

## **Aula 00**

*CBM-AP (Soldado) Física*

Autor:

**Vinicius Silva**

06 de Dezembro de 2022

## Sumário

1 - Movimento vertical no vácuo .....	2
1.1 – Queda Livre.....	3
1.2 – Lançamento vertical para cima.....	6
1.3 – Lançamento vertical para cima.....	11
1.4 – Lançamento horizontal no vácuo .....	13
1.5 – Lançamento Oblíquo.....	20
Questões Comentadas .....	32
Lista de Questões.....	66
Gabarito.....	80
FÓRMULAS MAIS UTILIZADAS NA AULA .....	81



## 1 - Movimento vertical no vácuo

Esse será o nosso último assunto a respeito do tema cinemática. Aliás, você se lembra qual é o conceito de cinemática?



Professor, cinemática é a parte da mecânica que estuda o movimento sem levar em conta as suas causas, ou seja, as forças.

É isso aí Aderbal, estou vendo que você lembra-se bem dos conceitos iniciais abordados no início deste capítulo.

Então, nessa aula vamos encerrar os conceitos relativos à cinemática, ou seja, a partir do próximo capítulo vamos iniciar o estudo da dinâmica, que é o estudo dos movimentos dos corpos levando em conta as suas causas.

O assunto agora é o **movimento vertical, o lançamento horizontal e o lançamento oblíquo, todos no vácuo.**

Nos livros tradicionais esses assuntos são tratados com nomenclaturas diferentes, mas os conceitos e as fórmulas envolvidas são as mesmas.

Vou lançar três perguntinhas básicas para serem respondidas ao final do estudo, acredito que você será capaz de respondê-las prontamente após a abordagem de todos os conceitos teóricos e da resolução de alguns exemplos durante a teoria.

### Perguntas do dia:

1. No vácuo, quem chega primeiro ao solo, ao ser abandonados de uma mesma altura, um elefante ou um gato?
2. No vácuo, quem chega primeiro ao solo, um lápis lançado horizontalmente de uma mesa ou uma borracha que cai verticalmente da mesma mesa?
3. Para atingirmos um ponto mais longe possível de um ponto de lançamento de um projétil, qual o ângulo de inclinação que devemos ter em relação à horizontal para conseguirmos atingir o nosso objetivo?



O movimento vertical no vácuo é simples de ser entendido, isso porque ele é, na verdade, um caso particular de movimento retilíneo e uniformemente variado, vamos constatar esse fato.

Ora, se temos vácuo, a única aceleração presente em qualquer corpo será a da gravidade, ou seja,  $g$ . Assim, todos os corpos estarão sujeitos à mesma aceleração, que, diga-se de passagem, é constante nas proximidades da superfície terrestre.

Se todos os corpos estarão sujeitos à aceleração da gravidade, que é constante, então estamos diante de um movimento retilíneo, afinal de contas a trajetória será sempre vertical, o próprio nome já diz, cuja aceleração é constante, ou seja, será um **MRUV**.



**CONCLUSÃO:**

**TODO MVV É UM MRUV**

Essa conclusão será muito importante para o desenvolvimento matemático do assunto, pois poderemos fazer uso de todas as equações do **MRUV**, já vistas nos blocos anteriores.

## 1.1 – Queda Livre

O primeiro tipo de movimento vertical no vácuo que vamos estudar é o movimento de queda livre, primeiramente precisamos entender qual o conceito da queda livre para depois partimos para a matemática envolvida.

A queda livre é um movimento vertical no vácuo no qual algumas particularidades estão presentes:

- **Velocidade inicial nula:  $V_0 = 0$ .**
- **Altura inicial em relação ao solo diferente de zero:  $H_0 \neq 0$ .**

Assim, podemos afirmar que toda queda livre tem velocidade inicial nula.

As frases que nos permitem identificar uma queda livre são: “**abandona-se um corpo...**”, “**larga-se um objeto...**”, “**solta-se um bloco...**”, etc.

Entendido o conceito e a identificação de uma questão de queda livre, vamos observar a figura abaixo para que possamos construir o nosso raciocínio matemático e descobrir algumas importantes fórmulas que serão relevantes para a resolução das questões.



## Queda Livre



A primeira observação a ser feita é a seguinte:

Na queda livre **nenhuma variável cinemática depende da massa do corpo**, uma vez que todos os corpos estão sujeitos à aceleração da gravidade, independentemente de suas respectivas massas.

Na sequência, podemos afirmar que o movimento de queda livre é “ajudado” pela aceleração da **gravidade**, o que nos permite afirmar que é um movimento **acelerado**, pois à medida que o tempo passa, a velocidade aumenta o seu módulo.

Vamos a alguns cálculos importantes para o movimento de queda livre.

### 1.1.1 – Cálculo do tempo de queda

Esse é realmente um dos cálculos mais comuns em questões de provas. Vamos calcular o tempo de queda em função da aceleração da gravidade e da altura inicial de queda.

O tempo de queda será calculado com base nas equações do movimento retilíneo e uniformemente variado, que são:



1. 
$$S = S_0 + V_0 \cdot t + \frac{at^2}{2}$$
 - Equação horária da posição do MRUV.



2.  $V = V_0 + a.t$  - Equação horária da velocidade do MRUV

3.  $V^2 = V_0^2 + 2a\Delta S$  - Equação de Torricelli.

Vamos usar uma equação que envolva tempo, portanto, temos duas opções a equação 1 ou a equação 2, no entanto, a equação 2 carrega em si a velocidade final do movimento de queda, o que não sabemos ainda. Assim, temos que usar a equação 1, da seguinte forma

$$S = S_0 + V_0.t + \frac{at^2}{2}$$
$$H = 0 + 0.t + \frac{gt^2}{2}$$
$$H = \frac{gt^2}{2}$$
$$t_q = \sqrt{\frac{2.H}{g}}$$

Portanto, o tempo de queda depende apenas da **altura de queda** e da **aceleração da gravidade**.

Essa fórmula será muito utilizada nas questões, portanto, memorize-a, ou então aplique a equação horária da posição em seus cálculos.

### 1.1.2 – Cálculo da velocidade final

A velocidade final do corpo quando chega ao solo é outra variável cinemática muito perguntada em provas e concursos.

O seu cálculo também segue as equações do MRUV para a queda livre, no entanto, vamos utilizar a equação de **Torricelli**. Vejamos:

$$V^2 = V_0^2 + 2a\Delta S$$
$$V^2 = 2g(H - 0)$$
$$V = \sqrt{2gH}$$



Assim, a velocidade final depende apenas da **altura de queda** e da **aceleração da gravidade**.

OBS.: Esse cálculo pode ser feito também a partir dos conceitos de conservação de energia, mas esse assunto será dado apenas nos próximos capítulos.

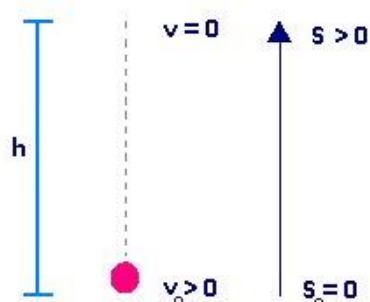
A respeito de queda livre, podemos afirmar que em provas são cobradas comumente essas duas fórmulas demonstradas acima. As demais questões são mais aprofundadas e não merecem a memorização de fórmulas, nesse tipo de problema a dica é raciocinar o fenômeno e aplicar uma ou mais fórmulas do MRUV.

## 1.2 – Lançamento vertical para cima

O movimento de lançamento vertical para cima é mais um caso particular de movimento retilíneo uniformemente variado, sujeito à aceleração da gravidade.

Nesse caso temos algumas particularidades, que poderão ser vistas no esquema abaixo que o resume:

### Lançamento Vertical para Cima



$$a < 0$$

$v > 0$ , portanto o mov. é retardado

No ponto mais alto a velocidade é zero, mas a aceleração é constante.

O tempo de subida é igual ao tempo de descida, assim como a velocidade.

Note algumas particularidades em relação ao movimento de lançamento vertical para cima:

ESCLARECENDO!



- O corpo pode ser lançado do solo ou de um ponto a certa altura inicial.
- A velocidade inicial deve ser não nula:  $V_0 \neq 0$ .
- O movimento é retardado na subida e acelerado na descida.

Perceba que a segunda observação é de fundamental importância, pois não haverá lançamento vertical para cima, caso a velocidade inicial seja nula.

A classificação do movimento como retardado na subida se deve ao fato de ele ter velocidade e aceleração (gravidade) com sentidos opostos e na descida ele é acelerado, pois a velocidade inverte seu sentido, sendo, portanto, acelerado.

O corpo pode ser lançado do solo ou então de um ponto a certa altura do solo.

### 1.2.1 – Cálculo do tempo de subida

O tempo de subida é o tempo necessário para que o corpo chegue ao topo de sua trajetória, momento no qual sua **velocidade vertical é nula**.

Assim, como queremos uma fórmula matemática que relacione o tempo de subida com a velocidade inicial e a aceleração da gravidade, podemos fazer uso da equação horária da velocidade, pois nela estão presentes todas essas variáveis. Vejamos:

$$V = V_0 + a.t$$

Lembre-se de que a velocidade final do corpo é nula, pois ao final da subida ele fica **momentaneamente em repouso** para daí então iniciar o movimento acelerado de descida.



Professor, é claro que no ponto mais alto a velocidade do corpo é zero, pois se não fosse assim, ele continuaria subindo e esse ponto não seria o mais alto da trajetória.

Muito bem Aderbal! Assim é que se fala, vejo que você já está pegando o jeito dos movimentos verticais.

Aplicando então:

- $V = 0$
- $a = g$





Temos:

$$V = V_0 + a.t$$
$$0 = V_0 - g t_{SUB}$$
$$g t_{SUB} = V_0$$
$$t_{SUB} = \frac{V_0}{g}$$

Portanto, temos acima uma fórmula que relaciona o tempo de subida com a velocidade inicial e a aceleração da gravidade.

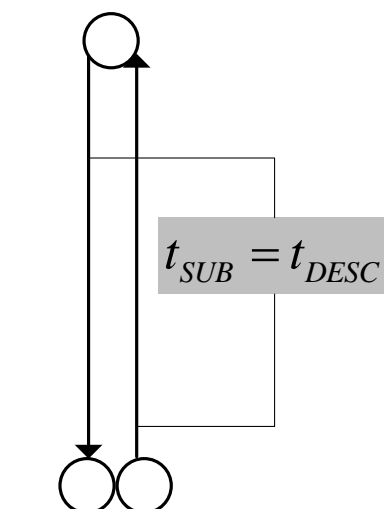
É importante observar que o corpo efetuará uma descida após atingir o topo da trajetória. E algumas informações sobre essa descida são fundamentais e devem ser lembradas.



a) O tempo de descida é igual ao tempo de subida:

Existe uma **simetria entre a subida e a descida**, de modo que a descida se processa como a subida. Portanto, os tempos devem ser iguais.

Assim,



b) Simetria entre a subida e descida:

Algumas consequências da simetria podem ser observadas:

- O primeiro segundo de subida é equivalente ao último segundo de queda.
- O último segundo de subida é equivalente ao primeiro segundo de descida.



Professor, eu ainda não entendi a principal consequência dessa simetria.

Caro Aderbal, a principal consequência é a **distância percorrida** em trechos simétricos, que **serão as mesmas**. Assim, quando lhe for perguntado qual a distância percorrida no último segundo de subida, qual a sua resposta?



Professor, realmente é complicado responder a sua pergunta, mas eu acho que podemos usar a simetria.

Exatamente Aderbal, vamos usar a simetria e vamos usar essa pergunta como exemplo.



**Exemplo 1: Qual a distância percorrida por um corpo no seu último segundo de subida?**

### Comentários:

Essa distância é equivalente à percorrida durante o primeiro segundo de queda. Assim, basta calcular a altura percorrida por um corpo em queda livre durante 1s.

$$t_q = \sqrt{\frac{2.H}{g}}$$
$$1 = \sqrt{\frac{2.H}{10}}$$
$$1 = \frac{H}{5}$$
$$H = 5m$$

Portanto, em um segundo de queda um corpo percorre 5m.

Assim, no último segundo de subida acontece a mesma coisa, ou seja, o corpo percorre 5m.

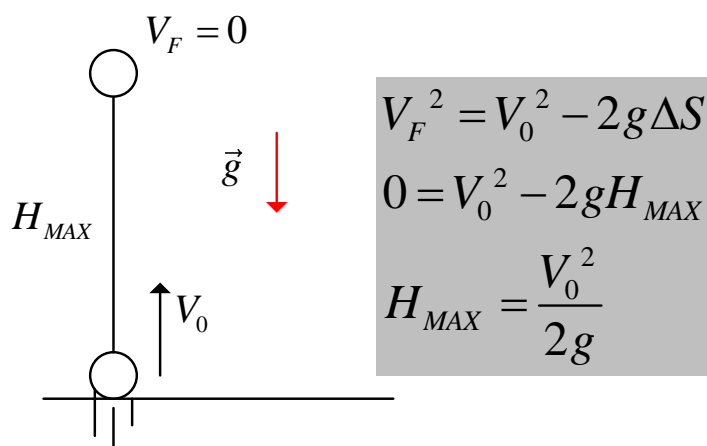
### 1.2.2 – Cálculo da altura máxima

A altura máxima também será calculada de acordo com as equações do movimento uniformemente variado.

A equação ideal para o cálculo dessa altura é a de Torricelli, pois envolve velocidades, aceleração e espaços percorridos.

- Velocidade inicial:  $V_0$
- Velocidade final:  $V_F = 0$
- Variação da posição:  $\Delta S = H_{MAX}$

Aplicando na equação de Torricelli:



Logo, a altura máxima atingida depende apenas da velocidade inicial e da aceleração da gravidade, como previsto.



**Exemplo 2:** Em uma obra de construção civil um operário, no solo, necessita arremessar um tijolo para seu companheiro de trabalho que se encontra no andar de cima da construção. Sabendo que o piso superior onde se encontra o colega que receberá o tijolo tem 2,45m de altura em relação ao solo, calcule a velocidade mínima com que deve ser arremessado o tijolo. ( $g = 10\text{m/s}^2$ ).

**Comentários:**

Nessa questão, basta que nós calculemos a velocidade inicial e suponhamos que o radar chega ao piso superior em repouso. Assim, aplicando a fórmula já vista:

$$H_{MAX} = \frac{V_0^2}{2g}$$
$$2,45 = \frac{V_0^2}{2 \cdot 10}$$
$$V_0^2 = 49$$
$$V_0 = 7\text{m/s}$$

### 1.3 – Lançamento vertical para cima

O movimento de lançamento vertical para baixo merece poucos comentários, pois além de ser incomum em provas, não possui nenhuma fórmula **já pronta** para o cálculo de qualquer dado cinemático (alturas, velocidades, tempos etc.).

Assim, para o estudo desse movimento vamos adotar as equações do movimento retilíneo uniformemente variado, com as devidas adaptações.

Acerca do lançamento vertical para baixo podem ser feitas as seguintes observações:



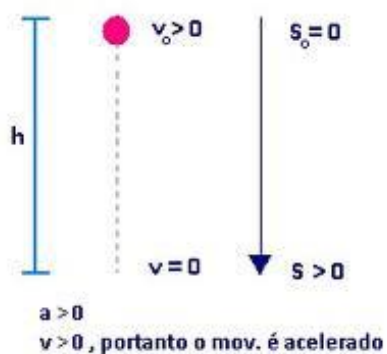
ESCLARECENDO!



- O movimento é acelerado. (a velocidade aumenta com o tempo).
- A velocidade inicial é diferente de zero:  $V_0 \neq 0$ .
- Deve ser lançado de certa altura em relação ao solo.

Observe a figura abaixo na qual temos representado esquematicamente esse movimento:

### Lançamento Vertical para Baixo



Ademais, apenas recomendo o uso das fórmulas do movimento retilíneo e uniformemente variado.



FIQUE ATENTO!

