Aula 00

SEDU-ES (Professor B - Matemática) Conhecimentos Específicos - 2024 (Pós-Edital)

Autor:

Equipe Exatas Estratégia Concursos

20 de Dezembro de 2024

Índice

AVISO IMPORTANTE!

Olá, Alunos (as)!

Passando para informá-los a respeito da **disposição das questões** dentro do nosso material didático. Informamos que a escolha das bancas, dentro dos nossos Livros Digitais, é feita de maneira estratégica e pedagógica pelos nossos professores a fim de proporcionar a melhor didática e o melhor direcionamento daquilo que mais se aproxima do formato de cobrança da banca do seu concurso.

Assim, o formato de questões divididas por tópico facilitará o seu processo de estudo, deixando mais alinhado às disposições constantes no edital.

No mais, continuaremos à disposição de todos no Fórum de dúvidas!

Atenciosamente,

Equipe Exatas

Estratégia Concursos

APRESENTAÇÃO DO CURSO

Olá, pessoal! Tudo bem?

É com grande satisfação que damos início ao nosso curso!

Os professores **Eduardo Mocellin, Francisco Rebouças, Luana Brandão, Djefferson Maranhão** e **Vinicius Veleda** ficarão responsáveis pelo **Livro Digital**.

Antes de continuarmos, vamos apresentar os professores do material escrito:

Eduardo Mocellin: Fala, pessoal! Meu nome é Eduardo Mocellin, sou professor de Matemática e de Raciocínio Lógico do Estratégia Concursos e engenheiro Mecânico-Aeronáutico pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Sinto-me feliz em poder contribuir com a sua aprovação! Não deixe de me seguir no Instagram: **@edu.mocellin**

Francisco Rebouças: Fala, alunos! Aqui é o Francisco Rebouças, professor de Matemática do Estratégia Concursos. Sou Engenheiro Aeroespacial formado pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Saiba que será uma honra fazer parte da sua jornada rumo à aprovação e que estaremos sempre aqui para auxiliá-los com o que precisarem. Um grande abraço e nos vemos nas aulas!

Luana Brandão: Oi, pessoal! O meu nome é Luana Brandão e sou professora de Estatística do Estratégia Concursos. Sou Graduada, Mestre e Doutora em Engenharia de Produção, pela Universidade Federal Fluminense. Passei nos concursos de Auditor Fiscal (2009/2010) e Analista Tributário (2009) da Receita Federal e de Auditor Fiscal do Estado do Rio de Janeiro (2010). Sou Auditora Fiscal do Estado do RJ desde 2010. Vamos juntos nesse caminho até a aprovação? **@professoraluanabrandao**

Djefferson Maranhão: Olá, amigos do Estratégia Concursos, tudo bem? Meu nome é Djefferson Maranhão, professor de Estatística do Estratégia Concursos. Sou Graduado em Ciência da Computação pela Universidade Federal do Maranhão (UFMA). Desde 2015, sou Auditor da Controladoria Geral do Estado do Maranhão (2015 - 5º lugar). Antes, porém, exerci os cargos de Analista de Sistemas na UFMA (2010 - 1º lugar) e no TJ-MA (2011 - 1º lugar). Já estive na posição de vocês e sei o quanto a vida de um concurseiro é um tanto atribulada! São vários assuntos para se dominar em um curto espaço de tempo. Por isso, contem comigo para auxiliá-los nessa jornada rumo à aprovação. Um grande abraço.

Vinicius Veleda: Olá, caros alunos! Sou Auditor Fiscal do Estado do Rio Grande do Sul. Professor de Matemática e Matemática Financeira do Estratégia Concursos. Aprovado nos Concursos de Auditor Fiscal da Secretaria da Fazenda dos Estados do Rio Grande do Sul (SEFAZ RS - 2019), Santa Catarina (SEFAZ SC - 2018) e Goiás (SEFAZ GO - 2018). Formado em Engenharia de Petróleo pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) com graduação sanduíche em Engenharia Geológica pela Universidade Politécnica de Madrid (UPM). Pela UFRJ, fui campeão sul americano do Petrobowl (Buenos Aires) e, posteriormente, Campeão Mundial (Dubai). Cursei meu ensino médio na Escola Preparatória de Cadetes do Exército (EsPCEx). Contem comigo nessa trajetória! **@viniciusveleda**

O material escrito em **PDF** está sendo construído para ser sua fonte **autossuficiente** de estudos. Isso significa que o livro digital será **completo** e **voltado para o seu edital**, justamente para que você não perca o seu precioso tempo "caçando por aí" o conteúdo que será cobrado na sua prova. Ademais, sempre que necessário, você poderá fazer perguntas sobre as aulas no **fórum de dúvidas**. **Bons estudos!**

TEORIA DOS CONJUNTOS

Introdução à Teoria dos Conjuntos

Definição de Conjunto

Iniciaremos o nosso estudo da matemática pela **Teoria dos Conjuntos**. A escolha desse conteúdo é **cuidadosamente pensada** para que você possa formar **uma base sólida,** que lhe servirá de alicerce na construção de toda matemática necessária a sua prova.

A palavra "conjunto" significa exatamente o que você deve estar pensando: uma espécie de **grupo, lista** ou **uma coleção** de determinado objeto. Observe alguns exemplos de **como podemos representar** conjuntos na matemática:

- $A = \{a, b, c, d, e\}$
- $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$
- $C = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$

O conjunto A é formado pelas **5 primeiras letras** no nosso alfabeto. O conjunto B é formado por **5 números pares**. O conjunto C é formado por **10 números ímpares**. Você pode estar se perguntando: *só podemos fazer conjuntos de números e letras?*

A resposta é não! Podemos criar conjuntos de basicamente qualquer coisa, desde um conjunto representando **os funcionários de determinada empresa** a **conjuntos formados por outros conjuntos!** Por exemplo, o conjunto E lista alguns professores de exatas do Estratégia Concursos.

- $\mathrm{E} = \{\mathrm{Francisco, Eduardo, Vinicius, Luana, Djefferson}\}$

Primeiramente, note que um conjunto muitas vezes aparecerá com seus elementos listados **dentro de um par de chaves**. Por isso, sempre que for escrever algum conjunto, não esqueça de colocar seus elementos aqui dentro: { }. É também usual as pessoas nomearem seus conjuntos com letras maiúsculas, mas **isso não é mandatório, nem necessário,** em algumas situações.

Relação de Pertinência

Quando um elemento faz parte de determinado conjunto, dizemos que **o elemento PERTENCE ao conjunto**. Essa relação de pertinência **entre um elemento e um conjunto** é representada pelo símbolo $\in$.

- $b \in A$: **Lemos**: b **pertence** a A;
- $4 \in B$: **Lemos**: 4 **pertence** a B;
- $15 \in C$: **Lemos**: 15 **pertence** a C.

Atente-se à simbologia! Podemos dizer que um elemento **não pertence** a um determinado conjunto. Para isso, utilizamos o símbolo "não pertence": $\notin$.

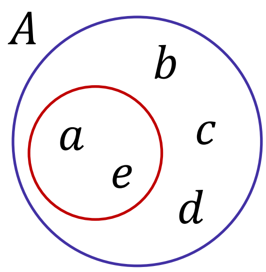
- $\mathrm{z} \notin \mathrm{A}$: z **não pertence** a A;
- $100 \notin \mathrm{B}$: 100 **não pertence** a B;
- Beltrano $\notin$ E : Beltrano **não pertence** a E.

Relação de Inclusão

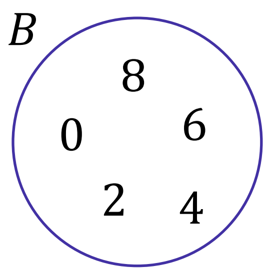
Existe mais um tipo de relação que devemos estudar: **a relação de inclusão**. Nesse tipo de relação, é estabelecido **um relacionamento entre dois conjuntos** e não mais entre um elemento e outro conjunto. Para isso, usamos uma simbologia específica que você deverá guardar: $\subset, \not\subset, \supset$ *e* $\not\supset$. Vamos ver com calma o que cada um deles diz! Considere: $\boldsymbol{A} = \{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}, \boldsymbol{d}, \boldsymbol{e}\}$, $\boldsymbol{B} = \{\mathbf{0}, \mathbf{2}, \mathbf{4}, \mathbf{6}, \mathbf{8}\}$ e $\boldsymbol{C} = \{\mathbf{1}, \mathbf{3}, \mathbf{5}, \mathbf{7}, \mathbf{9}, \mathbf{11}, \mathbf{13}, \mathbf{15}, \mathbf{17}, \mathbf{19}\}$.

- $\{a, e\} \subset A$: **Lemos**: $\{a, e\}$ **está contido** em A;
- $\{0, 2, 8\} \subset B$: **Lemos**: $\{0, 2, 8\}$ **está contido** em B;

Perceba que agora não estamos estabelecemos uma relação entre um elemento e um conjunto**. A relação de inclusão envolve 2 conjuntos!** Diante disso, podemos introduzir um novo termo: **o subconjunto**. O subconjunto nada mais é do que **parte de um conjunto maior**. Quando dizemos, por exemplo, que $\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{e}\}$ **está contido em $\boldsymbol{A}$**, estamos dizendo, com outras palavras, que $\{a, e\}$ é um subconjunto de $\boldsymbol{A}$.



O diagrama acima ajuda a compreender a relação de inclusão. Observe que **o conjunto $\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{e}\}$ está inteiramente contido em $\boldsymbol{A}$**. Nessas condições, dizemos que $\{a, e\}$ está contido em A ou ainda que $\{a, e\}$ é um subconjunto de A. Algumas vezes, você poderá ver **o termo "parte" sendo usado como sinônimo de subconjunto**. Agora, imagine a seguinte situação:



Nesse caso, temos que $\{a, e\} \not\subset B$: **Lemos**: $\{a, e\}$ não está contido em B ou $\{a, e\}$ não é um subconjunto de B. Vamos ver mais alguns exemplos de quando **um conjunto não está contido em outro**:

- $\{a, e, f\} \not\subset A$
- $\{1, 3, 5\} \not\subset B$
- $\{0, 1\} \not\subset C$
- $\{\text{Sicrano}, \text{Beltrano}\} \not\subset \text{E}$

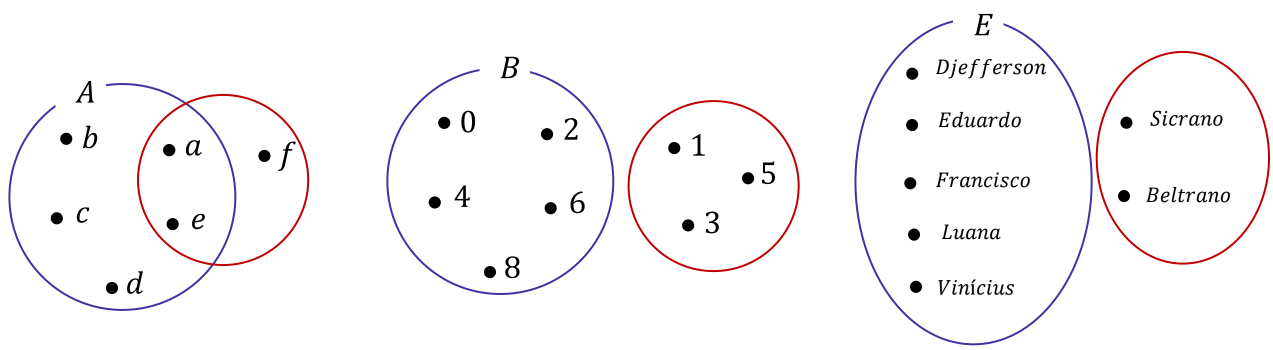
Perceba que **basta um elemento do conjunto não pertencer** ao conjunto maior que **não poderemos estabelecer uma relação de inclusão** entre os dois conjuntos e, portanto, dizemos que um não está contido no outro. Pessoal, **se $\{a, e\}$ está contido em A,** então também podemos dizer que **A contém $\{a, e\}$**. Quando queremos expressar essa ideia de que um conjunto maior contém determinado subconjunto, utilizamos o símbolo $\supset$.

- $A \supset \{a, e\}$: A **contém** $\{a, e\}$
- $B \supset \{0, 2, 8\}$: B **contém** $\{0, 2, 8\}$
- $C \supset \{1, 3, 5, 19\}$: C **contém** $\{1, 3, 5, 19\}$
- $\text{E} \supset \{\text{Francisco}, \text{Eduardo}\}$: E **contém** $\{\text{Francisco}, \text{Eduardo}\}$

Analogamente, podemos estender o raciocínio para quando queremos dizer que determinado conjunto **não contém outro**. Nessas situações, utilizamos $\not\supset$.

- $A \not\supset \{a, e, f\}$: A **não contém** $\{a, e, f\}$
- $C \not\supset \{0, 1\}$: C **não contém** $\{0, 1\}$
- $\text{E} \not\supset \{\text{Sicrano}, \text{Beltrano}\}$ -- E **não contém** $\{\text{Sicrano}, \text{Beltrano}\}$

ESQUEMATIZANDO



$A \not\supset \{a, e, f\}$ $\quad$ $B \not\supset \{1, 3, 5\}$ $\quad$ $\text{E} \not\supset \{\text{Sicrano}, \text{Beltrano}\}$

HORA DE PRATICAR!

(PREF. PIÊN/2023) Sejam A, B e C conjuntos dados por $A = \{-1{,}2{,}9{,}7{,}3\}$, $B = \{2{,}7\}$ e $C = \{-1{,}0\}$. Assinale a alternativa **CORRETA**.

A) $0 \in A$

B) $7 \subset A$

C) $B \subset A$

D) $C \subset A$

E) $-1 \notin A$

Comentários:

Vamos verificar se cada alternativa, de acordo com a definição dos conjuntos A, B e C.

A) $0 \in A$

Falsa, pois 0 **não** está no conjunto $A = \{-1{,}2{,}9{,}7{,}3\}$.

B) $7 \subset A$

Falsa, pois **7 não é um conjunto, mas um elemento**. Não podemos dizer que um elemento está contido em outro conjunto.

C) $B \subset A$

Verdadeira, pois todos os elementos de $B = \{2{,}7\}$ também estão no conjunto A.

D) $C \subset A$

Falsa, pois $C = \{-1{,}0\}$ tem um elemento, 0, que não está no conjunto A.

E) $-1 \notin A$

Falsa, pois -1 está no conjunto A.

Gabarito: LETRA C.

Igualdade entre Conjuntos

Pessoal, dois conjuntos são considerados iguais (ou idênticos) se eles possuem **exatamente os mesmos elementos!** Todo elemento que estiver em um deve necessariamente estar no outro. Por exemplo, considere os conjuntos $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{3, 2, 1\}$. Nessa situação, podemos escrever que $A = B$.

Professor, mas a ordem está diferente!

Não importa! O importante é que todos elementos de A são os mesmos elementos de B.

HORA DE PRATICAR!

(MPE-GO/2022) Sejam x e y números tais que os conjuntos $\{0,8,2\}$ e $\{x,y,2\}$ são iguais, podemos afirmar que:

A) $x = 0$ e $y = 8$

B) $x + y = 8$

C) $x < y$

D) $x + 2y = 8$

Comentários:

Para que os dois conjuntos sejam iguais, **seus elementos devem ser iguais**. Note que o "2" já aparece nos dois conjuntos, então não vamos nos preocupar com ele.

$$\{0,8,2\} \qquad\qquad \{x,y,2\}$$

Com isso, observe que **podemos ter duas situações**.

1ª situação) $x = 0$ e $y = 8$

2ª situação) $x = 8$ e $y = 0$

Sabendo disso, vamos analisar as alternativas.

A) $x = 0$ e $y = 8$

Errado. Essa é a nossa primeira situação, que não é necessariamente verdade. Também é uma possibilidade o caso em que $x = 8$ e $y = 0$.

B) $x + y = 8$

Correto. Esse é nosso gabarito, pessoal. Verifique que **independentemente da situação**, sempre vamos ter $x + y = 8$. Afinal, sempre um vai ser 0 (zero) e o outro será 8 (oito), de forma que a soma é sempre 8 (oito).

C) $x < y$

Errado. Essa afirmação é verdade apenas para a primeira situação. Como podemos ter o caso em que $x = 8$ e $y = 0$, tem-se também que x pode ser maior que y.

D) $x + 2y = 8$

Errado. Essa equação é válida apenas para a segunda situação. No caso em que $x = 0$ e $y = 8$, já é possível verificar que ela é inválida.

Gabarito: LETRA B.

Subconjuntos

Vamos aprofundar um pouco o nosso estudo sobre **os subconjuntos**. Para começar, tente dizer quais são os subconjuntos do conjunto $A = \{a, b\}$. *Pronto?* Observe como fica:

Conjunto	Subconjuntos
$A = \{a, b\}$	$\emptyset$
	$\{a\}$
	$\{b\}$
	$\{a, b\}$

A tabela acima lista todos os subconjuntos que podemos formar utilizando o conjunto A. Sabendo disso, podemos escrever as seguintes relações:

- $\emptyset \subset A$
- $\{a\} \subset A$
- $\{b\} \subset A$
- $\{a, b\} \subset A$

Devemos falar um pouco do **conjunto vazio e conjunto unitário**. O conjunto vazio, como o próprio nome sugere, **é um conjunto que não possui elementos**! É representado por meio do **símbolo** $\emptyset$ mas também pode aparecer como um simples par de chaves $\{\ \}$. Já **o conjunto unitário** é todo conjunto que **possui um único elemento**!

TOME NOTA!

O conjunto vazio é subconjunto de qualquer outro conjunto.

Seja X um conjunto genérico, então:

$$\emptyset \subset X \qquad ou \qquad \{\ \} \subset X$$

Observe que $\{a, b\} \subset A$, indicando que **qualquer conjunto é também um subconjunto de si mesmo**! Seja $B = \{a, b, c\}$. Vamos listar os seus subconjuntos também?

Conjunto	Subconjuntos
$B = \{a, b, c\}$	$\emptyset$
	$\{a\}$
	$\{b\}$
	$\{c\}$
	$\{a, b\}$
	$\{a, c\}$
	$\{b, c\}$
	$\{a, b, c\}$

Quando um subconjunto de B é diferente do próprio B, chamamos ele de **subconjunto próprio de B**. Por exemplo, $\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}$ são subconjuntos próprios de B. Já o subconjunto $\{a, b, c\}$ é denominado **impróprio** pois é igual ao próprio B! Com os conjuntos listados na tabela acima são subconjuntos de B, então podemos escrever:

- $\emptyset \subset B$
- $\{a\} \subset B$
- $\{b\} \subset B$
- $\{c\} \subset B$
- $\{a, b\} \subset B$
- $\{a, c\} \subset B$
- $\{b, c\} \subset B$
- $\{a, b, c\} \subset$

Pessoal, observe que **os subconjuntos de um conjunto são apenas diferentes combinações de seus elementos**. Portanto, se você precisar listar os subconjuntos, siga os seguintes passos:

Passo 1: O primeiro conjunto que você deve anotar como subconjunto é o **conjunto vazio**.

Passo 2: Depois, transforme em subconjunto cada elemento, um por um.

Passo 3: Em seguida, escreva os subconjuntos formado por pares de elementos.

Passo 4: Acabando os pares, pegue os trios e assim sucessivamente.

Seguindo essa receita, vamos listar os subconjuntos de $C = \{1, 2, 3\}$?

Passo 1: Você não deve esquecer que **o conjunto vazio é subconjunto de qualquer outro conjunto**, portanto:

$$\emptyset$$

Passo 2: Transformando cada elemento em um subconjunto, **um por um**.

$$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}$$

Passo 3: Escrever os subconjuntos formado por **pares** de elementos.

$$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2,3\}$$

Passo 4: Ir para os trios.

$$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2,3\}, \{1, 2, 3\}$$

Como o conjunto C só possui 3 elementos, encerramos por aqui! Listamos todos os subconjuntos dele. Observe que quando tínhamos um conjunto com **2 elementos, obtivemos 4 subconjuntos**. Ao aumentar um elemento no conjunto, **passamos a ter 8 subconjuntos**. Será que é possível estabelecer uma fórmula para calcular **o número de subconjuntos baseado na quantidade de elementos de um conjunto**?

É possível sim e **a fórmula é bem simples**. Seja $n(A)$ **o número de elementos de um conjunto A**. Então, **o número de subconjuntos de A, n_{S_A}**, é dado por:

$$\boxed{n_{S_A} = 2^{n(A)}}$$

Por exemplo, vamos voltar no conjunto $C = \{1, 2, 3\}$. Como ele tem **três elementos**, para encontrar o número de subconjuntos de C, fazemos assim:

$$n_{S_C} = 2^{n(C)} \quad \rightarrow \quad n_{S_C} = 2^3 \quad \rightarrow \quad n_{S_C} = 8$$

Logo, C tem **oito subconjuntos**.

HORA DE PRATICAR!

(Pref. Tuparetema/2024) Julgue o item:

Um conjunto não pode ser um subconjunto de si mesmo.

Comentários:

Para julgar o item, precisamos saber o que é um subconjunto. Um conjunto A é um subconjunto de um conjunto B **se todos os elementos de A também pertencem a B**. Por exemplo, $\{a, b\}$ é um subconjunto de $\{a, b, c\}$, mas $\{a, d\}$ não é um subconjunto de $\{a, b, c\}$. A relação de subconjunto é representada pelo símbolo $\subseteq$. Podemos escrever $\{a, b\} \subseteq \{a, b, c\}$, mas não podemos escrever $\{a, d\} \subseteq \{a, b, c\}$.

Uma propriedade importante da relação de subconjunto é que todo conjunto é um subconjunto de si mesmo. **Isso significa que qualquer conjunto A satisfaz $A \subseteq A$, pois todos os elementos de A pertencem a A.** Portanto, o item está errado. Um conjunto pode sim ser um subconjunto de si mesmo.

Gabarito: ERRADO.

Conjunto das Partes

Você sabia que **podemos juntar todos os subconjuntos de um conjunto para formar um novo conjunto**? Esse novo conjunto formado é denominado **conjunto das partes** e é representado pelo **símbolo** $\wp$. Por exemplo, os **conjuntos das partes** de $A = \{a, b\}$ e de $B = \{a, b, c\}$ são:

$$\wp(A) = \{\{\ \}, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$$

$$\wp(B) = \{\{\ \}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$$

Observe que $\wp(A)$ e $\wp(B)$ são **conjuntos formados por outros conjuntos**! Note ainda que **a sua quantidade de elementos é exatamente a quantidade de subconjuntos** calculada pela fórmula $\boldsymbol{nS_A = 2^{n(A)}}$. Um outro ponto que chamamos atenção é que, no conjunto das partes, listamos **o conjunto vazio** $\{\ \}$ explicitamente com um dos seus elementos.

HORA DE PRATICAR!

(CRQ 4/2023) Considerem-se A o conjunto dos meses do ano que começam com vogal, B o conjunto dos meses do ano que começam com consoante e C o conjunto dos meses do ano que começam com a letra J. Com base nessas informações, julgue o item.

O conjunto das partes de A tem 8 subconjuntos não vazios.

Comentários:
Vamos lá!

conjunto A é **formado pelos meses do ano que começam com vogal**, ou seja:

$$\text{A} = \{\text{abril, agosto, outubro}\}$$

O **conjunto das partes de A é o conjunto que contém todos os subconjuntos possíveis de A**, incluindo o subconjunto vazio e o próprio A. Para calcular o número de elementos do conjunto das partes de um conjunto finito, usa-se a fórmula $\boldsymbol{2^n}$**,** onde n é o número de elementos do conjunto original. No caso de A, $n = 3$, então o conjunto das partes de A tem $2^3 = $ **8 elementos**.

Porém, desses 8 elementos, um deles é o subconjunto vazio. Portanto, **o conjunto das partes de A tem 7 subconjuntos não vazios**, e não 8 como afirma o item.

Os subconjuntos não vazios de A são: {abril}, {agosto}, {outubro}, {abril, agosto}, {abril, outubro}, {agosto, outubro} e {abril, agosto, outubro}.

Gabarito: ERRADO.

INDO MAIS FUNDO!

Observe o conjunto F exemplificado abaixo.

$$F = \{1, 2, 3, \{a, b, c\}, \{d, e, f\}, \{W\}\}$$

Assim como o conjunto das partes, ***F* é um conjunto que possui como elemento outros conjuntos**. Note que o conjunto $\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\}$ **é um elemento de *F***. Nessas situações, e somente nelas, podemos escrever $\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\} \in \boldsymbol{F}$. Galera, muita atenção aqui! $\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\}$ **não é um subconjunto de F, é um elemento!** Perceba que ele está listado juntamente com os demais elementos!

