Aula 00

Prefeitura de Canaã dos Carajás-PA (Professor de Educação Básica) Matemática e suas Tecnologias - 2024 (Pós-Edital)

Autor:

Equipe Exatas Estratégia Concursos

03 de Outubro de 2024

Índice

AVISO IMPORTANTE!

Olá, Alunos (as)!

Passando para informá-los a respeito da **disposição das questões** dentro do nosso material didático. Informamos que a escolha das bancas, dentro dos nossos Livros Digitais, é feita de maneira estratégica e pedagógica pelos nossos professores a fim de proporcionar a melhor didática e o melhor direcionamento daquilo que mais se aproxima do formato de cobrança da banca do seu concurso.

Assim, o formato de questões divididas por tópico facilitará o seu processo de estudo, deixando mais alinhado às disposições constantes no edital.

No mais, continuaremos à disposição de todos no Fórum de dúvidas!

Atenciosamente,

Equipe Exatas

Estratégia Concursos

APRESENTAÇÃO DO CURSO

Olá, pessoal! Tudo bem?

É com grande satisfação que damos início ao nosso curso!

Os professores **Eduardo Mocellin, Francisco Rebouças, Luana Brandão, Djefferson Maranhão** e **Vinicius Veleda** ficarão responsáveis pelo **Livro Digital**.

Antes de continuarmos, vamos apresentar os professores do material escrito:

> **Eduardo Mocellin**: Fala, pessoal! Meu nome é Eduardo Mocellin, sou professor de Matemática e de Raciocínio Lógico do Estratégia Concursos e engenheiro Mecânico-Aeronáutico pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Sinto-me feliz em poder contribuir com a sua aprovação! Não deixe de me seguir no Instagram: **@edu.mocellin**
>
> **Francisco Rebouças**: Fala, alunos! Aqui é o Francisco Rebouças, professor de Matemática do Estratégia Concursos. Sou Engenheiro Aeroespacial formado pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Saiba que será uma honra fazer parte da sua jornada rumo à aprovação e que estaremos sempre aqui para auxiliá-los com o que precisarem. Um grande abraço e nos vemos nas aulas!
>
> **Luana Brandão:** Oi, pessoal! O meu nome é Luana Brandão e sou professora de Estatística do Estratégia Concursos. Sou Graduada, Mestre e Doutora em Engenharia de Produção, pela Universidade Federal Fluminense. Passei nos concursos de Auditor Fiscal (2009/2010) e Analista Tributário (2009) da Receita Federal e de Auditor Fiscal do Estado do Rio de Janeiro (2010). Sou Auditora Fiscal do Estado do RJ desde 2010. Vamos juntos nesse caminho até a aprovação? **@professoraluanabrandao**
>
> **Djefferson Maranhão**: Olá, amigos do Estratégia Concursos, tudo bem? Meu nome é Djefferson Maranhão, professor de Estatística do Estratégia Concursos. Sou Graduado em Ciência da Computação pela Universidade Federal do Maranhão (UFMA). Desde 2015, sou Auditor da Controladoria Geral do Estado do Maranhão (2015 - 5º lugar). Antes, porém, exerci os cargos de Analista de Sistemas na UFMA (2010 - 1º lugar) e no TJ-MA (2011 - 1º lugar). Já estive na posição de vocês e sei o quanto a vida de um concurseiro é um tanto atribulada! São vários assuntos para se dominar em um curto espaço de tempo. Por isso, contem comigo para auxiliá-los nessa jornada rumo à aprovação. Um grande abraço.
>
> **Vinicius Veleda:** Olá, caros alunos! Sou Auditor Fiscal do Estado do Rio Grande do Sul. Professor de Matemática e Matemática Financeira do Estratégia Concursos. Aprovado nos Concursos de Auditor Fiscal da Secretaria da Fazenda dos Estados do Rio Grande do Sul (SEFAZ RS - 2019), Santa Catarina (SEFAZ SC - 2018) e Goiás (SEFAZ GO - 2018). Formado em Engenharia de Petróleo pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) com graduação sanduíche em Engenharia Geológica pela Universidade Politécnica de Madrid (UPM). Pela UFRJ, fui campeão sul americano do Petrobowl (Buenos Aires) e, posteriormente, Campeão Mundial (Dubai). Cursei meu ensino médio na Escola Preparatória de Cadetes do Exército (EsPCEx). Contem comigo nessa trajetória! **@viniciusveleda**

O material escrito em **PDF** está sendo construído para ser sua fonte **autossuficiente** de estudos. Isso significa que o livro digital será **completo** e **voltado para o seu edital**, justamente para que você não perca o seu precioso tempo "caçando por aí" o conteúdo que será cobrado na sua prova. Ademais, sempre que necessário, você poderá fazer perguntas sobre as aulas no **fórum de dúvidas**. **Bons estudos!**

OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS

Operações Básicas

Introdução

Galera, vou ser sincero aqui. Se você tem facilidade com as operações básicas, sugiro pular diretamente para os exercícios ou ir para a parte da teoria que julgar que tem mais dificuldade. A proposta dessa parte inicial da teoria é abordar conceitos elementares. No entanto, caso queira revisar, sinta-se à vontade! Vamos lá?!

Acredito que todos nós, em algum momento da vida, já tivemos que utilizar as operações básicas algumas (muitas) vezes. Nos dias atuais, em que precisamos trabalhar com dinheiro constantemente, atos como **somar, subtrair, multiplicar e dividir** estão sempre presentes.

Imagine que você tem R$ 100,00 na sua conta bancária e ganhou seu primeiro salário como **servidor**, no valor de **R$ 3.000,00**. É capaz de, sem nem perceber, você realizar uma soma e concluir que ficou com o saldo de R$ 3.100,00.

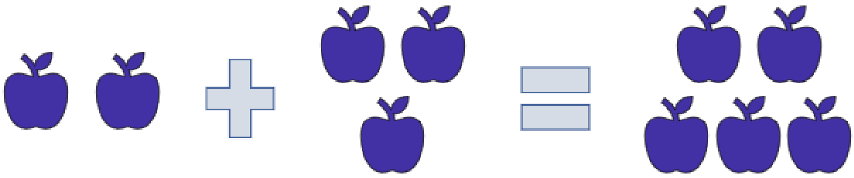
Com o seu primeiro salário, você vai no centro da cidade e decide comprar um novo celular. Entra em algumas lojas, acha aquele que tanto queria e consegue comprá-lo por R$ 1.500,00. Observe que se você tinha R$ 3.100,00 e gastou R$ 1.500,00, agora ficou com **R$ 1.600,00 de saldo**.

Quando chega em casa, seu pai lembra que você prometeu metade da quantia que sobrasse após a compra do celular, para ajudar nas despesas domésticas. Você pega e **divide R$ 1.600,00 por 2** e entrega R$ 800,00 para ele.

Observe que corriqueiramente estamos trabalhando com as operações básicas e nem nos damos conta. Acontece que nem sempre as "continhas" vão fluir assim. Por vezes, **elas podem se tornar complexas** e acabam exigindo o conhecimento de algumas regras. Vamos conhecer esse assunto um pouco melhor?

Soma

Em uma soma, nós pegamos dois ou mais números e os combinamos para formar um único número. **Essa combinação é feita adicionando (daí também o nome "adição") um número ao outro**. Particularmente, eu acho muito difícil entender a soma pensando apenas em números. Lembre-se que tudo se originou com **a necessidade de contar coisas**. Por exemplo, se você compra **duas maçãs** e ganha **mais três de brinde**. Com quantas maçãs você ficará?



Veja que você tinha duas maçãs (representamos a quantidade com o número "2") ganhou mais três ("3"), resultando em cinco ("5") maçãs. Portanto, $2 + 3 = 5$. O sinal que usamos para denotar a operação da soma é o **"mais" (+)**. Sempre que a intenção for somar dois números, usaremos ele. Tudo bem?

Uma vez entendida essa noção elementar de soma, vamos fazer alguns exemplos para explicar o método que usamos para somar quaisquer dois números ou mais.

Exemplo 1) $45 + 7$

O primeiro passo é **colocar um número abaixo do outro**, lembrando que o algarismo da unidade fica abaixo do algarismo da unidade, o da dezena abaixo do da dezena e assim sucessivamente.