1. 
$$S = S_0 + V_0 \cdot t + \frac{at^2}{2}$$
 - Equação horária da posição do MRUV



2.  $V = V_0 + a.t$  - Equação horária da velocidade do MRUV

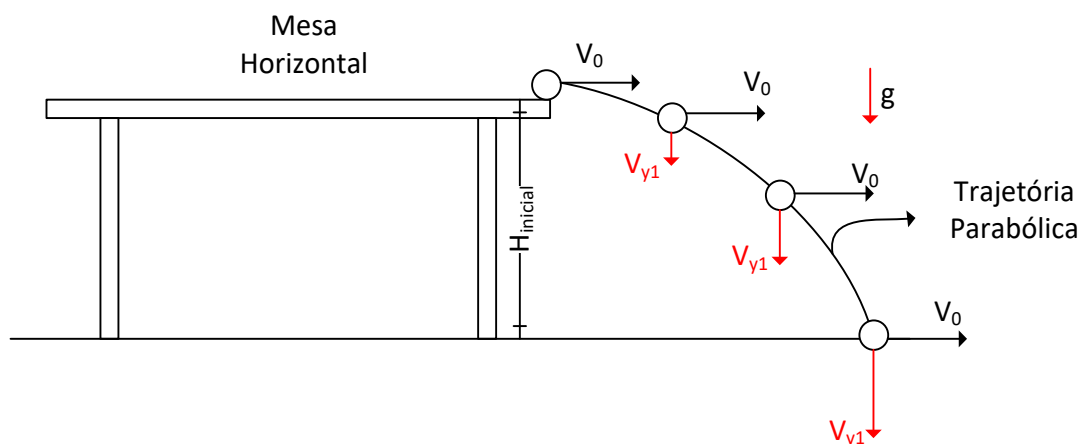
3.  $V^2 = V_0^2 + 2a\Delta S$  - Equação de Torricelli.

## 1.4 – Lançamento horizontal no vácuo

O **lançamento horizontal no vácuo** tem como principal diferença, em relação ao movimento vertical no vácuo visto nos tópicos anteriores, a direção da velocidade inicial, que neste último caso será **exclusivamente horizontal**.

Outro fato importante é a altura inicial, no lançamento horizontal temos que lançar o corpo **necessariamente de uma altura inicial**.

Para exemplificar o movimento descrito:



Algumas observações devem ser feitas acerca desse movimento:

### a) O movimento horizontal é uniforme.

Note que a única aceleração presente no movimento é a da gravidade, que é vertical, portanto, temos um caso de movimento uniforme em “X (horizontal)”.

Assim, o movimento em “X” é uniforme, com velocidade constante, o que implica que na horizontal a velocidade inicial se conserva, mantendo-se sempre igual a  $V_0$ .



$$V_x = V_0 \text{ (constante)}$$

**b) O movimento vertical é uniformemente variado.**

Perceba que na vertical temos a presença da aceleração da gravidade, portanto se trata de um caso de movimento uniformemente variado, sujeito à aceleração da gravidade.

A principal consequência é o fato de que a velocidade vertical é variável.

$$V_y = \text{variável (crescente)}$$

Como a velocidade é crescente, estamos diante de um caso de **movimento uniformemente variado do tipo acelerado**.

As equações que vão ditar esse movimento vertical são as equações do movimento uniformemente variado, ou seja:



1.  $S = S_0 + V_0.t + \frac{at^2}{2}$  - Equação horária da posição do MRUV

2.  $V = V_0 + a.t$  - Equação horária da velocidade do MRUV

3.  $V^2 = V_0^2 + 2a\Delta S$  - Equação de Torricelli.

Professor, eu estou percebendo que o





É exatamente isso Aderbal, o lançamento horizontal é uma **composição de uma queda livre com um movimento uniforme na horizontal**.

É como se tivéssemos pegado uma queda livre e “arrastado” ela com uma velocidade horizontal  $V_0$ .

### c) A trajetória é parabólica

Podemos provar que a altura “y” varia de acordo com a distância horizontal “x” de acordo com a função matemática abaixo:

$$y = ax^2 + bx + c$$

Para isso basta verificar que em X o movimento é uniforme, o que nos permite escrever:

$$X = X_0 + V_x . t$$

$$X = 0 + V_0 . t$$

*isolando t :*

$$t = \frac{x}{V_0}$$

Podemos agora utilizar o movimento vertical. Vamos adotar o sentido positivo como sendo o sentido para baixo, portanto, a gravidade será positiva, pois aponta para baixo. A origem do sistema cartesiano será o ponto de lançamento.





$$Y = Y_0 + V_{0y} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$Y = 0 + 0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$Y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left( \frac{x}{V_0} \right)^2$$

$$Y = \frac{g}{2 \cdot V_0^2} \cdot x^2$$

Veja que a relação entre X e Y foi a relação que esperávamos, do tipo:  $y = ax^2 + bx + c$ , com b e c nulos

#### 1.4.1 – Cálculo do tempo de queda

O tempo de queda será calculado de acordo com o movimento vertical, afinal de contas trata-se de uma característica da queda.

Como é um movimento vertical do tipo queda livre, podemos afirmar que o tempo de queda é idêntico ao tempo de queda caso tivéssemos apenas abandonado o corpo da mesa.

Assim,

$$t_q = \sqrt{\frac{2 \cdot H_{inicial}}{g}}$$





Professor, quer dizer que se eu abandonar um corpo verticalmente e outro horizontalmente eles vão chegar ao mesmo tempo no solo?

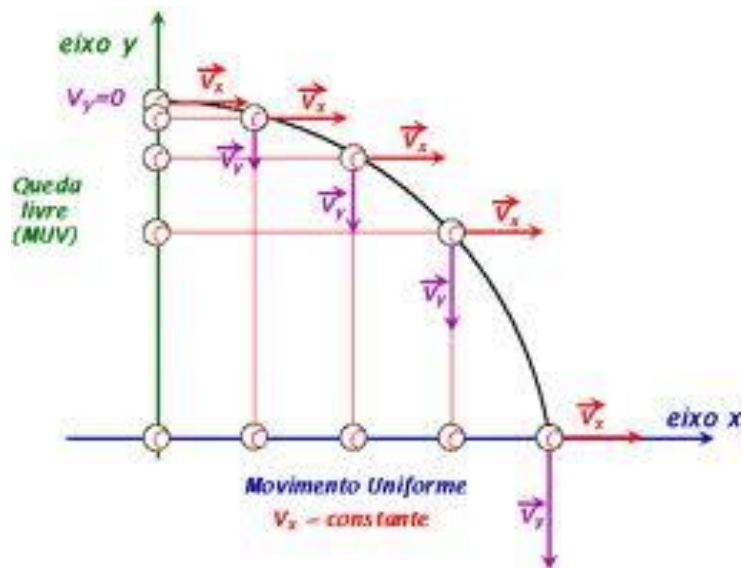
**Exatamente, Aderbal**, parece curioso, pois você vai pensar inicialmente que o corpo abandonado verticalmente chega mais rápido porque percorre uma distância menor, no entanto, existe um princípio na Física chamado princípio de Galileu, e esse nobre colega de ciência disse certa vez a frase abaixo:

“Em um movimento composto, os movimentos são independentes, e o tempo não depende do movimento de arrastamento”.

Assim, os tempos são os mesmos, chegando ao solo ambos ao mesmo tempo.

Observe a figura abaixo onde essa situação aparece esquematizada de forma prática.





Ambas as bolas de tênis chegam ao solo no mesmo instante de tempo, **caso entrem em movimento no mesmo momento.**

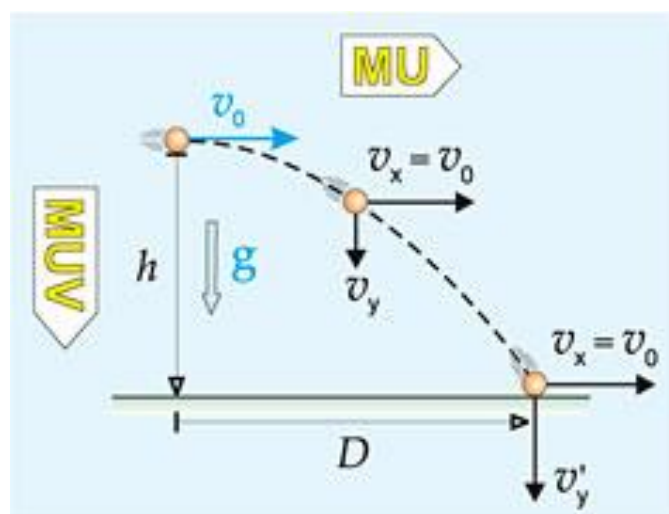
### 1.4.2 – Cálculo do alcance horizontal

A primeira coisa que deve ficar clara é: **“o que é o alcance horizontal?”.**

Bom, inicialmente podemos afirmar que se trata de uma **distância horizontal**, pois o próprio nome já identifica.

Assim, podemos afirmar que basta calcular a distância horizontal percorrida pelo corpo durante o intervalo de tempo igual ao tempo de queda.

Observe o alcance horizontal na figura abaixo:



O alcance horizontal está representado pela distância D na figura acima.



Como é uma distância horizontal, na verdade é o  $\Delta S$  na horizontal para um  $\Delta t$  igual ao tempo de queda.

Assim, podemos escrever:

$$V_x = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$
$$V_x = \frac{A}{t_q}$$
$$A = V_x \cdot t_q$$
$$A = V_0 \cdot \sqrt{\frac{2H_{inicial}}{g}}$$

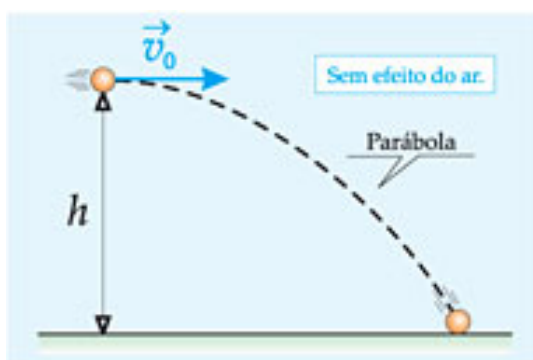
Portanto, demonstrada está a fórmula do alcance horizontal, que depende apenas da altura inicial, da velocidade inicial de lançamento e da aceleração da gravidade.



**Exemplo 3: (Vinicius Silva)** Uma equipe de policiais foi designada para inspecionar um acidente ocorrido numa rodovia, próximo a um barranco do qual um veículo teria sido lançado horizontalmente. Deseja-se calcular a velocidade do automóvel quando foi lançado do barranco, que possui uma altura de 5m em relação ao plano horizontal em que foi encontrado. Sabendo que o carro caiu em um ponto distante 25m horizontalmente do ponto de lançamento, ajude a equipe de policiais a responder no relatório do acidente se o carro excedia a velocidade máxima da via (80km/h) no momento que foi lançado. Dado:  $g = 10\text{m/s}^2$

**Comentários:**

Trata-se de um problema clássico de cálculo de velocidades de lançamento horizontal, no qual podemos lançar mão da equação demonstrada acima para avaliar aproximadamente o valor da velocidade inicial do veículo. Obviamente vamos desconsiderar o efeito do ar e os eventuais atritos.



A bolinha acima pode ser considerada como se fosse o carro. A altura  $h$  é a altura do barranco.

Aplicando a fórmula do alcance, que nesse caso foi de 25m:

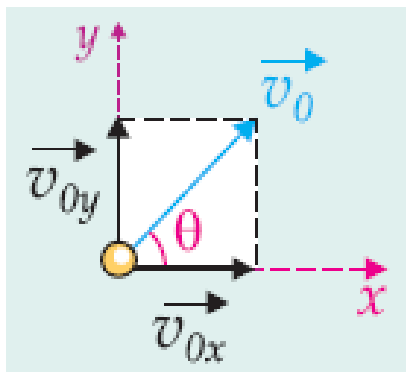
$$A = V_0 \cdot \sqrt{\frac{2H_{inicial}}{g}}$$
$$25 = V_0 \cdot \sqrt{\frac{2.5}{10}}$$
$$V_0 = 25m / s$$
$$V_0 = 25.3,6km / h$$
$$V_0 = 90km / h$$

Assim, podemos afirmar que o veículo excedia a velocidade máxima da via quando foi lançado para fora da estrada.

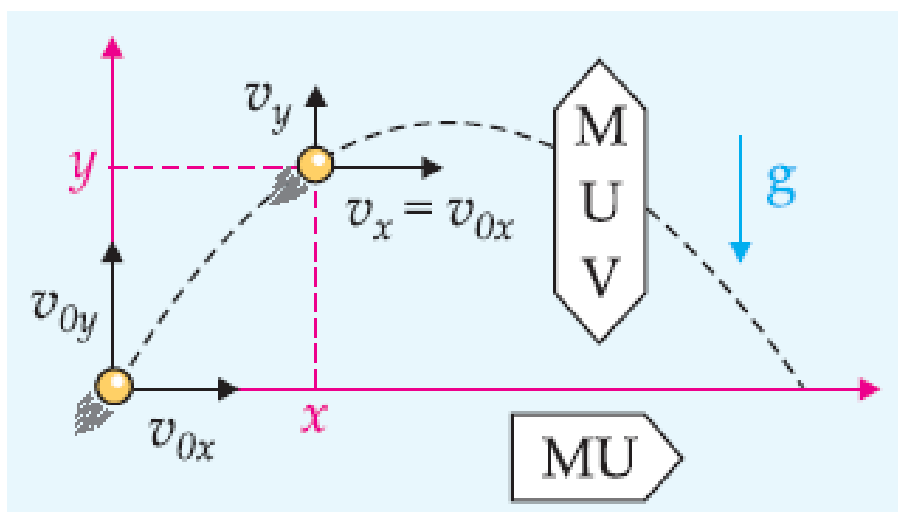
## 1.5 – Lançamento Oblíquo

O lançamento oblíquo possui uma diferença básica em relação aos movimentos de lançamento horizontal e vertical.

No lançamento oblíquo a velocidade inicial é inclinada em relação à horizontal, de um ângulo  $\theta$ . Observe as figuras abaixo na qual podemos observar a velocidade inicial inclinada do corpo, bem como o movimento desse tipo:



(velocidade inicial decomposta)



Vamos fazer as devidas observações acerca desse movimento:

**a) Movimento horizontal (em “x”):**

O movimento horizontal é mais uma vez, assim como o era no caso do lançamento horizontal, um movimento uniforme com velocidade constante. Não possuímos qualquer tipo de aceleração nessa direção, o que nos permite afirmar que o movimento não sofre aumento ou redução de velocidade.

**b) Movimento vertical (em “y”):**

O movimento vertical é uniformemente variado, pois na vertical temos a presença da aceleração da gravidade, vertical e para baixo. Assim, o movimento vertical assemelha-se a um lançamento vertical para cima, com as mesmas características de tempo de subida, tempo de descida e altura máxima.

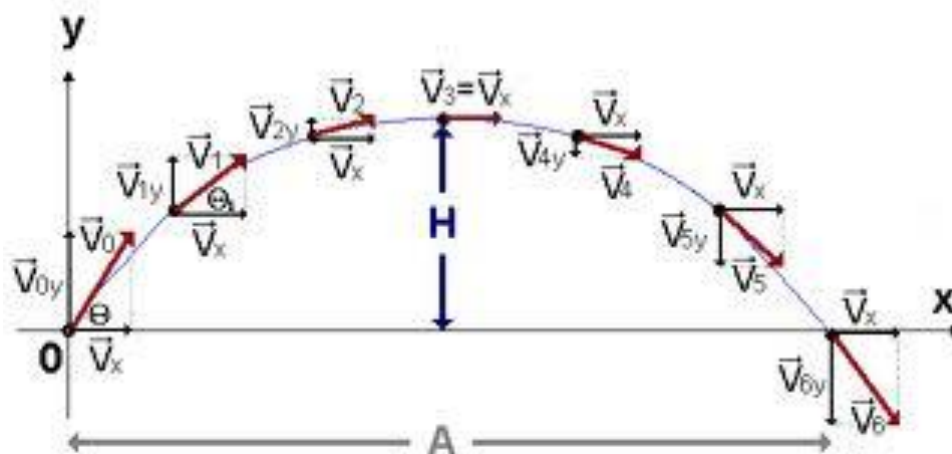


Professor, podemos dizer então que o lançamento oblíquo é uma composição de um lançamento vertical para cima com um movimento uniforme na horizontal?