- $1 \in F$
- $2 \in F$
- $3 \in F$
- $\{a, b, c\} \in F$
- $\{d, e, f\} \in F$
- $\{W\} \in F$

E nesses casos, *quando usaremos a relação de inclusão?* Veja alguns exemplos de subconjuntos de F:

- $\{1\} \subset F$
- $\{1, 2\} \subset F$
- $\{1, 2, 3\} \subset F$
- $\{\{a, b, c,\}\} \subset F$
- $\{\{W\}\} \subset F$
- $\{\{a, b, c,\}, \{d, e, f\}, \{W\}\} \subset F$

Observe que, para representar os subconjuntos que contém outros conjuntos, utilizamos, <u>sem problema algum</u>, dois pares de chaves. Tenha bastante cuidado em questões que tragam esse tipo de abordagem! Já vi muitas bancas se enrolarem ao cobrar questões com essa temática, pois desconhecem que conjuntos podem sim ser elementos de outros conjuntos e que podemos estabelecer uma relação de pertinência nessas situações.

HORA DE PRATICAR!

(FMS POMBOS/2023) Julgue o item:

Dado que X = {3, 5, 7, 9} e Y = {3, 5, {7, 9}}, podemos afirmar corretamente que esses conjuntos são iguais.

Comentários:
Para julgar o item, devemos lembrar a definição de conjunto e de igualdade entre conjuntos. Um conjunto é uma coleção de objetos distintos e não ordenados, chamados de elementos. **Dois conjuntos são iguais se e somente se têm os mesmos elementos**, independentemente da ordem ou da forma como são apresentados.

No caso dos conjuntos X = {3, 5, 7, 9} e Y = {3, 5, {7, 9}}, podemos observar que eles não são iguais, pois têm elementos diferentes. **O conjunto X tem quatro elementos: 3, 5, 7 e 9.** **O conjunto Y tem três elementos: 3, 5 e {7, 9}**. O elemento {7, 9} é um conjunto em si mesmo, formado por dois números. Portanto, ele é diferente do elemento 7 e do elemento 9, que são números simples.

Logo, **o item está errado**, pois afirma incorretamente que os conjuntos X e Y são iguais.

Gabarito: ERRADO.

(FMS POMBOS/2023) Julgue o item:

Ao empregar a linguagem de conjuntos e considerando o conjunto $X = \{x, \{y\}, z\}$, podemos afirmar corretamente que o conjunto $\{x, \{y\}\}$ pertence a X.

Comentários:
Na linguagem dos conjuntos, usamos os símbolos ∈ (pertence) e ∉ (não pertence) para indicar se um elemento faz ou não parte de um conjunto. Por exemplo, se A = {1, 2, 3}, então 1 ∈ A e 4 ∉ A. **Um conjunto também pode conter outros conjuntos como seus elementos**. Nesse caso, usamos as chaves {{ }} para diferenciar os conjuntos dos elementos. Por exemplo, se B = {a, {b, c}, d}, então a ∈ B, b ∉ B, {b, c} ∈ B e {a, d} ∉ B.

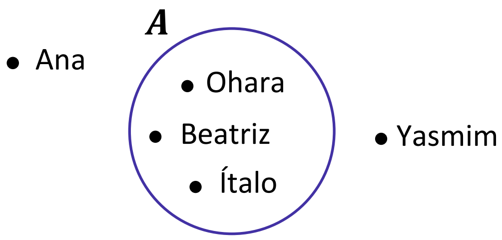
No item, temos **o conjunto $X = \{x, \{y\}, z\}$, que contém três elementos: x, {y} e z**. O elemento {y} é um conjunto que contém o elemento y. Portanto, podemos dizer que y ∈ {y} e {y} ∈ X. No entanto, **o conjunto {x, {y}} não é um elemento de X, mas sim um subconjunto de X**. Logo, o item está errado.

Gabarito: ERRADO.

Operações com Conjuntos

Representação por Diagramas

Você deve ter visto ao longo da aula que **apareceram alguns conjuntos na forma de diagramas**. Esse tipo de representação é extremamente útil na resolução de questões, pois **possibilita uma melhor compreensão do problema**. Por exemplo, seja $\boldsymbol{A}$ o conjunto de funcionários de uma determinada empresa.



Todos aqueles que estão dentro do conjunto $\boldsymbol{A}$ **representam funcionários da empresa**. **Quem está fora, não é funcionário da empresa**. Olhando simplesmente para o diagrama, podemos dizer que:

- $Ohara \in A$;
- $Beatriz \in A$;
- $Italo \in A$;
- $Yasmim \notin A$;
- $Ana \notin A$.

Esses diagramas são bastante conhecidos no meio matemático e possuem um nome especial: são os **Diagramas de Venn-Euler** ou, simplesmente, **Diagramas de Venn**. Esse tipo de representação é utilizado principalmente quando **precisamos representar vários conjuntos ao mesmo tempo**. Nos tópicos a seguir, usaremos bastante esses diagramas e você logo ficará habituado.

Existem diferentes maneiras de representarmos os conjuntos. A primeira dela é como estamos fazendo desde o começo da aula, como por exemplo, em $V = \{a, e, i, o, u\}$. Chamamos esse tipo de representação de "**representação por enumeração**".

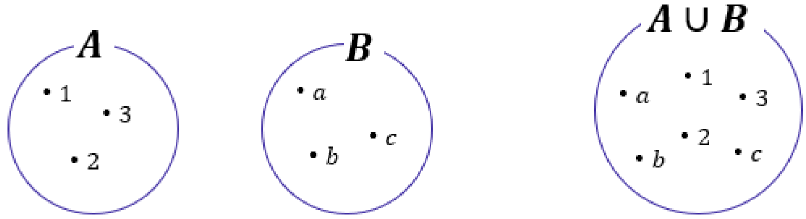
Ademais, temos a **representação por propriedade**. Para entender melhor, considere o mesmo conjunto V citado anteriormente. Ele também poderia ser escrito da seguinte forma: $\boldsymbol{V = \{x \mid x \text{ é } vogal\}}$.

Na prática, podemos ler tal conjunto da seguinte forma: **V é o conjunto dos elementos de x, tal que x é vogal**. Lemos essa barrinha vertical como **"tal que"**. **Não esqueça!**

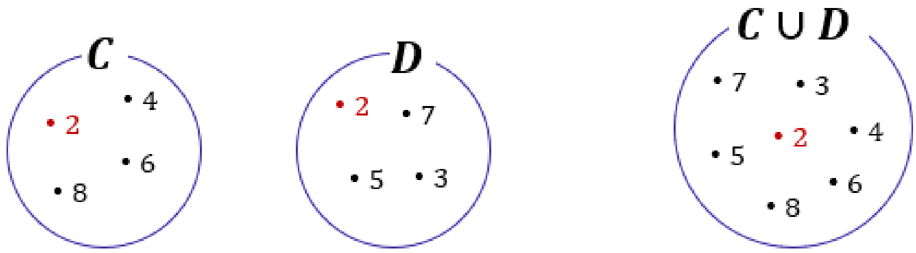
Por fim, temos a **representação por diagramas** que estudamos agora a pouco! Fechou?

União

Nessa parte da nossa aula, veremos que existem **várias operações** que os conjuntos podem se submeter. A mais conhecida talvez seja **a união (ou reunião) de conjuntos**. A união de conjuntos é representada pelo **símbolo** ∪ e, basicamente, **funde dois conjuntos em um só**.



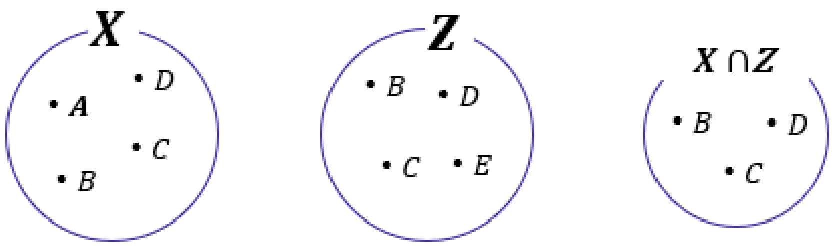
No diagrama acima, temos que $\boldsymbol{A} = \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}\}$ e $B = \{a, b, c\}$. Quando fazemos a união de A e B, criamos um conjunto que possui **<u>todos</u> os elementos dos dois conjuntos**, $\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B} = \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\}$. Haverá casos em que os conjuntos possuirão um mesmo elemento e, quando for necessário fazer a união dos dois, **você não precisará escrever duas vezes o elemento repetido**. Observe um exemplo nos diagramas abaixo.



Note que **o 2 é um elemento comum aos dois conjuntos**: $C = \{2, 4, 8, 6\}$ e $D = \{2, 3, 5, 7\}$. Nessas situações, quando fazemos a união de conjuntos que possuem elementos em comum, **esse elemento não vai aparecer duas vezes no conjunto união**! Confira que $C \cup D = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, **o 2 aparece apenas uma vez**.

Intersecção

A operação que seleciona **os elementos comuns entre dois ou mais conjuntos é denominada intersecção e é representada por** ∩. Por exemplo, nos diagramas acima o número 2 é o único elemento comum entre C e D. Logo, o conjunto intersecção será formado apenas pelo elemento 2: $\boldsymbol{C} \cap \boldsymbol{D} = \{\mathbf{2}\}$. Veja mais um exemplo abaixo.



Temos que $X = \{A, B, C, D\}$ e $Z = \{B, C, D, E\}$. São dois conjuntos distintos, mas que **possuem alguns elementos em comum**. Os elementos $B, C\ e\ D$ aparecem nos 2 conjuntos e formam o conjunto intersecção: $\boldsymbol{X \cap Z = \{B, C, D\}}$. Vamos treinar um pouco esses conceitos?

(IBGE/2023) Assinale a alternativa que identifica corretamente a intersecção entre esses três conjuntos A = {1, 2, 5, 6, 7}, B = {2, 3, 4, 5, 6, 7} e C = {0, 1, 2, 3, 4, 5}.

A) {2, 3, 5}

B) {2, 5}

C) {6, 7}

D) {1, 2, 5}

E) {1, 2, 3, 4, 5}

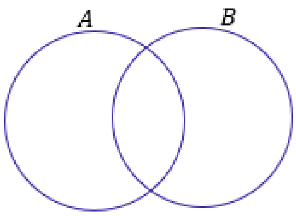
Comentários:

A intersecção entre três conjuntos é o conjunto formado pelos elementos que pertencem aos três conjuntos ao mesmo tempo. Portanto, **para encontrar a intersecção entre A, B e C, basta identificar quais elementos estão presentes nos três conjuntos dados**.

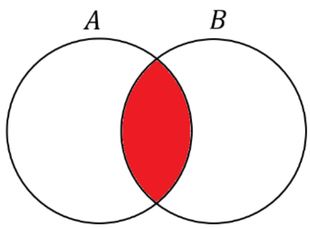
Assim, para encontrar a intersecção entre A, B e C, devemos verificar quais elementos satisfazem a condição de pertencer aos três conjuntos A, B e C. Dados os conjuntos A = {1, 2, 5, 6, 7}, B = {2, 3, 4, 5, 6, 7} e C = {0, 1, 2, 3, 4, 5}, podemos ver que **os únicos elementos que cumprem essa condição são 2 e 5**. Portanto, a intersecção entre esses três conjuntos é o conjunto {2, 5}. Assim, a alternativa correta é a letra B.

Gabarito: LETRA B.

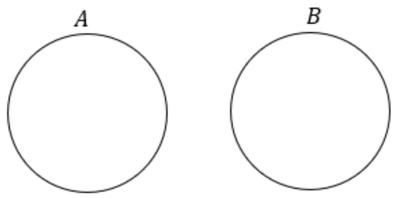
Quando dois conjuntos **possuem elementos em comum**, podemos representá-los assim:



Essa região comum representa exatamente a sua intersecção. Os elementos que estão na região em **vermelho** abaixo **pertencem simultaneamente aos conjuntos A e B**.

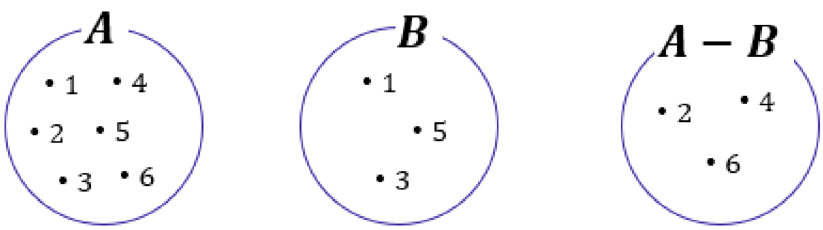


Caso os conjuntos não possuam elementos em comum, isto é, **não haja intersecção entre os dois**, nós vamos chamá-los de **disjuntos** e os representaremos utilizando círculos afastados um do outro.

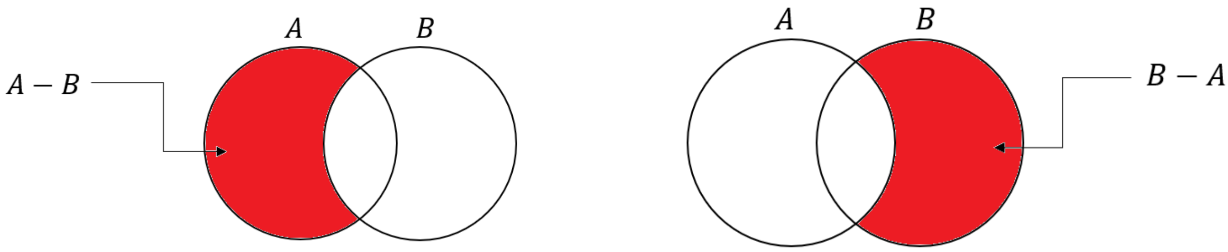


Diferença

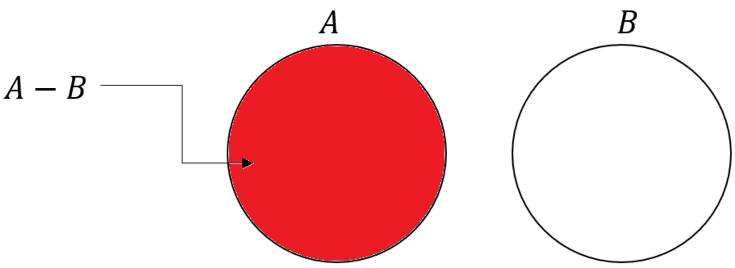
Existe uma outra operação que é muito importante para a sua prova! Essa operação **é a diferença ou, como também é conhecida, a subtração de conjuntos**! O conjunto diferença é representado por $\boldsymbol{A - B}$ e é formado por **todos os elementos de A que não são elementos de B**! Por exemplo, considere os conjuntos:

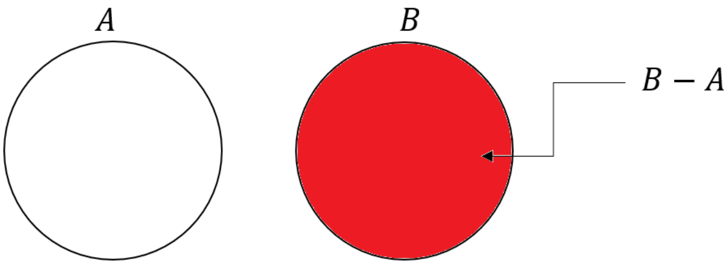


Observe que $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $B = \{1, 3, 5\}$. Para encontrar $A - B$, devemos selecionar **os elementos de $\boldsymbol{A}$ que não são elementos de $\boldsymbol{B}$**! Ou seja, **aqueles elementos que são apenas elementos de $\boldsymbol{A}$**! Observe que A e B possuem em comum os seguintes elementos: $A \cap B = \{1, 3, 5\}$. Logo, se $A = \{\mathbf{1}, 2, \mathbf{3}, 4, \mathbf{5}, 6\}$, então o $A - B = \{2, 4, 6\}$. Em diagramas, também é possível representar o conjunto diferença.



Um detalhe importante é que se A e B são **conjuntos disjuntos**, então $\boldsymbol{A - B = A}$ ***e*** $\boldsymbol{B - A = B}$. Veja como essa informação pode ser representada:





Vamos fazer alguns **exemplos numéricos** para visualizar ainda melhor essa última situação.

Considere os conjuntos $A = \{10, 20, 30\}$ e $B = \{40, 50\}$. Primeiramente, note que os conjuntos são disjuntos. *Mas qual é o motivo mesmo para eles serem disjuntos, professor?*

A e B são disjuntos pois não possuem elementos em comum! Nenhum sequer!! São totalmente diferentes um outro. *Tudo bem?!* Agora, lembre-se que **$A - B$ é o conjunto de elementos formados por todos os elementos de A que não são elementos de B**.

Ora, nesse nosso exemplo, **<u>todos</u> os elementos de A não são elementos de B**!! Sendo assim, podemos escrever que:

$$A - B = \{10, 20, 30\} = A$$

HORA DE PRATICAR!

(UFPB/2023) Sejam os conjuntos finitos A = {0,1,2,3,5,6} e B = {0,2,3,5,8}, então podemos dizer que:

A) A união entre os conjuntos A e B possui exatamente 8 elementos

B) A – B possui exatamente 2 elementos

C) B – A possui exatamente 2 elementos

D) A intersecção entre os conjuntos A e B possui exatamente 3 elementos

E) Os conjuntos A e B são disjuntos

Comentários:

Essa questão envolve várias operações e conceitos da Teoria dos Conjuntos! Vamos comentar cada uma das alternativas.

A) A união entre os conjuntos A e B possui exatamente 8 elementos

Incorreta! A união entre A e B é formada pelos elementos {0,1,2,3,5,6,8}, que **são 7 ao todo.**

B) A – B possui exatamente 2 elementos

Correta! A – B é formado pelos elementos que pertencem a A, mas não a B. Neste caso, temos que $A - B = \{1,6\}$, que **possui exatamente 2 elementos**.

C) B – A possui exatamente 2 elementos

Incorreta! $B - A$ é formado pelos elementos que pertencem a B, mas não a A. Neste caso, temos que $B - A = \{8\}$, que **possui apenas 1 elemento**.

D) A intersecção entre os conjuntos A e B possui exatamente 3 elementos

Incorreta! A intersecção entre A e B é formada pelos elementos que pertencem aos dois conjuntos ao mesmo tempo. Neste caso, temos que $A \cap B = \{0,2,3,5\}$, que possui **4 elementos**.

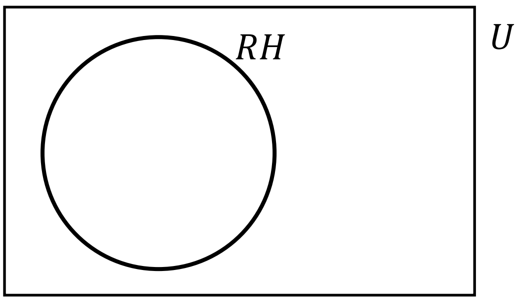
E) Os conjuntos A e B são disjuntos

Incorreta! Dois conjuntos são disjuntos **se não possuem nenhum elemento em comum**. Neste caso, podemos ver que A e B possuem vários elementos em comum, como 0, 2, 3 e 5.

Gabarito: LETRA B.

Complementar

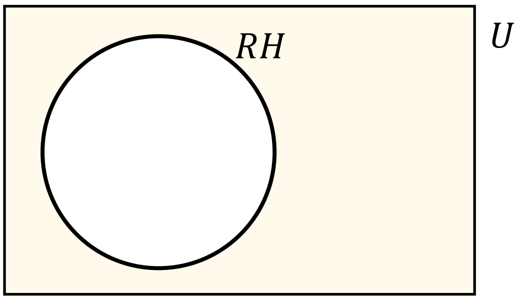
Quando falamos de um determinado conjunto, normalmente **estamos destacando determinado grupo dentro de um universo maior**. Por exemplo, podemos formar um conjunto dos funcionários especializados em RH de uma empresa. Esse grupo de funcionários foi retirado de um conjunto maior: **o conjunto formado por todos os funcionários da empresa**. Acompanhe o diagrama abaixo.



Observe que o conjunto formado por aqueles especializados em RH está contido dentro de um conjunto U. **Esse conjunto maior é frequentemente chamado de conjunto universo** e, nesse exemplo, poderia representar **o conjunto de todos os funcionários da empresa**.

Quer um outro exemplo? Imagine um conjunto formado por todas as vogais: $V = \{a, e, i, o, u\}$. Em um problema que estamos trabalhando com esse conjunto, qual seria o conjunto universo? O conjunto universo nessa situação seria o conjunto formado por todas as letras do alfabeto: $U = \{a, b, c, d, e, f, \dots, x, y, z\}$.

Quando estamos falando de conjunto universo, um novo conceito surge: **o conjunto complementar**. Lembre-se do conjunto que inventamos com os funcionários de uma empresa especializados em RH. *Qual o complementar desse conjunto?* Seria o conjunto formado por **todos os outros funcionários da empresa que não são especializados em RH!** Vamos mostrar no diagrama.



O complementar do conjunto RH é representado pela **parte pintada em amarelo**. *E no nosso exemplo das letras?* Qual o complementar do conjunto formado apenas pelas vogais? Ora, é **o conjunto formado por todas as outras letras que não são vogais, isto é, o conjunto das consoantes**! Para determinar o complementar de qualquer conjunto, **é de fundamental importância conseguir identificar qual é o conjunto universo**.

A notação utilizada para representar o complementar de um conjunto X é $\boldsymbol{X^C}$ **ou** $\boldsymbol{\overline{X}}$. Representamos o conjunto complementar com esse "expoente" C ou uma barra em cima. Ademais, podemos definir o conjunto complementar utilizando o que acabamos de ver **sobre conjunto diferença**.

$$\boxed{\overline{X} = X^C = U - X}$$

Veja que utilizando a definição acima, temos que o conjunto complementar X^C é formado por **tudo que está no conjunto universo, mas não está em X**. Vamos fazer algumas questões para aplicar o que acabamos de ver?

HORA DE PRATICAR!

(CREFONO/2023) Os alienígenas estão estudando a população da Terra e, para isso, estão analisando alguns conjuntos de dados. Considere os conjuntos A, B e C, em que:

- A representa os seres humanos que já avistaram um OVNI;
- B representa os seres humanos que acreditam em vida extraterrestre; e
- C representa os seres humanos que afirmam ter sido abduzidos por alienígenas.

Com base nesse caso hipotético, julgue o item.

O complemento de A representa os seres humanos que nunca avistaram um OVNI.

Comentários:

O complemento de um conjunto A é o conjunto formado por todos os elementos que não pertencem a A. Como A representa os seres humanos que já avistaram um OVNI, o complemento de A representa os seres humanos que **não avistaram um OVNI**. Portanto, o item está certo.

Gabarito: CERTO.

(CRAS/2023) Sendo $X = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 5, 7, 10\}$ e $Y = \{2, 3, 4, 5, 10, 11\}$, então o complementar de Y em X é:

A) $\{2, 3, 5, 10\}$.
B) Ø.
C) $\{-3, -2, -1\}$.
D) $\{11\}$.
E) $\{-3, -2, -1, 0, 1, 7\}$.

Comentários:

O complementar de Y em X (C_X^Y) é o conjunto formado pelos **elementos que pertencem a X mas não pertencem a Y**. Para encontrar esse conjunto, temos que eliminar de X os elementos que são comuns a Y. Assim:

$$C_X^Y = X - Y = \{-3, -2, -1, 0, 1, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \mathbf{5}, 7, \mathbf{10}\} - \{\mathbf{2}, \mathbf{3}, 4, \mathbf{5}, \mathbf{10}, 11\}$$

Note que **os elementos comuns são {2,3,5,10}**. Logo, sobram os elementos {-3,-2,-1,0,1,7}, que formam o complementar de Y em X.

$$\boxed{X - Y \ = \ \{-3, -2, -1, 0, 1, 7\}}$$

Gabarito: LETRA E.

Leis de De Morgan

Pessoal, as leis de De Morgan são dois teoremas que **relacionam as operações de união e intersecção de conjuntos com a complementação**. Elas foram formuladas pelo matemático britânico Augustus De Morgan no século 19 e podem ser enunciadas assim:

- O complemento da união de dois conjuntos é igual à intersecção dos complementos desses conjuntos.

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

- O complemento da intersecção de dois conjuntos é igual à união dos complementos desses conjuntos.