III - Esse número "**1**" veio do "**1**2" que obtivemos na primeira soma. Vamos somá-lo com o 4, para obter o algarismo "5".

IV - O resultado ficará aqui. No caso, temos que $45 + 7 = 52$.

$$\begin{array}{rrr} & {}^{1}4 & 5 \\ + & & 7 \\ \hline & 5 & \mathbf{2} \end{array}$$

I - Começamos somando os algarismos das unidades. Note que $5 + 7 = 12$.

II - Abaixo da linha escrevemos o algarismo da unidade da soma de cima.

Caso não lembre bem quais são os algarismos das unidades, das dezenas, das centenas etc. segue abaixo **uma tabela que resume bem os principais grupos**.

Número	Unidade de milhão	Centena de milhar	Dezena de milhar	Unidade de milhar	Centena	Dezena	Unidade
145257	-	1	4	5	2	5	7
3520	-	-	-	3	5	2	0
256	-	-	-	-	2	5	6

Exemplo 2) $2450 + 731$

Mesma coisa aqui, pessoal! Colocaremos um abaixo do outro e somaremos algarismo por algarismo!

$$\begin{array}{rrrrr} & {}^{1}2 & 4 & 5 & 0 \\ + & & 7 & 3 & 1 \\ \hline & 3 & 1 & 8 & 1 \end{array}$$

Exemplo 3) $120 + 13{,}25$

E agora que temos vírgula? Prosseguiremos quase igual! Veja como ficaria:

$$\begin{array}{rcccccc} & 1 & 2 & 0 & , & 0 & 0 \\ + & & 1 & 3 & , & 2 & 5 \\ \hline & 1 & 3 & 3 & , & 2 & 5 \end{array}$$

120 é um número inteiro. Sendo assim, para fazer o famoso "vírgula abaixo da vírgula", podemos completar com dois zeros à direita, tudo bem? Vamos fazer uma questão!

(PREF. TURILÂNDIA/2024) Realizando a decomposição de um número de um número, encontramos 10000 + 900 + 70 + 3. O número decomposto foi:

A) 10970

B) 10973

C) 10993

D) 19703

E) 19790

Comentários:

Pessoal, nessa questão, para encontrarmos o número decomposto, devemos realizar a soma indicada.

$$\begin{array}{lr} & 10000 \\ & 900 \\ & 70 \\ + & 3 \\ \hline & \mathbf{10973} \end{array}$$

Gabarito: LETRA B

Pessoal, a soma possui algumas propriedades. Elas não costumam cair muito em prova e muitas vezes usamos elas sem mesmo perceber. Vamos ver quais são!

1) Propriedade do Elemento Neutro

O elemento neutro da adição é o número tal que, somado a qualquer outro número, **não produzirá efeito prático algum** (terá uma ação neutra). Imagine que x representa um número qualquer.

$$x + 0 = x$$
$$0 + x = x$$

Veja que tínhamos um número x e somamos ele com o número zero. *Qual o resultado?* **O próprio x**. Isso ocorre pois **o zero é o elemento neutro da adição**. *Tudo bem, galera?!*

Usamos o "x" para indicar que pode ser qualquer número. Vamos exemplificar!

$$10 + \mathbf{0} = 10$$
$$\mathbf{0} + 10 = 10$$

Observe que quando somamos o "0", nada acontece com o "10"!

2) Propriedade da Comutatividade

Essa propriedade serve para nos dizer que, **NA SOMA**, **não importa a ordem dos fatores**, o resultado será o mesmo. Observe:

$$7 + 3 = 10$$
$$3 + 7 = 10$$

Não importa a ordem! Tanto faz: "sete mais três" ou "três mais sete", o resultado será sempre 10. Genericamente, representamos essa propriedade assim:

$$a + b = b + a$$

3) Propriedade da Associatividade

Por sua vez, a propriedade associativa fornece para nós uma **certa flexibilidade na hora de somarmos mais de dois termos**. Por exemplo, imagine que você quer fazer a seguinte soma:

$$7 + 3 + 10$$

Primeiro, você soma $7 + 3$ ou deve fazer $3 + 10$? A propriedade vai nos dizer que **tanto faz**. Em uma soma de mais de dois termos, **você pode escolher a ordem que for melhor para trabalhar**.

$$(7 + 3) + 10 = 10 + 10 = 20$$

$$7 + (3 + 10) = 7 + 13 = 20$$

De um modo geral, representamos essa propriedade assim:

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

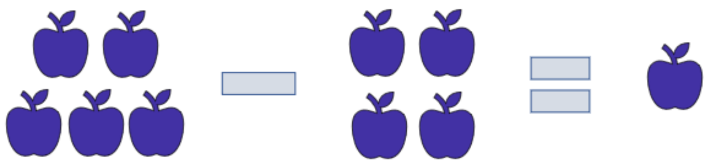
4) Propriedade do Fechamento

A propriedade do fechamento indica que a soma de dois números naturais é um número natural. Ela também é válida para o conjunto dos inteiros, dos racionais e dos reais. **O único conjunto numérico que fica de fora é o dos irracionais.**

Propriedade do Elemento Neutro	$a + 0 = a \ \mid \ 0 + a = a$
Propriedade da Comutatividade	$a + b = b + a$
Propriedade da Associatividade	$(a + b) + c = a + (b + c)$
Propriedade do Fechamento	$a, b \in \mathbb{N} \rightarrow a + b \in \mathbb{N}$ $a, b \in \mathbb{Z} \rightarrow a + b \in \mathbb{Z}$ $a, b \in \mathbb{Q} \rightarrow a + b \in \mathbb{Q}$ $a, b \in \mathbb{R} \rightarrow a + b \in \mathbb{R}$

Subtração

A subtração vai ser o oposto da soma. Se ao somar, nós adicionamos determinada quantidade em outra; **na subtração, nós vamos retirar essa quantidade**. Mais uma vez, imagine que você tinha aquelas 5 maçãs. Aconteceu que, seu cachorro conseguiu comer 4 delas sem você ver. Ele foi lá e, sorrateiramente, devorou quase todas as suas maçãs. *Com quantas maçãs você ficou?*



Veja, portanto, que $5 - 4 = 1$. Representamos a subtração com o sinal de $(-)$ **"menos"**. *Tem algum método para subtrair quaisquer dois números?* Tem e ele é muito parecido com o que já desenvolvemos na soma. Vamos continuar **escrevendo um algarismo abaixo do outro** (respeitando: unidade abaixo de unidade, dezena abaixo de dezena...) e sempre **começando a subtrair pelo algarismo mais à direita**.

Exemplo 4) $39 - 17$

II - Vamos fazendo a subtração "coluna por coluna" e o resultado colocamos abaixo da linha.

$$\begin{array}{cc} & \mathbf{3} \quad \mathbf{9} \\ - & \mathbf{1} \quad \mathbf{7} \\ \hline & \mathbf{2} \quad \mathbf{2} \end{array}$$

I - Começamos subtraindo os algarismos mais a direta. No caso, $9 - 7 = 2$

Um detalhe da subtração é que os termos ganham nomes! **O primeiro termo é chamado de "minuendo"** (ou "diminuendo") e **o segundo termo de "subtraendo"**. Olhando para o nosso exemplo, o minuendo seria o 39, enquanto o subtraendo é o 17.

Exemplo 5) $152 - 35$

$$\begin{array}{cccc} & 1 & 5 & 2 \\ - & & 3 & 5 \\ \hline \end{array}$$

Aqui iremos com mais calma. Quando olhamos para a coluna de algarismo mais à direita, temos que fazer a subtração $2 - 5$. Note que **2 <u>é menor</u> do que 5**, e, portanto, o resultado seria um número negativo. Nessa situação, devemos "pegar emprestado" do vizinho, **para que o número não fique negativo**.

$$\begin{array}{cccc} & 1 & 4\cancel{5} & 12 \\ - & & 3 & 5 \\ \hline & & & 7 \end{array}$$

Veja que quando pegamos esse número "emprestado", o número que antes era 2, vira 12 e agora é possível efetuar a subtração: $12 - 5 = 7$. **Como pegamos um número do vizinho, o "5" acaba virando o 4 para efeitos da subtração.** Daí, fazemos $4 - 3 = 1$.

$$\begin{array}{cccc} & 1 & 4\cancel{5} & 12 \\ - & & 3 & 5 \\ \hline & 1 & 1 & 7 \end{array}$$

Portanto, $152 - 35 = 117$. Esse negócio de "pegar do vizinho" **pode confundir** muita gente, por isso tenha bastante atenção. Para ver como cai em prova, vamos fazer uma questão.