Exatamente Aderbal! E lembre-se que, de acordo com o princípio de Galileu, já explicado anteriormente, esses movimentos são independentes.

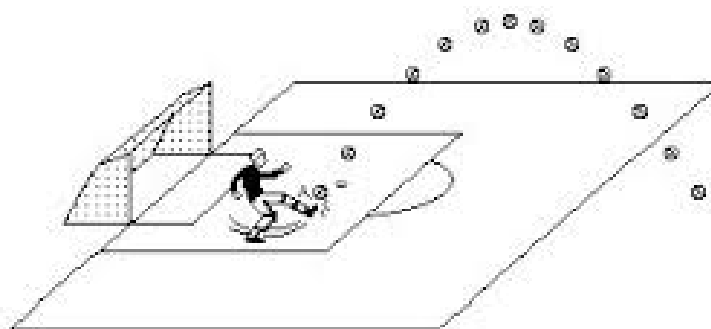
Observe a figura abaixo na qual podemos ver mais uma vez o movimento de lançamento oblíquo:

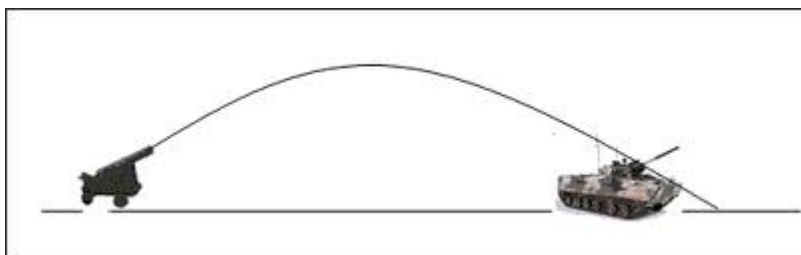


Note na figura acima que a velocidade horizontal se mantém constante e sempre igual a  $V_x$ , enquanto a velocidade vertical aumenta e reduz o seu valor de acordo com instante de tempo considerado.

Perceba que a velocidade vertical no ponto de altura máxima é nula, e esse fato será muito importante nas demonstrações das fórmulas nos itens seguintes.

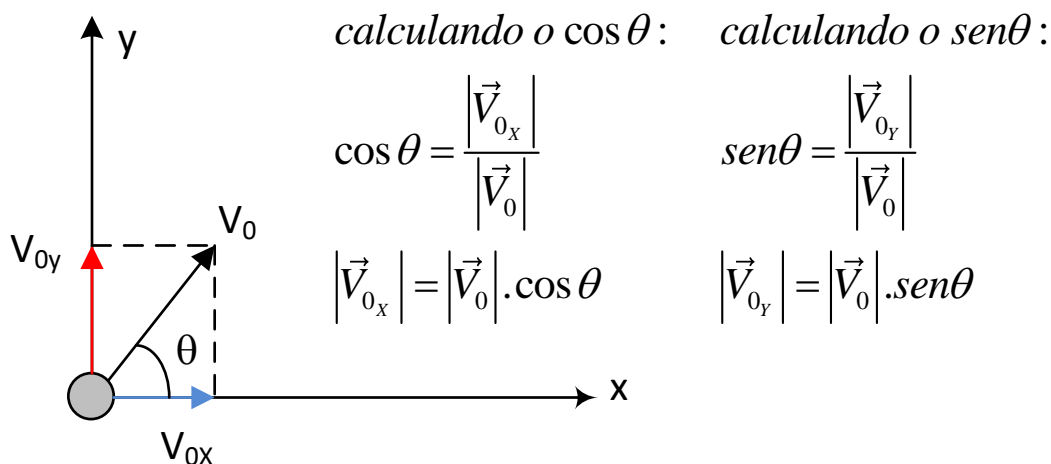
O lançamento oblíquo é muito comum na vida prática, podemos percebê-lo em um jogo de futebol, quando o goleiro bate um tiro de meta, ou em balística, quando um projétil é lançado contra o inimigo.





### 1.5.1 – A decomposição da velocidade inicial

A velocidade inicial pode e deve ser decomposta nas direções vertical e horizontal. Vamos ver como se faz essa decomposição:



Vamos utilizar a decomposição acima nos cálculos das fórmulas a serem demonstradas.

### 1.5.2 – Cálculo do tempo de subida, do tempo de queda e do tempo total

Note que a subida é um movimento de lançamento vertical, ou seja, vamos usar as equações do movimento retilíneo e uniformemente variado.

Vamos pensar um pouco:

Você precisa calcular um tempo, o que nos remete a duas equações:





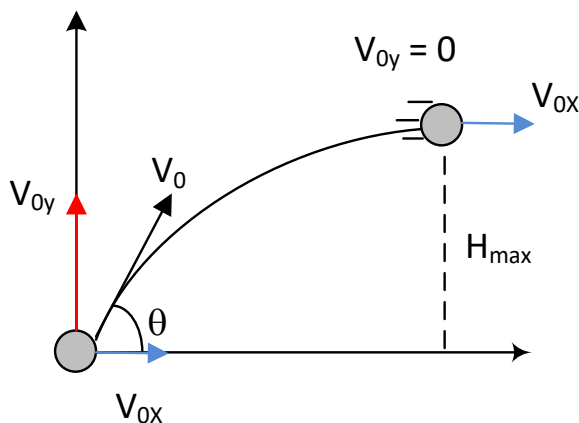


1. 
$$S = S_0 + V_0.t + \frac{at^2}{2}$$
 - Equação horária da posição do MRUV

2. 
$$V = V_0 + a.t$$
 - Equação horária da velocidade do MRUV

Ocorre que a primeira equação envolve espaços, que, a primeira vista, não é uma tarefa simples determiná-los nesse momento da aula. Vamos preferir utilizar a segunda equação, uma vez que sabemos que ao final da subida o corpo apresenta velocidade vertical nula.

Assim, aplicando a equação 2 no eixo vertical (eixo Y):



$$V_y = V_{0y} - g.t_{sub}$$

como  $V_y = 0$ :

$$0 = V_{0y} - g.t_{sub}$$
$$t_{sub} = \frac{V_{0y}}{g} = \frac{V_0 \cdot \text{sen}\theta}{g}$$

Perceba que temos uma equação que depende apenas da inclinação do lançamento ( $\theta$ ), da velocidade inicial e da aceleração da gravidade.

Quanto ao tempo de descida, facilmente podemos afirmar que é igual ao tempo de subida, pois é um caso clássico de simetria entre a subida e a descida.

Lembre-se de que para pontos a mesma altura na subida e na descida podemos afirmar o seguinte:

- Possuem a mesma velocidade, porém em sentidos opostos.

Assim,

$$t_{desc.} = \frac{V_{0y}}{g} = \frac{V_0 \cdot \text{sen}\theta}{g}$$

O tempo total é simples, pois basta notar que o tempo para subir e descer é a soma do tempo de subida e do tempo de descida, mas lembre-se de que são dois tempos iguais:

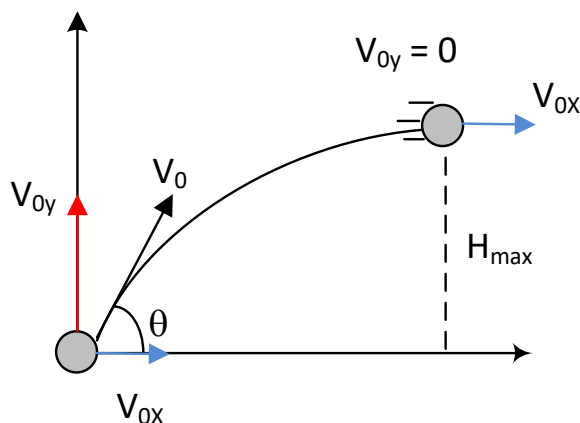
$$t_{desc.} + t_{sub.} = \frac{V_{0y}}{g} + \frac{V_{0y}}{g}$$
$$t_{total} = \frac{2.V_{0y}}{g}$$
$$t_{total} = \frac{2.V_0 \cdot \text{sen}\theta}{g}$$



### 1.5.3 – Cálculo da altura máxima

A altura máxima é uma distância vertical e deve ser calculada mediante a aplicação de uma das fórmulas do movimento retilíneo e uniformemente variado.

Observe a figura abaixo onde podemos observar que no movimento vertical a altura máxima é o  $\Delta S$  vertical enquanto a velocidade vertical passa de  $V_{0y}$  para zero.



Usando a equação de Torricelli para calcular a  $H_{MÁX}$ :

$$V_Y^2 = V_{0y}^2 + 2aH_{MÁX}$$
$$0 = V_{0y}^2 - 2.g.H_{MÁX}$$
$$H_{MÁX} = \frac{V_{0y}^2}{2.g} = \frac{V_0^2 . \text{sen}^2(\theta)}{2.g}$$

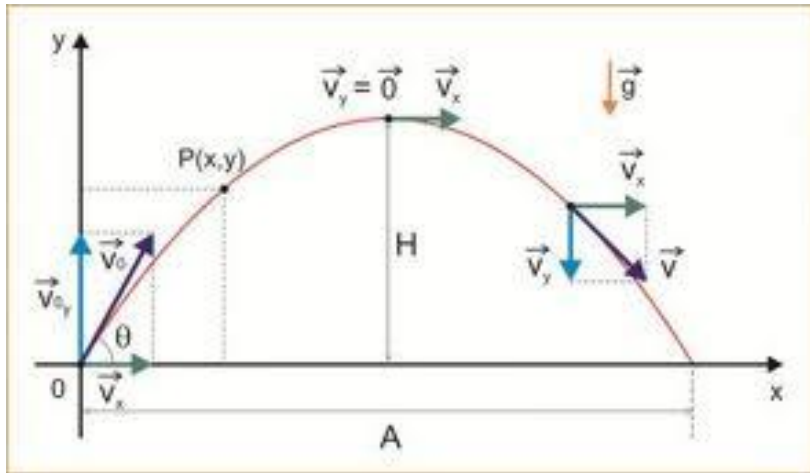
A altura máxima depende então da velocidade inicial, do ângulo de lançamento e da aceleração da gravidade.

### 1.5.4 – Cálculo do alcance horizontal

Chegamos a um ponto muito interessante do assunto, que é o cálculo do alcance horizontal, que nada mais é do que a distância horizontal que um corpo alcança quando regressa ao solo.

Veja na figura abaixo o alcance representado pela letra A:





O alcance horizontal é uma distância horizontal e devemos, portanto, utilizar a equação do movimento uniforme (velocidade constante):

$$V_{0_x} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$
$$V_{0_x} = \frac{A}{t_{total}}$$
$$A = V_{0_x} \cdot t_{total}$$
$$A = V_{0_x} \cdot \frac{2 \cdot V_{0_y}}{g}$$
$$A = \frac{2 \cdot V_{0_x} \cdot V_{0_y}}{g}$$

Essa fórmula é a fórmula base para as demais que vamos demonstrar.

Podemos utilizar as velocidades decompostas em função dos ângulos e deduzir outra fórmula:



$$A = \frac{2.V_{0x}.V_{0y}}{g}$$
$$A = \frac{2.V_0.\text{sen}\theta.V_0 \cos \theta}{g}$$
$$A = \frac{V_0^2 .2.\text{sen}\theta.\cos \theta}{g}$$

Essa última fórmula envolve a velocidade inicial o ângulo de inclinação e a aceleração da gravidade.

Podemos ainda modificar essa fórmula, bastando para isso lembrar-se de uma relação trigonométrica conhecida:

$$\text{sen}(2.\theta) = 2.\text{sen}\theta.\cos \theta$$

Assim, se aplicarmos essa relação na última equação do alcance demonstrada, teríamos:

$$A = \frac{V_0^2 .\text{sen}(2.\theta)}{g}$$

Essa última fórmula será interessante para o cálculo do alcance máximo a ser detalhado no próximo item.

#### a) Alcance máximo



Para uma mesma velocidade inicial e uma mesma aceleração da gravidade, pode ser atingido um alcance máximo, para isso basta variar o ângulo de inclinação da velocidade inicial, para que esse intento seja atingido.

Você certamente já deve ter se deparado com a seguinte situação: como faço para atingir um alcance máximo com uma mangueira de jardim apenas variando a inclinação da mangueira em relação à horizontal?

Essa resposta nós daremos ao final da análise do alcance horizontal máximo.



Vamos partir da última fórmula demonstrada:

$$A = \frac{V_0^2 \cdot \text{sen}(2\theta)}{g}$$

Nessa fórmula, para uma mesma velocidade inicial e para um mesmo campo gravitacional, o alcance será modificado quando da modificação do ângulo, assim o termo variante será o  $\text{sen}(2\theta)$ .

O seno de um ângulo possui uma variação, ou seja, possui um valor máximo e um valor mínimo:

$$1 \leq \text{sen}(2\theta) \leq 1$$

Assim, o valor máximo que o  $\text{sen}(2\theta)$  pode assumir é o valor igual a **1**.

Assim, substituindo o valor de  $\text{sen}(2\theta) = 1$  na fórmula do alcance teremos:

$$A = \frac{V_0^2 \cdot \text{sen}(2\theta)}{g}$$
$$\text{sen}(2\theta) = 1$$
$$A_{MÁX} = \frac{V_0^2}{g}$$

Portanto, o alcance máximo atingido pelo projétil será dado pela fórmula acima.



Professor, eu ainda não entendi foi qual o ângulo que tenho que inclinar a velocidade inicial para que consiga atingir o alcance máximo.

Bom, para isso basta analisar a condição que foi imposta para o alcance máximo.



Professor, essa condição é a do seno do ângulo igual a 1?

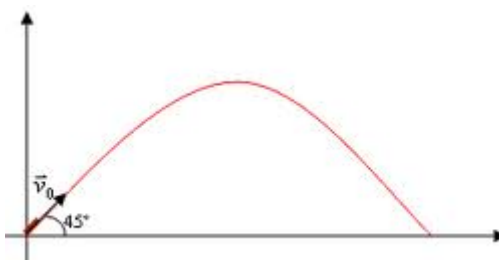
É isso aí Aderbal!

O seno do ângulo deve ser igual a 1 para que tenhamos o alcance máximo.

Assim, temos:

$$\begin{aligned} \text{sen}(2\theta) &= 1 \\ 2\theta &= 90^\circ \\ \theta &= 45^\circ \end{aligned}$$

Lembre-se de que o seno de um ângulo igual a 1 implica dizer que esse ângulo é igual a  $90^\circ$  ou  $90 + n \cdot 360^\circ$ . Como não vamos utilizar os outros valores, por serem maiores que o próprio  $90^\circ$ , temos que o ângulo de lançamento igual a  $45^\circ$  implica em alcance máximo.



Para finalizar a teoria, vou fazer uma pergunta básica:

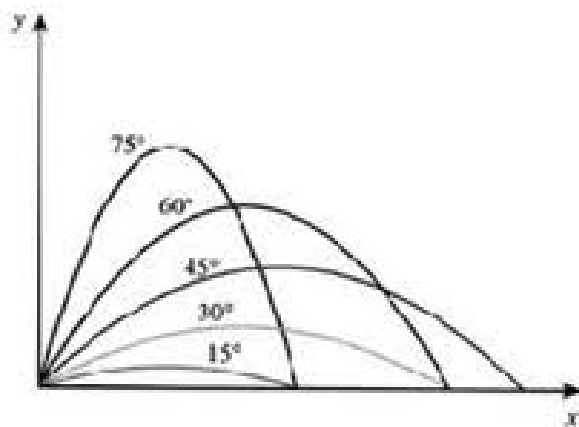
**“Pode haver dois alcances horizontais iguais para ângulos de inclinação diferentes?”**

A resposta é afirmativa, para isso basta que tenhamos ângulos complementares, ou seja, basta que a soma dos ângulos de lançamento tenha soma igual a  $90^\circ$ .



$$\theta + \alpha = 90^\circ$$

Veja abaixo uma figura onde representamos vários alcances horizontais iguais:



Veja que os alcances iguais são aqueles cuja soma dos ângulos é de  $90^\circ$ .





## QUESTÕES COMENTADAS



1. (CESGRANRIO - LIQUIGÁS - Técnico Químico/2018/Adaptada) Um corpo de massa igual a 200 g cai de uma altura de 5 m, a partir do repouso.