$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$

Essas leis nos permitem manipular expressões envolvendo conjuntos de maneiras diferentes e facilitam o entendimento de algumas propriedades dos conjuntos. Vamos ver alguns exemplos para ilustrar como elas funcionam.

Suponha que **A seja o conjunto dos números pares menores que 10** e que **B seja o conjunto dos números múltiplos de 3 menores que 10.** Temos que:

- $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$
- $B = \{0, 3, 6, 9\}$
- $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Então, a união de A e B é o conjunto que contém todos os elementos de A ou de B, ou seja:

$$A \cup B = \{0, 2, 3, 4, 6, 8, 9\}$$

O complemento de AUB é o conjunto que contém todos os elementos de U que não estão em AUB, ou seja:

$$(A \cup B)^c = \{1, 5, 7\}$$

Por outro lado, **o complemento de A é o conjunto que contém todos os elementos que não estão em A**:

$$A^c = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

E **o complemento de B é o conjunto que contém todos os elementos que não estão em B**:

$$B^c = \{1, 2, 4, 5, 7, 8\}$$

A **intersecção de A^c e B^c é o conjunto que contém todos os elementos que estão em A^c e em B^c**, ou seja:

$$A^c \cap B^c = \{1, 5, 7\}$$

Observe que **esse conjunto é exatamente o mesmo que o complemento de A ∪ B**. Isso mostra que a primeira lei de De Morgan é válida nesse caso. Podemos fazer um raciocínio análogo para mostrar a validade da segunda lei! Agora, vamos ver como o tema aparece em prova!

HORA DE PRATICAR!

(RM-SP/2018) De acordo com as leis de De Morgan, o complementar da união é igual a intersecção dos complementares. Assim, dado um conjunto X, seja X^C o seu complementar em relação ao conjunto universo. Considerando $V = \{a, e, i, o, u\}$ o conjunto universo, sejam os subconjuntos $A = \{a, e\}$ e $B = \{o, u\}$. O conjunto $A^C \cap B^C$ é igual ao conjunto

A) $\{i\}$
B) $\{o\}$
C) $\{o, i\}$
D) $\{a, i\}$

Comentários:

O complementar de A é tudo que pertence ao universo de A, mas **não pertence a A**.

$$A^C = V - A$$

Como $V = \{a, e, i, o, u\}$ e $\boldsymbol{A = \{a, e\}}$, ficamos:

$$A^C = \{i, o, u\}$$

Por sua vez:

$$B^C = V - B$$

Como $V = \{a, e, i, o, u\}$ e $\boldsymbol{B = \{o, u\}}$, ficamos:

$$B^C = \{a, e, i\}$$

Queremos a intersecção entre A^C e B^C:

$$\boxed{\boldsymbol{A^C \cap B^C = \{i\}}}$$

Gabarito: LETRA A.

Princípio da Inclusão-Exclusão

Pessoal, muitas vezes vamos precisar **determinar o número de elementos de um conjunto**. Essa tarefa de contar **pode ficar um pouco complicada quando temos elementos que pertencem a mais de um conjunto**, pois, nesses casos, **devemos eliminar as repetições** para não contar o mesmo elemento duas vezes.

Nesse sentido, surge o Princípio da Inclusão-Exclusão (PIE). Esse princípio possibilita uma contagem exata da quantidade de elementos **de um conjunto formado pela união de vários outros, mesmo que contenham intersecções**.

2 Conjuntos

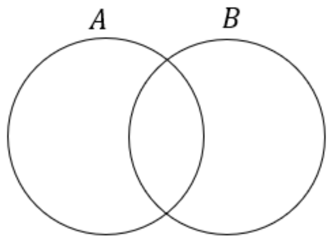
Imagine **dois conjuntos A e B com elementos em comum**. Se $n(A)$ é o número de elementos de A e $n(B)$ é o número de elementos de B, quanto vale $n(A \cup B)$?

TOME NOTA!

$$\boxed{\boldsymbol{n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)}}$$

Vamos tentar entender o caminho das pedras para chegar na relação acima. Considere os conjuntos:

- $A = \{1, 2, 3\} \quad \Longrightarrow \quad n(A) = 3$
- $B = \{3, 4, 5\} \quad \Longrightarrow \quad n(B) = 3$
- $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad \Longrightarrow \quad n(A \cup B) = 5$
- $A \cap B = \{3\} \quad \Longrightarrow \quad n(A \cap B) = 1$



Observe que **apesar da união entre A e B ser uma espécie de fusão entre os dois conjuntos**, o número de elementos na união, na maioria dos casos, **não é a soma direta do número de elementos de A com o número de elementos de B**.

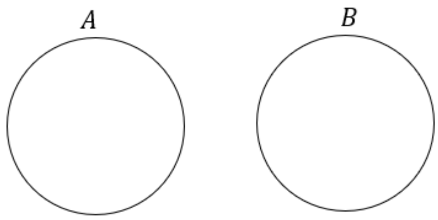
Perceba que **o elemento 3 aparece tanto em A como em B** e ao somar o número de elementos dos dois conjuntos **devemos considerar que estamos somando o mesmo elemento duas vezes!** É por isso esse motivo que devemos subtrair a quantidade de elementos que estão na intersecção. Já para **conjuntos disjuntos** temos que:

TOME NOTA!

$$\boxed{\boldsymbol{n(A \cup B) = n(A) + n(B)}}$$

pois:

$$\boldsymbol{n(A \cap B) = 0.}$$



HORA DE PRATICAR!

(PREF. CAMPOS DOS GOYTACAZES/2024) Certo congresso acadêmico organizado na universidade federal de determinado Estado contou com a participação de 160 pesquisadores e foi realizado em dois dias. O primeiro dia do congresso teve a participação de 120 pesquisadores e, no segundo, a participação foi de 100 pesquisadores. Considerando estas informações, quantos pesquisadores participaram dos dois dias do congresso?

A) 30.

B) 45.

C) 60.

D) 75.

Comentários:

Para resolver esta questão, podemos usar o **princípio da inclusão-exclusão**, que diz que:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

No caso, o conjunto A é formado pelos pesquisadores que participaram do primeiro dia do congresso, e o conjunto B é formado pelos que participaram do segundo dia. **O número de elementos da união entre A e B é igual ao número total de pesquisadores, ou seja, 160**. Substituindo os dados na fórmula, temos:

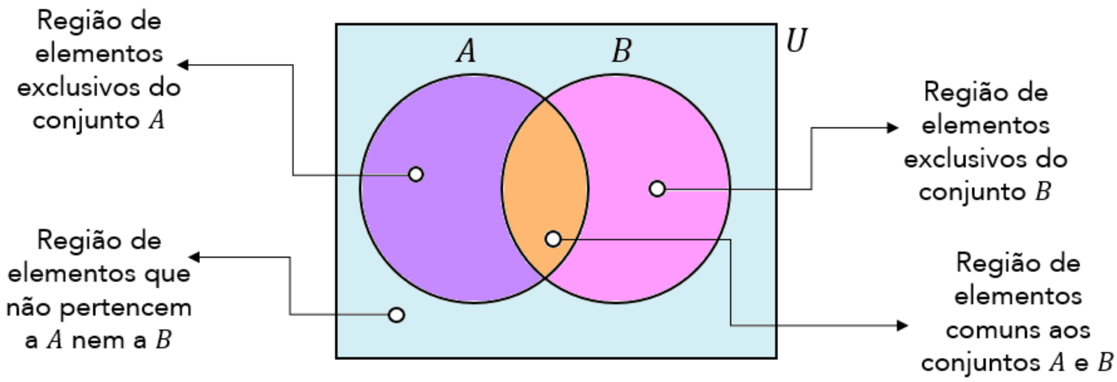
$$160 = 120 + 100 - n(A \cap B)$$

Simplificando, obtemos:

$$n(A \cap B) = 60$$

Gabarito: LETRA C.

A verdade é que **não precisamos decorar fórmulas** para responder questões que envolva esse princípio. Utilizando **um pouco de lógica e diagramas de Venn**, podemos encontrar a quantidade de elemento de cada conjunto envolvido em um problema típico de Princípio da Inclusão-Exclusão. Antes disso, quero deixar claro para vocês **o significado de cada uma das regiões** no seguinte diagrama:



HORA DE PRATICAR!

(PREF. AMERICANA/2023) Para uma vaga de emprego foram entrevistados 820 candidatos, dos quais 450 são carpinteiros, 250 são pedreiros, 320 não são carpinteiros nem pedreiros. Dos candidatos entrevistados, são carpinteiro e pedreiro, aproximadamente:

A) 13,05%.

B) 19,15%.

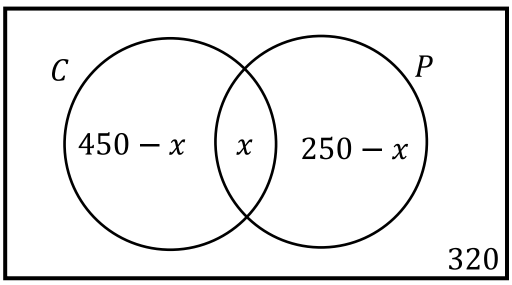
C) 24,39%.

D) 25,50%.

E) 32,95%.

Comentários:

Vamos organizar as informações do enunciado em um diagrama.



No diagrama desenhado, "C" representa o conjunto dos carpinteiros e "P", o dos pedreiros. Tem-se ainda:

- "x" é a quantidade de candidatos que **são carpinteiro <u>e</u> pedreiro**;
- "$450 - x$" é a quantidade de candidatos que são **<u>apenas</u>** carpinteiros;
- "$250 - x$" é a quantidade de candidatos que são **<u>apenas</u>** pedreiros;
- "320" é a quantidade de candidatos que **não são carpinteiros nem pedreiros**.

A soma dos valores dessas regiões **deve totalizar a quantidade de candidatos entrevistados**. Logo:

$$x + (450 - x) + (250 - x) + 320 = 820$$

$$1020 - x = 820$$

$$x = 200$$

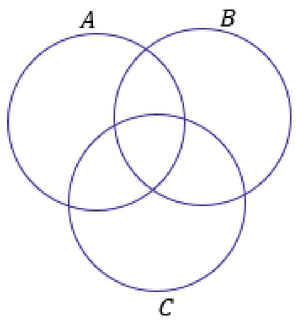
A questão quer esse resultado e**m porcentagem**. Logo:

$$x\% = \frac{200}{820} \cdot 100 \qquad \rightarrow \qquad \boxed{x\% = 24,39\%}$$

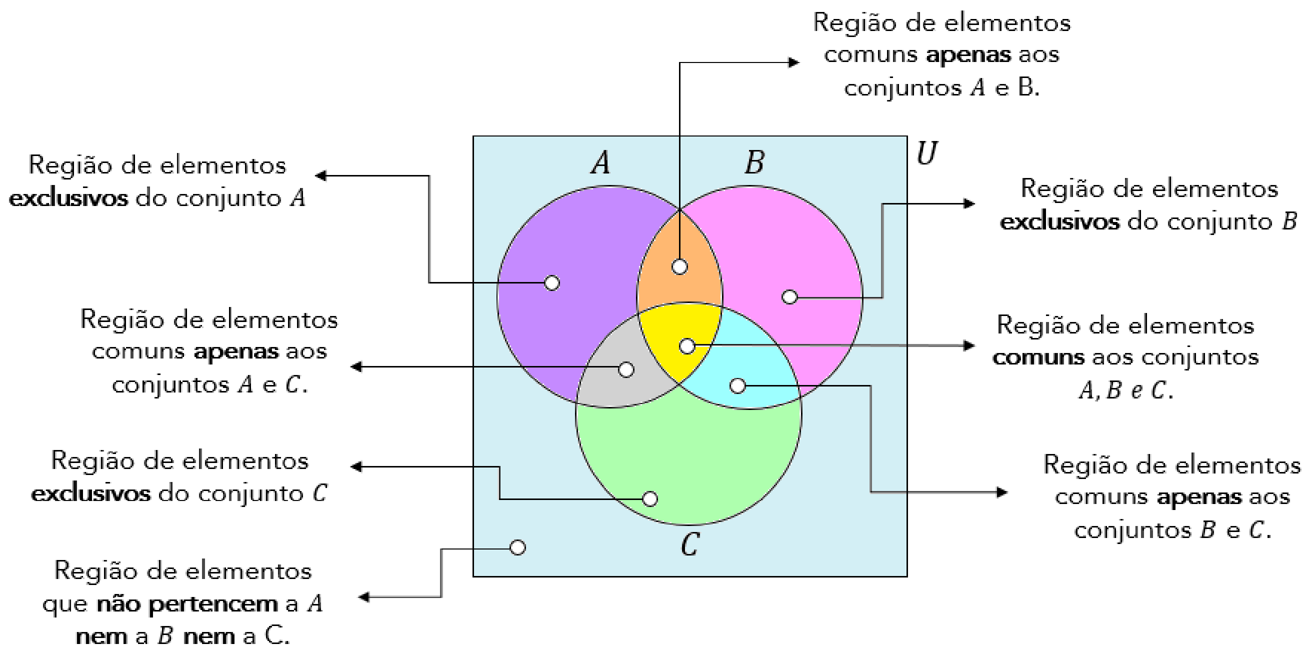
Gabarito: LETRA C.

➢ 3 Conjuntos

Imagine que você tem 3 conjuntos, **cada conjunto possui elementos em comum com os outros dois**. A situação **mais completa** que podemos imaginar está representada pelo diagrama abaixo.



Vamos fazer **uma leitura** de cada uma das regiões da figura acima?



Observe que **o número de regiões com três conjuntos aumenta bastante** em relação à análise anteriormente feita com dois. Agora, considere que **você conhece a quantidade** de elementos de cada um dos conjuntos cima, isto é, $\boldsymbol{n(A)}$**,** $\boldsymbol{n(B)}$ **e** $\boldsymbol{n(C)}$**.**

Como você faria para encontrar $\boldsymbol{n(A \cup B \cup C)}$ *? Será que é só somar as três quantidades?* **A resposta para essa pergunta é não!** Precisamos ter atenção aos **elementos que podem pertencer a mais de um conjunto**.

Segundo o Princípio da Inclusão- Exclusão, a fórmula geral que permite calcular a quantidade de elementos de um **conjunto formado pela união de outros três** é dada por:

TOME NOTA!

$$\boxed{\boldsymbol{n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)}}$$

Vamos tentar entender com ela surge? Note que para achar a quantidade de elementos do conjunto união, primeiro **somamos individualmente as quantidades de cada um dos conjuntos**.

$$\boldsymbol{n(A) + n(B) + n(C)}$$

No entanto, nós vimos que, ao fazer isso, **não estamos considerando os elementos que podem pertencer a mais de um conjunto**. Essa soma dará, certamente, uma quantidade de elementos maior do que a quantidade real. *Mas, então, o que fazer?* **É preciso subtrair as quantidades dos elementos que estão nas intersecções, evitando assim a dupla contagem**.

$$\boldsymbol{n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C)}$$

Perceba que a fórmula ainda não está completa. Imagine um elemento que é **comum a todos os 3 conjuntos**, isto é, pertence a $A \cap B \cap C$. Esse elemento pertence tanto a A, quanto a B e a C. Quando fizemos a soma $n(A) + n(B) + n(C)$, **contamos ele três vezes**!

Quando fizemos a subtração $-n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C)$ estamos **tirando ele três vezes**! **Resultado: não estamos contando os elementos de** $\boldsymbol{A \cap B \cap C}$. Por esse motivo, **adicionamos** $\boldsymbol{n(A \cap B \cap C)}$**.** Logo,

$$\boxed{\boldsymbol{n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)}}$$

Eu sei que a fórmula **pode parecer um pouco complicada**, mas garanto que com **um pouco de paciência e resolução de exercícios**, ela se tornará **mais amigável e bastante intuitiva**! Além disso, também ensinarei um jeito que vocês poderão utilizar **caso não lembrem da fórmula**. Algumas vezes, no entanto, **a questão pode exigir a aplicação direta dela**. Confira o exercício abaixo.

(ITAIPU/2024) A divisão de saúde da usina de Itaipu entrevistou 79 servidores a respeito dos seus hábitos esportivos. Nessa pesquisa, verificou-se que:

- 35 jogam futebol;
- 35 praticam natação;
- 30 jogam tênis;
- 11 praticam futebol e natação;
- 8 praticam natação e tênis;
- 6 praticam tênis e futebol;
- todos os entrevistados praticam algum esporte.

Na situação apresentada, o número de entrevistados que praticam todos os esportes é igual a

A) 1.
B) 3.
C) 4.
D) 6.
E) 11.

Comentários:

Para resolver essa questão, podemos usar o princípio da inclusão-exclusão!

$$\boxed{\boldsymbol{n(F \cup N \cup T) = n(F) + n(N) + n(T) - n(F \cap N) - n(F \cap T) - n(N \cap T) + n(F \cap N \cap T)}}$$

- "F" representa o conjunto daqueles que jogam futebol;
- "N" representa o conjunto daqueles que praticam natação;
- "T" representa o conjunto daqueles que jogam tênis;

De acordo com o enunciado, podemos retirar as seguintes informações:

- 35 jogam **futebol:**

$$n(F) = 35$$

- 35 praticam **natação**:

$$n(N) = 35$$

- 30 jogam **tênis**:

$$n(T) = 30$$

- 11 praticam **futebol e natação**;

$$n(F \cap N) = 11$$

- 8 praticam **natação e tênis**;

$$n(N \cap T) = 8$$

- 6 praticam **tênis e futebol**:

$$n(F \cap T) = 6$$

- todos os entrevistados (79) praticam algum esporte.

$$\boldsymbol{n(F \cup N \cup T) = 79}$$

Pronto! Podemos substituir essas quantidades na fórmula:

$$79 = 35 + 35 + 30 - 11 - 6 - 8 + n(F \cap N \cap T)$$

Simplificando:

$$79 = 75 + n(F \cap N \cap T)$$

$$\boxed{\boldsymbol{n(F \cap N \cap T) = 4}}$$

Gabarito: LETRA C.

Em algumas questões **não precisaremos aplicar diretamente a fórmula acima**. Será necessário um trabalho mais braçal da nossa parte, para chegar à resposta. Muitas vezes a questão pede valores específicos que vão surgir de uma maneira mais fácil **se a gente for completando o diagrama de Venn** com as quantidades.

Por favor, **dê mais olhada naquele "mapa" que mostrei logo no início desse tópico**, destacando as regiões e o seu significado.

Para contar elementos em um diagrama de Venn, o primeiro passo é sempre inserir a quantidade de elementos que possui a intersecção dos três conjuntos! Depois, partimos para as intersecções duplas e, por fim, analisamos a quantidade de elementos exclusivos de cada conjunto. Vamos ver na prática como fazemos isso?

HORA DE PRATICAR!

(UNICAMP/2024) Num congresso, o número de pessoas que falam inglês é o dobro do número de pessoas que falam espanhol e é o triplo do número de pessoas que falam alemão. Há 3 pessoas que falam inglês e espanhol, 4 pessoas que falam inglês e alemão e 6 pessoas que falam espanhol e alemão. Não há ninguém que fale as três línguas. Há 447 pessoas que falam apenas uma dessas três línguas. Nessas condições, o número de pessoas que falam apenas inglês é igual a:

A) 294

B) 280

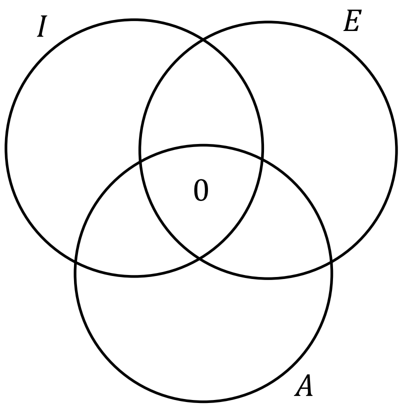
C) 273

D) 260

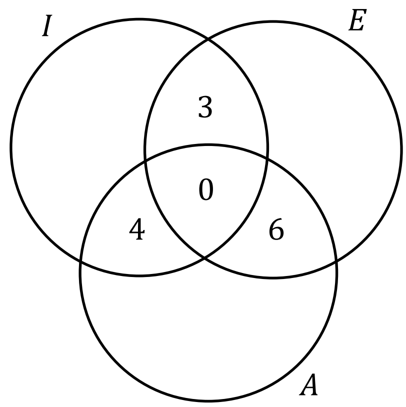
E) 251

Comentários:

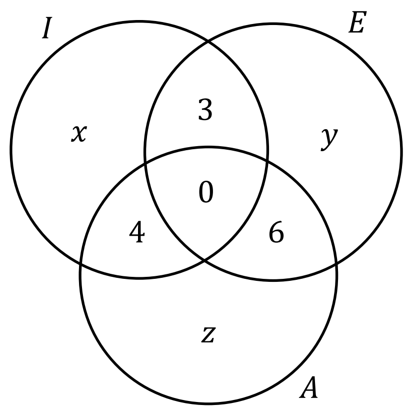
Vamos organizar as informações do enunciado em um diagrama. A primeira coisa que fazemos é colocar a **intersecção entre os três conjuntos**. Sendo assim, note que o enunciado diz que não há ninguém que fale as três línguas. Logo, essa intersecção é zero.



O enunciado também diz as intersecções dois a dois: **Há 3 pessoas que falam inglês e espanhol, 4 pessoas que falam inglês e alemão e 6 pessoas que falam espanhol e alemão**. No diagrama, ficamos:



Sobre as quantidades de pessoas que falam apenas inglês, apenas espanhol ou apenas alemão, o enunciado não fala nada. Por esse motivo, **vamos chamar essas quantidades de "x", "y" e "z",** respectivamente.



Ora, o enunciado afirma **447 pessoas falam apenas uma dessas três línguas**. Logo:

$$x + y + z = 447 \qquad (1)$$

Por sua vez, temos que **o número de pessoas que falam inglês é o dobro do número de pessoas que falam espanhol**. Logo:

$$(x + 3 + 0 + 4) = 2 \cdot (3 + y + 0 + 6)$$

$$x + 7 = 2y + 18$$

$$x = 2y + 11 \qquad (2)$$

Por fim, sabemos também que **o número de pessoas que falam inglês é o triplo do número de pessoas que falam alemão**. Logo:

$$(x + 3 + 0 + 4) = 3 \cdot (z + 0 + 4 + 6)$$

$$x + 7 = 3z + 30$$

$$x = 3z + 23 \qquad (3)$$

Vamos isolar "y" em (2) e "z" em (3):

$$y = \frac{x - 11}{2} \qquad\qquad z = \frac{x - 23}{3}$$

Substituindo em (1):

$$x + \frac{(x - 11)}{2} + \frac{(x - 23)}{3} = 447$$

Multiplicando os dois membros da equação pelo mínimo múltiplo comum dos denominadores, que é 6, obtemos:

$$6x + 3(x - 11) + 2(x - 23) = 2682$$

Simplificando e colocando em ordem, temos:

- $$11x - 79 = 2682$$

Isolando x, obtemos:

$$x = \frac{(2682 + 79)}{11}$$

$$x = \frac{2761}{11}$$

$$\boxed{x = 251}$$

"x" é exatamente o valor procurado pela questão, pois é a quantidade de pessoas que falam apenas inglês.

Gabarito: LETRA E.

QUESTÕES COMENTADAS - FCC

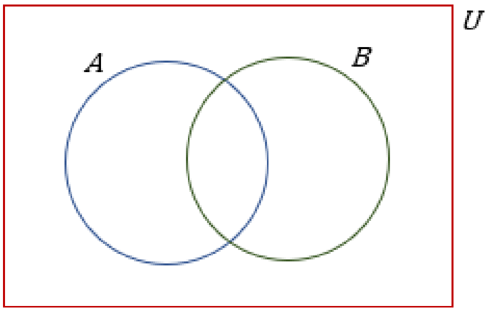
Princípio da Inclusão-Exclusão

1. (FCC/SABEPS/2019) Um grupo é formado por 410 ciclistas. Desses ciclistas 260 praticam natação e 330 correm regularmente. Sabendo que 30 ciclistas não nadam e não correm regularmente, o número de ciclistas que praticam natação e correm regularmente é:

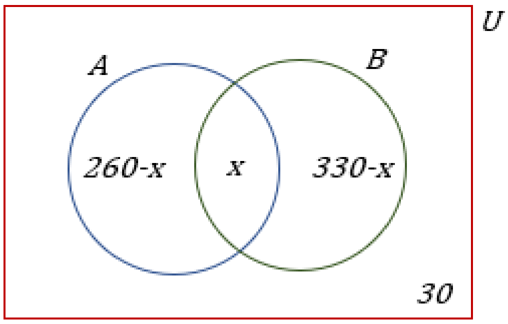
A) 170.
B) 150.
C) 130.
D) 190.
E) 210.