(PREF. P. BERNARDES/2024) Resolva:

$$35{,}8 - 6{,}3 - 14{,}2 - 0{,}13 =$$

A) 20,63
B) 15,17
C) 17,13
D) 14,43

Comentários:
Podemos **reescrever a expressão** do enunciado da seguinte forma:

$$35{,}8 - (6{,}3 + 14{,}2 + 0{,}13)$$

Sendo assim, vamos realizar primeiro **a soma entre parênteses**.

$$\begin{array}{r} 14{,}2 \\ 6{,}3 \\ +\quad 0{,}13 \\ \hline \mathbf{20,63} \end{array}$$

Agora, ficamos com a seguinte **subtração**:

$$35{,}8 - 20{,}63$$

Resolvendo:

$$\begin{array}{r} 35{,}8 \\ -\quad 20{,}63 \\ \hline \mathbf{15,17} \end{array}$$

Gabarito: LETRA B.

Agora, vamos fazer alguns comentários sobre as propriedades. **Na subtração, não vamos ter propriedade associativa, comutativa ou do elemento neutro.** Para começar, observe que:

$$(7-2)-3=5-3=2$$

$$7-(2-3)=7-(-1)=7+1=8$$

Portanto, temos que $(7-2)-3 \neq 7-(2-3)$. Podemos concluir que **a propriedade associativa não se aplica aqui**. Além disso, veja que $7-3 \neq 3-7$, mostrando que **a comutatividade também não vale**. Você deve estar se perguntando sobre o elemento neutro, né?

De fato, quando temos $x - 0 = x$, o zero não vai ter efeito algum. No entanto, quando fazemos $0 - x = -x$, o zero tem um pequeno efeito. É como se ele agisse **invertendo o sinal do subtraendo**. Tudo bem? Por isso, dizemos que **na subtração, não temos elemento neutro**.

Multiplicação

Na prática, **multiplicar é fazer a adição de um mesmo número repetidas vezes**. Por exemplo,

$$2 \times 5 = \underbrace{2 + 2 + 2 + 2 + 2}_{2 \text{ } aparece \text{ } 5 \text{ } vezes} = 10$$

$$5 \times 7 = \underbrace{5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5}_{5 \text{ } aparece \text{ } 7 \text{ } vezes} = 35$$

É bem mais "compacto" expressar várias somas de um mesmo número na forma de uma multiplicação. Ao invés de escrever $5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 35$, simplesmente dizemos que $5 \times 7 = 35$.

Para conseguirmos ir bem nessa parte da matéria, é muito importante que você tenha facilidade com a tabuada. Vamos relembrá-la?

1	2	3	4	5
$1 \times 1 = 1$	$2 \times 1 = 2$	$3 \times 1 = 3$	$4 \times 1 = 4$	$5 \times 1 = 5$
$1 \times 2 = 2$	$2 \times 2 = 4$	$3 \times 2 = 6$	$4 \times 2 = 8$	$5 \times 2 = 10$
$1 \times 3 = 3$	$2 \times 3 = 6$	$3 \times 3 = 9$	$4 \times 3 = 12$	$5 \times 3 = 15$
$1 \times 4 = 4$	$2 \times 4 = 8$	$3 \times 4 = 12$	$4 \times 4 = 16$	$5 \times 4 = 20$
$1 \times 5 = 5$	$2 \times 5 = 10$	$3 \times 5 = 15$	$4 \times 5 = 20$	$5 \times 5 = 25$
$1 \times 6 = 6$	$2 \times 6 = 12$	$3 \times 6 = 18$	$4 \times 6 = 24$	$5 \times 6 = 30$
$1 \times 7 = 7$	$2 \times 7 = 14$	$3 \times 7 = 21$	$4 \times 7 = 28$	$5 \times 7 = 35$
$1 \times 8 = 8$	$2 \times 8 = 16$	$3 \times 8 = 24$	$4 \times 8 = 32$	$5 \times 8 = 40$
$1 \times 9 = 9$	$2 \times 9 = 18$	$3 \times 9 = 27$	$4 \times 9 = 36$	$5 \times 9 = 45$
$1 \times 10 = 10$	$2 \times 10 = 20$	$3 \times 10 = 30$	$4 \times 10 = 40$	$5 \times 10 = 50$
6	**7**	**8**	**9**	**10**
$6 \times 1 = 6$	$7 \times 1 = 7$	$8 \times 1 = 8$	$9 \times 1 = 9$	$10 \times 1 = 10$
$6 \times 2 = 12$	$7 \times 2 = 14$	$8 \times 2 = 16$	$9 \times 2 = 18$	$10 \times 2 = 20$
$6 \times 3 = 18$	$7 \times 3 = 21$	$8 \times 3 = 24$	$9 \times 3 = 27$	$10 \times 3 = 30$
$6 \times 4 = 24$	$7 \times 4 = 28$	$8 \times 4 = 32$	$9 \times 4 = 36$	$10 \times 4 = 40$
$6 \times 5 = 30$	$7 \times 5 = 35$	$8 \times 5 = 40$	$9 \times 5 = 45$	$10 \times 5 = 50$
$6 \times 6 = 36$	$7 \times 6 = 42$	$8 \times 6 = 48$	$9 \times 6 = 54$	$10 \times 6 = 60$
$6 \times 7 = 42$	$7 \times 7 = 49$	$8 \times 7 = 56$	$9 \times 7 = 63$	$10 \times 7 = 70$
$6 \times 8 = 48$	$7 \times 8 = 56$	$8 \times 8 = 64$	$9 \times 8 = 72$	$10 \times 8 = 80$
$6 \times 9 = 54$	$7 \times 9 = 63$	$8 \times 9 = 72$	$9 \times 9 = 81$	$10 \times 9 = 90$
$6 \times 10 = 60$	$7 \times 10 = 70$	$8 \times 10 = 80$	$9 \times 10 = 90$	$10 \times 10 = 100$

Assim como na soma e na subtração, também temos um método para calcular o produto de dois números. Quanto seria, por exemplo, 731×12? Note que **não é uma conta que normalmente temos na cabeça**. Como calculá-la, então?

$$\begin{array}{cccc} & 7 & 3 & 1 \\ \times & & 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$

Fazemos o esquema acima, pois **multiplicaremos algarismo por algarismo**. Com isso, transformamos nosso problema de multiplicar números "estranhos" em multiplicações da tabuada. Observe.

$$\begin{array}{cccc} & 7 & 3 & \mathbf{1} \\ \times & & 1 & \mathbf{2} \\ \hline & & & \mathbf{2} \end{array}$$

Multiplicamos $2 \times 1 = 2$. Colocamos o resultado abaixo da linha. Depois, fazemos o seguinte:

$$\begin{array}{cccc} & 7 & \mathbf{3} & 1 \\ \times & & 1 & \mathbf{2} \\ \hline & & \mathbf{6} & 2 \end{array}$$

Diferentemente da soma e da subtração, aqui não vamos coluna por coluna. O "2" multiplicará o algarismo das dezenas do número de cima. Assim, $3 \times 2 = 6$.

$$\begin{array}{ccccc} & & \mathbf{7} & 3 & 1 \\ \times & & & 1 & \mathbf{2} \\ \hline & \mathbf{1} & \mathbf{4} & 6 & 2 \end{array}$$

Faremos a multiplicação do "2" pelo "7". O resultado é $2 \times 7 = 14$. Note que multiplicamos todos os algarismos de 731 por 2. Agora, vamos fazer a mesma coisa, mas multiplicando todos os algarismos de 731 por "1".

$$\begin{array}{ccccc} & & 7 & 3 & \mathbf{1} \\ \times & & & \mathbf{1} & 2 \\ \hline & 1 & 4 & 6 & 2 \\ + & & & \mathbf{1} & \\ \hline \end{array}$$