Desprezada a resistência do ar, o tempo, em segundos, que o corpo leva para atingir o solo é

Dado Aceleração da gravidade:  $10 \text{ m/s}^2$

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

### Comentários:

Pessoal, nós podemos resolver essa questão de duas maneiras:

1 - Usando o conhecimento dessa aula sobre queda livre;

2 - Usando o conhecimento de Energia, que será visto nas próximas aulas. Resolveremos ela novamente para vocês confirmarem o que estou dizendo.

Enfim, vamos para a resolução. Aqui é uma simples queda livre. Lembre-se que a massa nada influencia no tempo de chegada do corpo, sendo necessário considerar apenas a altura e a gravidade. Vejamos:



$$t_q = \sqrt{\frac{2.H}{g}}$$

Então:

$$t_q = \sqrt{\frac{2.H}{g}} = \sqrt{\frac{2.5}{10}} = \sqrt{\frac{10}{10}}$$

$$t_q = \sqrt{1} = 1s$$

Portanto, gabarito **letra A**.

**2. (FUNDEP (Gestão de Concursos) - UFVJM-MG - Técnico de Laboratório/2017) Um lançador de bolinhas é instalado em um laboratório para se estudar lançamento oblíquo. Um professor pede, então, que, desprezando os efeitos de resistência do ar e atrito, os alunos citem as grandezas que devem ser conhecidas para se obter a altura máxima atingida pela bolinha e o alcance dela.**

**Assinale a alternativa que apresenta as grandezas que devem ser conhecidas.**

- a) Massa da bolinha, velocidade inicial da bolinha, ângulo de lançamento e aceleração da gravidade local.
- b) Peso da bolinha, aceleração da gravidade local, intervalo de tempo entre o lançamento e a queda da bolinha e a velocidade inicial da bolinha.
- c) Velocidade inicial da bolinha, ângulo de lançamento, aceleração da gravidade local e intervalo de tempo entre o lançamento e a queda da bolinha.
- d) Ângulo de lançamento e aceleração da gravidade local.

**Comentários:**

Para responder a essa questão, basta olhar para as fórmulas vista na teoria:

$$H_{MÁX} = \frac{V_{0y}^2}{2.g} = \frac{V_0^2 . \text{sen}^2(\theta)}{2.g}$$

$$A = \frac{V_0^2 . \text{sen}(2.\theta)}{g}$$

Sendo assim, precisamos conhecer:



Velocidade inicial da bolinha, ângulo de lançamento, aceleração da gravidade local e intervalo de tempo entre o lançamento e a queda da bolinha.

Portanto, gabarito **letra C**.

**3. (CESGRANRIO - Petrobras - Técnico de Operação Júnior/ 2015)** Ao retirar um equipamento de uma estante, um operador se desequilibra e o deixa cair de uma altura de 1,8 m do piso.

Considerando-se que inicialmente a velocidade do equipamento na direção vertical seja nula e que  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , a velocidade de impacto do equipamento com o piso, em m/s, é

- a) 2
- b) 4
- c) 6
- d) 8
- e) 10

**Comentários:**

Ora pessoal, temos um MRUV na vertical, correto? Então, usemos suas equações para calcular!

$$V^2 = V_0^2 + 2.a.\Delta S$$

$$V^2 = V_0^2 + 2.g.\Delta S$$

$$V^2 = 0 + 2.10.1,8 = 36$$

$$V = \sqrt{36} = 6 \text{ m/s}$$

Portanto, gabarito **letra C**.

**4. (CESGRANRIO - Petrobras - Técnico(a) de Estabilidade Júnior/ 2014)** Em uma operação de resgate, uma carga é lançada por um helicóptero parado de uma altura  $h$  e cai no convés de uma embarcação naval, também parada, a uma velocidade de impacto  $v$ .

Despreze a resistência do ar.

Se o helicóptero estivesse movendo-se a uma velocidade horizontal  $v_H$ , as acelerações da carga nas direções horizontal e vertical até atingir o convés seriam, respectivamente,

- a) nula e nula
- b) nula e constante
- c) nula e positiva crescente
- d) constante diferente de zero e constante
- e) constante diferente de zero e positiva crescente

**Comentários:**



Ora pessoal, questão bastante simples!

1 - Na horizontal, não teremos aceleração, apenas a velocidade constante com que o objeto deixou o helicóptero. Sendo assim, aceleração **nula**.

2 - Na vertical, temos a aceleração da gravidade, que é, portanto, **constante**.

Portanto, gabarito **letra B**.

**5. (CESGRANRIO - LIQUIGÁS - Técnico Químico/ 2014) Um objeto de massa igual a 50 g é atirado verticalmente para cima partindo do solo e com velocidade inicial de 20 m/s. O objeto realiza um movimento com ausência de forças dissipativas, atingindo uma altura máxima em relação ao solo e retornando, em seguida, ao local de lançamento.**

**A altura máxima, em metros, alcançada pelo objeto é igual a**

**Dado**

**Aceleração da gravidade = 10 m/s<sup>2</sup> positiva, nula e negativa**

- a) 5
- b) 8
- c) 10
- d) 16
- e) 20

**Comentários:**

Basta usar a fórmula vista em aula:

$$H_{MAX} = \frac{V_0^2}{2g}$$

$$H_{máx} = \frac{20^2}{2 \cdot 10} = \frac{20 \cdot 20}{20} = 20m$$

Portanto, gabarito **letra E**.

**6. (CESGRANRIO - Petrobras - Técnico de Estabilidade Júnior/ 2012) Um objeto é lançado a partir da origem de um sistema de coordenadas, com velocidade inicial de 8,0 m/s, fazendo um ângulo de 60 graus em relação à horizontal.**

**O alcance do objeto lançado, em metros, é de**

**Dados: g = 10,0 m/s<sup>2</sup>**



$$3^{1/2} = 1,7$$

$$2^{1/2} = 1,4$$

- a) 2,8
- b) 4,0
- c) 5,4
- d) 11,2
- e) 22,4

**Comentários:**

Basta usar a fórmula vista em aula:

$$A = \frac{V_0^2 \cdot 2 \cdot \text{sen}\theta \cdot \text{cos}\theta}{g}$$

$$A = \frac{8,0^2 \cdot 2 \cdot \text{sen}60^\circ \cdot \text{cos}60^\circ}{10}$$

$$\text{sen}60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1,7}{2} = 0,85$$

$$\text{cos}60^\circ = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$A = \frac{64 \cdot 2 \cdot 0,85 \cdot 0,5}{10} = 5,44m$$

Portanto, gabarito **letra C**.

**7. (CESGRANRIO - Petrobras - Técnico de Estabilidade Júnior/ 2012) Uma partícula é atirada verticalmente para cima com velocidade inicial de 3,0 m/s.**

**O tempo, em segundos, necessário para a partícula voltar à posição de origem é de**

**Dado:  $g = 10,0 \text{ m/s}^2$**

- a) 0,2
- b) 0,3
- c) 0,4
- d) 0,6
- e) 1,2



### Comentários:

Ora pessoal, sabemos que o tempo de descida é igual ao tempo de subida:

$$t_{SUB} = \frac{V_0}{g}$$

$$t_q = \sqrt{\frac{2.H}{g}}$$

Sendo assim, só precisamos calcular um deles e multiplicar por 2, que dará o tempo total! Veja que se fôssemos calcular o tempo de queda a partir da altura, primeiramente teríamos que encontrar esta para só depois calcular aquele. Por isso, é mais fácil usar o conhecimento de que o tempo de queda será igual o tempo de subida e calcular somente este. Vejamos:

$$t_{total} = 2 \cdot \frac{V_0}{g} = 2 \cdot \frac{3,0}{10} = 0,6s$$

Portanto, gabarito **letra D**.

**8. (CESGRANRIO - Petrobras - Técnico de Estabilidade Júnior/2012)** Em uma brincadeira, uma bola é lançada verticalmente por Bia. Ao chegar à altura máxima, a bola é apanhada por Mel, que se encontra a uma altura  $h$  acima da altura de Bia. Ao receber a bola, Mel grita para Bia, que escuta o som  $5,0 \times 10^{-2}$  s depois.

A velocidade da bola no lançamento, em m/s, é de

Dados:  $g = 10,0 \text{ m/s}^2$

$v_{som} = 300,0 \text{ m/s}$

$3^{1/2} = 1,73$

- a) 0,5
- b) 3,0
- c) 12,3
- d) 15,0
- e) 17,3

### Comentários:

Questão interessante que pede um caminho lógico para resolver a questão. Veja que ela pede a velocidade da bola. Para encontrarmos esta variável, precisamos ou da altura, ou do tempo de subida, mas não temos



ambos. Sendo assim, a questão nos deu o tempo que o som leva para chegar em Bia. Isso nos leva a encontrar a altura  $h$ , o que nos leva a velocidade da bola no lançamento. Vejamos:

$$v_{som} = \frac{h}{t}$$

$$h = v_{som} \cdot t = 300 \cdot (5,0 \times 10^{-2}) = 15m$$

Sendo assim, usamos a fórmula da altura máxima alcançada:

$$h = \frac{V_0^2}{2g}$$

$$V_0^2 = 2gh$$

$$V_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 15} = \sqrt{300}$$

$$V_0 = \sqrt{100 \cdot 3} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{3}$$

$$V_0 = 10 \cdot 1,73 = 17,3m/s$$

Portanto, gabarito **letra E**.

**9. (CESGRANRIO - Petrobras - Técnico de Estabilidade Júnior/ 2012) Um objeto é lançado verticalmente para cima, no vácuo, com velocidade inicial de 5,0 m/s.**

**Determine o tempo necessário para que o objeto retorne à sua posição inicial.**

Dado: aceleração da gravidade  $g = 10,0 \frac{m}{s^2}$ .

- a) 0,5
- b) 0,7
- c) 1,0
- d) 2,0
- e) 4,0

**Comentários:**

Assim como fizemos em questão anterior, vamos calcular o tempo de subida e multiplicar por 2! Será o suficiente para sabermos o tempo total!!

$$t_{total} = 2 \cdot t_{subida} = 2 \cdot \frac{V_0}{g} = 2 \cdot \frac{5}{10} = 1,0s$$

Portanto, gabarito **letra C**.



10. (CESGRANRIO - Petrobras - Técnico de Estabilidade Júnior/ 2012) Um projétil é lançado do solo com uma velocidade inicial  $V_0=5\sqrt{5}$  m/s fazendo um ângulo de  $30^\circ$  com a horizontal. O alcance, em metros, do projétil é

Dado: aceleração da gravidade  $g = 10,0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

- a)  $\sqrt{3}/4$
- b)  $\sqrt{3}/2$
- c) 1,0
- d)  $\sqrt{5}/2$
- e)  $5\sqrt{5}$

**Comentários:**

Questão de simples aplicação da fórmula de alcance! Vejamos:

$$A = \frac{V_0^2 \cdot 2 \cdot \text{sen}\theta \cdot \text{cos}\theta}{g}$$

$$A = \frac{(\sqrt{5})^2 \cdot 2 \cdot \text{sen}30^\circ \cdot \text{cos}30^\circ}{g}$$
$$A = \frac{5 \cdot 2 \cdot 0,5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{10} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

Portanto, gabarito **letra A**.

11. (CESGRANRIO - Petrobras - Técnico de Operação Júnior/ 2011) Dois corpos de massas  $m_1 = 80,0$  kg e  $m_2 = 10,0$  kg são abandonados, simultaneamente, a partir do repouso, de uma altura  $h$  em relação ao solo.





Considerando-se desprezível a resistência do ar, a diferença entre os tempos necessários para que os corpos atinjam o solo é

- a) Zero
- b) 0,5 s
- c) 1,0 s
- d) 1,5 s
- e) 2,0 s

**Comentários:**

Pegadinha na área! Pessoal, conforme já comentamos na aula e em questões anteriores, a massa não influencia no movimento de queda do corpo. Sendo assim, independentemente da massa, os dois corpos irão cair no mesmo momento.

Portanto, gabarito **letra A**.

**12. (CESGRANRIO - Petrobras - Técnico de Operação Júnior/ 2011) Um homem, no alto de um edifício de altura  $H = 30$  m, lança uma pedra, obliquamente, para cima, com velocidade inicial de  $v = 10$  m/s. Qual a altura máxima, em metros, com relação ao solo, atingida pela pedra no lançamento?**

Dado: Considere  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.

Despreze a ação de forças dissipativas.

- a) 35
- b) 40
- c) 50
- d) 60
- e) 70

**Comentários:**

Primeiramente, é preciso dizer que a questão peca um pouco na nomenclatura usada. Ela fala em lançamento oblíquo, sendo que ao se resolver a questão, nota-se que na verdade ele realizou um lançamento vertical para cima. É isso ou houve confusão na informação da velocidade inicial, pois a que foi dada é considerada como se fosse apenas a velocidade vertical. Enfim, para resolvermos a questão usaremos a fórmula da altura máxima:

$$H_{MAX} = \frac{V_0^2}{2g}$$

Assim:



$$H_{m\acute{a}x} = \frac{10^2}{2 \cdot 10} = \frac{10 \cdot 10}{2 \cdot 10} = 5m$$

Note que essa é a altura que o objeto atinge a partir do topo do edifício. Para encontrarmos a altura em relação ao solo, basta somar com a altura do edifício:

$$H = 30 + 5 = 35m$$

Portanto, gabarito **letra A**.

**13. (CESGRANRIO - Transpetro - Técnico de Operação Júnior/ 2011) Um objeto desliza sobre uma mesa e atingirá o chão após ultrapassar a borda dessa mesa, descrevendo um movimento parabólico com relação aos eixos horizontal e vertical arbitrados por um observador parado. Com relação a esse observador, é correto afirmar sobre o objeto que sua(s)**

- a) velocidade horizontal e sua aceleração vertical são constantes.
- b) velocidade horizontal varia, e sua aceleração permanece constante.
- c) aceleração e velocidades variam.
- d) velocidades horizontal e vertical são variáveis.
- e) velocidades vertical e horizontal são constantes.

**Comentários:**

Ora pessoal, quais são as características de um movimento desse tipo? Vejamos:

- 1 - Velocidade constante na horizontal e variável na vertical
- 2 - Aceleração constante na vertical.

Portanto, o gabarito é **letra A**.

**14. (CESGRANRIO - Petrobras - Técnico de Operação/2010) Um helicóptero de reportagem encontra-se na mesma posição, a 125 m acima do solo, enquanto é realizada uma determinada matéria sobre o trânsito na cidade. Durante a reportagem, o jornalista, passageiro do helicóptero, acidentalmente, deixa cair seu microfone. A resistência do ar pode ser considerada desprezível na queda, e a aceleração da gravidade local é de  $10 \text{ m/s}^2$ . No momento do acidente, um veículo trafegava por uma rodovia retilínea, abaixo do helicóptero, com velocidade constante de 72 km/h. A distância percorrida pelo veículo, em metros, no intervalo de tempo correspondente à queda do microfone é**

- a) 100
- b) 125



- c) 250
- d) 360
- e) 500

**Comentários:**

Questão que nos induz a calcular o tempo de queda do microfone para depois calcular a distância percorrida pelo carro nesse mesmo intervalo. Vejamos:

$$S = S_0 + v_0 \cdot t + \frac{at_{queda}^2}{2}$$

$$125 = 0 + 0 \cdot t + \frac{gt_{queda}^2}{2}$$

$$t_{queda}^2 = \frac{2 \cdot 125}{g} = \frac{250}{10} = 25$$

$$t_{queda} = \sqrt{25} = 5s$$

Assim:

$$v_{carro} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

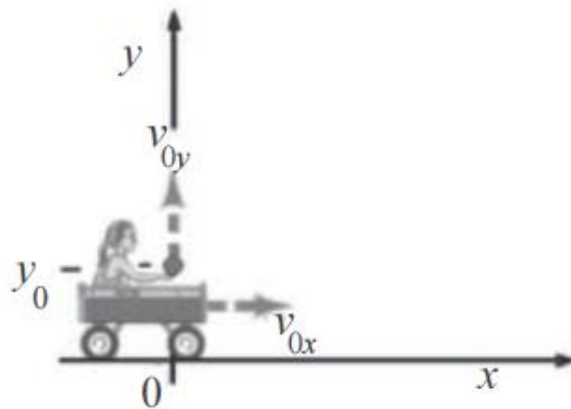
$$\Delta S = v_{carro} \cdot \Delta t = (72km / h) \cdot (5s)$$

$$\Delta S = \left( \frac{72}{3,6} m / s \right) \cdot (5s) = 20 \cdot 5 = 100m$$

Portanto, o gabarito é **letra A**.