Comentários:

O conjunto formado pelos **410 ciclistas é o nosso conjunto universo (U)**. Dentro desse universo, temos dois grupos: **os nadadores (A) e os corredores (B)**. É possível representar essa situação utilizando diagramas de Venn conforme mostrado logo abaixo.



Note que o conjunto dos nadadores (A) e o conjunto dos corredores (B) estão completamente inseridos dentro do conjunto universo de ciclistas (U). Além disso, é importante notar **a existência de um espaço comum entre os nadadores e os corredores**. Essa região, **denominada de intersecção**, é a parte do diagrama que representa **a pessoa que pratica natação e que também corre**. Saber quantas pessoas estão nessa parte do diagrama é exatamente o que a questão pede.



Vamos chamar **a quantidade de elementos na intersecção de x**. Como a questão disse que 260 pessoas praticam natação, então as pessoas que **praticam APENAS natação é dada por $260 - x$**. Devemos fazer essa subtração pois sabemos que existem x pessoas que praticam natação e corrida. Se 260 pessoas, ao total, praticam natação, **quando descontamos o x, estamos obtendo apenas aqueles que fazem natação e não correm**. Está claro, pessoal?!

Analogamente, **se existem 330 pessoas que correm, então o número de pessoas que APENAS corre será dado por $330 - x$**, pois devemos descontar aquelas pessoas que correm e nadam. O enunciado disse que **30 ciclistas não nadam e não correm**, ou seja, **são apenas ciclistas**. Esse número fica de fora dos conjuntos A e B. Sabemos que o total de ciclistas é 410. **É preciso somar cada uma das partes do diagrama para obter o número total de ciclistas que estão envolvidos**.

$$APENAS\ NADA\ +\ APENAS\ CORRE\ +\ NADA\ E\ CORRE\ +\ NÃO\ CORRE\ E\ NÃO\ NADA\ =\ 410.$$

$$(260 - x) + (330 - \cancel{x}) + \cancel{x} = 410$$

$$-x = -620 + 410$$

$$x = 210$$

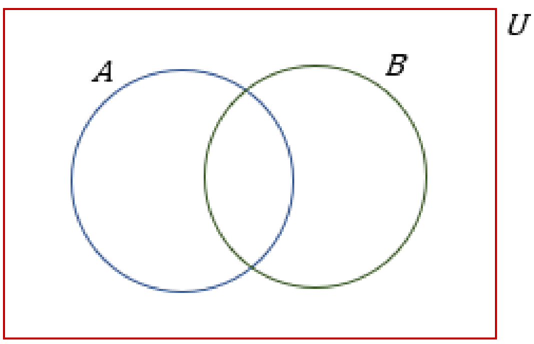
Gabarito: Letra E.

2. (FCC/METRO-SP/2019) Um encontro foi realizado com 104 ilustradores. Dentre esses ilustradores, 47 também são compositores e 22 também são escritores. Sabendo que 55 ilustradores não são nem compositores nem escritores, o número de pessoas no encontro que trabalham nas três atividades é:

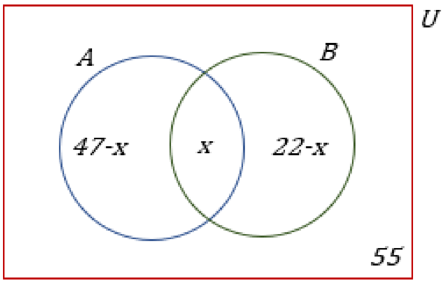
A) 12.
B) 14.
C) 16.
D) 18.
E) 20.

Comentários:

Questão muito parecida com a anterior. Nesse caso, temos que nosso **conjunto universo (U) é formado por 104 ilustradores**. Dentro desse universo, temos dois grupos: **os compositores (A) e os escritores (B).** A representação por diagrama de Venn fica conforme a figura logo a seguir.



Observe que a presença da intersecção entre os conjuntos A e B. **Essa intersecção representa os ilustradores que são ao mesmo tempo compositores e escritores.** O enunciado da questão pede exatamente a quantidade de representada pela intersecção dos conjuntos. Vamos, portanto, chamar a **quantidade de elementos na intersecção de x**.



A questão informou que **temos 47 compositores**. Para saber a quantidade de pessoas que **são APENAS compositores e não são escritores, devemos subtrair de 47 a intersecção**. Portanto, o número de ilustradores que são **apenas compositores é $47 - x$**. Analogamente, o número de ilustradores que são apenas escritores será $22 - x$. Por último, note que temos **55 ilustradores que não são compositores nem escritores e por isso, representamos o valor fora dos dois conjuntos mas ainda dentro do nosso universo**.

Beleza, professor! Organizei as quantidades de cada conjunto, como faço para descobrir a intersecção?! Utilize mais uma informação: **são 104 ilustradores**! Logo, a soma de cada parte do diagrama acima deve totalizar os 104.

$$SÓ\ COMPÕE + SÓ\ ESCREVE + COMPÕE\ E\ ESCREVE + NÃO\ COMPÕE\ E\ NÃO\ ESCREVE = 104$$

$$(47 - x) + (22 - x) + x + 55 = 104$$

$$124 - x = 104$$

$$x = 20$$

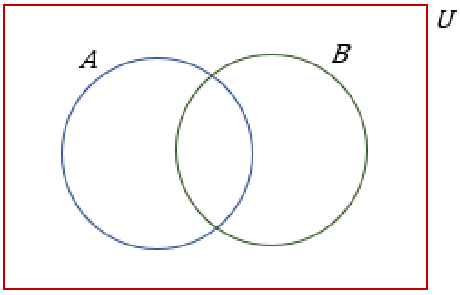
Gabarito: Letra E.

3. (FCC/CM-FORTALEZA/2019) Uma empresa de entregas conta com 44 motoristas, que dirigem apenas caminhão, apenas moto ou ambos. Se 23 deles dirigem caminhão e 27, moto, o número de motoristas que dirigem apenas caminhão é

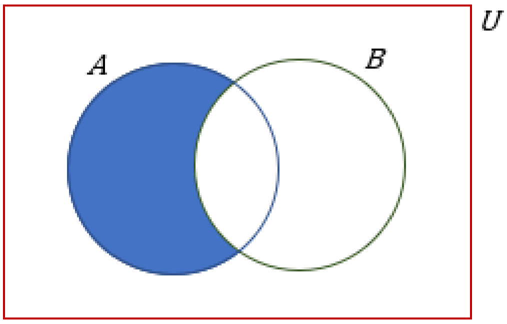
A) 17.
B) 16.
C) 15.
D) 14.
E) 18.

Comentários:

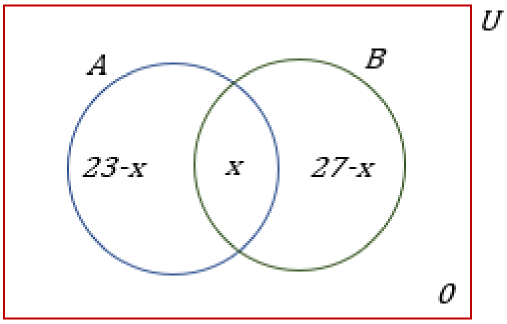
O nosso **conjunto universo é composto de 44 motoristas**. Sabemos que **23 deles dirigem caminhão (A)** e **27, moto (B).** Quando fazemos a soma $23 + 27 = 50$, pode ser que você pense que o problema está errado e não está fazendo sentido, pois ao somar individualmente aqueles que dirigem caminhão e os que dirigem moto, **obtivemos um número maior do que 44**. Isso acontece pois **existem pessoas que dirigem caminhão e também dirigem moto e quando fazemos a soma direta $23 + 27 = 50$, estamos contando elas duas vezes!** Podemos esquematizar o problema através dos diagrames de Venn.



Na figura acima, temos representado o conjunto universo de motoristas (U). Dentro dele, temos dois conjuntos: o conjunto dos motoristas que dirigem caminhão (A) e o conjunto dos motoristas que dirigem moto (B). **Perceba que existe uma intersecção entre os conjuntos A e B**. Essa intersecção representa os motoristas que **dirigem caminhão e TAMBÉM dirigem moto**. Queremos saber apenas a quantidade de motoristas que **APENAS dirigem caminhão, ou seja, a parte pintada do diagrama abaixo**.



Para determinar o que é pedido pelo enunciado, primeiro devemos determinar a intersecção entre os dois conjuntos. Vamos chamar a quantidade de motoristas que dirigem caminhão e dirigem moto de x.



Observe que a quantidade de motoristas que dirigem APENAS caminhão é $23 - x$. Além disso, a quantidade de motoristas que dirigem APENAS moto é $27 - x$. Por último, **não existem motoristas que não dirigem caminhão e também não dirigem moto**. Por esse motivo, colocamos o 0 fora dos dois conjuntos. Para determinarmos o x, devemos somar cada uma das quantidades e **igualar ao total de motoristas**.

$$APENAS\ CAMINHÃO + APENAS\ MOTO + CAMINHÃO\ E\ MOTO = 44$$

$$(23 - x) + (27 - x) \cancel{+} x = \cancel{4}4$$

$$50 - x = 44$$

$$x = 6$$

Para determinar o número de motoristas que **dirigem APENAS caminhão**, devemos pegar o número de motoristas que **dirigem caminhão e subtrair do número de motoristas que dirigem caminhão e moto**.

$$DIRIGEM\ APENAS\ CAMINHÃO = 23 - x = 23 - 6 = 17$$

Gabarito: Letra A.

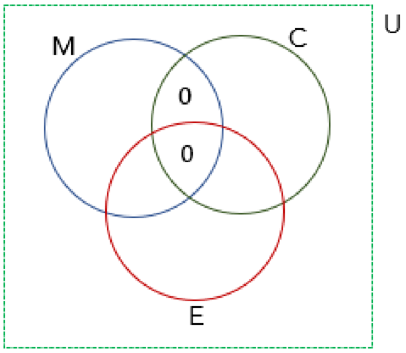
4. (FCC/TRF-3/2019) O número de matriculados nas disciplinas de Cálculo, Estatística e Microeconomia é 150. Sabe-se que 12 deles cursam simultaneamente Microeconomia e Estatística, e que 80 deles cursam somente Cálculo. Os alunos matriculados em Microeconomia não cursam Cálculo. Se a turma de Cálculo tem 96 alunos e a de Estatística, 35, o número de alunos na turma de Microeconomia é

A) 12.
B) 47.
C) 7.
D) 28.
E) 23.

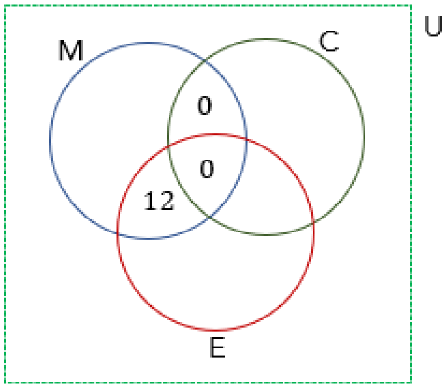
Comentários:

Nosso **conjunto universo é formado por 150 alunos** que estão matriculados em três disciplinas: Cálculo (C), Estatística (E) e Microeconomia (M). Lembre-se que nesse tipo de questão, nossa abordagem sempre **é começar pela intersecção dos três conjuntos**, depois, partimos para **as intersecções dois a dois** e por fim, para as regiões isoladas.

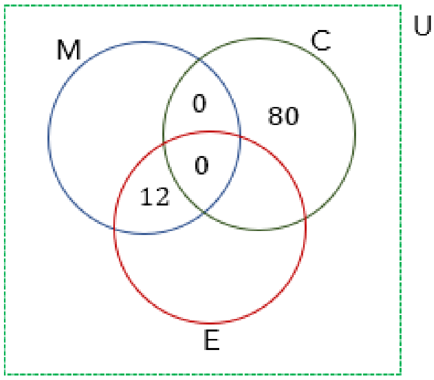
Comece se perguntando: *qual a quantidade de alunos que cursam as 3 disciplinas?* **A resposta será zero**! Veja que, de acordo com o enunciado, **não existem alunos que são matriculados em Microeconomia e Cálculo ao mesmo tempo**. Sendo assim, se não existe aluno matriculado nas duas, **não pode ter aluno matriculado nas 3**.



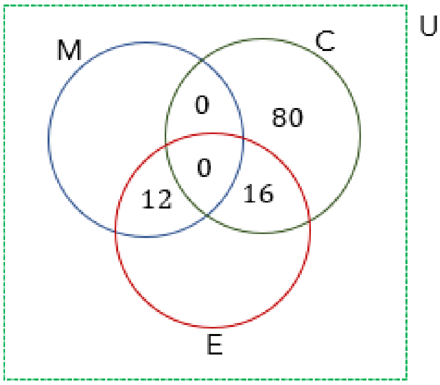
Sabemos ainda que **12 deles cursam simultaneamente Microeconomia e Estatística**.



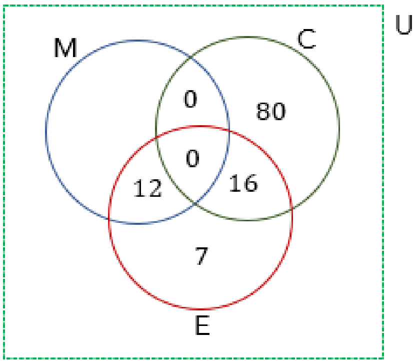
80 deles cursam SOMENTE cálculo.



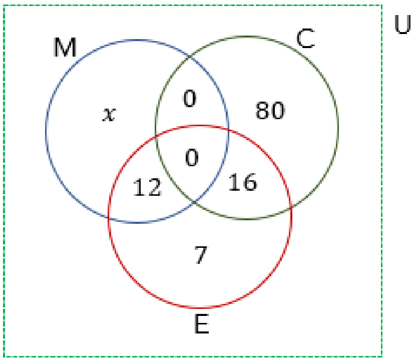
Como temos 80 alunos que fazem somente Cálculo, então **devemos ter 16 alunos que fazem Cálculo e Estatística para poder completar os 96 alunos da turma.**



São **35 alunos de Estatística** e no diagrama temos $12 + 16 = 28$. Logo, **7 alunos cursam somente Estatística**.



Seja x a quantidade de alunos que fazem **apenas Microeconomia**.



A quantidade de alunos elencadas nos diagramas acima deve **totalizar os 150 alunos dos 3 cursos**.

$$x + 12 + 0 + 0 + 7 + 16 + 80 = 150 \quad \rightarrow \quad x + 115 = 150 \quad \rightarrow \quad x = 35$$

Cuidado aqui! **35 é a quantidade de alunos que fazem APENAS Microeconomia**. Para descobrir o total de alunos de Microeconomia devemos somar com aqueles que também fazem Estatística (12). Logo,

$$\boldsymbol{n(M) = 35 + 12 \quad \rightarrow \quad n(M) = 47}$$

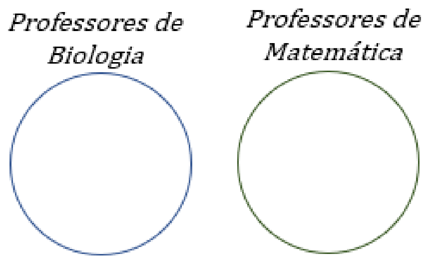
Gabarito: Letra B.

5. (FCC/SEMEF/2019) Em um curso preparatório para vestibulares, todos os professores que ensinam física ou química ensinam também matemática, e nenhum dos professores que ensinam biologia ensina também matemática. Logo,

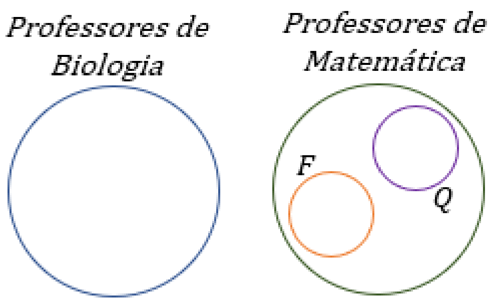
A) nenhum dos professores que ensinam física ensina também biologia.
B) todos os professores que ensinam tanto física quanto química ensinam também biologia.
C) há professores que ensinam química e biologia.
D) todos os professores que ensinam matemática e não ensinam química ensinam biologia.
E) há professores que ensinam física e biologia.

Comentários:
Pessoal, **essa questão envolve Diagramas Lógicos e é um conteúdo visto com profundidade no curso de Raciocínio Lógico**. No entanto, coloquei aqui para mostrar-lhes como podemos utilizar os famosos

Diagramas de Venn para resolver os mais diversos problemas, inclusive de outras disciplinas! **Nenhum dos professores que ensinam biologia ensina matemática**. Como podemos representar isso utilizando conjuntos?



Veja que desenhamos **conjuntos disjuntos entre si**, isto é, que **não possuem intersecção**, uma vez que **nenhum professor de biologia é professor de matemática**. Além disso, sabemos que os todos professores de física (F) ou química (Q) também ensinam matemática. Em diagramas, uma possibilidade está mostrada abaixo.



Os conjuntos F e Q devem estar inteiramente contidos no conjunto de professores de Matemática. Dessa forma, **garantiremos** que qualquer professor, **tanto de Física ou Química, será necessariamente professor de matemática**. Com os diagramas desenhados acima em mente, vamos dar uma olhada nas alternativas.

A) nenhum dos professores que ensinam física ensina também biologia.
Alternativa correta. Observe que **não há intersecção entre o conjunto de professores de biologia e o conjunto dos professores de física** (F). Isso acontece pois o conjunto dos professores de física está inteiramente contido no conjunto dos professores de matemática. De acordo com o enunciado, **nenhum professor de matemática é professor de biologia.**

B) todos os professores que ensinam tanto física quanto química ensinam também biologia.
Alternativa incorreta. Afirmativa totalmente equivocada. **Todos os professores que ensinam física ou química, ensinam também matemática e não biologia**. Além disso, nenhum professor de matemática é professor de biologia.

C) há professores que ensinam química e biologia.
Alternativa incorreta. **Nenhum professor de química ensina biologia, pois, todo professor de química é também professor de matemática** e nenhum professor de matemática é professor de biologia.

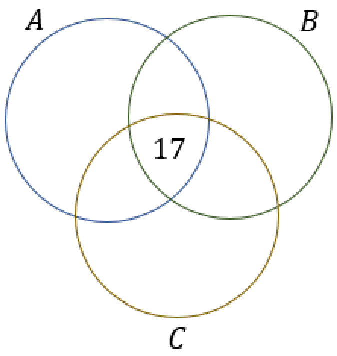
D) todos os professores que ensinam matemática e não ensinam química ensinam biologia.
Alternativa incorreta. Nenhum **professor de matemática ensina biologia**, **independentemente de ensinar ou não química.**

E) há professores que ensinam física e biologia.
Alternativa incorreta. **Todo professor de física é professor de matemática** e nenhum professor de matemática é professor de biologia.

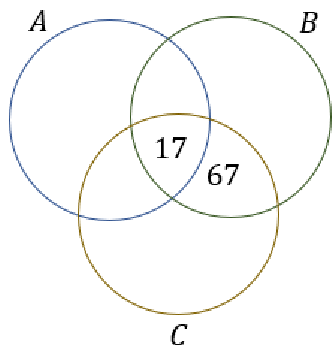
Gabarito: Letra A.

6. (FCC/SEFAZ-BA/2019) Os ministérios A, B e C do Governo Federal de determinado país foram fundidos em um só. Para o novo ministério, foram alocados 300 assessores especiais, alguns deles com passagens em mais de um desses três ministérios. Os que haviam trabalhado em exatamente dois dentre os três ministérios antigos eram 171. Os que haviam trabalhado nos três ministérios antigos eram 17. Os que haviam trabalhado apenas no Ministério A eram 52. Os que haviam trabalhado no ministério B e no C eram 84, enquanto os que haviam trabalhado no ministério A e no C eram 64. O número total dos assessores que haviam trabalhado apenas no ministério B ou apenas no C é igual a
A) 23.
B) 60.
C) 100.
D) 112.
E) 141.

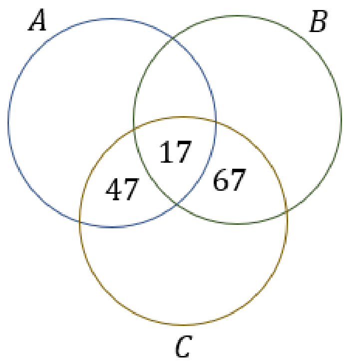
Comentários:
Pessoal, nesse tipo de questão que envolvem 3 conjuntos, seguimos uma mesma abordagem. A primeira coisa que devemos nos perguntar é **quantos elementos possui a intersecção entre os três conjuntos**. O enunciado fornece esse valor: **17 trabalharam nos 3 ministérios**.



Uma vez que sabemos a intersecção dos três conjuntos, podemos partir para analisar as intersecções entre dois deles. Foi dito que 84 haviam trabalhado nos ministérios B e C, mas, para representar isso no diagrama, devemos tirar aqueles que além de trabalhar B e C, também trabalham em A. Logo, $84 - 17 =$ **67 trabalharam APENAS nos ministérios B e C**.



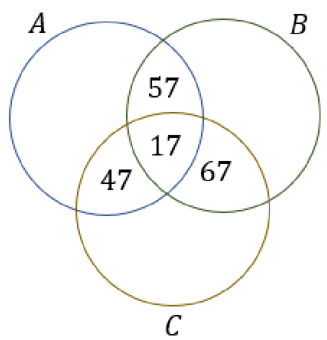
Faremos a mesma coisa para contabilizar aqueles que **APENAS trabalharam nos ministérios A e C**. O enunciado disse que **64 trabalharam nos ministérios A e C**, mas, esse número contém ainda os funcionários que além de terem trabalhando nos ministérios A e C, trabalhou no B também. Logo, **devemos diminuir esse número da intersecção**. Com isso, concluímos que $64 - 17 = 47$ **trabalharam APENAS nos ministérios A e C**.



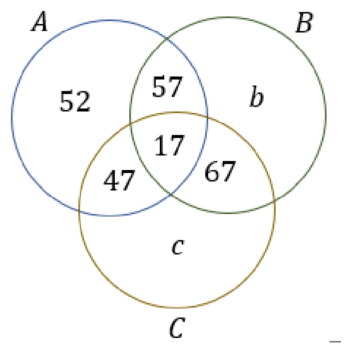
Falta, ainda, descobrir **quantas pessoas trabalharam APENAS nos ministérios A e B**. Para isso, vamos usar a informação de que **171 pessoas trabalharam exatamente em 2 ministérios**. Na nossa contabilização, temos que 67 trabalharam em B e C, 47 trabalhou em A e C e x trabalhou em A e B.

$$67 + 47 + x = 171 \quad \rightarrow \quad x = 57$$

Podemos levar esse resultado para o nosso diagrama.



Por fim, podemos partir para análise de **quantas pessoas trabalharam exclusivamente em um único ministério.** O próprio enunciado falou que **52 pessoas trabalharam APENAS no A**.



Note que **chamamos a quantidade de pessoas que trabalharam APENAS no ministério B de b e a quantidade de pessoas que trabalharam APENAS no ministério C de c**. O enunciado quer exatamente a soma $b + c$, concorda?! Ao somar todos os valores que estão discriminados no diagrama, **devemos obter exatamente os 300 assessores realocados.**

$$52 + 57 + 17 + 47 + 67 + (b + c) = 300$$

$$240 + (b + c) = 300$$

$$b + c = 60$$

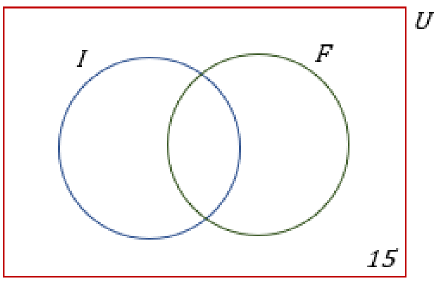
Gabarito: Letra B.

7. (FCC/CLDF/2018) Em uma escola com 150 alunos, são oferecidos cursos de Inglês e Francês. Conforme um levantamento, 15 alunos desta escola não estão frequentando estes cursos e 90 frequentam o curso de Inglês. Se 72 alunos frequentam o curso de Francês, então o número de alunos que frequenta um e somente um dos cursos é igual a

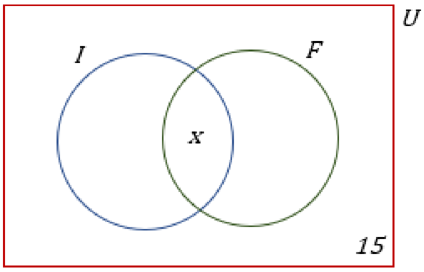
A) 144.
B) 138.
C) 132.
D) 108.
E) 126.