Nesse momento, temos mais novidades. Como vamos fazer novas multiplicações, **iniciamos uma nova linha** e colocamos o resultado da primeira multiplicação **deslocado de uma coluna para esquerda**. Essas duas linhas de resultado **serão <u>somadas</u> ao final**.

$$\begin{array}{ccccc} & & 7 & \color{red}{\mathbf{3}} & 1 \\ \times & & & \color{red}{\mathbf{1}} & 2 \\ \hline & 1 & 4 & 6 & 2 \\ + & & \color{blue}{\mathbf{3}} & 1 & \\ \hline \end{array}$$

Dessa vez, fizemos $1 \times 3 = 3$.

$$\begin{array}{ccccc} & & \color{red}{\mathbf{7}} & 3 & 1 \\ \times & & & \color{red}{\mathbf{1}} & 2 \\ \hline & 1 & 4 & 6 & 2 \\ + & \color{blue}{\mathbf{7}} & 3 & 1 & \\ \hline \end{array}$$

Agora, vamos **somar as duas linhas de resultado**, coluna por coluna.

$$\begin{array}{ccccc} & & 7 & 3 & 1 \\ \times & & & 1 & 2 \\ \hline & 1 & 4 & 6 & 2 \\ + & 7 & 3 & 1 & \\ \hline & \color{blue}{\mathbf{8}} & \color{blue}{\mathbf{7}} & \color{blue}{\mathbf{7}} & \color{blue}{\mathbf{2}} \end{array}$$

Portanto, $731 \times 12 = 8772$.

HORA DE PRATICAR!

(PREF. BOM JARDIM/2023) O produto da multiplicação 253 x 56 é?

A) 14.168.

B) 13.409.

C) 14.188.

D) 14.421.

Comentários:

Vamos executar os passos que aprendemos na teoria! Primeiro, esquematizamos a multiplicação.

$$\begin{array}{cccc} & 2 & 5 & 3 \\ \times & & 5 & 6 \\ \hline \end{array}$$

Agora, começamos multiplicando seis vezes três. O resultado é 18. Sendo assim, colocamos o oito embaixo e subimos o um:

$$\begin{array}{rrrr} & & {\scriptstyle 1} & \\ & 2 & 5 & 3 \\ \times & & 5 & 6 \\ \hline & & & 8 \end{array}$$

Agora, multiplicamos seis vezes cinco. O resultado é 30. No entanto, como temos o 1 lá em cima, somamos 30 com 1. O resultado fica 31. Assim, colocamos o um embaixo e subimos o três:

$$\begin{array}{rrrr} & {\scriptstyle 3} & {\scriptstyle 1} & \\ & 2 & 5 & 3 \\ \times & & 5 & 6 \\ \hline & & 1 & 8 \end{array}$$

Para encerrar a primeira parte, multiplicamos seis vezes dois. O resultado é 12. No entanto, como temos o 3 lá em cima, somamos 12 com 3. O resultado fica 15:

$$\begin{array}{rrrrr} & & {\scriptstyle 3} & {\scriptstyle 1} & \\ & & 2 & 5 & 3 \\ \times & & & 5 & 6 \\ \hline & 1 & 5 & 1 & 8 \end{array}$$

Na segunda parte, começamos multiplicando cinco por três. O resultado é 15. Descemos o cinco e subimos o um:

$$\begin{array}{rrrrr} & & & {\scriptstyle 1} & \\ & & 2 & 5 & 3 \\ \times & & & 5 & 6 \\ \hline & 1 & 5 & 1 & 8 \\ + & & & 5 & \\ \hline \end{array}$$

Agora, multiplicamos cinco vezes cinco. O resultado é 25. No entanto, como temos o 1 lá em cima, somamos 25 com 1. O resultado é 26. Descemos o seis e subimos o dois:

$$
\begin{array}{r}
{\scriptstyle 2\ 1\ } \\
2\ 5\ 3 \\
\times \qquad 5\ 6 \\
\hline
1\ 5\ 1\ 8 \\
+ \quad 6\ 5\ \\
\hline
\end{array}
$$

Para encerrar a multiplicação propriamente dita, multiplicamos o cinco por dois. O resultado é 10. Como temos o 2 lá em cima, fazemos a soma. O resultado é 12.

$$
\begin{array}{r}
{\scriptstyle 2\ 1\ } \\
2\ 5\ 3 \\
\times \qquad 5\ 6 \\
\hline
1\ 5\ 1\ 8 \\
+\ 1\ 2\ 6\ 5\ \\
\hline
\end{array}
$$

Agora, devemos realizar a soma indicada.

$$
\begin{array}{r}
2\ 5\ 3 \\
\times \qquad 5\ 6 \\
\hline
1\ 5\ 1\ 8 \\
+\ 1\ 2\ 6\ 5\ \\
\hline
1\ 4\ 1\ 6\ 8
\end{array}
$$

Gabarito: LETRA A.

Beleza, agora vamos ver algumas propriedades dessa operação tão importante! Na multiplicação, teremos aquelas quatro propriedades que vimos na adição e ainda duas a mais!

1) Propriedade do Elemento Neutro

Adianto para vocês que **o elemento neutro da multiplicação <u>não é o zero</u>**. Afinal, quando multiplicamos qualquer número por 0, o resultado será zero. O zero acaba tendo uma ação bem característica. Por sua vez, veja o que acontece quando multiplicamos um número x por 1.

$$x \cdot 1 = x$$
$$1 \cdot x = x$$

Veja que a multiplicação de um número x por 1, não acarreta mudanças. Terminamos com o número x. Logo, o **"1" é o nosso elemento neutro** da multiplicação.

2) Propriedade do Elemento Inverso

O elemento inverso é aquele que, ao multiplicarmos um número por ele, **resultará no 1**.

$$x \cdot \frac{1}{x} = 1 \quad \text{e} \quad \frac{1}{x} \cdot x = 1$$

Observe que **o inverso multiplicativo de qualquer número x será sempre a fração de "$1/x$".**

3) Propriedade Associativa

A propriedade da associatividade garante que **podemos fazer uma sequência de multiplicações na ordem mais conveniente para nós**. Por exemplo, em uma multiplicação $2 \times 3 \times 5$, nós multiplicamos primeiro o 2 com o 3? ou o 3 com o 5? A resposta é: você escolhe. Veja:

$$2 \times (3 \times 5) = 2 \times 15 = 30$$
$$(2 \times 3) \times 5 = 6 \times 5 = 30$$

De uma forma **genérica**, representamos essa propriedade assim:

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

4) Propriedade Comutativa

A comutatividade nos garante que **a ordem dos fatores não altera o produto**! Particularmente, lembro de ter ouvido bastante isso na escola (rsrs). De um modo geral, representamos esse fato assim:

$$a \times b = b \times a$$

5) Propriedade do Fechamento

Garante que **a multiplicação de dois números racionais será sempre um racional** (o mesmo vale para os naturais e os inteiros). O único conjunto em que **a multiplicação não será "fechada" é o conjuntos dos irracionais**.

6) Propriedade Distributiva

É aqui que justificamos a famosa multiplicação "chuveirinho". Representamos assim:

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

Ela será muito útil quando estivermos estudando **expressões algébricas**, último tópico dessa aula! O inverso dela é o que chamamos de colocar em "evidência". Observe.

$$\boldsymbol{a} \times b + \boldsymbol{a} \times c = \boldsymbol{a} \times (b + c)$$

Podemos colocar um número "em evidência", quando tivermos uma soma e/ou subtração de produtos e houver um ou mais termos em comum. Explico melhor, observe a expressão abaixo.

$$2 + 2x$$

Perceba que o número "2" é comum as duas parcelas da soma.

$$\mathbf{2} \cdot 1 + \mathbf{2} \cdot x$$

Por mais que o número "2" não esteja expressamente em um produto, podemos considerá-lo como "$2 \cdot 1$".