**15. (CESPE – UNB – FUB – FÍSICO)**





A figura acima mostra uma criança em um carrinho que se move com velocidade constante  $v_{0x}$ , em um plano horizontal. Durante o movimento do carrinho, a criança joga uma bola para cima com velocidade inicial igual a  $v_{0y}$ .

No referencial da criança, a origem do sistema de eixos coordenados está fixa ao carrinho. Para o observador externo, a origem dos sistemas de eixos coordenados é identificada por 0 na figura e está fixo ao solo. Desprezando o atrito com o ar e considerando a aceleração da gravidade igual a  $g$ , julgue os itens de 53 a 58, acerca da situação apresentada.

15.1. Do ponto de vista da criança, considerando-se um referencial fixo no carrinho, é correto afirmar que a bola descreve um movimento parabólico de subida e descida, cuja posição na vertical em função

do tempo é descrita pela equação 
$$y(t) = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}gt^2.$$

**Comentários:**

Na vertical, o movimento é uniformemente variado, conforme visto na parte teórica da aula. Assim, a posição vertical varia de acordo com o tempo da seguinte forma:

$$y(t) = y_0 + V_0.t + \frac{1}{2}.a.t^2$$
$$y(t) = y_0 + V_0.t - \frac{1}{2}.g.t^2$$

Perceba que a aceleração da gravidade é negativa, pois aponta para baixo enquanto o referencial vertical adotado foi positivo para cima.



Assim, por um simples detalhe de sinal, o item está incorreto.

Veja que utilizamos a equação da posição do MRUV.

Portanto, gabarito **incorreto**.

**15.2. Do ponto de vista de um observador externo, considerando-se um referencial fixo ao solo, é correto afirmar que a bola descreve um movimento parabólico de subida e descida, descrito por uma função quadrática genérica do tipo  $y(x) = a + bx + cx^2$ , em que a, b, c pertencem ao conjunto dos números reais.**

#### Comentários:

O item está correto, pois a trajetória é realmente uma parábola, com concavidade voltada para baixo, conforme será demonstrado abaixo.

Vamos partir da equação em x, que será oriunda da equação da posição horizontal e da equação em y, oriunda da equação da posição vertical já vista no item anterior.

Assim,

$$x(t) = x_0 + V_x \cdot t$$

$$x(t) = V_{0_x} \cdot t$$

$$y(t) = y_0 + V_{0_y} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

Vamos isolar o fator tempo na primeira equação e substituir na segunda:



$$t = \frac{x}{V_{0x}}$$

*substituindo :*

$$y(t) = y_0 + V_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$y(x) = y_0 + V_{0y} \cdot \frac{x}{V_{0x}} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left( \frac{x}{V_{0x}} \right)^2$$

$$y(x) = y_0 + \frac{V_{0y}}{V_{0x}} \cdot x - \frac{g}{2 \cdot V_{0x}^2} \cdot x^2$$

Ou seja, trata-se de uma parábola com concavidade voltada para cima, pois o fator que multiplica  $x^2$  é negativo, e os demais números são reais.

Portanto, gabarito **correto**.

**15.3. As posições sobre o solo na direção horizontal onde a bola estará na mão da criança são  $x = 0$  e**

$$x = \frac{2v_{0x}v_{0y}}{g}.$$

#### **Comentários:**

A primeira solução está correta, pois em  $x = 0$  o sistema está na origem, o que implica que a bola está na mão do garoto.

A bola voltara a mão do garoto quando ela retornar ao solo, ou seja, quando  $y = 0$  novamente.

Vamos impor  $y = 0$  na equação da posição, com o detalhe de que a posição inicial vertical  $y_0$  será nula.

Assim,



$$y(x) = y_0 + \frac{V_{0y}}{V_{0x}} \cdot x - \frac{g}{2 \cdot V_{0x}^2} \cdot x^2$$
$$0 = \frac{V_{0y}}{V_{0x}} \cdot x - \frac{g}{2 \cdot V_{0x}^2} \cdot x^2$$
$$x \left( -\frac{g}{2 \cdot V_{0x}^2} \cdot x + \frac{V_{0y}}{V_{0x}} \right) = 0$$

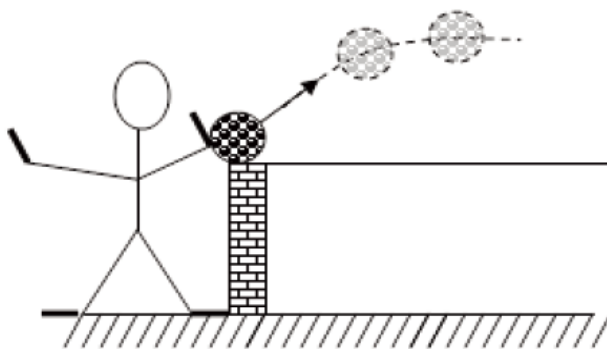
*duas soluções :*

$$x = 0 \text{ ou } \left( -\frac{g}{2 \cdot V_{0x}^2} \cdot x + \frac{V_{0y}}{V_{0x}} \right) = 0$$
$$x = \frac{V_{0y}}{V_{0x}} \cdot \frac{2 \cdot V_{0x}^2}{g} = \frac{2 \cdot V_{0x} \cdot V_{0y}}{g}$$

A segunda solução da equação é, inclusive, a fórmula do alcance horizontal.

Portanto, gabarito **correto**.

**16. (IBFC – POLÍCIA CIVIL/RJ – PERITO CRIMINAL - ADAPTADA)** Uma ocorrência deve ser refeita para que, utilizando as leis da Física, possa esclarecer um determinado fato. Um perito irá arremessar uma bola de tênis com uma velocidade inicial de 24,5m/s, e esta faz um ângulo de 60° com a horizontal. Com base nessas informações julgue as afirmações a seguir.



**16.1.** O tempo que a bola fica no ar é de aproximadamente 2,5s.

**Comentários:**

A ideia aqui é calcular o tempo total de voo da bolinha.

Para isso basta utilizar a fórmula vista na parte teórica da aula.

$$t_{total} = \frac{2V_0 \text{sen}\theta}{g}$$
$$t_{total} = \frac{2 \cdot 24,5 \cdot \text{sen}60^\circ}{10}$$
$$t_{total} = \frac{49 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{10} = 2,45 \cdot \sqrt{3}$$
$$t_{total} = 4,24s$$

Portanto, gabarito **incorreto**.

**16.2. A distância que a bola percorre na horizontal vale aproximadamente 30,6m.**

**Comentários:**

Esse item solicita o alcance horizontal da bolinha.

Vamos calcular o alcance a partir da fórmula já vista na parte teórica do curso.

$$A = \frac{2 \cdot V_0^2 \cdot \text{sen}(2 \cdot \theta)}{g}$$
$$A = \frac{2 \cdot 24,5^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{10} \cong 104m$$

Portanto, gabarito **incorreto**.

**17. (POLÍCIA CIVIL/SC – PERITO CRIMINALÍSTICO)** Um corpo é atirado verticalmente para cima, com velocidade de 40 m/s. Considerando-se a aceleração da gravidade  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , a altura máxima que o corpo atinge, a partir do ponto de lançamento, é:

- a) 40 metros
- b) 80 metros





- c) 60 metros
- d) 160 metros

**Comentários:**

Questão simples, apenas para determinar a altura máxima a partir do ponto de lançamento de um corpo em lançamento vertical para cima.

Basta aplicar a fórmula:

$$H_{Máx} = \frac{(V_0)^2}{2.g}$$
$$H_{Máx} = \frac{40^2}{2.10} = 80m$$

Portanto, gabarito **letra B**.

**18. (NCE –RJ – UFRJ – FÍSICO)** Um projétil é disparado do solo com velocidade inicial de módulo  $v_0$  e ângulo de tiro  $\theta_0$ . Despreze a resistência do ar e considere nula a energia potencial gravitacional no solo. Para que no ponto mais alto da trajetória metade da energia mecânica total esteja sob a forma de energia potencial, o ângulo de tiro  $\theta_0$  deve ser:

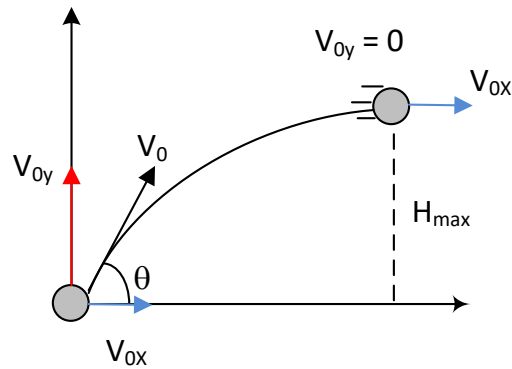
- a)  $15^\circ$
- b)  $30^\circ$
- c)  $45^\circ$
- d)  $60^\circ$
- e)  $75^\circ$

**Comentários:**

A metade da energia mecânica deve estar acumulada sob a forma de energia potencial gravitacional.

Assim, vamos equacionar:





$$\frac{E_{mec\ final}}{2} = E_{pot\ final}$$

$$\frac{m \cdot g \cdot h_{Máx}}{2} + \frac{m \cdot (V_{0x})^2}{2} = m \cdot g \cdot h_{Máx}$$

$$\cancel{m} \cdot g \cdot h_{Máx} = \cancel{m} \cdot (V_{0x})^2$$

$$\cancel{g} \cdot \frac{V_0^2 \cdot \cancel{sen}^2(2\theta)}{2 \cdot \cancel{g}} = V_{0x}^2 \Rightarrow \cancel{V_0}^2 \cdot \cancel{sen}^2(2\theta) = 2 \cdot \cancel{V_0}^2 \cdot \cos^2(\theta)$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \cancel{sen}^2(\theta) \cdot \cancel{cos}^2(\theta) = \cancel{cos}^2(\theta) \Rightarrow \cancel{sen}^2(\theta) = \frac{1}{2} \Rightarrow \cancel{sen}(\theta) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\theta = 45^\circ$$

A resposta mais coerente, portanto, é o **item C**.

**19. (CESGRANRIO – TRANSPETRO – TÉCNICO EM OPERAÇÃO JUNIOR)** Um objeto desliza sobre uma mesa e atingirá o chão após ultrapassar a borda dessa mesa, descrevendo um movimento parabólico com relação aos eixos horizontal e vertical arbitrados por um observador parado. Com relação a esse observador, é correto afirmar sobre o objeto que sua(s)

- a) velocidade horizontal e sua aceleração vertical são constantes.
- b) velocidade horizontal varia, e sua aceleração permanece constante.
- c) aceleração e velocidades variam.
- d) velocidades horizontal e vertical são variáveis.
- e) velocidades vertical e horizontal são constantes.



### Comentários:

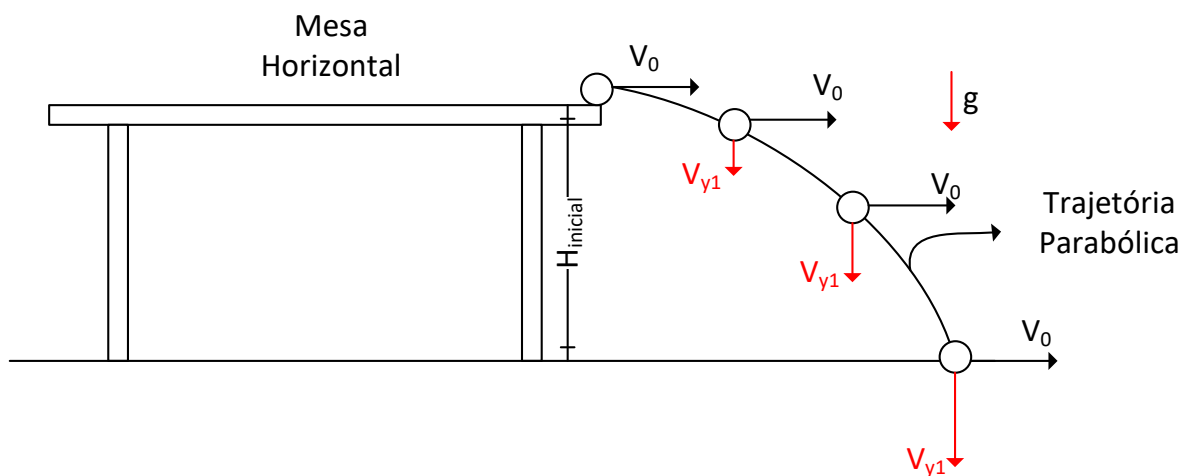
Mais uma questão teórica acerca dos conhecimentos adquiridos na parte teórica.

No movimento de lançamento horizontal a velocidade horizontal é constante, pois não há aceleração no eixo x.

A aceleração é exclusivamente vertical, no eixo y, é a aceleração da gravidade, que, por sinal, é constante.

A velocidade vertical, por sua vez, é variável, aumenta no sentido vertical para baixo.

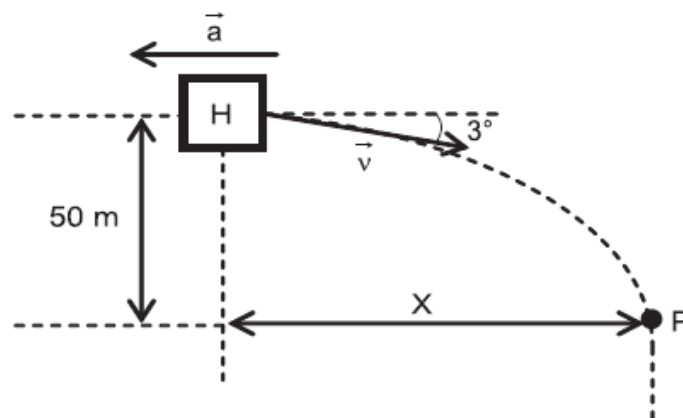
Resumindo a ideia acima, basta lembrar da parte teórica:



Portanto, gabarito **letra A**.

**20. (CESGRANRIO - DECEA – 2013 – CONTROLADOR DE TRÁFEGO AÉREO)** Um helicóptero H se movimenta na descendente com velocidade inicial  $\vec{V}$ , de módulo 10 m/s, formando um ângulo de  $3^\circ$  com a horizontal, conforme mostra a Figura abaixo. A aceleração do helicóptero é constante, horizontal e contrária ao movimento. Quando o helicóptero atinge o ponto P, 50 m abaixo da posição inicial, o seu movimento passa a ser vertical com aceleração zero.





Qual é, aproximadamente, em m, o deslocamento horizontal X do helicóptero?

Dados

- $\cos 3^\circ = 1$
- $\sin 3^\circ = 0,05$

- a) 32
- b) 50
- c) 167
- d) 500
- e) 1.000

**Comentários:**

Questão envolvendo conceitos de cinemática.

Observe que o helicóptero tem movimento acelerado apenas na horizontal, até atingir o ponto "P". Assim, na vertical o movimento é uniforme (velocidade constante) enquanto na horizontal é uniformemente variado.