Comentários:

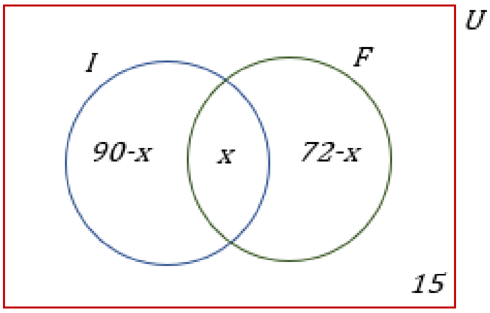
O **conjunto universo** da nossa questão é formado pelos **150 alunos da escola**. Esses 150 alunos **podem fazer 2 cursos ou não fazer nenhum**. A primeira informação que temos é que **15 alunos não frequentam nenhum dos cursos**. Em diagramas, podemos representar essa informação da seguinte maneira:



Observe que a **questão não informou a quantidade de alunos que fazem os dois cursos simultaneamente**. Portanto, vamos chamá-la de x e colocá-la no diagrama.



Se 90 frequentam o curso de inglês, então $90 - x$ frequentam **APENAS o curso de inglês**. Se 72 alunos frequentam o curso de Francês, então $72 - x$ frequentam **APENAS o curso de Francês**.



Nosso diagrama está completamente preenchido. Você concorda que **ao somar individualmente as quantidades acima**, deveremos obter o total de alunos dessa escola, isto é, 150?

$$(90 - x) + (72 - x) + x + 15 = 150$$

$$177 - x = 150$$

$$x = 27$$

A questão não quer saber quantos alunos fazem os dois cursos simultaneamente. **Ela pede a quantidade de alunos que fazem APENAS um único curso**. Logo,

$$(90 - x) + (72 - x) = 63 + 45 = 108$$

Gabarito: Letra D.

E usando o Princípio da Inclusão-Exclusão? Como ficaria? **Seja I o conjunto daqueles que fazem o curso de inglês e F o conjunto formado por aqueles que fazem o curso de francês.** Se a escola tem 150 alunos e foi dito que 15 alunos não fazem nenhum dos cursos, então:

$$n(I \cup F) = 150 - 15 = 135$$

São 135 alunos que fazem pelo menos um dos cursos. A questão diz ainda que: $\boldsymbol{n(I) = 90}$ e $\boldsymbol{n(F) = 72}$.

$$n(I \cup F) = n(I) + n(F) - n(I \cap F)$$

$$135 = 90 + 72 - n(I \cap F)$$

$$n(I \cap F) = 27$$

Com isso, descobrimos que **27 pessoas fazem simultaneamente o curso de inglês e de francês**. A questão pede a quantidade de alunos que fazem **apenas um dos cursos**. Se 27 dos que fazem inglês também fazem francês, então $\mathbf{90 - 27 = 63}$ fazem apenas inglês. Analogamente, $\mathbf{72 - 27 = 45}$ fazem apenas francês.

$$63 + 45 = 108\ alunos$$

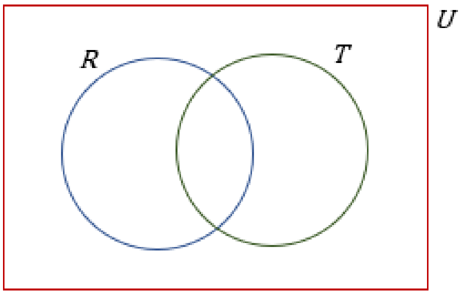
Gabarito: Letra D.

8. (FCC/TRF-6/2018) Em uma empresa com 120 funcionários, 42 recebem vale-transporte e 95 recebem vale-refeição. Sabendo que todos os funcionários da empresa recebem ao menos um desses dois benefícios, o total de funcionários que recebem ambos os benefícios é igual a

A) 25.
B) 17.
C) 15.
D) 19.
E) 20.

Comentários:

O conjunto universo dessa questão é formado **pelos 120 funcionários da empresa**. Seja T o conjunto daqueles que recebem vale-transporte e R o conjunto daqueles que recebem vale-refeição.



O enunciado traz as seguintes informações:

$$n(T) = 42; \quad n(R) = 95; \quad n(T \cup R) = 120$$

Sabemos que podemos relacionar esses valores e obter a quantidade que está na intersecção dos conjuntos através do **Princípio da Inclusão-Exclusão** estudado na teoria.

$$n(T \cup R) = n(T) + n(R) - n(T \cap R)$$

$$120 = 42 + 95 - n(T \cap R)$$

$$120 = 137 - n(T \cap R)$$

$$n(T \cap R) = 17$$

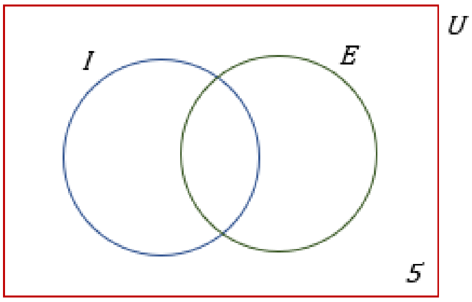
Gabarito: Letra B.

9. (FCC/AFAP/2018) Foi feita uma pesquisa entre todos os funcionários da empresa X e constatou-se que 50 deles falavam inglês, 45 espanhol e 15 falavam as duas línguas. Verificou-se também que 5 dos funcionários não falavam nenhuma língua estrangeira. Então, o número de funcionários da empresa X é

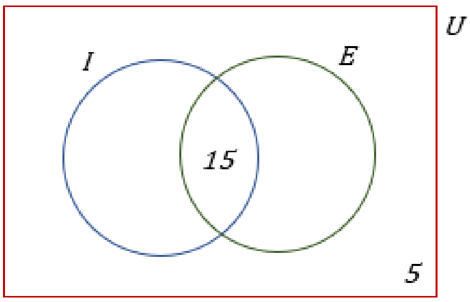
A) 95.
B) 75.
C) 85.
D) 80.
E) 90.

Comentários:

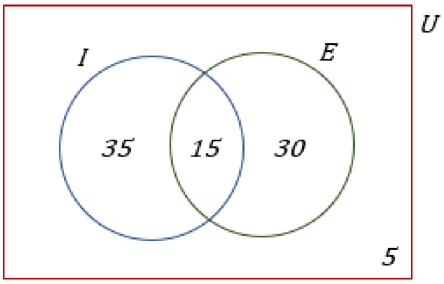
Queremos saber exatamente a quantidade de funcionários da empresa. Para isso, podemos desenhar diagramas de Venn.



Observe que fora dos conjuntos daqueles que falam inglês ou espanhol, já colocamos o número 5 para identificar os **5 que não falam nenhuma das duas línguas**. Nesse tipo de problema, lembre-se sempre de colocar primeiro a intersecção. De acordo com o enunciado, **15 pessoas falavam as duas línguas**. Logo,



Além disso, é dito que **50 deles falam inglês**, como **já contamos 15** na intersecção, então o número daqueles que falam **SOMENTE inglês é $\mathbf{50 - 15 = 35}$**. Analogamente, temos **45 pessoas que falam espanhol**, como **já contamos 15**, temos que $\mathbf{45 - 15 = 30}$ falam **SOMENTE espanhol**.



Note que nosso diagrama está completo. Para obter a quantidade de funcionários que a empresa X possui, devemos **apenas somar os valores presentes em cada parte do diagrama**.

$$n = 35 + 15 + 30 + 5 \quad \rightarrow \quad n = 85$$

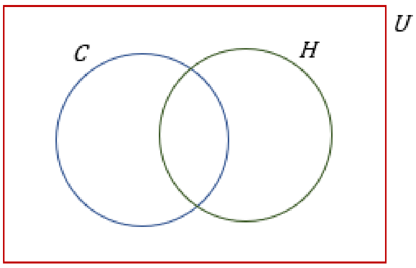
Gabarito: Letra C.

10. (FCC/SABESP/2017) Ao todo são 195 engenheiros. Alguns desses engenheiros são engenheiros civis, outros são engenheiros hidráulicos e outros são engenheiros civis e hidráulicos. Sabe-se que ao todo são 143 engenheiros civis e ao todo são 109 engenheiros hidráulicos. Desse modo, é correto concluir que o total de engenheiros civis que não são engenheiros hidráulicos é igual a

A) 86.
B) 94.
C) 57.
D) 77.
E) 52.

Comentários:

Para descobrir o total de engenheiros civis que não são engenheiros hidráulicos, **devemos pegar a quantidade de engenheiros civis e subtrair a quantidade de engenheiros civis que também são hidráulicos.** Seja C o conjunto dos engenheiros civis e H o conjunto dos engenheiros hidráulicos.



Para começar a atacar o problema, **vamos usar o Princípio da Inclusão-Exclusão** de modo a encontrar a quantidade de engenheiros civis que também são hidráulicos, isto é, $\boldsymbol{n(C \cap H)}$. Note, do enunciado, que temos as seguintes informações:

$$n(C) = 143; \quad n(H) = 109; \quad n(C \cup H) = 195$$

O Princípio da Inclusão-Exclusão traz que:

$$n(C \cup H) = n(C) + n(H) - n(C \cap H)$$
$$195 = 143 + 109 - n(C \cap H)$$

$$n(C \cap H) = 57$$

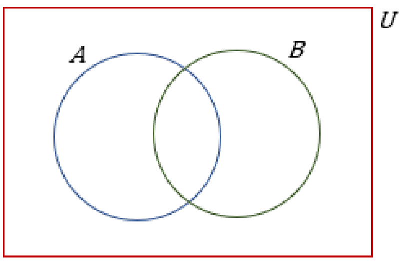
Agora que sabemos **a quantidade de engenheiros civis que são engenheiros hidráulicos**, é só subtrair o total de engenheiros civis dessa quantidade para obter **o número de engenheiros que é APENAS civil**.

$$143 - 57 = 86$$

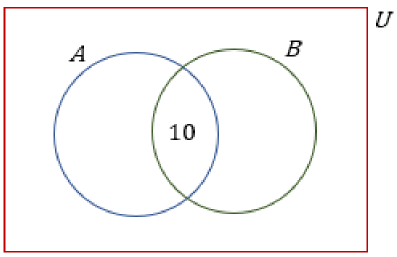
Gabarito: Letra A.

11. (FCC/PREF. CAMPO MOURÃO/2015) Foram entrevistadas 50 pessoas sobre suas preferências de duas marcas A e B. Onde os resultados foram: 21 pessoas disseram que usar a marca A, 10 pessoas responderam que usar a marca A e B e 5 pessoas não usam nem uma das marcas. Com estas informações quantas pessoas usam somente a marca B?
A) 24.
B) 30.
C) 44.
D) 35.
E) 15.

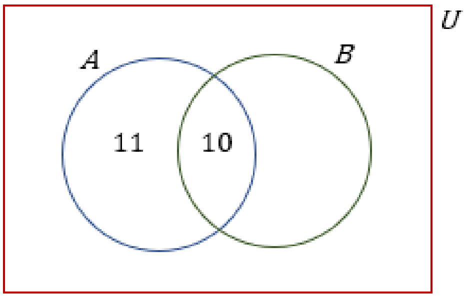
Comentários:
O conjunto universo é formado pelas **50 pessoas que foram entrevistas**. Temos duas marcas A e B.



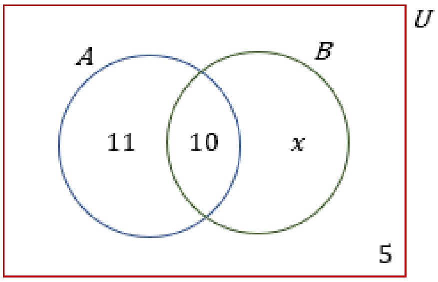
Nesse tipo de exercício, sempre **começamos identificando a intersecção**. O enunciado a fornece quando diz **que 10 pessoas responderam usar a marca A e B**.



Como 21 responderam usar a marcar A, devemos descontar os 10 que também usa a marca B. Assim, $21 - 10 = 11$ **usam apenas a marca A**.



O enunciado fala ainda que **5 não usam nenhuma das marcas**. Além disso, queremos descobrir quantas pessoas usam **somente a marca B**, vamos chamar essa quantidade de x.

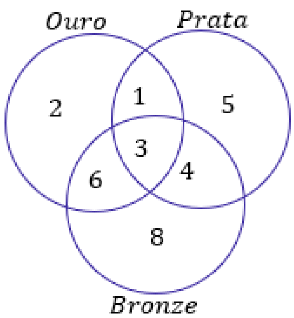


Para determinar o valor de x, deveremos usar a informação que **50 pessoas foram entrevistadas**. Você concorda comigo que se somarmos as quantidades discriminadas no diagrama acima, teremos exatamente o total de entrevistados? **Se o nosso conjunto universo tem 50 pessoas, então a soma de todas regiões que compõe U deve totalizar todos os seus elementos**.

$$11 + 10 + x + 5 = 50 \quad \rightarrow \quad 26 + x = 50 \quad \rightarrow \quad x = 24$$

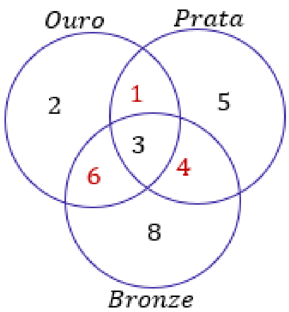
Gabarito: Letra A.

12. (FCC/METRO-SP/2015) O diagrama indica a distribuição de atletas da delegação de um país nos jogos universitários por medalha conquistada. Sabe-se que esse país conquistou medalhas apenas em modalidades individuais. Sabe-se ainda que cada atleta da delegação desse país que ganhou uma ou mais medalhas não ganhou mais de uma medalha do mesmo tipo (ouro, prata, bronze). De acordo com o diagrama, por exemplo, 2 atletas da delegação desse país ganharam cada um, apenas uma medalha de ouro.

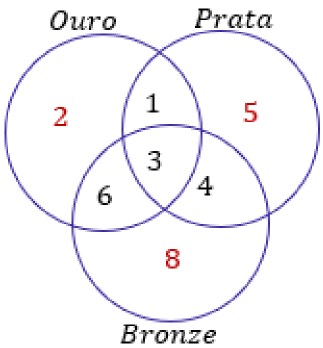


A análise adequada do diagrama permite concluir corretamente que o número de medalhas conquistadas por esse país nessa edição dos jogos universitários foi de
A) 15.
B) 29.
C) 52.
D) 46.
E) 40.

Comentários:
Os números indicados no diagrama indicam quantas pessoas ganharam aquela medalha. Note que a quantidade de pessoas na **intersecção das três medalhas é 3**. Na prática, isso significa que 3 pessoas ganharam as 3 medalhas. Logo, só com essas 3 pessoas temos $\mathbf{3 \times 3 = 9}$ **medalhas**.



Agora, note que a quantidade de pessoas que ganharam duas medalhas é $6 + 1 + 4 = 11$. Ora, se **11 pessoas ganharam duas medalhas cada, então temos mais $\mathbf{11 \times 2 = 22}$ medalhas conquistadas**. Por fim, devemos olhar a quantidade de pessoas que ganharam apenas uma medalhas.



Perceba, no diagrama, que os números destacados trazem exatamente a quantidade de pessoas que conquistou uma medalha cada. Somando essas quantidades, temos $2 + 5 + 8 =$ **15 pessoas que ganharam uma medalha cada**. Logo, a quantidade de medalhas conquistadas por esse país é:

$$9 + 22 + 15 = 46 \text{ medalhas}$$

Gabarito: Letra D.

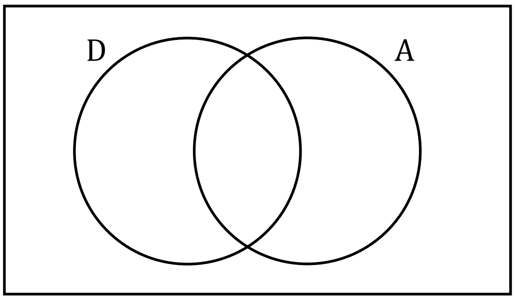
13. (FCC/SABESP/2018) Um departamento possui 24 funcionários, sendo que alguns têm formação superior apenas em Direito, mais do que um tem formação superior apenas em Administração, alguns têm formação superior em Direito e Administração, e outros não possuem formação superior. Desses

funcionários, 19 possuem apenas uma formação superior e 2 não possuem formação superior. Sendo assim, o maior número possível de funcionários desse departamento que possuem formação superior em Direito é igual a

A) 20.
B) 16.
C) 14.
D) 19.
E) 17.

Comentários:

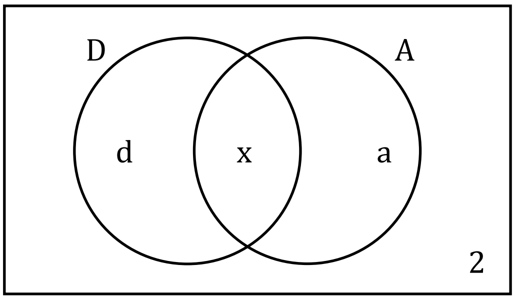
Vamos lá! Para começar, vamos esquematizar os conjuntos.



Agora, considere o seguinte:

- "x" é a quantidade de funcionários com as duas formações;
- "d" é a quantidade de funcionários que possuem formação superior apenas em direito;
- "a" é a quantidade de funcionários que possuem formação superior apenas em administração.

Como **2 funcionários não possuem formação superior**, podemos complementar o esquema:



Ademais, sabemos que **19 possuem apenas uma formação superior**. Sendo assim,

$$\mathrm{d} + \mathrm{a} = 19 \qquad (1)$$

Como esse departamento **deve totalizar os 24 funcionários**, a soma das quantidades em todas as regiões deve resultar em 24.

$$x + d + a + 2 = 24 \qquad \rightarrow \qquad x + d + a = 22 \qquad (2)$$

Usando (1) em (2), conseguimos determinar quantos funcionários possuem as duas formações.

$$x + 19 = 22 \quad \rightarrow \quad x = 3$$

Pronto! Sabemos que **3 funcionários possuem as duas formações**. De (1), podemos escrever:

$$\mathrm{d} = 19 - \mathrm{a}$$

Para que "d" seja máximo, devemos ter "a" mínimo. De acordo com o enunciado, "mais do que um tem formação apenas em Administração". **O menor número maior que um é 2.** Portanto,

$$d_{máx} = 19 - 2 \quad \rightarrow \quad d_{máx} = 17$$

Ou seja, **a maior quantidade possível** de funcionários formado em direito (devemos considerar até aqueles também formados em Administração) é:

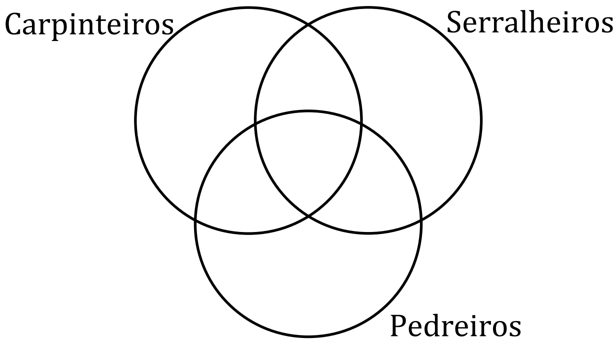
$$d_{máx} + x = 17 + 2 = 19$$

Gabarito: LETRA D.

14. (FCC/TCE-SP/2015) Em um grupo de 33 operários da construção civil há serralheiros, carpinteiros e pedreiros. Alguns deles exercem mais de uma dessas funções quando necessário. Nesse grupo não há serralheiro que também não seja pedreiro, e 5 dos serralheiros também são carpinteiros. Os carpinteiros que são pedreiros, também são serralheiros. São 12 os serralheiros que não são carpinteiros. Os demais operários exercem apenas uma dessas funções. Com essas informações é possível determinar que o número de operários que exercem mais de uma função supera o número daqueles que exercem apenas uma função em

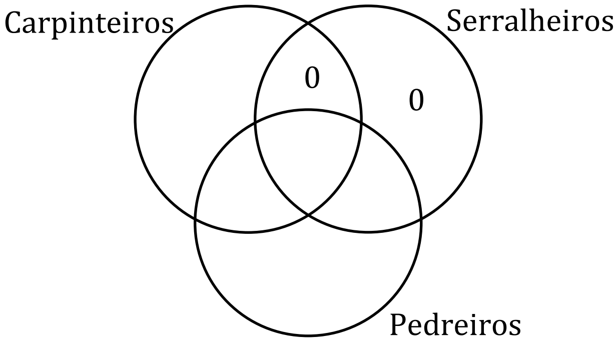
A) 3.
B) 4.
C) 1.
D) 2.
E) 5.

Comentários:
Eita! Quanta informação! Para nos ajudar, vamos esquematizar esses três conjuntos.



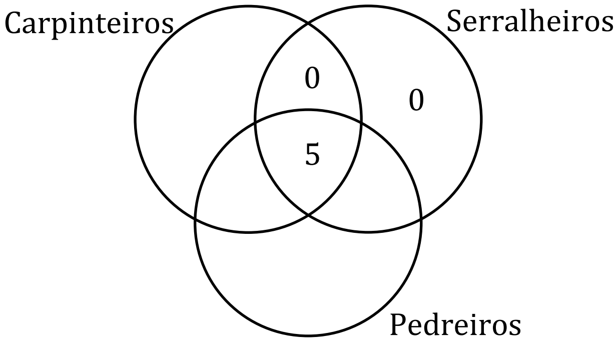
Agora, vamos inserir as informações que o enunciado passou.

- Nesse grupo não há serralheiro que também não seja pedreiro.



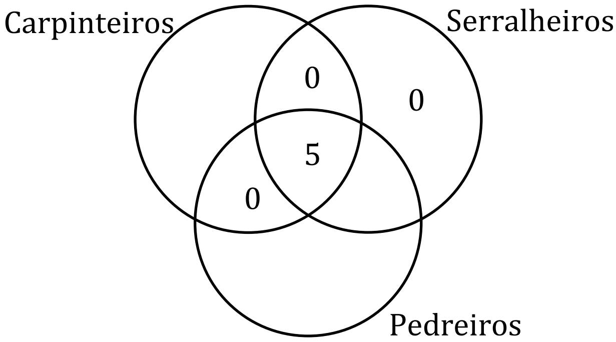
Ora, veja que com essa informação podemos garantir que **não há operários que seja apenas serralheiro ou que seja serralheiro e carpinteiro**. Por isso, colocamos os "0" nas duas regiões.

- 5 dos serralheiros também são carpinteiros.



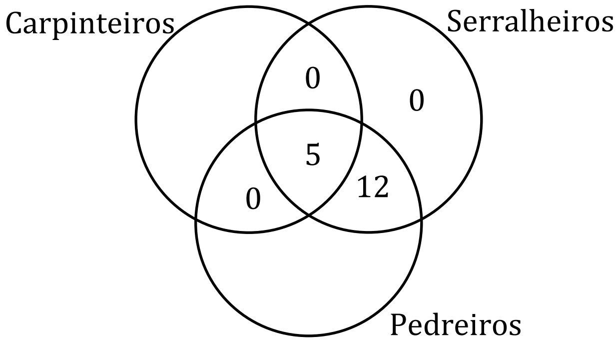
Como serralheiro também é pedreiro (da informação anterior), então **esses "5" estão justamente na intersecção dos três conjuntos**.

- Os carpinteiros que são pedreiros, também são serralheiros.

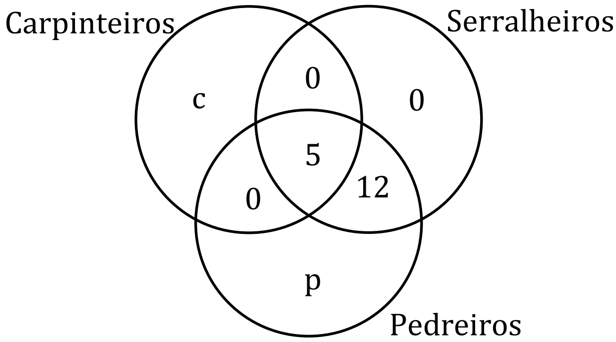


Essa informação nos permite concluir que **não existe carpinteiro e pedreiro, apenas**. Com isso, colocamos um "0" na região que representa esses operários.

