser destinado à cidade de Campina Grande será de

a) $\frac{1}{2}V$

b) $\frac{4}{13}V$

c) $\frac{1}{4}V$

d) $\frac{8}{13}V$

e) $\frac{1}{13}V$

Texto para as próximas questões

grupo muscular	exercício	carga (kg)	número de repetições
ombro	supino sentado	18	60
bíceps	rosca martelo	20	50
peito	supino com barra	22	45

Suponha que, ao planejar uma série de exercícios de musculação para o mês, uma pessoa tenha organizado a tabela anterior. Com base nessa situação hipotética, julgue os itens a seguir, considerando que somente sejam realizados os exercícios mencionados na tabela e desprezando eventuais perdas de tempo.

27. (CEBRASPE/SEPLAG CE/2024) A partir dos dados da tabela, infere-se que as grandezas carga e número de repetições são, tecnicamente falando, inversamente proporcionais.

28.(CEBRASPE/SEPLAG CE/2024) Considerando-se que o tempo total de treino seja proporcional ao número de repetições, se a pessoa demorar 15 minutos fazendo o exercício supino com barra, então o tempo total de treino será superior a uma hora.

29.(CEBRASPE/CNJ/2024)

funcionário	tempo de serviço (anos)
Paulo	2
Marco	4
Sabrina	8
Evandro	10
Fabiana	12
Alice	14

Na tabela precedente, é apresentado o tempo de serviço, em anos, de seis funcionários de determinada empresa. A título de bônus de fim de ano, serão distribuídos entre esses funcionários R$ 12.000, valor que será repartido de forma que cada funcionário receba um valor diretamente proporcional ao respectivo tempo de serviço.

Com base nessas informações, julgue o item a seguir.

Evandro deverá receber de bônus um valor superior a R$ 2.000.

30.(CESPE/CAGE RS/2018) João, Pedro e Tiago, três investidores amadores, animados com a popularização das criptomoedas, investiram 12, 14 e 24 mil reais, respectivamente, em moeda virtual. Após uma semana do investimento, eles perceberam que o prejuízo acumulado, que era de 8 mil reais, deveria ser dividido entre os três, em proporção direta aos valores investidos.

Nessa situação, em caso de desistência do investimento após a constatação do prejuízo, João, Pedro e Tiago receberão, respectivamente, as quantias, em reais, de

a) 9.340, 11.340 e 21.340.

b) 10.080, 11.760 e 20.160.

c) 11.920, 13.240 e 22.840.

d) 2.660, 2.660 e 2.660.

e) 1.920, 2.240 e 3.840.

31.(CESPE/IFF/2018) A quantia de R$ 360.000 deverá ser repassada às escolas A, B e C para complemento da merenda escolar. A distribuição será em partes diretamente proporcionais às quantidades de alunos de cada escola. Sabe-se que a escola A tem 20% a mais de alunos que a escola B e que a escola C tem 20% a menos de alunos que a escola B. Nesse caso, a escola A deverá receber

a) R$ 140.000.

b) R$ 144.000.

c) R$ 168.000.

d) R$ 192.000.

e) R$ 216.000.

32.(CESPE/FUB/2018) A respeito de razões, proporções e inequações, julgue o item seguinte.

Situação hipotética: Vanda, Sandra e Maura receberam R$ 7.900 do gerente do departamento onde trabalham, para ser divido entre elas, de forma inversamente proporcional a 1/6, 2/9 e 3/8, respectivamente.

Assertiva: Nessa situação, Sandra deverá receber menos de R$ 2.500.

33.(CESPE/SEDF/2017) No item a seguir, é apresentada uma situação hipotética seguida de uma assertiva a ser julgada, a respeito de juros, divisão proporcional e regra de três.

Um empresário dividiu, entre três de seus empregados, a quantia de R$ 6.600,00 em partes inversamente proporcionais a 2, 5 e 8.