É possível colocá-lo em evidência e escrevendo-o apenas uma vez.

$$\mathbf{2} \cdot (1 + x)$$

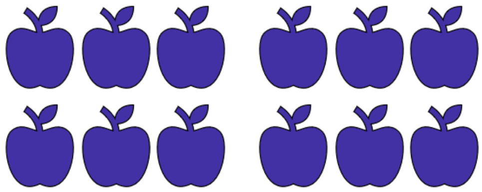
Observe que é justamente o inverso da multiplicação chuveirinho.

$$2 + 2x = 2 \cdot (1 + x)$$

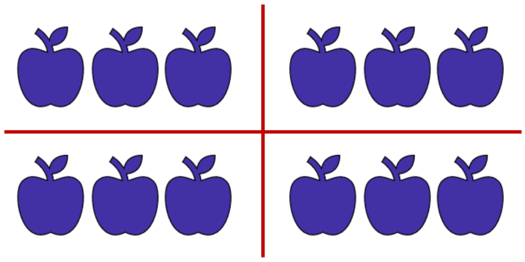
Não se preocupe! Voltaremos para aplicarmos essa propriedade em breve! No momento, vamos avançar um pouco mais no conteúdo!

Divisão

A grande maioria dos alunos tem algum problema com a divisão. Existem muitas regrinhas que podem dificultar a vida do concurseiro. Não se preocupe! Depois de hoje, garanto que não terá mais medo de enfrentar uma divisão. O primeiro passo nesse objetivo é ter uma **noção intuitiva do que significa dividir**. Imagine que você colheu 12 maçãs em sua fazenda.



Você resolve repartir, em quantidades iguais, as **12 maçãs para 4 amigos** que foram te visitar. *Quantas maçãs cada amigo levará pra casa?*



Observe que, para fornecer **a mesma quantidade para** os amigos, **cada um deverá ficar com 3 maçãs**. Assim, escrevemos $12 \div 4 = 3$. O **símbolo " $\div$ "** é o que usamos para representar a divisão. As frações são usadas com esse objetivo também, mas teremos uma aula especial só para elas. Portanto, não se preocupe agora.

Para resolver divisões, normalmente utilizamos um algoritmo específico. Podemos esquematizá-lo assim:

$$\begin{array}{r|l} D & d \\ \cline{2-2} R & Q \end{array}$$

- D: dividendo (é o número que será dividido);
- d: divisor (é o número que dividirá o dividendo);
- Q: quociente (é o resultado da divisão);
- R: resto (às vezes, não conseguimos dividir o número em partes inteiras iguais, forma-se, então, o "resto").

Existe uma expressão que relaciona essas quatro quantidades. É a **"Relação Fundamental da Divisão".**

$$D = Q \times d + R$$

ou

$$\text{DIVIDENDO} = \text{DIVISOR} \times \text{QUOCIENTE} + \text{RESTO}$$

HORA DE PRATICAR!

(PREF. PIRASSUNUNGA/2023) Ao dividir 719 por “a”, onde “a” é um número natural e diferente de zero, obteve-se o quociente igual a 79 e o resto igual a 8. É correto afirmar que o valor de “a” é igual a:

A) 6.
B) 7.
C) 8.
D) 9.
E) 11.

Comentários:

Questão para aplicarmos o que acabamos de ver. Vamos identificar cada um dos números.

$$\text{Dividendo} \leftarrow \mathbf{719} \;\Big|\!\underline{\;\boldsymbol{a}\;} \rightarrow \text{Divisor}$$

$$\text{Resto} \leftarrow \mathbf{8} \qquad \mathbf{79} \rightarrow \text{Quociente}$$

Usando a Relação Fundamental da Divisão:

$$\text{DIVIDENDO} = \text{DIVISOR} \times \text{QUOCIENTE} + \text{RESTO}$$

$$719 = a \times 79 + 8$$

$$79a = 719 - 8$$

$$a = \frac{711}{79}$$

$$\boxed{\boldsymbol{a = 9}}$$

Gabarito: LETRA D.

Agora, vamos resolver algumas divisões para pegar o jeito.

Exemplo 6) $635 \div 5$

$$\begin{array}{r|l} 635 & 5 \\ \cline{2-2} \end{array}$$

Ao contrário do que vínhamos fazendo anteriormente, na divisão, **começaremos do algarismo mais à esquerda, ou seja, pelo "6"**. Vamos nos fazer a pergunta: *que número devemos multiplicar o 5 de modo que o resultado seja o mais próximo possível de 6 (sem ultrapassá-lo)?* **É o número 1**, pois $5 \times 1 = 5$.

$$\begin{array}{r|l} 635 & 5 \\ \cline{2-2} -5 & 1 \\ \cline{1-1} 1 & \end{array}$$

Colocamos o "1" no quociente e o "5" abaixo do 6. Após esse passo, **devemos efetuar a subtração dos elementos que estão na coluna**. No caso $6 - 5 = 1$. Agora, descemos o próximo algarismo.

$$\begin{array}{r|l} 635 & 5 \\ \cline{2-2} -5 & 1 \\ \cline{1-1} 13 & \end{array}$$

Como descemos um número, devemos nos perguntar novamente: *qual número devemos multiplicar o 5, de modo que o resultado seja o mais próximo possível de 13 (sem ultrapassá-lo)?* **Ora, é o 2!** Veja que $5 \times 2 = 10$. Assim, ficamos com:

$$\begin{array}{r|l} 635 & 5 \\ \cline{2-2} -5 & 12 \\ \cline{1-1} 13 & \\ -10 & \\ \cline{1-1} 3 & \end{array}$$

Não podemos esquecer de fazer a subtração do resultado: $13 - 10 = 3$. Agora, vamos descer o "5".

$$\begin{array}{r|l} 635 & 5 \\ \cline{2-2} -5 & 12 \\ \cline{1-1} 13 & \\ -10 & \\ \cline{1-1} 35 & \end{array}$$

Qual número que devemos multiplicar o 5, que vai resultar no número mais próximo de 35 (sem ultrapassá-lo? **Ora, é o 7**, pois $5 \times 7 = 35$. O número pode ser igual, só não pode ser maior!!

$$\begin{array}{r|l} 635 & 5 \\ \cline{2-2} -\underline{5} & 127 \\ 13 & \\ -\underline{10} & \\ 35 & \\ -\underline{35} & \\ 0 & \end{array}$$

Pronto, finalizamos nossa divisão. Veja que **o resto deu 0**. Nessas situações, dizemos que **a divisão é exata**. Já quando obtemos um **resto diferente de zero, temos uma divisão não exata**. Para finalizar, vamos fazer um exemplo com alguns detalhes diferentes.

Exemplo 6) $14563 \div 18$

$$\begin{array}{r|l} 14563 & 18 \\ \cline{2-2} \end{array}$$

Observe que, quando olhamos para os dois algarismos mais à esquerda, temos apenas "14", que é menor do que "18". Nesses casos, podemos pegar mais um algarismo, ou seja, considerar "145". Vamos fazer a pergunta: *qual número devemos multiplicar 18, que resulta no número mais próximo possível de 145?* Ora, **é o número 8**, pois, $18 \times 8 = 144$. Assim,

$$\begin{array}{r|l} 14563 & 18 \\ \cline{2-2} -\underline{144} & 8 \\ 1 & \end{array}$$

Uma vez que fizemos a subtração, podemos descer o "6".

$$\begin{array}{r|l} 14563 & 18 \\ \cline{2-2} -\underline{144} & 8 \\ 16 & \end{array}$$

Note que "16" é menor do que "18". **Temos que baixar o próximo número**. No entanto, para isso, **devemos que acrescentar um zero no quociente**.

$$\begin{array}{r|l} 14563 & 18 \\ \cline{2-2} -\underline{144} & 80 \\ 163 & \end{array}$$

Pronto. A pergunta da vez é: *que número multiplicamos o 18 que dará um resultado mais próximo de 163 (lembrando sempre que não pode ultrapassá-lo)?* **É o 9!** Veja que $18 \times 9 = 162$. Assim,

$$\begin{array}{r|l} 14563 & 18 \\ \cline{2-2} -\underline{144} & 809 \\ 163 & \\ -\underline{162} & \\ 1 & \end{array}$$

Terminamos a divisão! Note que **o resto foi diferente de zero**. É o caso de uma divisão não exata. **O quociente foi de 809**. Observe que:

$$14563 = 18 \times 809 + 1$$

Pessoal, terminamos, por hoje, essa parte relativa à divisão. Dificilmente, uma questão vai pedir um cálculo "cru". Teremos que fazer divisões no meio de um problema. Temos uma lista bem grande ao final desse livro para você treinar. Agora, recomendo que você estique as pernas, tome uma água, coma algo. Faça um intervalo, pois vamos avançar no conteúdo.