A velocidade horizontal é nula em "P". Portanto, o movimento horizontal retardado do helicóptero possui velocidade nula em "P".



cálculo de t :

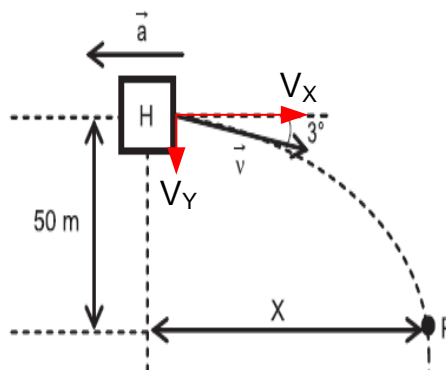
em Y : MRU

$$\Rightarrow Y = V_{0y} \cdot t$$

$$\Rightarrow Y = V \text{sen}3^\circ \cdot t$$

$$\Rightarrow 50 = 10 \cdot 0,05 \cdot t$$

$$\Rightarrow t = 100\text{s}$$



$$V_x = V_{0x} - a \cdot t$$

em P,  $V_x = 0$

$$\Rightarrow 0 = V \cos 3^\circ - a \cdot t$$

$$\Rightarrow 0 = 10 \cdot 1 - a \cdot 100$$

$$\Rightarrow a = 0,1 \text{ m/s}^2$$

Cálculo de X :

$$\Rightarrow X = V \cos 3^\circ \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

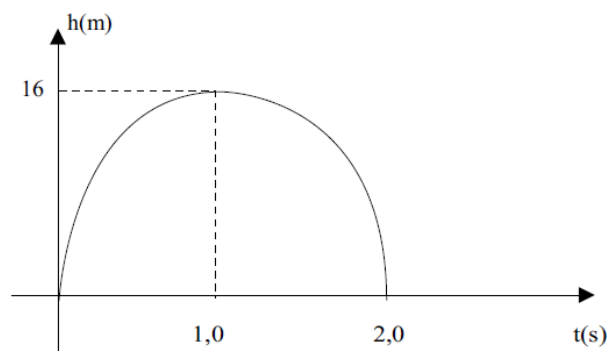
$$\Rightarrow X = 10 \cdot 1 \cdot 100 - \frac{1}{2} \cdot 0,1 \cdot 100^2$$

$$\Rightarrow X = 1.000 - 500$$

$$\Rightarrow X = 500\text{m}$$

Portanto, gabarito **letra D**.

21. (VUNESP – SEED – SP – PROFESSOR DE FÍSICA) O gráfico a seguir é uma parábola que representa um movimento de lançamento vertical, ocorrido a partir de um planeta hipotético, cuja gravidade, em  $\text{m/s}^2$ , é:



- a) 12,4
- b) 16,2
- c) 24,4



- d) 26,0
- e) 32,0

**Comentários:**

Questão muito interessante da análise de gráficos.

Veja que o corpo atinge uma altura máxima em um intervalo de tempo igual a 1,0s.

Assim, podemos calcular a gravidade aplicando a fórmula do tempo de subida em um lançamento vertical para cima.

$$t_{sub} = \frac{V_0}{g}$$

A velocidade inicial será calculada por meio da equação da altura máxima em um lançamento vertical para cima.

$$H_{máx} = \frac{V_0^2}{2.g}$$
$$16 = \frac{V_0^2}{2.g}$$
$$V_0^2 = 32.g$$

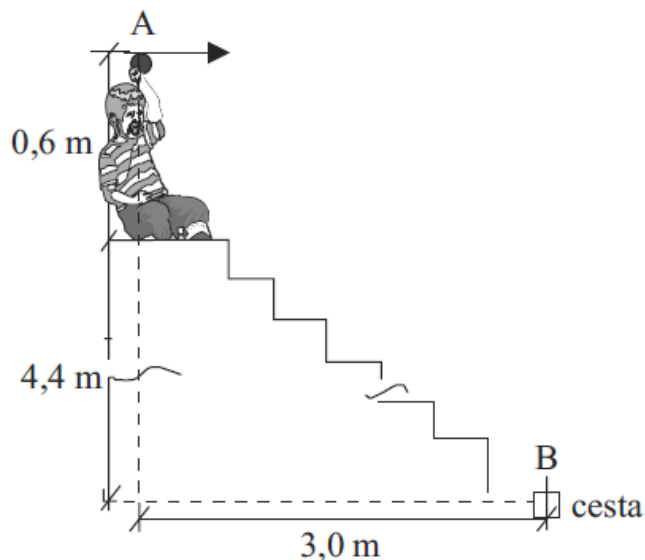
Substituindo o valor na primeira equação:

$$t_{sub} = \frac{\sqrt{32.g}}{g}$$
$$1,0 = \frac{\sqrt{32.g}}{g}$$
$$g^2 = 32g$$
$$g = 32m / s^2$$

Portanto, gabarito **letra E**.



22. (VUNESP – SEED – SP – PROFESSOR DE FÍSICA) Um garoto sentado no último degrau de uma escada lança, do ponto A, uma bolinha, tentando acertá-la numa cesta presa no ponto B, localizada na base da escada, conforme representado na figura a seguir.



Considerando que o garoto lança a bolinha exatamente na direção horizontal e que o ponto A localiza-se a 0,6 m de altura em relação ao último degrau da escada no qual o garoto está sentado, a velocidade de lançamento da bolinha, em m/s, para que ela acerte a cesta, deve ser igual a

- a) 1,0
- b) 2,0
- c) 3,0
- d) 4,0
- e) 5,0

#### Comentários:

Trata-se de uma questão de lançamento horizontal, na qual devemos calcular a velocidade horizontal de lançamento, sabendo o valor do alcance e do tempo de queda.

O alcance vale 3,0m, pois o garoto quer acertar o cesto, enquanto o tempo de queda pode ser calculado por meio da aplicação da fórmula do tempo de queda:



$$t_q = \sqrt{\frac{2.H}{g}}$$
$$t_q = \sqrt{\frac{2.(4,4 + 0,6)}{10}} = 1s$$

Portanto, para o cálculo da velocidade:

$$\Delta S = A = V.t_q$$
$$3,0 = V.1$$
$$V = 3,0m / s$$

Portanto, gabarito **letra C**.

**23. (CESGRANRIO – DECEA – CONTROLADOR DE TRÁFEGO AÉREO)** Um projétil será lançado obliquamente do solo com velocidade inicial de 80m/s e ângulo de 60° com a horizontal. Desprezando-se a resistência do ar e considerando-se a gravidade local igual a 10m/s<sup>2</sup> e o solo horizontal, a que distância, em metros, do ponto de lançamento o projétil volta a atingir o chão?

- a) 320√3
- b) 320
- c) 160√3
- d) 160
- e) 80√3

**Comentários:**

A questão acima é bem simples, e versa sobre o assunto de lançamento de projéteis.

No problema temos um projétil que será lançado obliquamente, ou seja, com velocidade inicial inclinada em relação ao plano horizontal do chão, vai dar uma viajada no ar e depois voltará ao solo. A pergunta dele é bem simples e pode ser resolvida por meio da aplicação direta de uma fórmula matemática que envolve o **alcance, a velocidade inicial, que foi fornecida, o ângulo de inclinação e a aceleração da gravidade**.

A fórmula é a seguinte:  **$A = (2.V^2.\text{sen}\theta.\text{cos}\theta)/g$**





Aplicando a fórmula acima, lembrado que o seno do ângulo de  $60^\circ$  vale  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  e o cosseno vale  $\frac{1}{2}$ , podemos encontrar o valor do alcance:

$$A = [2 \times 80 \times 80 \times (\frac{\sqrt{3}}{2}) / 2 \times 1/2] / 10 = \text{(fazendo as continhas)}$$

$$A = 320 \sqrt{3}.$$

Questão fácil, porém o candidato deve memorizar a fórmula matemática do alcance horizontal em um lançamento oblíquo.

Portanto, gabarito **letra A**.

**24. (CESGRANRIO – PETROBRÁS – TÉCNICO DE OPERAÇÃO JÚNIOR)** Dois corpos de massas  $m_1 = 80,0$  kg e  $m_2 = 10,0$  kg são abandonados, simultaneamente, a partir do repouso, de uma altura  $h$  em relação ao solo. Considerando-se desprezível a resistência do ar, a diferença entre os tempos necessários para que os corpos atinjam o solo é

- a) zero
- b) 0,5 s
- c) 1,0 s
- d) 1,5 s
- e) 2,0 s

#### Comentários:

Questão teórica. Quem pensa que tem de fazer muitas contas para resolvê-la está enganado, basta pensar um pouco para chegar às conclusões.

Lembra-se que no vácuo os corpos possuem uma mesma aceleração? Então na queda eles vão possuir a mesma aceleração, que é a da gravidade, não importando as massas.

Logo, eles chegarão ao solo no mesmo intervalo de tempo, não havendo diferença entre a chegada do corpo mais pesado e do mais leve.

Portanto, gabarito **letra A**.



25. (CESGRANRIO – REFAP – OPERADOR I – 2007) Um corpo foi abandonado de uma altura de 12,8 metros. Desprezando-se a resistência do ar e considerando-se a aceleração da gravidade igual a  $10 \text{ m/s}^2$ , a velocidade, em  $\text{m/s}$ , com que o corpo atinge o solo é:

- a) 12
- b) 14
- c) 16
- d) 18
- e) 20

**Comentários:**

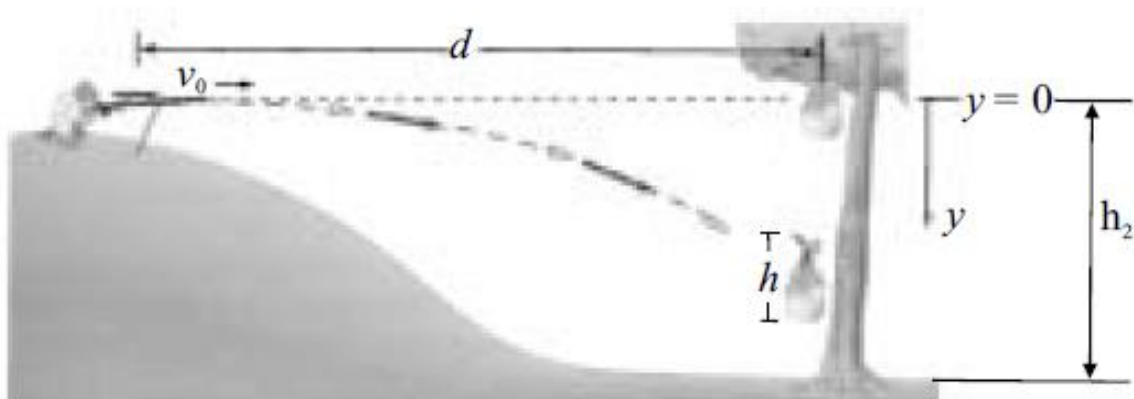
Essa questão é simples, basta aplicar a fórmula vista na parte teórica dessa aula.

A velocidade final será dada por:

$$V = \sqrt{2 \cdot g \cdot H}$$
$$V = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 12,8}$$
$$V = 16 \text{ m/s}$$

Portanto, gabarito **letra C**.

26. (CESPE-UNB – POLÍCIA FEDERAL – PERITO CRIMINAL – FÍSICO - 2004)



Especialistas em tiro ao alvo frequentemente treinam em alvos em movimento. A figura acima mostra um desses momentos. No instante em que o atirador disparou o projétil, o alvo (fruta) despreendeu-se da



árvore e ambos, alvo e projétil emitido pela arma, começaram a cair. Com base nessas informações, julgue os itens seguintes, considerando que: a resistência do ar é desprezível, a aceleração gravitacional  $g$  é constante e igual a  $10 \text{ m/s}^2$ , a altura do alvo  $h = 20 \text{ cm}$ , a distância horizontal percorrida pelo projétil  $d = 100 \text{ m}$  e a velocidade inicial horizontal do projétil  $v_0 = 400 \text{ m/s}$ . Despreze o tempo gasto pelo projétil ao se deslocar no interior da arma.

**26.1. Após um intervalo de tempo  $t$ , o projétil percorrerá a mesma distância vertical que o alvo.**

**Comentários:**

Essa questão foi retirada da prova de perito físico da PF, de 2004, pode ser considerada uma prova de alto nível para quem se prepara para concursos com Física no edital.

Esse item é puramente teórico. Você deve perceber que a velocidade do projétil é unicamente horizontal, então se trata de um lançamento horizontal.

Nesse tipo de movimento, comentamos na parte teórica que se trata de uma composição de uma queda livre e de um movimento uniforme na horizontal.

Assim, podemos afirmar que se o projétil for disparado no mesmo instante em que a fruta começa a cair, então eles vão percorrer a mesma distância vertical no mesmo intervalo de tempo, em queda livre.

Portanto, gabarito **correto**.

**26.2. O tempo de queda  $t$  da fruta, na vertical, pode ser corretamente calculado pela relação  $\sqrt{\frac{2 \cdot h_2}{g}}$ .**

**Comentários:**

Simple. Aplicação direta da fórmula. A fórmula do tempo de queda é dada por:

$$t_{\text{queda}} = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}}$$

Onde  $H$  é a altura de queda.

A altura de queda é dada, de acordo com o enunciado:

$$H = h_2 - h$$

A altura indicada acima é a altura efetivamente percorrida na queda da fruta.



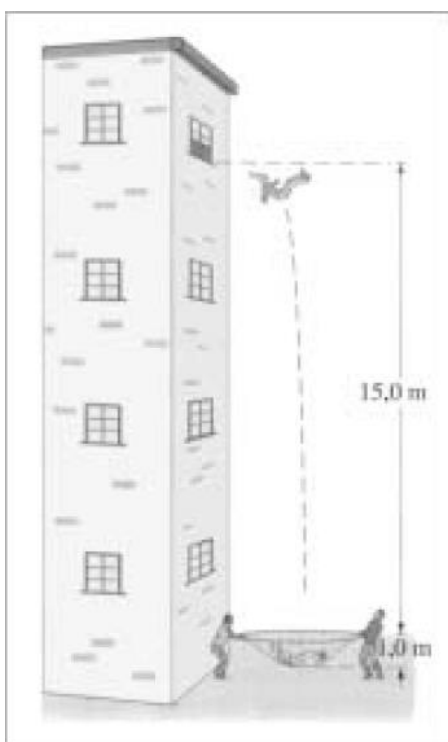
Assim, a fórmula para o cálculo do tempo de queda:

$$t_{\text{queda}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (h_2 - h)}{g}}$$

Lembre-se de que a altura da fruta foi considerada, aqui ela não se comporta como um ponto material.

Portanto, gabarito **incorreto**.

27. (CESPE – UNB – POLÍCIA FEDERAL – PERITO CRIMINAL – FÍSICO – 2004)



A figura acima mostra uma situação em que uma pessoa cai da janela do quarto andar de um prédio. Na distância de 15,0 m dessa janela, existe uma rede de salvamento elástica que ficou 1,0 m estendida após capturar a pessoa e está ter ficado em repouso. Com base nessa situação hipotética e nas leis de Newton, julgue os itens subsequentes, desprezando as forças externas e o atrito com o ar e considerando que a aceleração gravitacional é constante e igual a  $10 \text{ m/s}^2$ .

27.1. O módulo da componente vertical da velocidade do corpo da pessoa ao tocar na rede é igual a 10 m/s.

**Comentários:**

$$V = \sqrt{2 \cdot g \cdot H}$$
$$V = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 15}$$
$$V = 17,32 \text{ m/s}$$

Basta aplicar a fórmula vista na parte teórica. Lembre-se de que se trata de uma queda livre.

Portanto, gabarito **incorreto**.

**27.2. O corpo do indivíduo, ao tocar na rede, sofreu uma desaceleração cujo módulo é igual a 7,5 m/s<sup>2</sup>.**

**Comentários:**

Basta aplicar a equação de Torricelli, uma vez que sabemos que o corpo chegou ao repouso ao final de 1,0m.

Lembrando que vamos calcular a aceleração média do corpo:

$$V^2 = V_0^2 - 2 \cdot a \cdot \Delta S$$
$$0 = 17,32^2 - 2 \cdot a \cdot 1$$
$$a = 150 \text{ m/s}^2$$

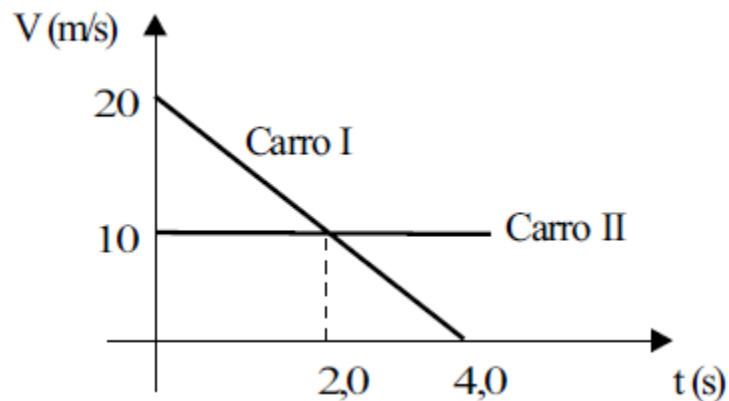
A aceleração acima é a aceleração média. A aceleração instantânea é variável, uma vez que a força elástica varia de acordo com a deformação do elástico.