Nesse caso, todos os valores nessa partilha são maiores que R$ 1.100,00.

34.(CESPE/IBAMA/2012) Um órgão de controle, ao aplicar sanções contra empresas petroleiras cujas atividades resultem em agressão ao meio ambiente, determina o valor da multa, em reais, de modo proporcional ao volume de petróleo derramado, em barris, ao tempo de duração do derramamento, em semanas, e à área da região afetada, em quilômetros quadrados. Assim, se determinada empresa petroleira deixar vazar, por três semanas, quatro mil barris de petróleo bruto, causando a contaminação de 950 km2 de superfície marítima, será, em decorrência disso, multada em R$ 5.000.000,00. Com base nessas informações, julgue o item seguinte.

Caso, depois de estancado um vazamento, o petróleo derramado avance por uma área correspondente a 10% da área inicialmente afetada, o valor da multa recebida pela empresa aumentará 10% em relação ao valor que seria estabelecido no momento do estanque.

FCC

35.(FCC/TRT 22/2022) Alberto tem 25 anos, Breno 40 anos e Carlos 35 anos. Os três trabalham como garçons em um restaurante e decidiram dividir entre eles o valor total das gorjetas. Alberto, que trabalha no restaurante há apenas 5 meses, propôs dividir o total das gorjetas proporcionalmente à idade de cada um, mas Carlos, que trabalha há 1 ano e 3 meses, discorda e propõe que a divisão seja proporcional ao tempo de serviço de cada um no restaurante. Breno, com 1 ano e 8 meses no restaurante foi convidado a desempatar e decidiu que o valor total fosse dividido proporcionalmente ao tempo de serviço. Com um valor total de gorjetas de R$ 1.200,00 e considerando as duas propostas, Alberto deixou de ganhar, em reais,

a) 100,00.

b) 250,00.

c) 30,00.

d) 150,00.

e) 300,00.

36. (FCC/TRT 23/2022) Em um processo de partilha de herança entre Ana, Beatriz e Clara, ficou decidido que os valores recebidos serão diretamente proporcionais às suas respectivas idades. Sabe-se que Ana tem o triplo da idade de Clara que, por sua vez, tem a metade da idade de Beatriz. Clara receberá 100 mil reais.

O valor total da herança é de:

a) R$ 700.000,00

b) R$ 400.000,00

c) R$ 600.000,00

d) R$ 900.000,00

e) R$ 500.000,00

37.(FCC/Pref. Recife/2019) Sabe-se que as sequências S_1 e S_2 abaixo são diretamente proporcionais $(x > 0)$, isto é, a razão entre os elementos correspondentes das duas sequências é constante:

Sequência $S_1: \{4, x, 16, \dots\}$

Sequência $S_2: \{x, 9, y, \dots\}$

O valor de y é igual a

a) 15.

b) 9.

c) 12.

d) 6.

e) 24.

38.(FCC/CLDF/2018) Miguel, Otávio e Pedro foram convocados para realizar um trabalho emergencial. Para recompensá-los posteriormente, decide-se dividir uma quantia em reais entre os 3 em partes diretamente proporcionais ao tempo dedicado de cada um para realizar o trabalho e inversamente proporcionais às respectivas idades. Sabe-se que Miguel dedicou 4 horas para o trabalho e sua idade é igual a 30 anos, Otávio dedicou 8 horas e sua idade é igual a 40 anos e Pedro dedicou 15 horas e sua idade é igual a 60 anos. Se a menor parte correspondente a esta divisão foi de R$ 4.800,00, então a maior parte foi igual a

a) R$ 9.000,00.

b) R$ 6.000,00.

c) R$ 12.000,00.

d) R$ 8.400,00.

e) R$ 7.200,00.