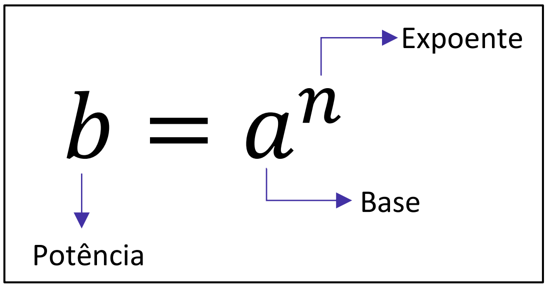
Potenciação e Radiciação

Você já deve ter ouvido falar da **potenciação e da radiciação**. Na potenciação, temos números que estão elevados a um outro número, como $2^3, 2^{10}, 10^5$ e 3^7. Mas você sabe o que significa isso? Esse tipo de operação nada mais é do que **uma multiplicação escrita de uma forma simplificada**. Imagine que, por algum motivo, você se depare com a multiplicação $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$. Note que é uma notação extensa e tem o número 2 repetido 7 vezes.

Para evitar isso, **você pode condensar toda essa expressão em um único número: 2^7**. É um jeito melhor de representar, não concorda? Observe mais alguns exemplos.

- $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$
- $2^{10} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 1024$
- $10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100000$
- $5^2 = 5 \times 5 = 25$

Muitas vezes vocês irão encontrar o termo **exponenciação**, que pode ser utilizado no lugar de potenciação. Eles significam exatamente a mesma coisa! De modo geral, nós podemos representar uma potência da seguinte forma:



E a radiciação? Vocês lembram da famosa raiz quadrada? **Ela é um exemplo clássico dessa operação**. Mas o que significa tirar a raiz de um número? Nós sabemos, por exemplo, que $9^2 = 9 \times 9 = 81$. Quando queremos calcular $\sqrt{81}$, **estamos fazendo uma operação inversa da potenciação**. Você deve se perguntar: **qual número que multiplicado por ele mesmo dá 81? Ora, é o 9!** Logo, $\sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9$.

Isso é válido se for uma raiz quadrada. No entanto, podemos ter raízes cúbicas, raízes quartas, etc. Acompanhe mais alguns exemplos.

- Para calcular $\sqrt[3]{8}$, você deve se perguntar: qual número que multiplicado por ele mesmo três vezes dá 8? Ora, é o 2! Veja: $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$. Com isso, $\mathbf{\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2;}$

- Para calcular $\sqrt[4]{10000}$, você deve se perguntar: qual número que multiplicado por ele mesmo quatro vezes vai fornecer 10000? Veja: $10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10000$. Logo, $\mathbf{\sqrt[4]{10000} = \sqrt[4]{10^4} = 10}$.

Note que, nos nossos exemplos, os resultados foram números inteiros. Acontece que, nem sempre isso ocorrerá. Por exemplo, a raiz quadrada de 2: $\sqrt{2}$. **Qual número que multiplicado por ele mesmo fornece 2?** A resposta para essa pergunta é um número irracional: $1{,}4142135623730950488016887242096\ldots$ Isso significa que:

$$1{,}142135623730950488016887242\ldots \times 1{,}142135623730950488016887242\ldots = 2$$

O processo de determinar raízes <u>não é trivial</u>! O quadro a seguir traz as principais potências e raízes que **você deve ter na ponta da língua**. Galera, anotem esses valores em um papel e durmam com ele. Ter esses valores decorados vai fazer com que economizem muito tempo durante a prova. Além disso, tenha a certeza de que eles aparecerão!

Resultados Importantes	
Potências	**Raízes**
$2^2 = 4$	$\sqrt{4} = 2$
$3^2 = 9$	$\sqrt{9} = 3$
$4^2 = 16$	$\sqrt{16} = 4$
$5^2 = 25$	$\sqrt{25} = 5$
$6^2 = 36$	$\sqrt{36} = 6$
$7^2 = 49$	$\sqrt{49} = 7$
$8^2 = 64$	$\sqrt{64} = 8$
$9^2 = 81$	$\sqrt{81} = 9$
$10^2 = 100$	$\sqrt{100} = 10$
$11^2 = 121$	$\sqrt{121} = 11$
$12^2 = 144$	$\sqrt{144} = 12$
$13^2 = 169$	$\sqrt{169} = 13$
$14^2 = 196$	$\sqrt{196} = 14$
$15^2 = 225$	$\sqrt{225} = 15$

Potências de 2
$2^0 = 1$
$2^1 = 2$
$2^2 = 4$
$2^3 = 8$
$2^4 = 16$
$2^5 = 32$
$2^6 = 64$
$2^7 = 128$
$2^8 = 256$
$2^9 = 512$
$2^{10} = 1024$
$2^{11} = 2048$
$2^{12} = 4096$
$2^{13} = 8192$

HORA DE PRATICAR!

(FAZPREV/2023) Assinale o resultado CORRETO da seguinte operação:

$$2^{10} - 2^{9}$$

A) 2^9
B) 2^3
C) 2^2
D) 2^1
E) 2^5

Comentários:
Pessoal, é muito importante conhecer **as potências de 2**. Elas sempre estão nas provas!

Para essa questão, temos o seguinte:

$$2^{10} - 2^{9} = 1024 - 512 = 512 = 2^{9}$$

No caso de o aluno não lembrar, ele teria que **fazer manualmente** mesmo:

$$2^9 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 512$$

$$2^{10} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 1024$$

E isso pode custar um **pouquinho de tempo**. Muito cuidado!

Mais na frente, você notará que também é possível resolver essa questão usando algumas das **propriedades da potenciação**!

Gabarito: LETRA A.

Propriedades da Potenciação

Agora que começamos a ter uma noção intuitiva do que é potenciação, é importante fazer algumas definições e mostrar algumas propriedades.

1) $\boldsymbol{a^0 = 1}$

2) $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a \cdot a}_{n\ vezes}$

Pessoal, lembre-se que qualquer número elevado a 0 é igual a 1! Isso é uma definição, não há demonstrações. *Quanto é* 2^0? É **1**! *Quanto é* 1000^0? É **1**! *Quanto é* 10000000000000^0? É **1**! **Não importa quão grande o número seja, se ele está elevado a zero, então essa potência vale 1!** E as propriedades, quais são?

P1) Quando multiplicamos duas potências de mesma base, **mantemos a base e somamos os expoentes**.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

EXEMPLIFICANDO

$$2^2 \cdot 2^3 = 2^{2+3} = 2^5$$
$$3^4 \cdot 3^5 = 3^{4+5} = 3^9$$
$$5^1 \cdot 5^{10} = 5^{1+10} = 5^{11}$$

P2) Quando dividimos duas potências de mesma base, **mantemos a base e subtraímos os expoentes**.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

EXEMPLIFICANDO

$$\frac{2^2}{2^3} = 2^{2-3} = 2^{-1}$$
$$\frac{3^{10}}{3^5} = 3^{10-5} = 3^5$$
$$\frac{5^1}{5^{10}} = 5^{1-10} = 5^{-11}$$

P3) Quando calculamos uma potência de potência, **mantemos a base e multiplicamos os expoentes**.

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

EXEMPLIFICANDO

$$(2^2)^3 = 2^{2\cdot 3} = 2^6$$

$$(3^4)^5 = 3^{4\cdot 5} = 3^{20}$$

$$(5^1)^{10} = 5^{1\cdot 10} = 5^{10}$$

P4) Quando queremos elevar a determinado expoente uma multiplicação, **o expoente entra em cada um dos fatores**.

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

EXEMPLIFICANDO

$$(2 \cdot 3)^3 = 2^3 \cdot 3^3$$

$$(5 \cdot 7)^5 = 5^5 \cdot 7^5$$

$$(4 \cdot 8)^{10} = 4^{10} \cdot 8^{10}$$

P5) Quando queremos elevar a determinado expoente uma divisão, **o expoente entra no denominador e no numerador normalmente**.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

EXEMPLIFICANDO

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2}$$

$$\left(\frac{7}{5}\right)^5 = \frac{7^5}{5^5}$$

Existem **duas pequenas consequências** do que vimos até aqui que vocês devem ter em mente:

- Ao elevar o número 0 a qualquer expoente, **o resultado será sempre zero**!

$$0^n = \underbrace{0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot \ldots \cdot\cdot 0 \cdot 0}_{n\ vezes} = 0$$

- Ao elevar o número 1 a qualquer expoente, **o resultado será sempre um**!

$$1^n = \underbrace{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \ldots \cdot 1 \cdot 1}_{n\ vezes} = 1$$

HORA DE PRATICAR!