Ademais, ao tocar a rede, ainda não existe força elástica, o que implica dizer que a aceleração é a própria aceleração da gravidade.

Portanto, gabarito **incorreto**.

**28. (VUNESP – SEED – SP – PROFESSOR DE FÍSICA) O gráfico das velocidades em função do tempo mostrado a seguir refere-se ao movimento de dois carros que percorrem a mesma trajetória retilínea e passam pela mesma posição em t = 0s.**





Da análise desse gráfico, é correto afirmar que:

- a) os carros encontram-se no instante  $t = 2,0$  s.
- b) os carros encontram-se no instante  $t = 4,0$  s.
- c) o carro I percorre 20 m nos primeiros 2,0 s de movimento.
- d) o carro II percorre 10 m nos primeiros 2,0 s de movimento.
- e) o carro II percorre 20 m nos primeiros 4,0 s de movimento.

#### Comentários:

Essa questão é bem parecida com a questão anterior, e veja que o mesmo tema foi abordado por duas bancas diferentes, ou seja, na Física, a abordagem da matéria é bem parecida, independentemente da banca, isso acontece com muitos conteúdos da minha matéria.

Vamos montar a equação da posição para os dois móveis:

#### Carro I:

Calculando a aceleração:



$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$
$$a = \frac{0 - 20}{4,0 - 0} = -5m / s^2$$

Agora vamos escrever a equação da posição, sabendo que a posição inicial dos móveis será nula.

$$S = S_0 + V_0.t + \frac{1}{2}.a.t^2$$
$$S_I = 20t + \frac{1}{2}.(-5).t^2$$
$$S_I = 20t - 2,5t^2$$

Veja que foi utilizada a equação do movimento uniformemente variado.

Vamos agora à equação da posição do carro II, lembrando que o movimento dele é uniforme, com velocidade constante:

$$S = S_0 + V.t$$
$$S_{II} = 10.t$$

Agora basta igualar as equações:



$$S_I = 20t - 2,5t^2$$

$$S_{II} = 10.t$$

*igualando :*

$$20t - 2,5t^2 = 10.t$$

$$t^2 - 4t = 0$$

$$t = 0s$$

*ou*

$$t = 4s$$

Ou seja, o encontro dos carros dar-se-á nos instantes  $t = 0s$  ou  $t = 4s$ .

Para encontrar os espaços percorridos por cada carro, basta substituir os valores de "t" nas equações acima.

$$S_I = 20t - 2,5t^2$$

$$S_I(2) = 20.2 - 2,5.2^2$$

$$S_I(2) = 40 - 10 = 30m$$

**Para o carro II:**

$$S_{II} = 10.t$$

$$S_{II}(2) = 10.2 = 20m$$

$$S_{II}(4) = 10.4 = 40m$$

Portanto, gabarito **letra B**.





29. (FDRH – PC/RS – Perito Criminal/2008) Um automóvel, em eficiência máxima, é capaz de aumentar sua velocidade de 0 a 90 km/h num intervalo de tempo de 12s. Supondo que esse automóvel movimenta-se com aceleração constante ao longo de uma pista de corridas retilínea, a distância percorrida por ele para atingir a velocidade final é de, aproximadamente,

- a) 7,50 m.
- b) 43,3 m.
- c) 150 m.
- d) 300 m.
- e) 540 m.

**Comentários:**

Vamos primeiramente encontrar a aceleração, por meio da definição, e logo após aplicar a equação de Torricelli para determinar o  $\Delta S$ . (lembre-se da transformação da unidade de velocidade, que foi dada em km/h)

Assim,

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$
$$a = \frac{3,6}{12} \cong 2,0m / s^2$$

Logo,

$$V^2 = V_0^2 + 2.a.\Delta S$$
$$25^2 = 0^2 + 2.2.\Delta S$$
$$\Delta S = 156,25m$$



Portanto, gabarito **letra C**.



## LISTA DE QUESTÕES

1. (CESGRANRIO - LIQUIGÁS - Técnico Químico/2018/Adaptada) Um corpo de massa igual a 200 g cai de uma altura de 5 m, a partir do repouso.

Desprezada a resistência do ar, o tempo, em segundos, que o corpo leva para atingir o solo é

Dado Aceleração da gravidade:  $10 \text{ m/s}^2$

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

2. (FUNDEP (Gestão de Concursos) - UFVJM-MG - Técnico de Laboratório/2017) Um lançador de bolinhas é instalado em um laboratório para se estudar lançamento oblíquo. Um professor pede, então, que, desprezando os efeitos de resistência do ar e atrito, os alunos citem as grandezas que devem ser conhecidas para se obter a altura máxima atingida pela bolinha e o alcance dela.

Assinale a alternativa que apresenta as grandezas que devem ser conhecidas.

- a) Massa da bolinha, velocidade inicial da bolinha, ângulo de lançamento e aceleração da gravidade local.
- b) Peso da bolinha, aceleração da gravidade local, intervalo de tempo entre o lançamento e a queda da bolinha e a velocidade inicial da bolinha.
- c) Velocidade inicial da bolinha, ângulo de lançamento, aceleração da gravidade local e intervalo de tempo entre o lançamento e a queda da bolinha.
- d) Ângulo de lançamento e aceleração da gravidade local.

3. (CESGRANRIO - Petrobras - Técnico de Operação Júnior/ 2015) Ao retirar um equipamento de uma estante, um operador se desequilibra e o deixa cair de uma altura de 1,8 m do piso.

Considerando-se que inicialmente a velocidade do equipamento na direção vertical seja nula e que  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , a velocidade de impacto do equipamento com o piso, em m/s, é

- a) 2
- b) 4
- c) 6
- d) 8
- e) 10

4. (CESGRANRIO - Petrobras - Técnico(a) de Estabilidade Júnior/ 2014) Em uma operação de resgate, uma carga é lançada por um helicóptero parado de uma altura  $h$  e cai no convés de



uma embarcação naval, também parada, a uma velocidade de impacto  $v$ .

Despreze a resistência do ar.

Se o helicóptero estivesse movendo-se a uma velocidade horizontal  $V_H$ , as acelerações da carga nas direções horizontal e vertical até atingir o convés seriam, respectivamente,

- a) nula e nula
- b) nula e constante
- c) nula e positiva crescente
- d) constante diferente de zero e constante
- e) constante diferente de zero e positiva crescente

**5. (CESGRANRIO - LIQUIGÁS - Técnico Químico/ 2014)** Um objeto de massa igual a 50 g é atirado verticalmente para cima partindo do solo e com velocidade inicial de 20 m/s. O objeto realiza um movimento com ausência de forças dissipativas, atingindo uma altura máxima em relação ao solo e retornando, em seguida, ao local de lançamento.

A altura máxima, em metros, alcançada pelo objeto é igual a

**Dado**

**Aceleração da gravidade =  $10 \text{ m/s}^2$  positiva, nula e negativa**

- a) 5
- b) 8
- c) 10
- d) 16
- e) 20

**6. (CESGRANRIO - Petrobras - Técnico de Estabilidade Júnior/ 2012)** Um objeto é lançado a partir da origem de um sistema de coordenadas, com velocidade inicial de 8,0 m/s, fazendo um ângulo de 60 graus em relação à horizontal.

O alcance do objeto lançado, em metros, é de

**Dados:  $g = 10,0 \text{ m/s}^2$**

$$3^{1/2} = 1,7$$

$$2^{1/2} = 1,4$$

- a) 2,8
- b) 4,0
- c) 5,4
- d) 11,2
- e) 22,4
- f)



7. (CESGRANRIO - Petrobras - Técnico de Estabilidade Júnior/ 2012) Uma partícula é atirada verticalmente para cima com velocidade inicial de 3,0 m/s.

O tempo, em segundos, necessário para a partícula voltar à posição de origem é de

Dado:  $g = 10,0 \text{ m/s}^2$

- a) 0,2
- b) 0,3
- c) 0,4
- d) 0,6
- e) 1,2

8. (CESGRANRIO - Petrobras - Técnico de Estabilidade Júnior/2012) Em uma brincadeira, uma bola é lançada verticalmente por Bia. Ao chegar à altura máxima, a bola é apanhada por Mel, que se encontra a uma altura  $h$  acima da altura de Bia. Ao receber a bola, Mel grita para Bia, que escuta o som  $5,0 \times 10^{-2} \text{ s}$  depois.

A velocidade da bola no lançamento, em m/s, é de

Dados:  $g = 10,0 \text{ m/s}^2$

$v_{\text{som}} = 300,0 \text{ m/s}$

$3^{1/2} = 1,73$

- a) 0,5
- b) 3,0
- c) 12,3
- d) 15,0
- e) 17,3

9. (CESGRANRIO - Petrobras - Técnico de Estabilidade Júnior/ 2012) Um objeto é lançado verticalmente para cima, no vácuo, com velocidade inicial de 5,0 m/s.

Determine o tempo necessário para que o objeto retorne à sua posição inicial.

Dado: aceleração da gravidade  $g = 10,0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

- a) 0,5
- b) 0,7
- c) 1,0
- d) 2,0
- e) 4,0

10. (CESGRANRIO - Petrobras - Técnico de Estabilidade Júnior/ 2012) Um projétil é lançado do solo com uma velocidade inicial  $V_0 = 5 \text{ m/s}$  fazendo um ângulo de  $30^\circ$  com a horizontal. O alcance, em metros, do



projétil é

Dado: aceleração da gravidade  $g = 10,0 \frac{m}{s^2}$ .

- a)  $\sqrt{3}/4$
- b)  $\sqrt{3}/2$
- c) 1,0
- d)  $\sqrt{5}/2$
- e)  $5\sqrt{5}$

**11. (CESGRANRIO - Petrobras - Técnico de Operação Júnior/ 2011)** Dois corpos de massas  $m_1 = 80,0$  kg e  $m_2 = 10,0$  kg são abandonados, simultaneamente, a partir do repouso, de uma altura  $h$  em relação ao solo.

Considerando-se desprezível a resistência do ar, a diferença entre os tempos necessários para que os corpos atinjam o solo é

- a) Zero
- b) 0,5 s
- c) 1,0 s
- d) 1,5 s
- e) 2,0 s

**12. (CESGRANRIO - Petrobras - Técnico de Operação Júnior/ 2011)** Um homem, no alto de um edifício de altura  $H = 30$  m, lança uma pedra, obliquamente, para cima, com velocidade inicial de  $v = 10$  m/s. Qual a altura máxima, em metros, com relação ao solo, atingida pela pedra no lançamento?

Dado: Considere  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.

Despreze a ação de forças dissipativas.

- a) 35
- b) 40
- c) 50
- d) 60
- e) 70

**13. (CESGRANRIO - Transpetro - Técnico de Operação Júnior/ 2011)** Um objeto desliza sobre uma mesa e atingirá o chão após ultrapassar a borda dessa mesa, descrevendo um movimento parabólico com relação aos eixos horizontal e vertical arbitrados por um observador parado. Com relação a esse observador, é correto afirmar sobre o objeto que sua(s)

- a) velocidade horizontal e sua aceleração vertical são constantes.
- b) velocidade horizontal varia, e sua aceleração permanece constante.

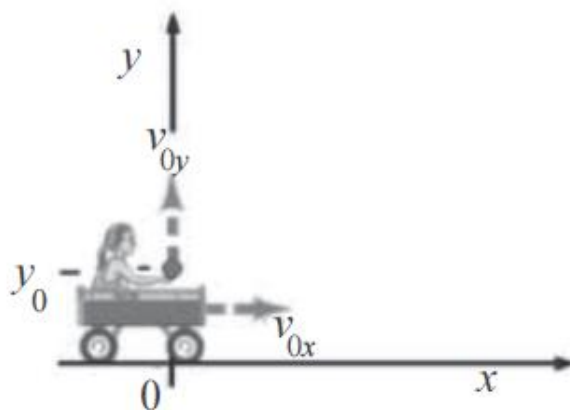


- c) aceleração e velocidades variam.
- d) velocidades horizontal e vertical são variáveis.
- e) velocidades vertical e horizontal são constantes.

14. (CESGRANRIO - Petrobras - Técnico de Operação/2010) Um helicóptero de reportagem encontra-se na mesma posição, a 125 m acima do solo, enquanto é realizada uma determinada matéria sobre o trânsito na cidade. Durante a reportagem, o jornalista, passageiro do helicóptero, acidentalmente, deixa cair seu microfone. A resistência do ar pode ser considerada desprezível na queda, e a aceleração da gravidade local é de  $10 \text{ m/s}^2$ . No momento do acidente, um veículo trafegava por uma rodovia retilínea, abaixo do helicóptero, com velocidade constante de 72 km/h. A distância percorrida pelo veículo, em metros, no intervalo de tempo correspondente à queda do microfone é

- a) 100
- b) 125
- c) 250
- d) 360
- e) 500

15. (CESPE – UNB – FUB – FÍSICO)



A figura acima mostra uma criança em um carrinho que se move com velocidade constante  $v_{0x}$ , em um plano horizontal. Durante o movimento do carrinho, a criança joga uma bola para cima com velocidade inicial igual a  $v_{0y}$ .

No referencial da criança, a origem do sistema de eixos coordenados está fixa ao carrinho. Para o observador externo, a origem dos sistemas de eixos coordenados é identificada por 0 na figura e está



fixo ao solo. Desprezando o atrito com o ar e considerando a aceleração da gravidade igual a  $g$ , julgue os itens de 53 a 58, acerca da situação apresentada.

15.1. Do ponto de vista da criança, considerando-se um referencial fixo no carrinho, é correto afirmar que a bola descreve um movimento parabólico de subida e descida, cuja posição na vertical em função

$$y(t) = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}gt^2.$$

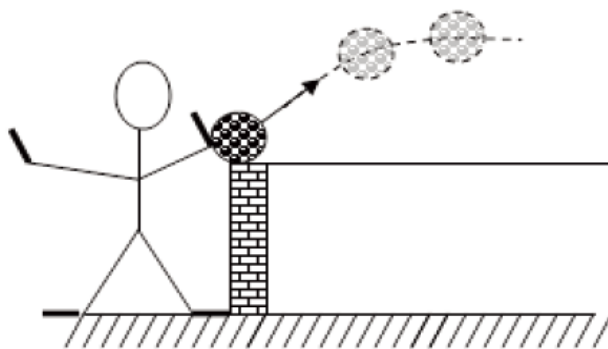
do tempo é descrita pela equação

15.2. Do ponto de vista de um observador externo, considerando-se um referencial fixo ao solo, é correto afirmar que a bola descreve um movimento parabólico de subida e descida, descrito por uma função quadrática genérica do tipo  $y(x) = a + bx + cx^2$ , em que  $a$ ,  $b$ ,  $c$  pertencem ao conjunto dos números reais.

15.3. As posições sobre o solo na direção horizontal onde a bola estará na mão da criança são  $x = 0$  e

$$x = \frac{2v_{0x}v_{0y}}{g}.$$

16. (IBFC – POLÍCIA CIVIL/RJ – PERITO CRIMINAL - ADAPTADA) Uma ocorrência deve ser refeita para que, utilizando as leis da Física, possa esclarecer um determinado fato. Um perito irá arremessar uma bola de tênis com uma velocidade inicial de  $24,5\text{m/s}$ , e esta faz um ângulo de  $60^\circ$  com a horizontal. Com base nessas informações julgue as afirmações a seguir.