39.(FCC/TRF 3/2016) Uma herança de R$ 82.000,00 será repartida de modo inversamente proporcional às idades, em anos completos, dos três herdeiros. As idades dos herdeiros são: 2, 3 e x anos. Sabe-se que os números que correspondem às idades dos herdeiros são números primos entre si (o maior divisor comum dos três números é o número 1) e que foi R$ 42.000,00 a parte da herança que o herdeiro com 2 anos recebeu. A partir dessas informações o valor de x é igual a

a) 7.

b) 5.

c) 11.

d) 1.

e) 13.

Vunesp

40.(VUNESP/Pref Pindamonhangaba/2023) Uma verba de R$ 200 mil será destinada para a compra de novos computadores, de modo a substituir os computadores mais antigos em duas secretarias municipais de certa cidade. Sabendo-se que a verba será dividida proporcionalmente, de acordo com a quantidade de computadores com mais de 5 anos de uso nessas duas secretarias, e que em uma dessas secretarias há 14 máquinas, enquanto que na outra há 11 máquinas com mais de 5 anos de uso, a diferença entre os valores que serão destinados para ambas as secretarias será de

a) R$ 22 mil.

b) R$ 24 mil.

c) R$ 26 mil.

d) R$ 28 mil.

e) R$ 30 mil.

41.(VUNESP/CAMPREV/2023) Aberta com vazão constante, uma torneira despejou um total de 520 litros de água em dois reservatórios, A e B, inicialmente vazios, sendo essa quantidade repartida entre eles em partes diretamente proporcionais aos tempos necessários para preenchê-los completamente, que foram iguais a 40 minutos e 1 hora e 4 minutos, respectivamente. Nessas condições, é correto afirmar que a diferença entre as quantidades recebidas pelos reservatórios B e A foi igual a

a) 100 litros.

b) 120 litros.

c) 140 litros.

d) 150 litros.

e) 160 litros.

42.(VUNESP/TCM SP/2023) Dividiu-se um prêmio de R$ 750 mil entre duas filiais de uma empresa, de forma diretamente proporcional às vendas efetuadas por elas, no ano anterior. Para tanto, identificou-se que, no ano anterior, uma das filiais vendeu o valor de R$ 3,6 milhões, e a outra, R$ 5,4 milhões. Ocorre que, após uma conferência das informações, identificou-se que houve um lançamento de vendas invertido, em determinado mês, o que gerou um lançamento indevido de R$ 0,45 milhão a mais na filial que mais vendeu.

Sendo assim, a filial que mais vendeu deverá repassar, para a outra filial, o valor de

a) R$ 2.250,00.

b) R$ 37.500,00.

c) R$ 83.250,00.

d) R$ 112.500,00.

e) R$ 150.000,00.

43.(VUNESP/TCM SP/2023) Uma verba de R$ 832 mil reais será distribuída entre as filiais A e B de uma empresa, de forma inversamente proporcional aos valores gastos com advogados para as defenderem em processos abertos por clientes insatisfeitos. Se a razão entre os valores gastos pelas filiais A e B com os advogados é $\frac{3}{5}$, então, a filial A receberá a quantia de

a) R$ 138,7 mil.

b) R$ 312,0 mil.

c) R$ 499,2 mil.

d) R$ 520,0 mil.

e) R$ 535,7 mil.

44.(VUNESP/CMSJC/2022) Os tanques T_1 e T_2 contêm misturas de gasolina e etanol. Sabe-se que as quantidades de etanol em cada tanque são diretamente proporcionais às respectivas quantidades de gasolina, que são iguais a 80 litros em T_1 e 100 litros em T_2.

Sabendo-se que o tanque T_1 contém 120 litros de etanol, conclui-se que a mistura formada no tanque T_2 contém um total de

a) 150 litros.

b) 175 litros.

c) 200 litros.

d) 225 litros.

e) 250 litros.