(CM ITAMARANDIBA/2022) Considerando a propriedade $(a^n)^m = a^{n.m}$, é CORRETO afirmar que $(169)^{1/2}$ é igual a:
A) 6.
B) 9.
C) 11.
D) 13.
E) 43.

Comentários:
O primeiro passo é perceber que $\mathbf{169 = 13^2}$. Dessa forma, podemos reescrever a expressão do enunciado:

$$(169)^{\frac{1}{2}} = (13^2)^{\frac{1}{2}}$$

Usando a **propriedade** indicada, temos:

$$(13^2)^{\frac{1}{2}} = 13^{2 \cdot \frac{1}{2}} = 13^{\frac{2}{2}} = 13^1 = 13$$

Gabarito: LETRA D.

Para finalizarmos essa primeira parte, é importante fazermos mais algumas considerações. Até agora vimos **apenas potências com expoentes naturais**. O que acontece **se o expoente for <u>um número inteiro negativo</u>**? Lembre-se que a propriedade $P2$ diz o seguinte:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Vamos fazer $m = 0$?

$$\frac{a^0}{a^n} = a^{0-n} \qquad \Longrightarrow \qquad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Perceba, então, que **quando tivermos expoentes negativos, basta invertemos a potência!** Acompanhe.

- $2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$
- $10^{-3} = \frac{1}{1000} = 0{,}001$
- $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^{2} = \frac{9}{4}$
- $\left(\frac{4}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{4}\right)^{3} = \frac{125}{64}$
- $\left(\frac{1}{10}\right)^{-5} = \left(\frac{10}{1}\right)^{5} = 10^5 = 100.000$

Todas as propriedades que vimos <u>continuam válidas</u>, independentemente se o expoente é um número positivo ou negativo.

(PREF. QUARAÍ/2019) Todas as operações fundamentais possuem propriedades que facilitam o seu desenvolvimento e tornam o resultado mais confiável. Dentre todas as operações, a potenciação tem diversas propriedades que ajudam na resolução de suas operações. Sobre a resolução da operação $(2^3.2^2)^2$, assinale a alternativa correta.

A) Basta conservar a base e somar os expoentes.

B) Basta conservar os expoentes e somar as bases.

C) Deve-se conservar a base, multiplicar os expoentes de dentro dos parênteses e, então, somar com o de fora.

D) Deve-se conservar a base, somar os expoentes de dentro dos parênteses e, então, multiplicar o resultado pelo expoente de fora dos parênteses.

E) O resultado final, independentemente da forma de resolução, será 512.

Comentários:

Veja que temos que resolver a expressão $(2^3.2^2)^2$. Para isso, utilizaremos as seguintes propriedades:

$$\text{P1)} \quad a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\text{P3)} \quad (a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Iniciamos com **a multiplicação dentro dos parênteses**. Sabemos que, na multiplicação de potências de mesma base, **mantemos a base e somamos os expoentes** $(\mathrm{P}1)$. Logo,

$$(2^3 . 2^2)^2 = (2^{3+2})^2 = (2^5)^2$$

Agora temos **uma potência de potência**. Nesse caso, devemos multiplicar os expoentes $(\mathrm{P}3)$.

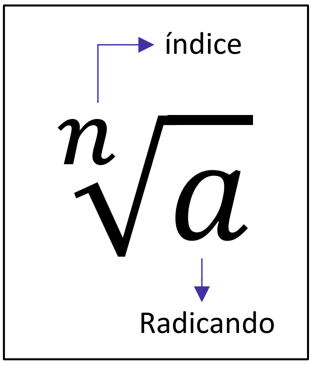
$$(2^5)^2 = 2^{10}$$

Esse raciocínio que seguimos é o que está descrito exatamente na alternativa D.

Gabarito: Letra D.

Propriedades da Radiciação

Antes de entrarmos nas propriedades da radiciação, é fundamental definirmos alguns elementos das raízes.



Note que **cada raiz possui dois elementos principais**: **o índice**, que vai dizer se estamos lidando com uma raiz quadrada, uma raiz cúbica, etc. e **o radicando** que é o número que está envolvido na operação em si. A raiz acima é lida da seguinte forma: **raiz enésima de a**.

$P5)$ **Toda raiz pode ser escrita na forma de uma potência**, em que **o expoente é uma fração**.

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Pessoal, essa é **a propriedade mais importante** em se tratando de raízes. Uma vez que a transformamos em uma potência, **todas as propriedades que vimos anteriormente também valem para ela**. Isso facilita muito a compreensão das próximas propriedades que veremos. Confira alguns exemplos.

- $\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$
- $\sqrt[3]{3^4} = 3^{\frac{4}{3}}$
- $\sqrt[5]{7^3} = 7^{\frac{3}{5}}$
- $\sqrt[10]{13^3} = 13^{\frac{3}{10}}$

Existe uma frase que ajuda a **lembrar quem vira numerador e quem vira denominador** na conversão de uma raiz para a forma de uma potência.

Quem está por dentro, está por cima. Quem está por fora, está por baixo.

Quem está por dentro, está por cima.

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Quem está por fora, está por baixo.

(PREF. PIÊN/2023) Assinale a alternativa que apresente CORRETAMENTE o valor de $\sqrt[8]{2^{16}}$:

A) 4^0

B) 2^1

C) 4^2

D) 2^3

E) 4^1

Comentários:

Pessoal, devemos aplicar o que vimos acima! **Escrever a raiz na forma de uma potência**.

$$\sqrt[8]{2^{16}} = 2^{\frac{16}{8}} = 2^2 = 4^1$$

Gabarito: LETRA E.

$P6)$ Na multiplicação de raízes com índices iguais, **conservamos o índice e multiplicamos os radicandos**.

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

- $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2 \cdot 4} = \sqrt[3]{8} = 2$
- $\sqrt[2]{100} \cdot \sqrt[2]{10} = \sqrt[2]{100 \cdot 10} = \sqrt[2]{1000}$

$P7)$ Na divisão de raízes com índices iguais, **conservamos o índice e dividimos os radicandos**.

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

- $\frac{\sqrt[3]{12}}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{\frac{12}{3}} = \sqrt[3]{4}$
- $\frac{\sqrt[4]{100}}{\sqrt[4]{50}} = \sqrt[4]{\frac{100}{50}} = \sqrt[4]{2}$
- $\frac{\sqrt[26]{4096}}{\sqrt[26]{512}} = \sqrt[26]{\frac{4096}{512}} = \sqrt[26]{8}$

$P8)$ Na potência de raízes, **o expoente pode ser levado para o radicando**

.

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$$

- $\left(\sqrt{3}\right)^5 = \sqrt{3^5} = \sqrt{243}$
- $\left(\sqrt[3]{5}\right)^3 = \sqrt[3]{5^3} = \sqrt[3]{125} = 5$
- $\left(\sqrt[5]{10}\right)^6 = \sqrt[5]{10^6} = \sqrt[5]{1000000}$

$P9)$ Quando precisamos tirar uma raiz de uma raiz, **mantemos o radical e multiplicamos os índices**.

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$$

- $\sqrt[3]{\sqrt[2]{2}} = \sqrt[3 \cdot 2]{2} = \sqrt[6]{2}$
- $\sqrt[2]{\sqrt[5]{5}} = \sqrt[2 \cdot 5]{5} = \sqrt[10]{5}$
- $\sqrt[7]{\sqrt[6]{9}} = \sqrt[7 \cdot 6]{9} = \sqrt[42]{9}$

HORA DE PRATICAR!

(PREF. SJ BELA VISTA/2023) Dentre as opções a seguir, assinale a que apresenta corretamente o resultado da operação $\sqrt[3]{\sqrt[3]{19683}}$:

A) 1.
B) 2.
C) 3.
D) 4.

Comentários:

Inicialmente, vamos usar **a propriedade P9** para transformar a expressão em uma única raiz.