16.1. O tempo que a bola fica no ar é de aproximadamente  $2,5\text{s}$ .





16.2. A distância que a bola percorre na horizontal vale aproximadamente 30,6m.

17. (POLÍCIA CIVIL/SC – PERITO CRIMINALÍSTICO) Um corpo é atirado verticalmente para cima, com velocidade de 40 m/s. Considerando-se a aceleração da gravidade  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , a altura máxima que o corpo atinge, a partir do ponto de lançamento, é:

- a) 40 metros
- b) 80 metros
- c) 60 metros
- d) 160 metros

18. (NCE –RJ – UFRJ – FÍSICO) Um projétil é disparado do solo com velocidade inicial de módulo  $v_0$  e ângulo de tiro  $\theta_0$ . Despreze a resistência do ar e considere nula a energia potencial gravitacional no solo. Para que no ponto mais alto da trajetória metade da energia mecânica total esteja sob a forma de energia potencial, o ângulo de tiro  $\theta_0$  deve ser:

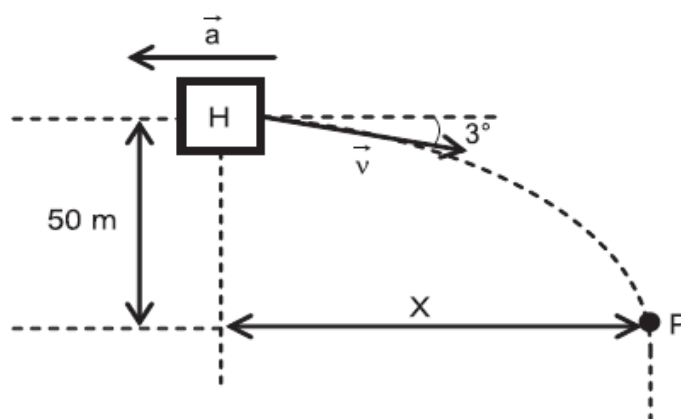
- a)  $15^\circ$
- b)  $30^\circ$
- c)  $45^\circ$
- d)  $60^\circ$
- e)  $75^\circ$

19. (CESGRANRIO – TRANSPETRO – TÉCNICO EM OPERAÇÃO JUNIOR) Um objeto desliza sobre uma mesa e atingirá o chão após ultrapassar a borda dessa mesa, descrevendo um movimento parabólico com relação aos eixos horizontal e vertical arbitrados por um observador parado. Com relação a esse observador, é correto afirmar sobre o objeto que sua(s)

- a) velocidade horizontal e sua aceleração vertical são constantes.
- b) velocidade horizontal varia, e sua aceleração permanece constante.
- c) aceleração e velocidades variam.
- d) velocidades horizontal e vertical são variáveis.
- e) velocidades vertical e horizontal são constantes.



20. (CESGRANRIO - DECEA – 2013 – CONTROLADOR DE TRÁFEGO AÉREO) Um helicóptero H se movimenta na descendente com velocidade inicial  $\vec{V}$ , de módulo 10 m/s, formando um ângulo de  $3^\circ$  com a horizontal, conforme mostra a Figura abaixo. A aceleração do helicóptero é constante, horizontal e contrária ao movimento. Quando o helicóptero atinge o ponto P, 50 m abaixo da posição inicial, o seu movimento passa a ser vertical com aceleração zero.



Qual é, aproximadamente, em m, o deslocamento horizontal X do helicóptero?

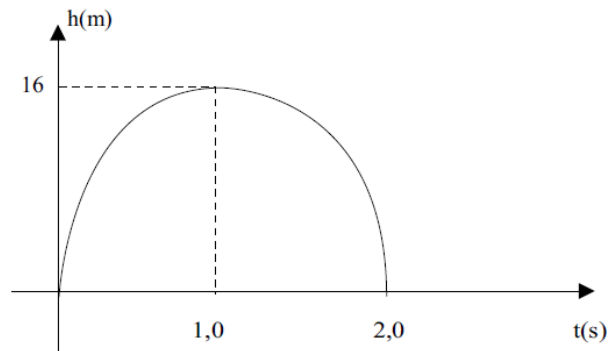
Dados

- $\cos 3^\circ = 1$
- $\sin 3^\circ = 0,05$

- a) 32
- b) 50
- c) 167
- d) 500
- e) 1.000

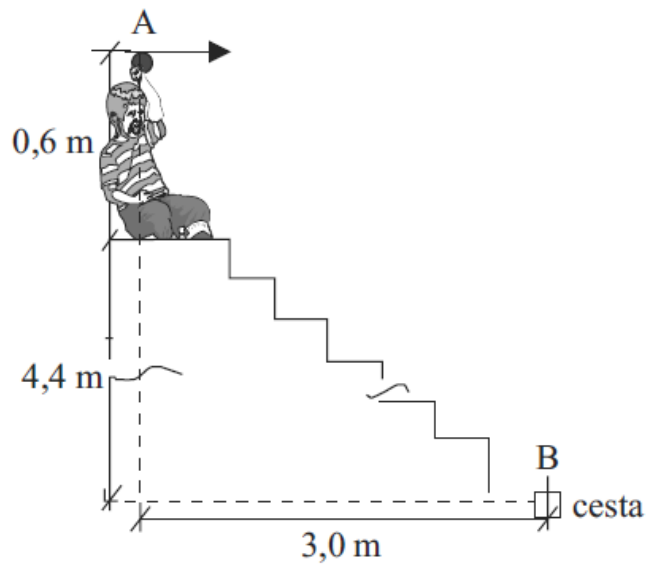
21. (VUNESP – SEED – SP – PROFESSOR DE FÍSICA) O gráfico a seguir é uma parábola que representa um movimento de lançamento vertical, ocorrido a partir de um planeta hipotético, cuja gravidade, em  $m/s^2$ , é:





- a) 12,4
- b) 16,2
- c) 24,4
- d) 26,0
- e) 32,0

22. (VUNESP – SEED – SP – PROFESSOR DE FÍSICA) Um garoto sentado no último degrau de uma escada lança, do ponto A, uma bolinha, tentando acertá-la numa cesta presa no ponto B, localizada na base da escada, conforme representado na figura a seguir.



Considerando que o garoto lança a bolinha exatamente na direção horizontal e que o ponto A se localiza a 0,6 m de altura em relação ao último degrau da escada no qual o garoto está sentado, a velocidade de lançamento da bolinha, em m/s, para que ela acerte a cesta, deve ser igual a

- a) 1,0
- b) 2,0
- c) 3,0
- d) 4,0
- e) 5,0

**23. (CESGRANRIO – DECEA – CONTROLADOR DE TRÁFEGO AÉREO)** Um projétil será lançado obliquamente do solo com velocidade inicial de 80m/s e ângulo de  $60^\circ$  com a horizontal. Desprezando-se a resistência do ar e considerando-se a gravidade local igual a  $10\text{m/s}^2$  e o solo horizontal, a que distância, em metros, do ponto de lançamento o projétil volta a atingir o chão?

- a)  $320\sqrt{3}$
- b) 320
- c)  $160\sqrt{3}$
- d) 160
- e)  $80\sqrt{3}$

**24. (CESGRANRIO – PETROBRÁS – TÉCNICO DE OPERAÇÃO JÚNIOR)** Dois corpos de massas  $m_1 = 80,0$  kg e  $m_2 = 10,0$  kg são abandonados, simultaneamente, a partir do repouso, de uma altura  $h$  em relação ao solo. Considerando-se desprezível a resistência do ar, a diferença entre os tempos necessários para que os corpos atinjam o solo é

- a) zero
- b) 0,5 s
- c) 1,0 s

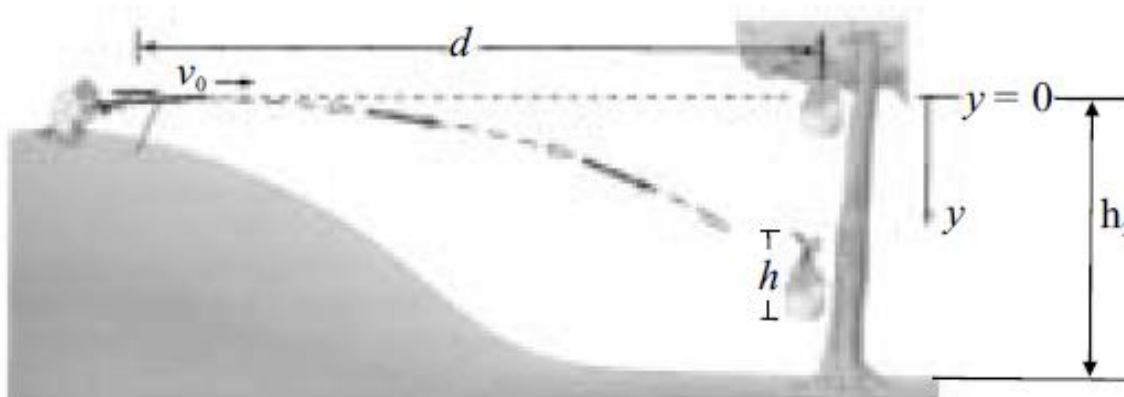


- d) 1,5 s
- e) 2,0 s

25. (CESGRANRIO – REFAP – OPERADOR I – 2007) Um corpo foi abandonado de uma altura de 12,8 metros. Desprezando-se a resistência do ar e considerando-se a aceleração da gravidade igual a  $10 \text{ m/s}^2$ , a velocidade, em  $\text{m/s}$ , com que o corpo atinge o solo é:

- a) 12
- b) 14
- c) 16
- d) 18
- e) 20

26. (CESPE-UNB – POLÍCIA FEDERAL – PERITO CRIMINAL – FÍSICO - 2004)



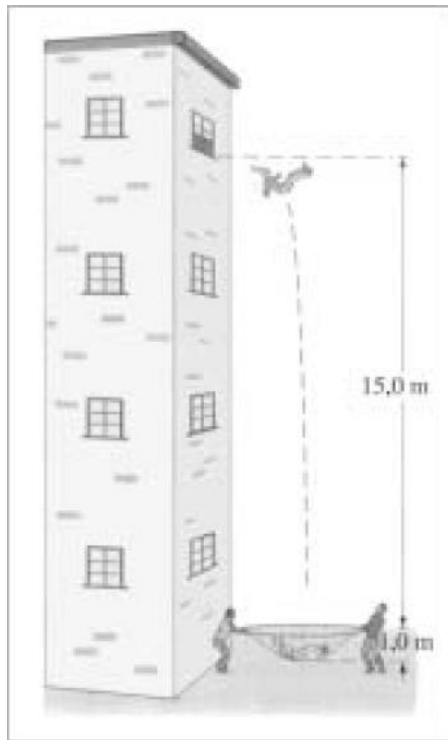
Especialistas em tiro ao alvo frequentemente treinam em alvos em movimento. A figura acima mostra um desses momentos. No instante em que o atirador disparou o projétil, o alvo (fruta) desprende-se da árvore e ambos, alvo e projétil emitido pela arma, começaram a cair. Com base nessas informações, julgue os itens seguintes, considerando que: a resistência do ar é desprezível, a aceleração gravitacional  $g$  é constante e igual a  $10 \text{ m/s}^2$ , a altura do alvo  $h = 20 \text{ cm}$ , a distância horizontal percorrida pelo projétil  $d = 100 \text{ m}$  e a velocidade inicial horizontal do projétil  $v_0 = 400 \text{ m/s}$ . Despreze o tempo gasto pelo projétil ao se deslocar no interior da arma.



26.1. Após um intervalo de tempo  $t$ , o projétil percorrerá a mesma distância vertical que o alvo.

26.2. O tempo de queda  $t$  da fruta, na vertical, pode ser corretamente calculado pela relação  $\sqrt{\frac{2 \cdot h_2}{g}}$ .

27. (CESPE – UNB – POLÍCIA FEDERAL – PERITO CRIMINAL – FÍSICO – 2004)

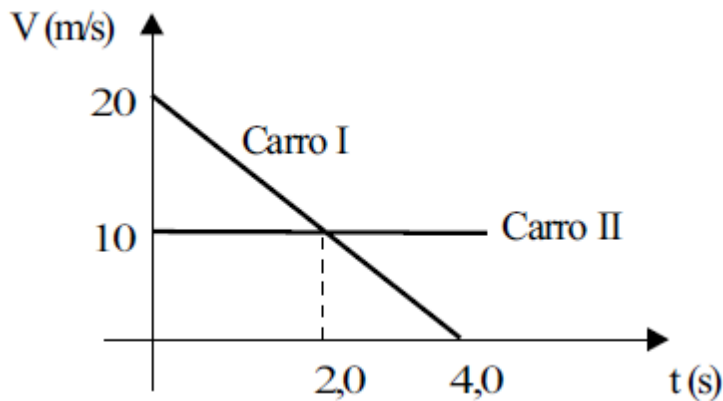


A figura acima mostra uma situação em que uma pessoa cai da janela do quarto andar de um prédio. Na distância de 15,0 m dessa janela, existe uma rede de salvamento elástica que ficou 1,0 m estendida após capturar a pessoa e está ter ficado em repouso. Com base nessa situação hipotética e nas leis de Newton, julgue os itens subsequentes, desprezando as forças externas e o atrito com o ar e considerando que a aceleração gravitacional é constante e igual a  $10 \text{ m/s}^2$ .

27.1. O módulo da componente vertical da velocidade do corpo da pessoa ao tocar na rede é igual a 10 m/s.

27.2. O corpo do indivíduo, ao tocar na rede, sofreu uma desaceleração cujo módulo é igual a  $7,5 \text{ m/s}^2$ .

28. (VUNESP – SEED – SP – PROFESSOR DE FÍSICA) O gráfico das velocidades em função do tempo mostrado a seguir refere-se ao movimento de dois carros que percorrem a mesma trajetória retilínea e passam pela mesma posição em  $t = 0$ s.



Da análise desse gráfico, é correto afirmar que:

- a) os carros encontram-se no instante  $t = 2,0$  s.
- b) os carros encontram-se no instante  $t = 4,0$  s.
- c) o carro I percorre 20 m nos primeiros 2,0 s de movimento.
- d) o carro II percorre 10 m nos primeiros 2,0 s de movimento.
- e) o carro II percorre 20 m nos primeiros 4,0 s de movimento.

29. (FDRH – PC/RS – Perito Criminal/2008) Um automóvel, em eficiência máxima, é capaz de aumentar sua velocidade de 0 a 90 km/h num intervalo de tempo de 12s. Supondo que esse automóvel movimente-se com aceleração constante ao longo de uma pista de corridas retilínea, a distância percorrida por ele para atingir a velocidade final é de, aproximadamente,

- a) 7,50 m.
- b) 43,3 m.
- c) 150 m.



d) 300 m.

e) 540 m.





# GABARITO

GABARITO



- |       |       |       |
|-------|-------|-------|
| 1. E  | 12. B | 23. E |
| 2. A  | 13. C | 24. B |
| 3. A  | 14. C | 25. A |
| 4. B  | 15. C | 26. A |
| 5. E  | 16. A | 27. A |
| 6. A  | 17. E | 28. A |
| 7. A  | 18. B | 29. A |
| 8. C  | 19. C | 30. A |
| 9. B  | 20. B |       |
| 10. B | 21. D |       |
| 11. B | 22. B |       |



## FÓRMULAS MAIS UTILIZADAS NA AULA

$$t_q = \sqrt{\frac{2.H}{g}} \quad V = \sqrt{2gH} \quad t_{SUB} = \frac{V_0}{g}$$

$$H_{MAX} = \frac{V_0^2}{2g} \quad t_q = \sqrt{\frac{2.H_{inicial}}{g}} \quad A = V_0 \cdot \sqrt{\frac{2H_{inicial}}{g}}$$

$$t_{sub} = \frac{V_{0y}}{g} = \frac{V_0 \cdot \text{sen}\theta}{g} \quad t_{desc.} = \frac{V_{0y}}{g} = \frac{V_0 \cdot \text{sen}\theta}{g} \quad t_{total} = \frac{2.V_0 \cdot \text{sen}\theta}{g}$$

$$H_{MÁX} = \frac{V_{0y}^2}{2.g} = \frac{V_0^2 \cdot \text{sen}^2(\theta)}{2.g} \quad A = \frac{2.V_{0x} \cdot V_{0y}}{g}$$

$$A = \frac{V_0^2 \cdot 2 \cdot \text{sen}\theta \cdot \text{cos}\theta}{g} \quad A = \frac{V_0^2 \cdot \text{sen}(2.\theta)}{g} \quad A_{MÁX} = \frac{V_0^2}{g}$$

Para refletir:

“Falta de coragem causa perda de momentos incríveis. Acredite sempre!”

Autor desconhecido.





# ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



1

Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



2

Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



3

Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



4

Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



5

Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



6

Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



7

Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



8

O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.