45.(VUNESP/Pref. Jundiaí/2022) Thamires tem dois cachorros, Rex e Totó, cujas massas corporais são de 30 kg e 22 kg, respectivamente. Ela possui um total de 26 kg de ração em sua dispensa e pretende dividir essa quantidade em duas partes, uma para cada cachorro, de modo que a parte que caberá a cada um seja diretamente proporcional à sua massa corporal. Então, é correto afirmar que a parte que caberá a Rex superará a parte que caberá a Totó em

a) 2 kg.

b) 4kg.

c) 6 kg.

d) 8 kg.

e) 9 kg.

46.(VUNESP/IPSM SJC/2022) Três amigos, Carlos, Jonas e Matias fizeram juntos uma aplicação financeira, que após um ano teve um rendimento de R$ 850,00. Esse rendimento foi dividido de maneira diretamente proporcional ao valor que cada um deles colocou na aplicação. Sabendo que Carlos, Jonas e

Matias colocaram, respectivamente, R$ 800,00, R$ 1.200,00 e R$ 1.400,00, o valor recebido por Matias superou o valor recebido por Jonas em

a) R$ 150,00.

b) R$ 125,00.

c) R$ 100,00.

d) R$ 75,00.

e) R$ 50,00.

47.(VUNESP/ISS Piracicaba/2022) Adão, Bianca e Cléber são servidores públicos e, ao final de 2021, receberam bonificações cujos valores foram diretamente proporcionais aos seus respectivos tempos de serviço, expressos em anos. Na ocasião, Adão contava com 15 anos de serviço, Cléber, com 9 anos, e o tempo de serviço de Bianca correspondia à média aritmética simples dos números de anos de serviço de Adão e de Cléber. Se a soma das bonificações recebidas pelos três servidores foi igual a R$ 12.000,00, é correto afirmar que a diferença entre os valores das bonificações recebidas por Adão e por Bianca é igual a

a) R$ 750,00.

b) R$ 1.000,00.

c) R$ 1.500,00.

d) R$ 2.000,00.

e) R$ 3.000,00.

48.(VUNESP/CMSJC/2022) Uma livraria vai doar 1036 livros para três escolas, de maneira que cada escola receberá uma quantidade de livros diretamente proporcional ao número de alunos matriculados. A escola que tem mais alunos receberá 448 livros, e a escola que tem 328 alunos receberá 140 livros a menos do que a segunda maior escola (em número de alunos). O total de alunos matriculados nessas três escolas é igual a

a) 1332.

b) 1517.

c) 1672.

d) 1804.

e) 1929.

49.(VUNESP/Pref. Campinas/2022) A quantia de R$ 30.000,00 foi dividida entre Ana, Bia e Cléo. Cada uma recebeu sua parte de maneira diretamente proporcional à sua idade. Ana tem 39 anos e Bia recebeu R$ 8.700,00. Se Cléo é 3 anos mais velha do que Bia, então a quantia recebida por Ana excede a quantia recebida por Cléo em

a) R$ 3.000,00.

b) R$ 2.400,00.

c) R$ 2.700,00.

d) R$ 1.800,00.

e) R$ 2.100,00.

GABARITO – MULTIBANCAS

Proporcionalidade

1. LETRA D
2. LETRA E
3. LETRA E
4. LETRA D
5. LETRA A
6. LETRA C
7. LETRA B
8. LETRA A
9. LETRA E
10. LETRA B
11. LETRA D
12. LETRA E
13. LETRA B
14. LETRA A
15. LETRA C
16. LETRA E
17. LETRA D
18. LETRA E
19. LETRA A
20. LETRA C
21. LETRA A
22. LETRA B
23. LETRA D
24. LETRA E
25. LETRA E
26. LETRA B
27. ERRADO
28. ERRADO
29. CERTO
30. LETRA B
31. LETRA B
32. ERRADO
33. ERRADO
34. CERTO
35. LETRA D
36. LETRA C
37. LETRA E
38. LETRA A
39. LETRA A
40. LETRA B
41. LETRA B
42. LETRA B
43. LETRA D
44. LETRA E
45. LETRA B
46. LETRA E
47. LETRA B
48. LETRA B
49. LETRA E

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.