- São 12 os serralheiros que não são carpinteiros.



- Os demais operários exercem apenas uma dessas funções.



Como **temos um total de 33 operários**, podemos escrever:

$$c + p + 0 + 0 + 0 + 5 + 12 = 33 \qquad \rightarrow \qquad c + p = 16$$

Logo, **o número de operários que exercem apenas uma função é 16**. Como **17 (5+12) exercem mais de uma**, então a diferença procurada é:

$$dif = 17 - 16 \qquad \rightarrow \qquad dif = 1$$

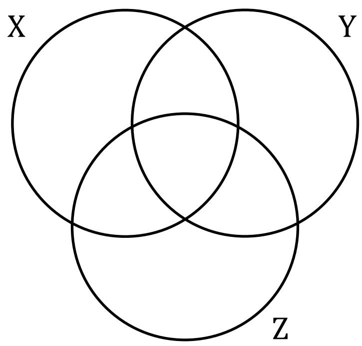
Gabarito: LETRA C.

15. (FCC/SEFAZ-RJ/2014) Em uma grande empresa, 50% dos empregados são assinantes da revista X, 40% são assinantes da revista Y e 60% são assinantes da revista Z. Sabe-se que 20% dos empregados assinam as revistas X e Y, 30% assinam as revistas X e Z, 20% assinam as revistas Y e Z e 10% não assinam nenhuma das revistas. Considerando que existam somente as revistas X, Y e Z, obtém-se que a porcentagem dos empregados que assinam mais que uma revista é igual a

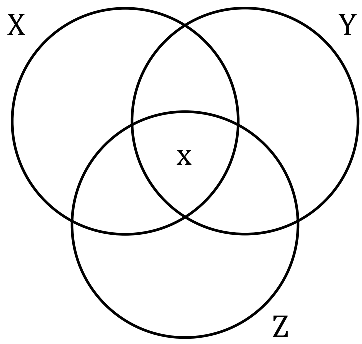
A) 40%
B) 60%
C) 50%
D) 70%
E) 80%

Comentários:

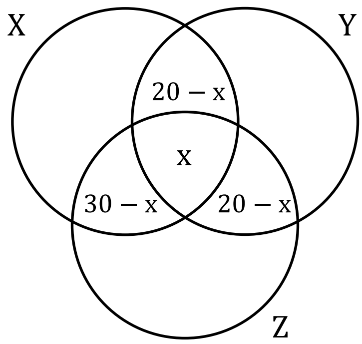
Vamos esquematizar esses conjuntos.



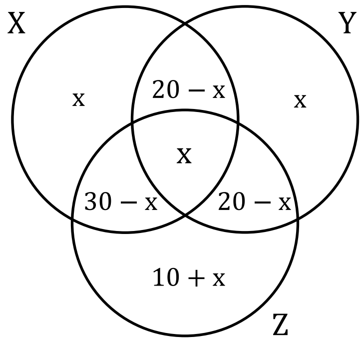
Em situações assim, devemos começar sempre pela **intersecção dos *três* conjuntos**. Como o enunciado não falou nada a esse respeito, vamos chamar essa quantidade de "x".



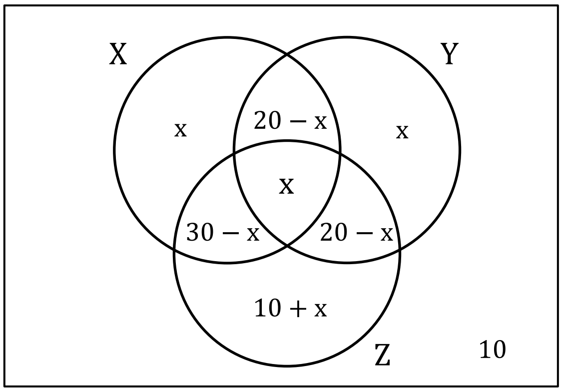
- 20% dos empregados assinam as revistas **X e Y**, 30% assinam as revistas **X e Z**, 20% assinam as revistas **Y e Z**. Colocando essas informações nos conjuntos, ficamos com:



- Além disso, **50% dos empregados são assinantes da revista X**, **40% são assinantes da revista Y** e **60% são assinantes da revista Z**.



- Por fim, **10% não assinam <u>nenhuma</u> das revistas**.

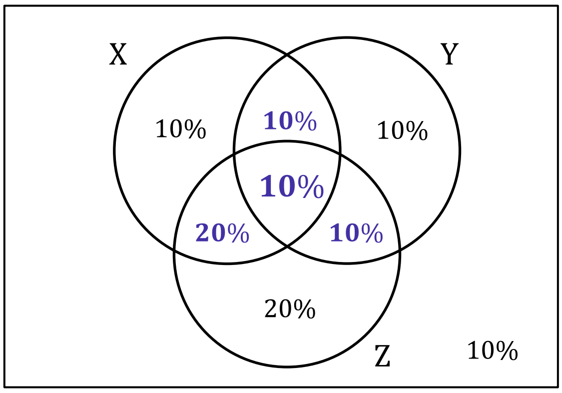


A soma de todas as regiões **deve totalizar os 100% dos funcionários**. Sendo assim,

$$x + x + (10 + x) + (20 - x) + (20 - x) + (30 - x) + x + 10 = 100$$

$$x + 90 = 100 \quad \rightarrow \quad x = 10\%$$

Assim, vamos substituir o "x" no esquema e destacar a região formada por aqueles que leem mais de uma revista.



Assim, $10\% + 10\% + 10\% + 20\% =$ **50% dos funcionários leem mais de uma revista**.

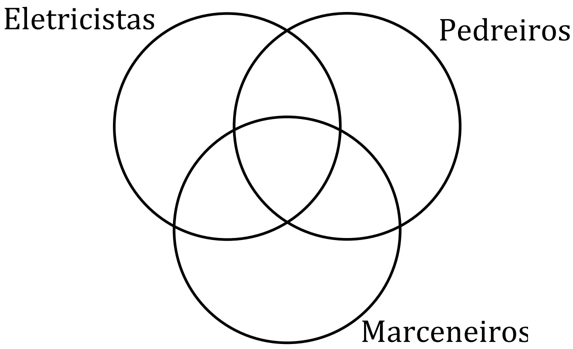
Gabarito: LETRA C.

16. (FCC/TRF-3/2014) Em uma construtora, há pelo menos um eletricista que também é marceneiro e há pelo menos um eletricista que também é pedreiro. Nessa construtora, qualquer eletricista é também marceneiro ou pedreiro, mas não ambos. Ao todo são 9 eletricistas na empresa e, dentre esses, são em maior número aqueles eletricistas que são também marceneiros. Há outros 24 funcionários que não são eletricistas. Desses, 15 são marceneiros e 13 são pedreiros. Nessa situação, o maior número de funcionários que podem atuar como marceneiros é igual a

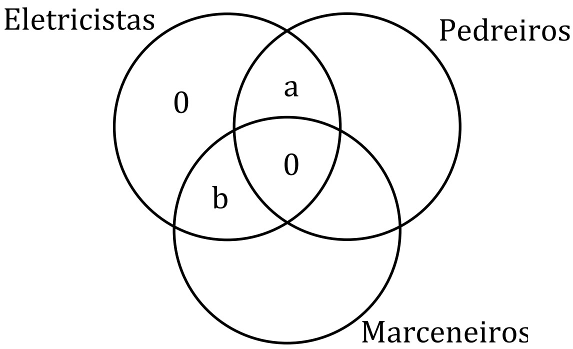
A) 33.
B) 19.
C) 24.
D) 15.
E) 23.

Comentários:

Questão para treinarmos os diagramas de Venn.



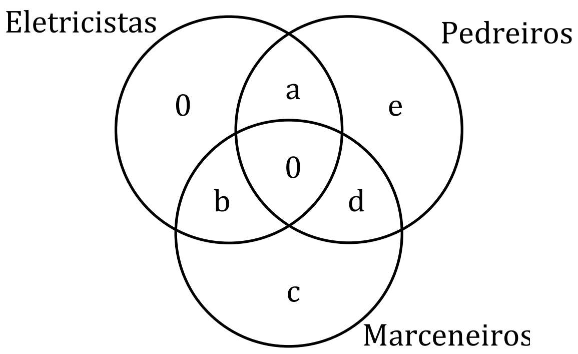
- Qualquer eletricista é também marceneiro ou pedreiro, **mas não ambos**.



- Ao todo são **9 eletricistas na empresa** e, dentre esses, são em maior número aqueles eletricistas que são também marceneiros.

$$a + b = 9 \qquad b > a \qquad (1)$$

- Há outros **24 funcionários que <u>não</u> são eletricistas**.



$$c + d + e = 24 \quad (2)$$

- Desses (dos 24 que não são eletricistas), **15 são marceneiros** e **13 são pedreiros**.

$$c + d = 15 \quad (3)$$

$$d + e = 13 \quad (4)$$

Usando a equação (3) em (2):

$$15 + e = 24 \quad \rightarrow \quad e = 9$$

Usando a equação (4) em (2):

$$13 + c = 24 \quad \rightarrow \quad c = 11$$

Com os valores de "e" e "c" determinados, podemos encontrar "d".

$$11 + d + 9 = 24 \quad \rightarrow \quad d = 4$$

Queremos **o número máximo de marceneiros**. Quando olhamos para o diagrama, vemos que:

$$\text{Marceneiros} = \text{b} + \text{d} + \text{c}$$

Substituindo "d" e "c".

$$\text{Marceneiros} = \text{b} + 4 + 11 \quad \rightarrow \quad \text{Marceneiros} = \text{b} + 15$$

Note que para o número de marceneiros ser máximo, **"b" deve assumir o maior valor possível**. Lembre-se:

$$\text{a} + \text{b} = 9$$

Com "a" deve ser pelo menos um (já que existe **pelo menos um eletricista que é pedreiro**), então o valor máximo para "b" é 8. Sendo assim,

$$\text{Marceneiros} = 8 + 15 \quad \rightarrow \quad \text{Marceneiros} = 23$$

Gabarito: LETRA E.

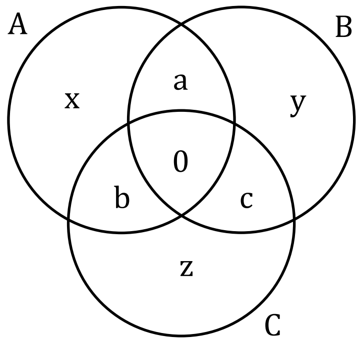
17. (FCC/TRT-19/2014) Mapeando 21 funcionários quanto ao domínio das habilidades A, B e C, descobriu-se que nenhum deles dominava, simultaneamente, as três habilidades. Já com domínio de duas habilidades simultâneas há, pelo menos, uma pessoa em todas as possibilidades. Também há quem

domine apenas uma dessas habilidades seja qual habilidade for. O intrigante no mapeamento é que em nenhum grupo, seja de domínio de uma ou de duas habilidades, há número igual de pessoas. Sabendo-se que o total daqueles que dominam a habilidade A são 12 pessoas e que o total daqueles que dominam a habilidade B também são 12 pessoas, o maior número possível daqueles que só dominam a habilidade C é igual a

A) 3.
B) 1.
C) 2.
D) 4.
E) 5.

Comentários:

Vamos desenhar esses conjuntos!



Agora, vamos escrever algumas equações com o que foi dito no enunciado.

- Foram mapeados **21 funcionários**.

$$(x + y + z) + (a + b + c) = 21 \quad (1)$$

- O total daqueles que **dominam a habilidade A são 12 pessoas**.

$$a + b + x = 12 \qquad (2)$$

- O total daqueles que **dominam a habilidade B também são 12 pessoas**.

$$a + c + y = 12 \qquad (3)$$

Usando (2) em (1):

$$12 + y + z + c = 21 \quad \rightarrow \quad y + z + c = 9 \quad (4)$$

Agora, de (3) veja que:

$$c + y = 12 - a$$

Substituindo em (4):

$$z + (12 - a) = 9 \quad \rightarrow \quad z = a - 3$$

Queremos o número máximo de pessoas que só dominam a habilidade C, ou seja, "z". Para que "z" seja máximo, **devemos ter que "a" também seja máximo**. Uma informação importante é: o intrigante no mapeamento é que **em nenhum grupo, seja de domínio de uma ou de duas habilidades, há número igual de pessoas**. Com a equação (1), temos:

$$(x + y + z) + (a + b + c) = 21 \quad (1)$$

Agora, note que:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$$

Logo, para que a soma desses números resulte em 21, **seus valores devem ser os inteiros entre 1 e 6**. Com isso, **o maior valor possível para "a" será o 6**.

$$z_{máx} = 6 - 3 \quad \rightarrow \quad z_{máx} = 3$$

Sendo assim, **a maior quantidade possível** de funcionários que possuem apenas a habilidade C é 3.

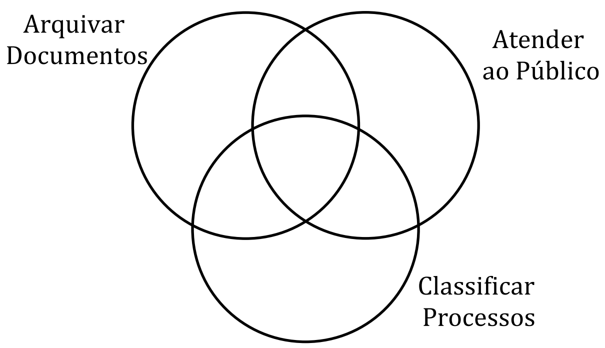
Gabarito: LETRA A.

18. (FCC/TCE-SP/2014) Dos 46 técnicos que estão aptos para arquivar documentos 15 deles também estão aptos para classificar processos e os demais estão aptos para atender ao público. Há outros 11 técnicos que estão aptos para atender ao público, mas não são capazes de arquivar documentos. Dentre esses últimos técnicos mencionados, 4 deles também são capazes de classificar processos. Sabe-se que aqueles que classificam processos são, ao todo, 27 técnicos. Considerando que todos os técnicos que executam essas três tarefas foram citados anteriormente, eles somam um total de

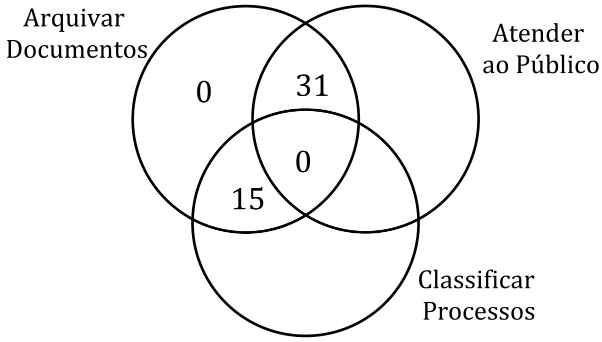
A) 58
B) 65
C) 76
D) 53
E) 95

Comentários:

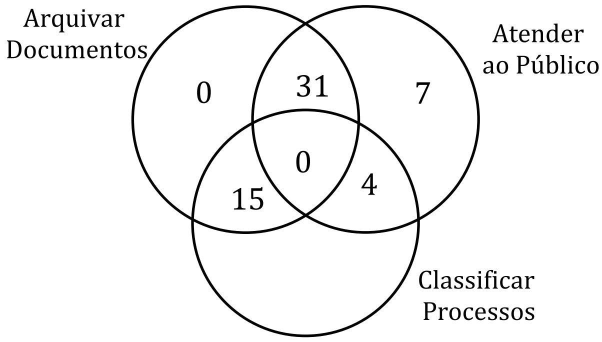
Primeiramente, vamos desenhar o diagrama.



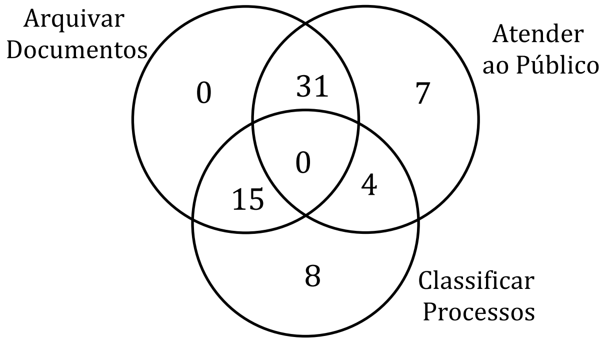
- Dos 46 técnicos que estão aptos para arquivar documentos **15 deles também estão aptos para classificar processos** e os demais estão aptos para atender ao público.



- Há outros **11 técnicos** que estão aptos para atender ao público, mas não são capazes de arquivar documentos. Dentre esses últimos técnicos mencionados, **4 deles também são capazes de classificar processos**.



- Sabe-se que aqueles que classificam processos são, ao todo, **27 técnicos**.



Pronto. Para determinarmos **o total de técnicos**, basta somarmos as regiões.

$$\text{Total} = 0 + 31 + 0 + 15 + 7 + 4 + 8$$

$$\text{Total} = 65$$

Gabarito: LETRA B.

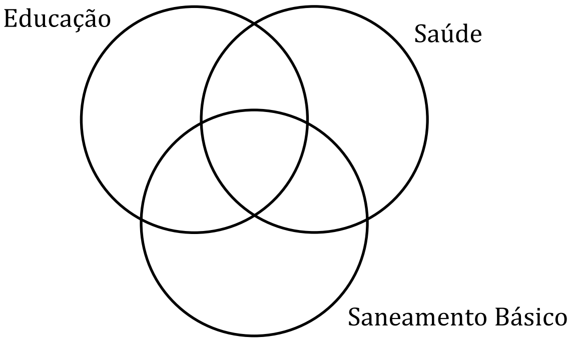
19. (FCC/CM SÃO PAULO/2014) Dos 43 vereadores de uma cidade, 13 deles não se inscreveram nas comissões de Educação, Saúde e Saneamento Básico. Sete dos vereadores se inscreveram nas três comissões citadas. Doze deles se inscreveram apenas nas comissões de Educação e Saúde e oito deles se

inscreveram apenas nas comissões de Saúde e Saneamento Básico. Nenhum dos vereadores se inscreveu em apenas uma dessas comissões. O número de vereadores inscritos na comissão de Saneamento Básico é igual a

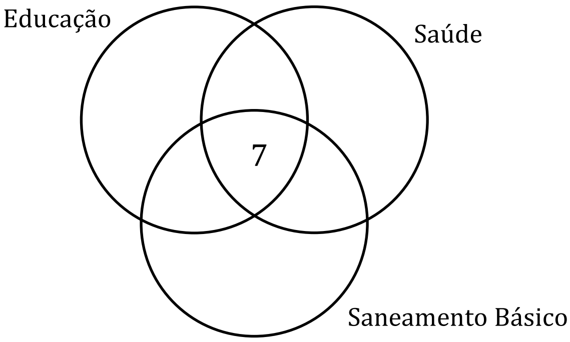
A) 15
B) 21
C) 18
D) 27
E) 16

Comentários:

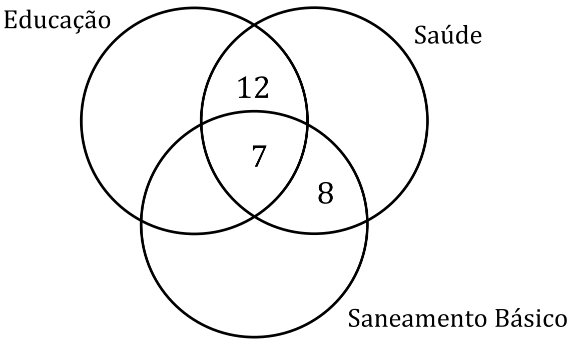
Vamos desenhar os conjuntos! Temos 3!



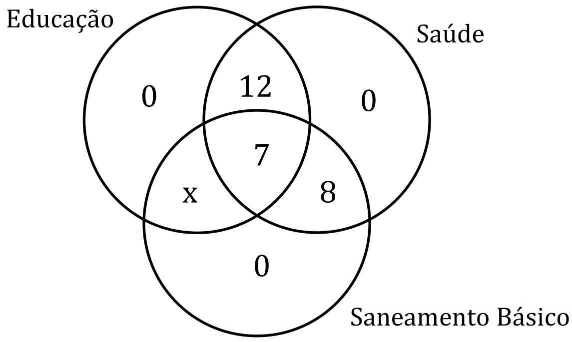
- Sete dos vereadores se inscreveram **nas três** comissões citadas.



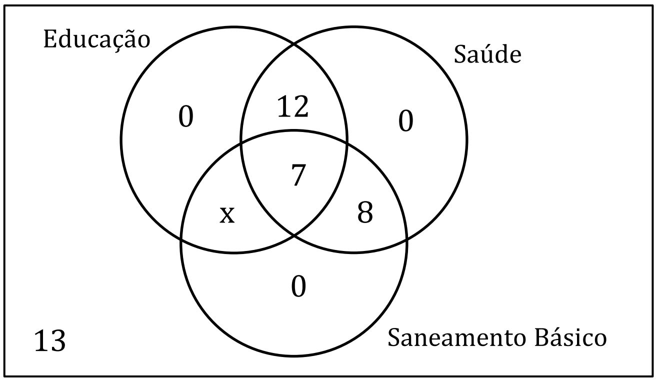
- **Doze deles** se inscreveram apenas nas comissões de Educação e Saúde e **oito deles** se inscreveram apenas nas comissões de Saúde e Saneamento Básico.



- **Nenhum** dos vereadores se inscreveu em apenas uma dessas comissões.



- **13 deles não se inscreveram** nas comissões de Educação, Saúde e Saneamento Básico.

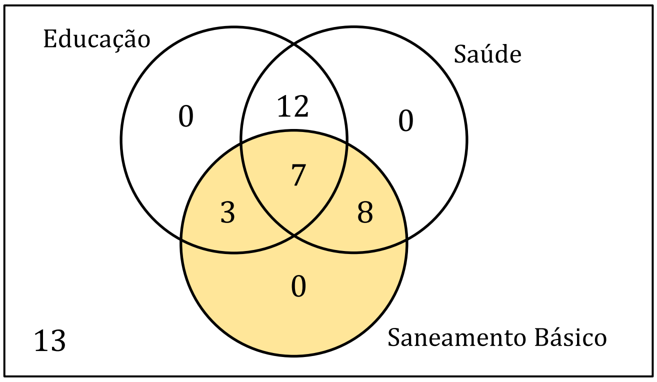


Como **o total de vereadores é 43,** podemos equacionar o problema da seguinte forma:

$$0 + 12 + 7 + x + 8 + 0 + 0 + 13 = 43$$

$$40 + x = 43 \quad \rightarrow \quad x = 3$$

Queremos determinar **o total de vereadores na comissão de saneamento básico**.



Vamos somar as quantidades nas regiões.

$$\text{SB} = 3 + 7 + 8 \quad \rightarrow \quad \mathbf{SB = 18}$$

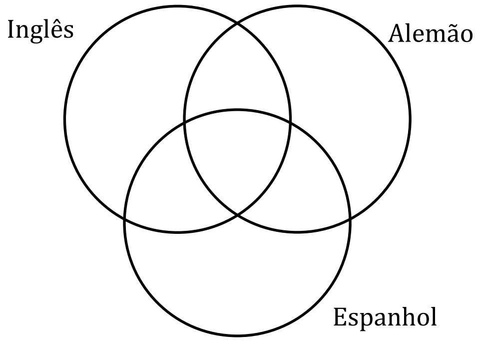
Gabarito: LETRA C.

20. (FCC/CM SÃO PAULO/2014) Os 88 alunos de uma escola de ensino médio devem optar pelo estudo de duas línguas entre inglês, espanhol e alemão. Inglês e alemão é a opção de 36 alunos e, no total, 48 estudam alemão. De acordo com essas informações, é verdade que

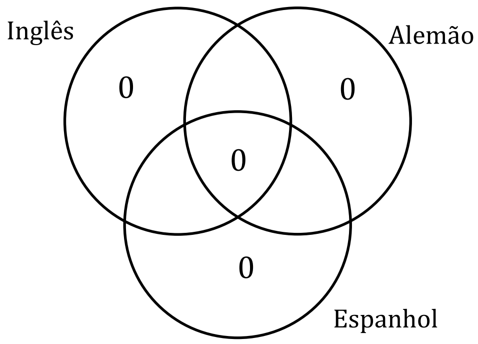
A) 20 alunos estudam inglês e espanhol.
B) 8 alunos estudam espanhol e alemão.
C) no total, 70 alunos estudam inglês.
D) 40 alunos estudam inglês e espanhol.
E) no total, 50 alunos estudam espanhol.

Comentários:

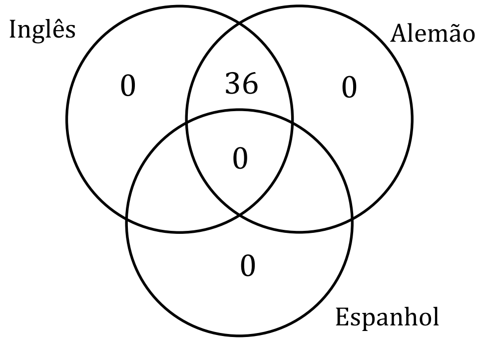
Mais uma vez, vamos recorrer aos diagramas!



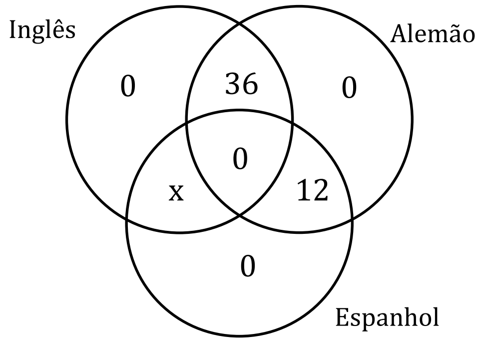
Como os alunos devem **optar pelo estudo de duas línguas**, não podemos ter **nenhum** aluno estudando apenas uma ou as três.



- Inglês e alemão é a opção de 36 alunos.



- 48 estudam alemão.



Como temos um **total de 88 alunos**, podemos fazer:

$$36 + 12 + x = 88 \qquad \rightarrow \qquad x = 40$$

Pronto, agora vamos analisar as alternativas.

A) 20 alunos estudam inglês e espanhol.
Errado. **40 alunos** estudam inglês e espanhol.

B) 8 alunos estudam espanhol e alemão.
Errado. **12 alunos** estudam espanhol e alemão.

C) no total, 70 alunos estudam inglês.
Errado. No total, **76 alunos** estudam inglês.

D) 40 alunos estudam inglês e espanhol.
Certo. É exatamente o "x" que encontramos.

E) no total, 50 alunos estudam espanhol.
Errado. **52 alunos** estudam espanhol.

Gabarito: LETRA D.

21. (FCC/ALEPE/2014) Em um grupo de 90 funcionários de uma repartição pública sabe-se que:

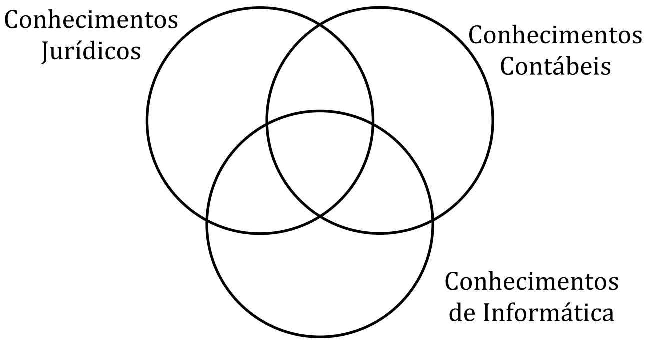
– 12 têm conhecimentos jurídicos, contábeis e de informática;
– 56 têm conhecimentos de informática;
– 49 têm conhecimentos contábeis.

Além disso, todos que têm conhecimentos jurídicos também conhecem informática, e 8 funcionários não têm conhecimento jurídico, nem de informática e nem contábil. Nas condições dadas, o número de funcionários que têm conhecimentos de informática e de contabilidade (simultaneamente), mas que não têm conhecimentos jurídicos, é igual a

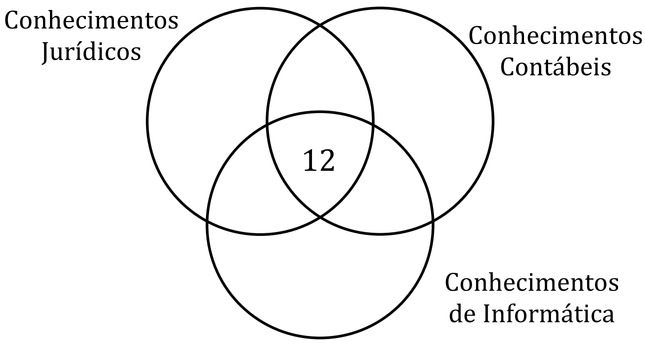
A) 25.
B) 18.
C) 11.
D) 7.
E) 26.

Comentários:

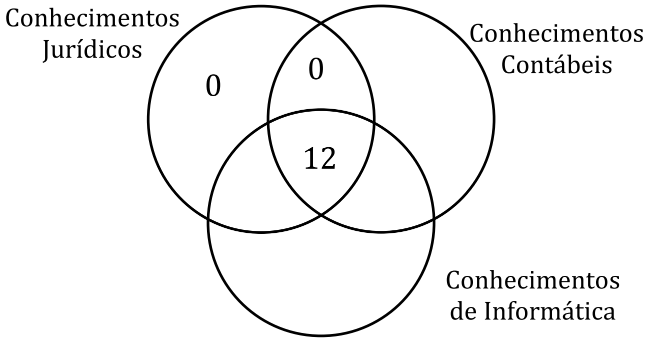
Vamos aos desenhos!



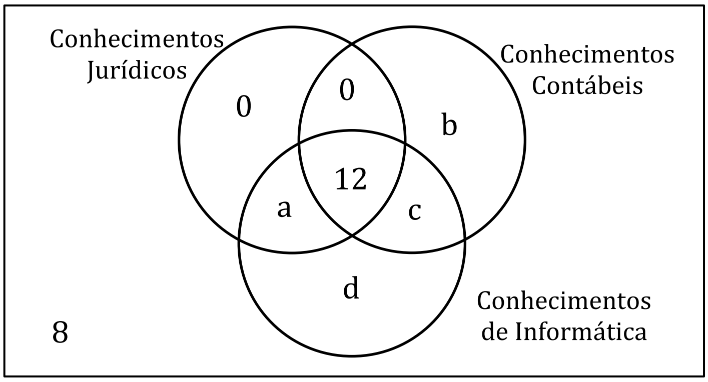
– 12 têm conhecimentos jurídicos, contábeis e de informática;



- **todos** que têm conhecimentos jurídicos também conhecem informática.



- **8 funcionários** não têm conhecimento jurídico, nem de informática e nem contábil.



Como temos **90 funcionários na repartição**, podemos fazer:

$$a + b + c + d + 12 + 8 = 90 \quad \rightarrow \quad a + b + c + d = 70 \quad (1)$$

Ademais, **56 funcionários têm conhecimento de informática**.

$$12 + a + c + d = 56 \quad \rightarrow \quad a + c + d = 44 \quad (2)$$

Por fim, **49 têm conhecimentos contábeis**.

$$12 + b + c = 49 \quad \rightarrow \quad b + c = 37 \quad (3)$$

Usando (2) em (1):

$$b + 44 = 70 \quad \rightarrow \quad b = 26 \quad (4)$$

Usando (4) em (3):

$$26 + c = 37 \quad \rightarrow \quad c = 11$$

Logo, **o número de funcionários com conhecimento contábeis e em informática é 11**.

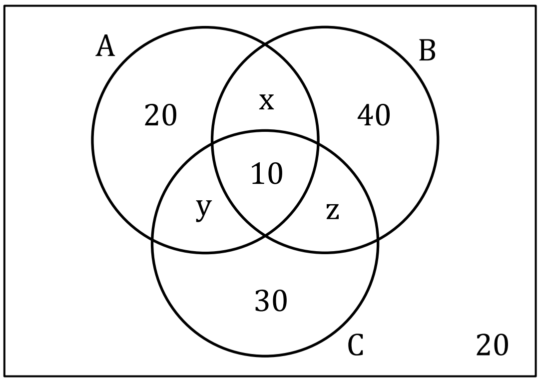
Gabarito: LETRA C.

22. (FCC/TJ-PE/2012) Em um clube com 160 associados, três pessoas, A, B e C (não associados), manifestam seu interesse em participar da eleição para ser o presidente deste clube. Uma pesquisa realizada com todos os 160 associados revelou que

– 20 sócios não simpatizam com qualquer uma destas pessoas.
– 20 sócios simpatizam apenas com a pessoa A.
– 40 sócios simpatizam apenas com a pessoa B.
– 30 sócios simpatizam apenas com a pessoa C.
– 10 sócios simpatizam com as pessoas A, B e C.

A quantidade de sócios que simpatizam com pelo menos duas destas pessoas é
A) 20.
B) 30.
C) 40.
D) 50.
E) 60.

Comentários:
Vamos colocar todas essas informações do enunciado em um diagrama.



Como a pesquisa foi realizada com 160 pessoas, podemos escrever que:

$$20 + 30 + 40 + x + y + z + 10 + 20 = 160$$
$$120 + x + y + z = 160$$
$$x + y + z = 40 \quad (1)$$

Nós estamos procurando o número de sócios que simpatizam com **pelo menos duas pessoas**, isto é,

$$Simpatizam\ com\ pelo\ menos\ 2\ pessoas = 10 + x + y + z$$

Usando (1):

$$Simpatizam\ com\ pelo\ menos\ 2\ pessoas = 10 + 40 = 50$$

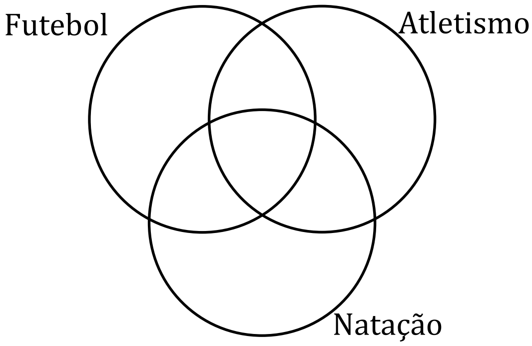
Gabarito: LETRA D.

23. (FCC/CM FORTALEZA/2019) Os 72 alunos de uma escola devem, nas aulas de educação física, participar de treinos em uma, duas ou três modalidades esportivas, entre futebol, atletismo e natação. Sabendo que 33 alunos treinam futebol, 34 treinam atletismo e 26 treinam natação, e que 4 alunos treinam as três modalidades, o número de alunos que treinam exatamente duas modalidades é

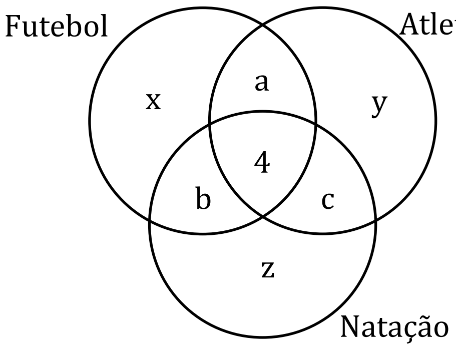
A) 27
B) 16
C) 19
D) 22
E) 13

Comentários:

Temos três modalidades esportivas. Assim,



Nesses problemas, sempre começamos preenchendo a intersecção dos três conjuntos. Como o enunciado falou que **4 alunos treinam <u>as três</u> modalidades**, temos



- **33 alunos treinam futebol**. Assim,

$$x + a + b + 4 = 33 \quad \rightarrow \quad x + a + b = 29 \quad (1)$$

- **34 alunos treinam atletismo**. Logo,

$$y + a + c + 4 = 34 \quad \rightarrow \quad y + a + c = 30 \quad (2)$$

- **26 alunos treinam natação**.

$$z + b + c + 4 = 26 \quad \rightarrow \quad z + b + c = 22 \quad (3)$$

- Por fim, temos **72 alunos**.

$$(x + y + z) + (a + b + c) + 4 = 72 \quad \rightarrow \quad (x + y + z) + (a + b + c) = 68 \quad (4)$$

Queremos **a quantidade de alunos que treinam exatamente duas modalidades**, ou seja, $a + b + c$.

Somando as equação (1), (2) e (3) membro a membro, temos:

$$(x + y + z) + 2 \cdot (a + b + c) = 29 + 30 + 22$$

$$(x + y + z) + 2 \cdot (a + b + c) = 81$$

$$(x + y + z) = 81 - 2 \cdot (a + b + c) \quad (5)$$

Substituindo (5) em (4):

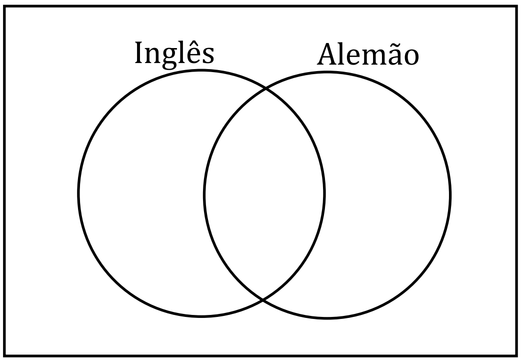
$$81 - 2 \cdot (a + b + c) + (a + b + c) = 68$$

$$81 - (a + b + c) = 68 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{a + b + c = 13}$$

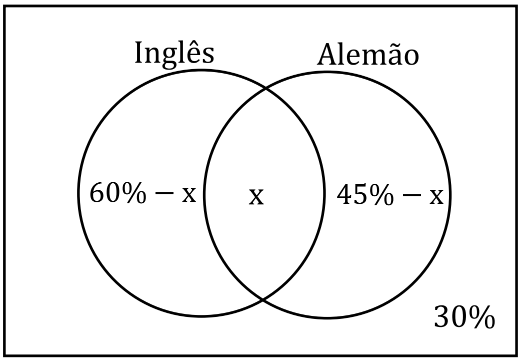
Gabarito: LETRA E.

24. (FCC/TRF-3/2019) Em uma embaixada, 60% dos funcionários falam inglês, 45% falam alemão e 30% deles não falam nenhuma das duas línguas. Se, exatamente, 14 funcionários falam inglês e alemão, o número de funcionários dessa embaixada é igual a
A) 60.
B) 90.
C) 80.
D) 100.
E) 40.

Comentários:
Vamos usar diagramas de Venn.



Com as informações do enunciado, ficamos com o seguinte:



A soma das regiões deve totalizar **100% dos funcionários**.

$$(60\% - x) + x + (45\% - x) + 30\% = 100\%$$

$$135\% - x = 100\% \quad \rightarrow \quad x = 35\%$$

Assim, determinamos que **35% dos funcionários falam inglês e alemão**. Como essa porcentagem corresponde a exatamente **14 funcionários** (dado do enunciado), então o total (T) de funcionários é dado por:

$$35\% \cdot T = 14 \quad \rightarrow \quad T = \frac{14}{35\%} \quad \rightarrow \quad T = \frac{14}{0,35} \quad \rightarrow \quad T = 40$$

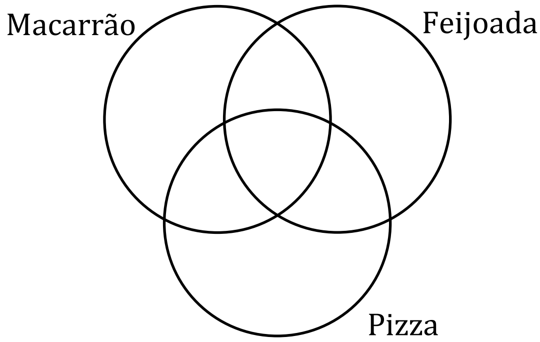
Gabarito: LETRA E.

25. (FCC/ALAP/2020) Em um grupo de 50 amigos, todos os que gostam de macarrão, gostam, também de pizza; e nenhum dos que gosta de feijoada gosta, também, de macarrão; mas cada um dos amigos gosta de, pelo menos, um desses pratos. Dentre os amigos, 38 gostam de pizza e 19 gostam de feijoada. Sabendo que 10 gostam só de pizza, é correto concluir que os que gostam de macarrão são em número de

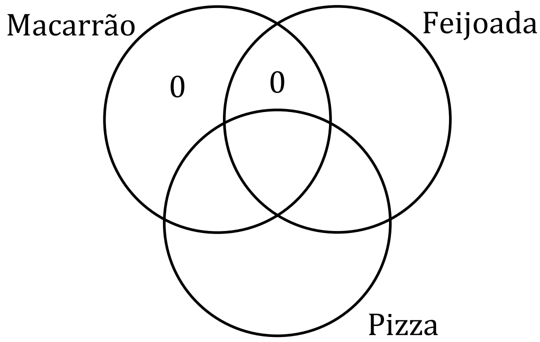
A) 18
B) 20
C) 19
D) 21

E) 17

Comentários:
Ok! Questão para fazermos mais diagramas de Venn.

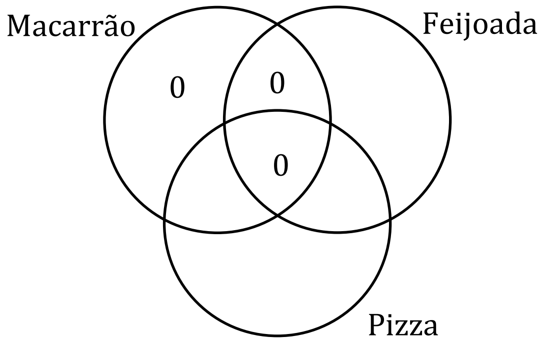


- Todos os que gostam de macarrão, gostam, também de pizza.

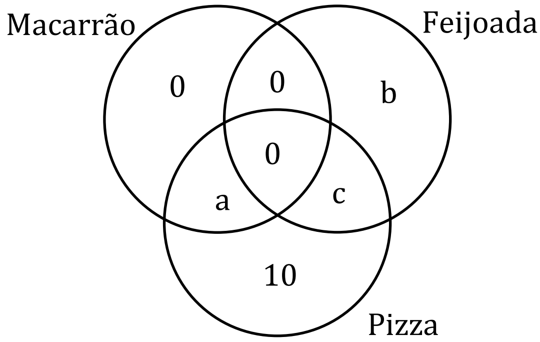


Ora, se todos os que gostam de macarrão, gostam, também de pizza, então **não há ninguém que goste apenas de macarrão ou apenas de macarrão e feijoada**.

- nenhum dos que gosta de feijoada gosta, também, de macarrão;



- 10 gostam só de pizza.



- **38 gostam de pizza.**

$$a + c + 10 = 38 \quad \rightarrow \quad a + c = 28 \quad (1)$$

- **19 gostam de feijoada.**

$$b + c = 19 \quad (2)$$

- Como o grupo é composto de 50 amigos,

$$a + b + c + 10 = 50 \quad \rightarrow \quad a + b + c = 40 \quad (3)$$

Queremos encontrar o número de amigos que gostam de macarrão, devemos **determinar a**.

Usando (1) em (3):

$$28 + b = 40 \quad \rightarrow \quad b = 12$$

Usando esse resultando em (2):

$$12 + c = 19 \quad \rightarrow \quad c = 7$$

Agora, em (1):

$$a + 7 = 28 \quad \rightarrow \quad a = 21$$

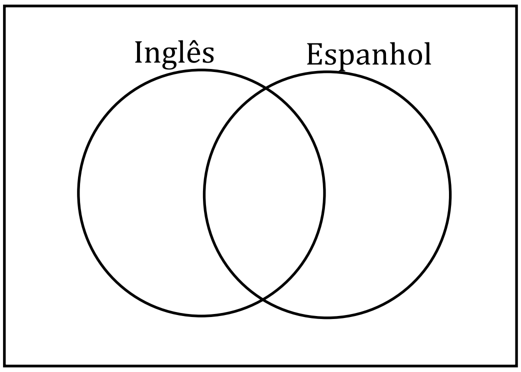
Gabarito: LETRA D.

26. (FCC/PREF. MANAUS/2019) Em uma determinada secretaria municipal no Brasil, do total de 49 servidores, há 21 deles que não falam nenhum idioma estrangeiro; os demais falam inglês ou espanhol ou ambos. Se 13 falam espanhol e 22, inglês, então o número de servidores que falam apenas espanhol é

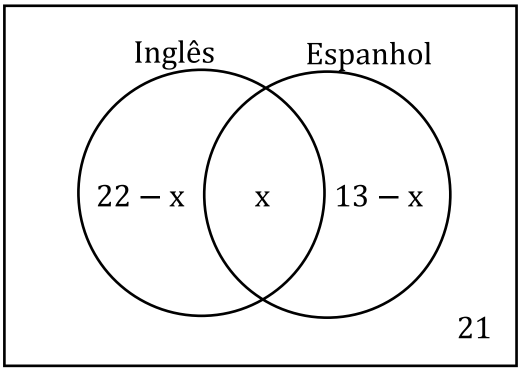
A) 4.
B) 2.
C) 6.
D) 8.
E) 10.

Comentários:

Vamos esquematizar esses conjuntos.



Com as informações do enunciado, ficamos com:



Como há um total de **49 servidores**:

$$(22 - x) + x + (13 - x) + 21 = 49$$

$$56 - x = 49 \quad \rightarrow \quad x = 7$$

Logo, **sete** é a quantidade de servidores que **falam os dois idiomas**. Como estamos buscando aqueles que falam apenas espanhol, basta fazermos:

$$Só\ Espanhol = 13 - x \quad \rightarrow \quad Só\ Espanhol = 13 - 7 = 6$$

Gabarito: LETRA C.

27. (FCC/TRT-11/2017) Para um concurso foram entrevistados 970 candidatos, dos quais 527 falam inglês, 251 falam francês, 321 não falam inglês nem francês. Dos candidatos entrevistados, falam inglês e francês, aproximadamente,

A) 13%

B) 18%

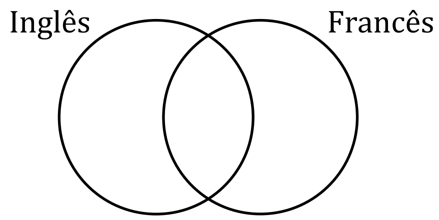
C) 9%

D) 11%

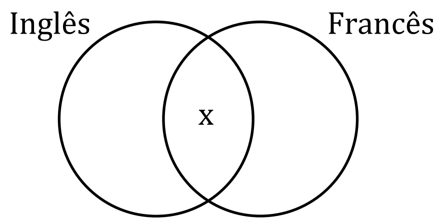
E) 6%

Comentários:

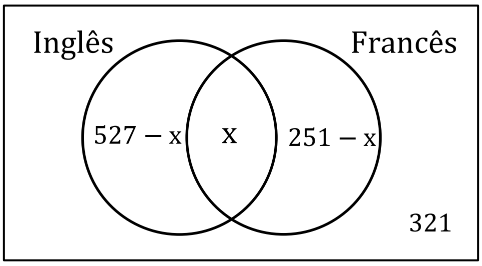
Ótima questão para treinarmos!



Nesse tipo de problema, sempre devemos começar colocando **o valor da intersecção dos dois conjuntos**. Como o enunciado não forneceu, vamos chamar esse valor de "x".



Agora, considerando que **527 falam inglês**, **251 falam francês**, **321 não falam inglês nem francês**, então,

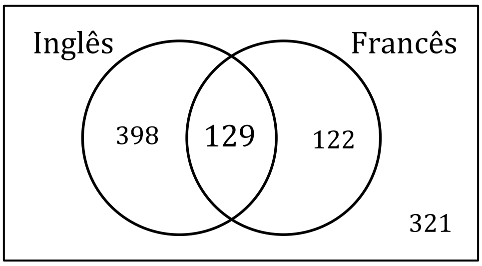


Como foram entrevistados **970 candidatos**,

$$(527 - x) + x + (251 - x) + 321 = 970$$

$$1099 - x = 970 \quad \rightarrow \quad x = 129$$

Com isso, o diagrama fica assim:



Note que **129 falam inglês e francês**. Logo,

$$\%n(I \cap F) = \frac{129}{970} \cdot 100 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{\%n(I \cap F) = 13,3\%}$$

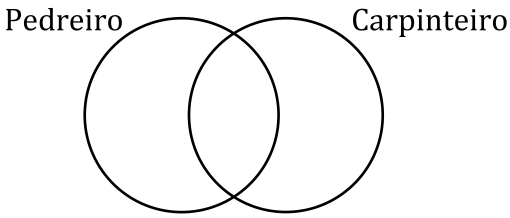
Gabarito: LETRA A.

28. (FCC/TRT-11/2017) Uma construtora convoca interessados em vagas de pedreiros e de carpinteiros. No dia de apresentação, das 191 pessoas que se interessaram, 113 disseram serem aptas para a função pedreiro e 144 disseram serem aptas para a função carpinteiro. A construtora contratou apenas as pessoas que se declararam aptas em apenas uma dessas funções. Agindo dessa maneira, o número de carpinteiros que a construtora contratou a mais do que o número de pedreiros foi igual a

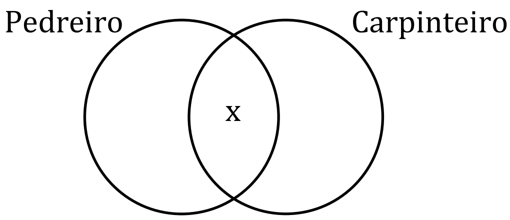
A) 65
B) 47
C) 31
D) 19
E) 12

Comentários:

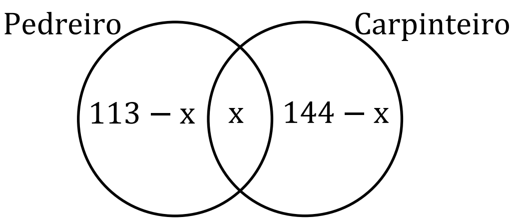
Vamos desenhar o diagrama de Venn.



Começamos pela intersecção. Como o enunciado não falou nada a respeito, vamos chamar esse valor de "x".



- **113 disseram serem aptas para a função pedreiro** e **144 disseram serem aptas para a função carpinteiro**. Quando inserimos essas informações no diagrama, ficamos com:

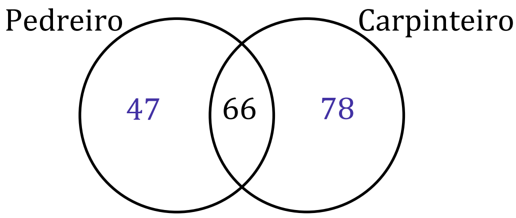


Como temos **191 pessoas interessadas**, podemos fazer:

$$(113 - x) + x + (144 - x) = 191$$

$$257 - x = 191 \quad \rightarrow \quad x = 66$$

Estamos interessados apenas naqueles que e**stão aptos a fazer uma única função**. Assim,



Dessa forma, **a empresa contratou 47 pedreiros e 78 carpinteiros**. A diferença entra essas duas quantidades é exatamente o que a questão pede.

$$diferença = 78 - 47 \quad \rightarrow \quad diferença = 31$$

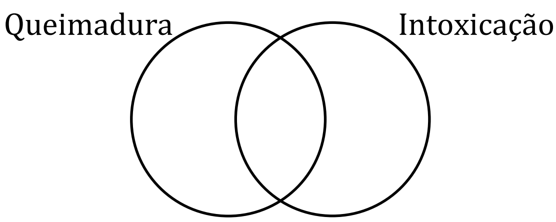
Gabarito: LETRA C.

29. (FCC/TRT-14/2016) Após combater um incêndio em uma fábrica, o corpo de bombeiros totalizou as seguintes informações sobre as pessoas que estavam no local durante o incêndio:

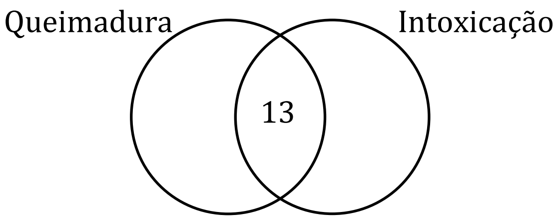
– 28 sofreram apenas queimaduras;
– 45 sofreram intoxicação;
– 13 sofreram queimaduras e intoxicação;
– 7 nada sofreram.

Do total de pessoas que estavam no local durante os acidentes, sofreram apenas intoxicação
A) 48,38%.
B) 45,00%.
C) 42,10%.
D) 56,25%.
E) 40,00%.

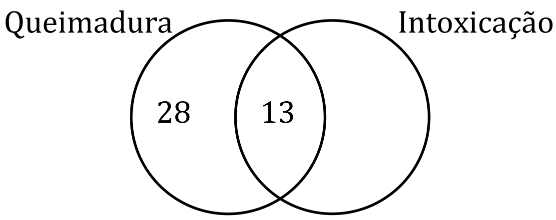
Comentários:
Primeiramente, vamos desenhar o diagrama de Venn do problema.



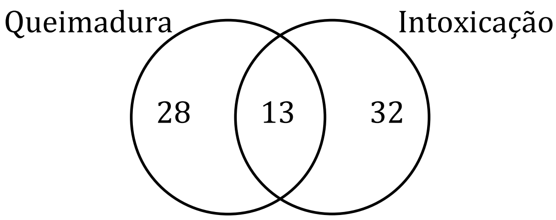
Agora, começamos a preencher os valores pela intersecção: **13 sofreram queimaduras e intoxicação;**



– 28 sofreram apenas queimaduras;

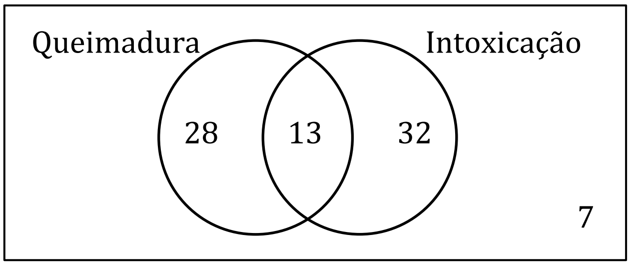


– 45 sofreram intoxicação;



Não podemos deixar de **descontar os 13 que já tínhamos colocado na intersecção**.

– 7 nada sofreram.



O total de pessoas no local do acidente foi de:

$$\text{Total} = 28 + 13 + 32 + 7 \quad \rightarrow \quad \text{Total} = 80$$

Como **32 pessoas sofreram apenas intoxicação**, a porcentagem é dada por:

$$\frac{32}{80} \cdot 100 = 40\%$$

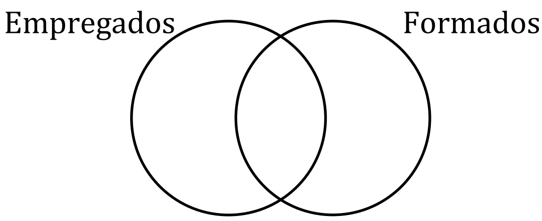
Gabarito: LETRA E.

30. (FCC/CREMESP/2016) Em um grupo de 63 pessoas há enfermeiros empregados e enfermeiros formados. Ao todo são 46 enfermeiros formados e ao todo são 52 enfermeiros empregados. O número de enfermeiros formados que não estão empregados é

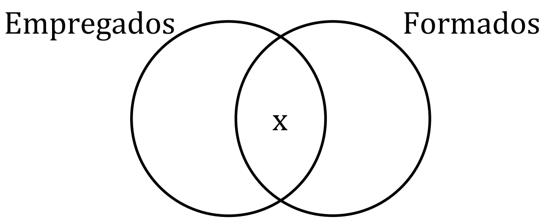
A) 6.
B) 17.
C) 11.
D) 15.
E) 35.

Comentários:

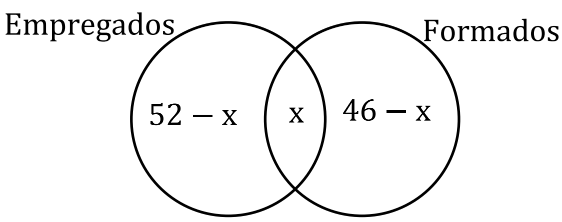
Mais uma de diagrama de Venn!



Começamos sempre pela intersecção! O enunciado não fornece esse valor, por esse motivo usaremos "x".



Temos que ao todo são **46 enfermeiros formados** e ao todo são **52 enfermeiros empregados**. Como já contabilizamos "x" na intersecção, ficamos com:

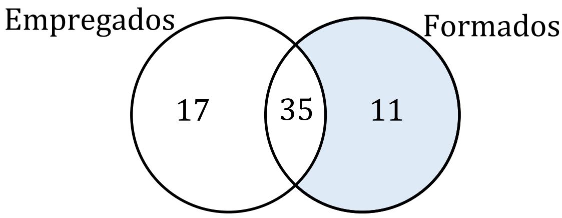


No total, **temos um grupo de 63 pessoas**. Assim,

$$(52 - x) + x + (46 - x) = 63$$

$$98 - x = 63 \qquad \rightarrow \qquad x = 35$$

Temos então **35 enfermeiros formados e empregados**.



Como queremos o número de **enfermeiros formados e não empregados**, estamos procurando pela região destacada no diagrama acima. Desse modo, podemos marcar a alternativa C.

Gabarito: LETRA C.

Lista de Questões - FCC

Princípio da Inclusão-Exclusão

1. (FCC/SABEPS/2019) Um grupo é formado por 410 ciclistas. Desses ciclistas 260 praticam natação e 330 correm regularmente. Sabendo que 30 ciclistas não nadam e não correm regularmente, o número de ciclistas que praticam natação e correm regularmente é:

A) 170.
B) 150.
C) 130.
D) 190.
E) 210.

2. (FCC/METRO-SP/2019) Um encontro foi realizado com 104 ilustradores. Dentre esses ilustradores, 47 também são compositores e 22 também são escritores. Sabendo que 55 ilustradores não são nem compositores nem escritores, o número de pessoas no encontro que trabalham nas três atividades é:

A) 12.
B) 14.
C) 16.
D) 18.
E) 20.

3. (FCC/CM-FORTALEZA/2019) Uma empresa de entregas conta com 44 motoristas, que dirigem apenas caminhão, apenas moto ou ambos. Se 23 deles dirigem caminhão e 27, moto, o número de motoristas que dirigem apenas caminhão é

A) 17.
B) 16.
C) 15.
D) 14.
E) 18.

4. (FCC/TRF-3/2019) O número de matriculados nas disciplinas de Cálculo, Estatística e Microeconomia é 150. Sabe-se que 12 deles cursam simultaneamente Microeconomia e Estatística, e que 80 deles cursam somente Cálculo. Os alunos matriculados em Microeconomia não cursam Cálculo. Se a turma de Cálculo tem 96 alunos e a de Estatística, 35, o número de alunos na turma de Microeconomia é

A) 12.
B) 47.
C) 7.
D) 28.
E) 23.

5. (FCC/SEMEF/2019) Em um curso preparatório para vestibulares, todos os professores que ensinam física ou química ensinam também matemática, e nenhum dos professores que ensinam biologia ensina também matemática. Logo,

A) nenhum dos professores que ensinam física ensina também biologia.
B) todos os professores que ensinam tanto física quanto química ensinam também biologia.
C) há professores que ensinam química e biologia.
D) todos os professores que ensinam matemática e não ensinam química ensinam biologia.
E) há professores que ensinam física e biologia.

6. (FCC/SEFAZ-BA/2019) Os ministérios A, B e C do Governo Federal de determinado país foram fundidos em um só. Para o novo ministério, foram alocados 300 assessores especiais, alguns deles com passagens em mais de um desses três ministérios. Os que haviam trabalhado em exatamente dois dentre os três ministérios antigos eram 171. Os que haviam trabalhado nos três ministérios antigos eram 17. Os que haviam trabalhado apenas no Ministério A eram 52. Os que haviam trabalhado no ministério B e no C eram 84, enquanto os que haviam trabalhado no ministério A e no C eram 64. O número total dos assessores que haviam trabalhado apenas no ministério B ou apenas no C é igual a
A) 23.
B) 60.
C) 100.
D) 112.
E) 141.

7. (FCC/CLDF/2018) Em uma escola com 150 alunos, são oferecidos cursos de Inglês e Francês. Conforme um levantamento, 15 alunos desta escola não estão frequentando estes cursos e 90 frequentam o curso de Inglês. Se 72 alunos frequentam o curso de Francês, então o número de alunos que frequenta um e somente um dos cursos é igual a
A) 144.
B) 138.
C) 132.
D) 108.
E) 126.

8. (FCC/TRF-6/2018) Em uma empresa com 120 funcionários, 42 recebem vale-transporte e 95 recebem vale-refeição. Sabendo que todos os funcionários da empresa recebem ao menos um desses dois benefícios, o total de funcionários que recebem ambos os benefícios é igual a
A) 25.
B) 17.
C) 15.
D) 19.
E) 20.

9. (FCC/AFAP/2018) Foi feita uma pesquisa entre todos os funcionários da empresa X e constatou-se que 50 deles falavam inglês, 45 espanhol e 15 falavam as duas línguas. Verificou-se também que 5 dos funcionários não falavam nenhuma língua estrangeira. Então, o número de funcionários da empresa X é
A) 95.
B) 75.
C) 85.
D) 80.

E) 90.

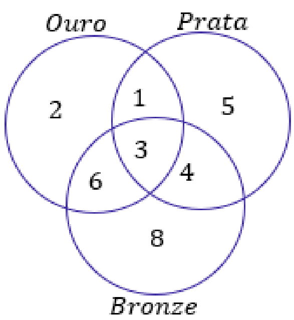
10. (FCC/SABESP/2017) Ao todo são 195 engenheiros. Alguns desses engenheiros são engenheiros civis, outros são engenheiros hidráulicos e outros são engenheiros civis e hidráulicos. Sabe-se que ao todo são 143 engenheiros civis e ao todo são 109 engenheiros hidráulicos. Desse modo, é correto concluir que o total de engenheiros civis que não são engenheiros hidráulicos é igual a

A) 86.
B) 94.
C) 57.
D) 77.
E) 52.

11. (FCC/PREF. CAMPO MOURÃO/2015) Foram entrevistadas 50 pessoas sobre suas preferências de duas marcas A e B. Onde os resultados foram: 21 pessoas disseram que usar a marca A, 10 pessoas responderam que usar a marca A e B e 5 pessoas não usam nem uma das marcas. Com estas informações quantas pessoas usam somente a marca B?

A) 24.
B) 30.
C) 44.
D) 35.
E) 15.

12. (FCC/METRO-SP/2015) O diagrama indica a distribuição de atletas da delegação de um país nos jogos universitários por medalha conquistada. Sabe-se que esse país conquistou medalhas apenas em modalidades individuais. Sabe-se ainda que cada atleta da delegação desse país que ganhou uma ou mais medalhas não ganhou mais de uma medalha do mesmo tipo (ouro, prata, bronze). De acordo com o diagrama, por exemplo, 2 atletas da delegação desse país ganharam cada um, apenas uma medalha de ouro.



A análise adequada do diagrama permite concluir corretamente que o número de medalhas conquistadas por esse país nessa edição dos jogos universitários foi de

A) 15.
B) 29.
C) 52.
D) 46.
E) 40.

13. (FCC/SABESP/2018) Um departamento possui 24 funcionários, sendo que alguns têm formação superior apenas em Direito, mais do que um tem formação superior apenas em Administração, alguns têm formação superior em Direito e Administração, e outros não possuem formação superior. Desses funcionários, 19 possuem apenas uma formação superior e 2 não possuem formação superior. Sendo assim, o maior número possível de funcionários desse departamento que possuem formação superior em Direito é igual a

A) 20.
B) 16.
C) 14.
D) 19.
E) 17.

14. (FCC/TCE-SP/2015) Em um grupo de 33 operários da construção civil há serralheiros, carpinteiros e pedreiros. Alguns deles exercem mais de uma dessas funções quando necessário. Nesse grupo não há serralheiro que também não seja pedreiro, e 5 dos serralheiros também são carpinteiros. Os carpinteiros que são pedreiros, também são serralheiros. São 12 os serralheiros que não são carpinteiros. Os demais operários exercem apenas uma dessas funções. Com essas informações é possível determinar que o número de operários que exercem mais de uma função supera o número daqueles que exercem apenas uma função em

A) 3.
B) 4.
C) 1.
D) 2.
E) 5.

15. (FCC/SEFAZ-RJ/2014) Em uma grande empresa, 50% dos empregados são assinantes da revista X, 40% são assinantes da revista Y e 60% são assinantes da revista Z. Sabe-se que 20% dos empregados assinam as revistas X e Y, 30% assinam as revistas X e Z, 20% assinam as revistas Y e Z e 10% não assinam nenhuma das revistas. Considerando que existam somente as revistas X, Y e Z, obtém-se que a porcentagem dos empregados que assinam mais que uma revista é igual a

A) 40%
B) 60%
C) 50%
D) 70%
E) 80%

16. (FCC/TRF-3/2014) Em uma construtora, há pelo menos um eletricista que também é marceneiro e há pelo menos um eletricista que também é pedreiro. Nessa construtora, qualquer eletricista é também marceneiro ou pedreiro, mas não ambos. Ao todo são 9 eletricistas na empresa e, dentre esses, são em maior número aqueles eletricistas que são também marceneiros. Há outros 24 funcionários que não são eletricistas. Desses, 15 são marceneiros e 13 são pedreiros. Nessa situação, o maior número de funcionários que podem atuar como marceneiros é igual a

A) 33.
B) 19.
C) 24.
D) 15.

E) 23.

17. (FCC/TRT-19/2014) Mapeando 21 funcionários quanto ao domínio das habilidades A, B e C, descobriu-se que nenhum deles dominava, simultaneamente, as três habilidades. Já com domínio de duas habilidades simultâneas há, pelo menos, uma pessoa em todas as possibilidades. Também há quem domine apenas uma dessas habilidades seja qual habilidade for. O intrigante no mapeamento é que em nenhum grupo, seja de domínio de uma ou de duas habilidades, há número igual de pessoas. Sabendo-se que o total daqueles que dominam a habilidade A são 12 pessoas e que o total daqueles que dominam a habilidade B também são 12 pessoas, o maior número possível daqueles que só dominam a habilidade C é igual a

A) 3.
B) 1.
C) 2.
D) 4.
E) 5.

18. (FCC/TCE-SP/2014) Dos 46 técnicos que estão aptos para arquivar documentos 15 deles também estão aptos para classificar processos e os demais estão aptos para atender ao público. Há outros 11 técnicos que estão aptos para atender ao público, mas não são capazes de arquivar documentos. Dentre esses últimos técnicos mencionados, 4 deles também são capazes de classificar processos. Sabe-se que aqueles que classificam processos são, ao todo, 27 técnicos. Considerando que todos os técnicos que executam essas três tarefas foram citados anteriormente, eles somam um total de

A) 58
B) 65
C) 76
D) 53
E) 95

19. (FCC/CM SÃO PAULO/2014) Dos 43 vereadores de uma cidade, 13 deles não se inscreveram nas comissões de Educação, Saúde e Saneamento Básico. Sete dos vereadores se inscreveram nas três comissões citadas. Doze deles se inscreveram apenas nas comissões de Educação e Saúde e oito deles se inscreveram apenas nas comissões de Saúde e Saneamento Básico. Nenhum dos vereadores se inscreveu em apenas uma dessas comissões. O número de vereadores inscritos na comissão de Saneamento Básico é igual a

A) 15
B) 21
C) 18
D) 27
E) 16

20. (FCC/CM SÃO PAULO/2014) Os 88 alunos de uma escola de ensino médio devem optar pelo estudo de duas línguas entre inglês, espanhol e alemão. Inglês e alemão é a opção de 36 alunos e, no total, 48 estudam alemão. De acordo com essas informações, é verdade que

A) 20 alunos estudam inglês e espanhol.
B) 8 alunos estudam espanhol e alemão.
C) no total, 70 alunos estudam inglês.

D) 40 alunos estudam inglês e espanhol.
E) no total, 50 alunos estudam espanhol.

21. (FCC/ALEPE/2014) Em um grupo de 90 funcionários de uma repartição pública sabe-se que:

– 12 têm conhecimentos jurídicos, contábeis e de informática;
– 56 têm conhecimentos de informática;
– 49 têm conhecimentos contábeis.

Além disso, todos que têm conhecimentos jurídicos também conhecem informática, e 8 funcionários não têm conhecimento jurídico, nem de informática e nem contábil. Nas condições dadas, o número de funcionários que têm conhecimentos de informática e de contabilidade (simultaneamente), mas que não têm conhecimentos jurídicos, é igual a
A) 25.
B) 18.
C) 11.
D) 7.
E) 26.

22. (FCC/TJ-PE/2012) Em um clube com 160 associados, três pessoas, A, B e C (não associados), manifestam seu interesse em participar da eleição para ser o presidente deste clube. Uma pesquisa realizada com todos os 160 associados revelou que

– 20 sócios não simpatizam com qualquer uma destas pessoas.
– 20 sócios simpatizam apenas com a pessoa A.
– 40 sócios simpatizam apenas com a pessoa B.
– 30 sócios simpatizam apenas com a pessoa C.
– 10 sócios simpatizam com as pessoas A, B e C.

A quantidade de sócios que simpatizam com pelo menos duas destas pessoas é
A) 20.
B) 30.
C) 40.
D) 50.
E) 60.

23. (FCC/CM FORTALEZA/2019) Os 72 alunos de uma escola devem, nas aulas de educação física, participar de treinos em uma, duas ou três modalidades esportivas, entre futebol, atletismo e natação. Sabendo que 33 alunos treinam futebol, 34 treinam atletismo e 26 treinam natação, e que 4 alunos treinam as três modalidades, o número de alunos que treinam exatamente duas modalidades é
A) 27
B) 16
C) 19
D) 22
E) 13

24. (FCC/TRF-3/2019) Em uma embaixada, 60% dos funcionários falam inglês, 45% falam alemão e 30% deles não falam nenhuma das duas línguas. Se, exatamente, 14 funcionários falam inglês e alemão, o número de funcionários dessa embaixada é igual a

A) 60.
B) 90.
C) 80.
D) 100.
E) 40.

25. (FCC/ALAP/2020) Em um grupo de 50 amigos, todos os que gostam de macarrão, gostam, também de pizza; e nenhum dos que gosta de feijoada gosta, também, de macarrão; mas cada um dos amigos gosta de, pelo menos, um desses pratos. Dentre os amigos, 38 gostam de pizza e 19 gostam de feijoada. Sabendo que 10 gostam só de pizza, é correto concluir que os que gostam de macarrão são em número de

A) 18
B) 20
C) 19
D) 21
E) 17

26. (FCC/PREF. MANAUS/2019) Em uma determinada secretaria municipal no Brasil, do total de 49 servidores, há 21 deles que não falam nenhum idioma estrangeiro; os demais falam inglês ou espanhol ou ambos. Se 13 falam espanhol e 22, inglês, então o número de servidores que falam apenas espanhol é

A) 4.
B) 2.
C) 6.
D) 8.
E) 10.

27. (FCC/TRT-11/2017) Para um concurso foram entrevistados 970 candidatos, dos quais 527 falam inglês, 251 falam francês, 321 não falam inglês nem francês. Dos candidatos entrevistados, falam inglês e francês, aproximadamente,

A) 13%
B) 18%
C) 9%
D) 11%
E) 6%

28. (FCC/TRT-11/2017) Uma construtora convoca interessados em vagas de pedreiros e de carpinteiros. No dia de apresentação, das 191 pessoas que se interessaram, 113 disseram serem aptas para a função pedreiro e 144 disseram serem aptas para a função carpinteiro. A construtora contratou apenas as pessoas que se declararam aptas em apenas uma dessas funções. Agindo dessa maneira, o número de carpinteiros que a construtora contratou a mais do que o número de pedreiros foi igual a

A) 65
B) 47
C) 31
D) 19

E) 12

29. (FCC/TRT-14/2016) Após combater um incêndio em uma fábrica, o corpo de bombeiros totalizou as seguintes informações sobre as pessoas que estavam no local durante o incêndio:

– 28 sofreram apenas queimaduras;
– 45 sofreram intoxicação;
– 13 sofreram queimaduras e intoxicação;
– 7 nada sofreram.

Do total de pessoas que estavam no local durante os acidentes, sofreram apenas intoxicação
A) 48,38%.
B) 45,00%.
C) 42,10%.
D) 56,25%.
E) 40,00%.

30. (FCC/CREMESP/2016) Em um grupo de 63 pessoas há enfermeiros empregados e enfermeiros formados. Ao todo são 46 enfermeiros formados e ao todo são 52 enfermeiros empregados. O número de enfermeiros formados que não estão empregados é
A) 6.
B) 17.
C) 11.
D) 15.
E) 35.

Gabarito

1. LETRA E
2. LETRA E
3. LETRA A
4. LETRA B
5. LETRA A
6. LETRA B
7. LETRA D
8. LETRA B
9. LETRA C
10. LETRA A
11. LETRA A
12. LETRA D
13. LETRA D
14. LETRA C
15. LETRA C
16. LETRA E
17. LETRA A
18. LETRA B
19. LETRA C
20. LETRA D
21. LETRA C
22. LETRA D
23. LETRA E
24. LETRA E
25. LETRA D
26. LETRA C
27. LETRA A
28. LETRA C
29. LETRA E
30. LETRA C

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1 Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2 Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3 Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4 Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5 Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6 Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7 Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8 O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.