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n\cdot m]{a}$$

Sendo assim,

$$\sqrt[3]{\sqrt[3]{19683}} = \sqrt[3\cdot 3]{19683} = \sqrt[9]{19683}$$

Agora, talvez a parte mais c**omplicada**. Devemos perceber que $\mathbf{19683 = 3^9}$.

Professor, como eu iria saber disso?

Galera, perceba que o resultado dessa raiz é um número inteiro que está nas alternativas! Sendo assim, você pode **testá-las**!

$$1^9 = 1 \qquad 2^9 = 512 \qquad 3^9 = 19683 \qquad 4^9 = 262144$$

Sendo assim:

$$\sqrt[9]{19683} = \sqrt[9]{3^9} = 3$$

Gabarito: LETRA C.

Detalhes Importantes

Vamos fazer algumas observações sobre aspectos da matéria que os alunos confundem bastante. Observe.

- $(2+3)^2 = 5^2 = 25$
- $2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$

Note que $(2+3)^2 \neq 2^2 + 3^2$. O expoente não entra **em cada membro da soma individualmente**. Primeiro **resolva o que está dentro do parênteses e, em seguida, resolva a potenciação**. O mesmo raciocínio vale para a subtração. Já quando estamos lidando com raízes, um **erro comum** entre os alunos é esse:

- $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{2+3} = \sqrt{5}$

Galera, **isso está muito errado**. Observe que:

$$\sqrt{2} = 1{,}4142\ldots \qquad \sqrt{3} = 1{,}7320\ldots \qquad \sqrt{5} = 2{,}2360\ldots$$

Com isso, veja que $\sqrt{2} + \sqrt{3} = 1{,}4142\ldots + 1{,}7320\ldots = 3{,}1462\ldots \neq 2{,}2360\ldots$

Não podemos cometer esse tipo de erro. **Quando somamos duas raízes que possuem índices iguais mais radicandos diferentes, não temos o que fazer**. Devemos deixar do jeito que está. Então, da próxima vez, por exemplo, que você chegar ao resultado $\boldsymbol{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$**,** esse será o resultado. Não há mais o que fazer, **você representará sua resposta como uma soma de duas raízes e estará correto!** Agora, você poderá somar duas raízes que são iguais.

- $\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$
- $\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{5} = 3\sqrt[3]{5}$
- $\sqrt[7]{10} + \sqrt[7]{10} + \sqrt[7]{10} + \sqrt[7]{10} = 4\sqrt[7]{10}$

A **racionalização de denominadores** pode gerar um pouco de ansiedade nos alunos, apesar de ser simples. Galera, *o que seria racionalizar um denominador?* É apenas **"tirar" a raiz da parte de baixo de uma fração**. Mas não é tirar de qualquer jeito! Devemos obter uma fração equivalente.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Observe que multiplicamos a fração $\frac{1}{\sqrt{2}}$ por $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$, mas note que $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$. Então, no fim, você multiplicou sua fração por 1! **Quando multiplicamos por 1, não alteramos o resultado**. Logo,

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Essa é a chamada **racionalização de denominadores** no seu caso mais simples. Acompanhe mais alguns racionalizações.

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{10}{\sqrt{5}} = \frac{10}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5}$$

$$\frac{5}{\sqrt{7}} = \frac{5}{\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{5\sqrt{7}}{7}$$

$$\frac{81}{\sqrt{27}} = \frac{81}{\sqrt{27}} \cdot \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{27}} = \frac{81\sqrt{27}}{27} = 3\sqrt{27}$$

A racionalização que fizemos acima é para quando o denominador for uma raiz quadrada. E quando não for?

$$\frac{1}{\sqrt[3]{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{3}} \cdot \frac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3^2}} = \frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{3 \cdot 3^2}} = \frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{3^3}} = \frac{\sqrt[3]{9}}{3}$$

Continue notando que $\sqrt[3]{3^2}/\sqrt[3]{3^2} = 1$. Ou seja, **continuamos multiplicando a nossa fração pelo número 1**. Veja que o radicando das raízes do numerador e denominador da fração equivalente a 1 possui o expoente 2. Isso acontece, pois, **precisamos obter o expoente 3 para cortar com o índice do radical e eliminar assim a raiz**! Acompanhe mais alguns exemplos para melhor entendimento.

$$\frac{1}{\sqrt[4]{2}} = \frac{1}{\sqrt[4]{2}} \cdot \frac{\sqrt[4]{2^3}}{\sqrt[4]{2^3}} = \frac{\sqrt[4]{2^3}}{\sqrt[4]{2^4}} = \frac{\sqrt[4]{8}}{2}$$

$$\frac{7}{\sqrt[10]{2^2}} = \frac{7}{\sqrt[10]{2^2}} \cdot \frac{\sqrt[10]{2^8}}{\sqrt[10]{2^8}} = \frac{7\sqrt[10]{2^8}}{\sqrt[10]{2^{10}}} = \frac{7\sqrt[10]{256}}{2}$$

$$\frac{3}{\sqrt[5]{5}} = \frac{3}{\sqrt[5]{5}} \cdot \frac{\sqrt[5]{5^4}}{\sqrt[5]{5^4}} = \frac{3\sqrt[5]{5^4}}{\sqrt[5]{5^5}} = \frac{3\sqrt[5]{625}}{5}$$

$$\frac{10}{\sqrt[40]{7}} = \frac{10}{\sqrt[40]{7}} \cdot \frac{\sqrt[40]{7^{39}}}{\sqrt[40]{7^{39}}} = \frac{10\sqrt[40]{7^{39}}}{\sqrt[40]{7^{40}}} = \frac{10\sqrt[40]{7^{39}}}{7}$$

(PREF. CAMBÉ/2023) Assinale a alternativa que apresenta um número igual a $\sqrt{3}/\sqrt{6}$:

A) $\sqrt{3}/3$

B) $\sqrt{2}/2$

C) $\sqrt{6}/6$

D) $\sqrt{3}/18$

E) $\sqrt{6}/18$

Comentários:

Vamos lá! O primeiro passo é tentar simplificar essa fração!

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{3}{6}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Agora, observe que temos uma **raiz no denominador**. É necessário **racionalizar**.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Logo, temos que:

$$\boxed{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{2}}$$

Gabarito: LETRA B.

Situações-Problemas

Essa parte do nosso livro cobrirá **os principais tipos de problemas que envolvem os conteúdos vistos nessa aula**. Quero ressaltar que **a cobrança "mais crua" do conteúdo**, assim como está na teoria, não acontece com muita frequência. Normalmente, toda **essa matéria é requisitada de uma forma mais contextualizada**. No entanto, é de fundamental importância dominar essa parte mais técnica, pois só assim saberemos **interpretar corretamente os problemas** e **não erraremos as manipulações algébricas**.

HORA DE PRATICAR!

(ISS - CAMPOS DOS GOYTACAZES/2024) Em certa empresa, o diretor é eleito entre os funcionários. Na próxima eleição, se inscreveram 2 candidatos e 236 votantes. O candidato que receber a maior quantidade de votos ocupará o cargo de diretor. Se cada votante escolheu um único candidato, qual a quantidade mínima de votos um candidato precisa para ser eleito?

A) 116.
B) 117.
C) 118.
D) 119.

Comentários:

Inicialmente, precisamos calcular a quantidade mínima de votos que um candidato precisa para ter a maioria absoluta. **A maioria absoluta é obtida quando um candidato tem mais da metade dos votos totais**. Assim, se há 236 votantes, a metade dos votos é **236/2 = 118**. Logo, a quantidade mínima de votos que um candidato precisa para ser eleito é:

$$118 + 1 = \mathbf{119}$$

Gabarito: LETRA D.

(IMBEL/2024) Uma empresa de eventos de festas infantis, cobra uma taxa de R$ 600,00 referente à decoração e mais R$ 15,00 por cada pessoa que comparece à festa organizada por eles. O valor cobrado pela empresa para uma festa que compareceram 50 pessoas, é de:

A) R$ 3.000,00
B) R$ 3.015,00
C) R$ 1.750,00
D) R$ 1.500,00
E) R$ 1.350,00

Comentários:

Para resolver este problema, podemos usar a seguinte expressão:

$$V = 600 + 15p$$

Onde **V é o valor cobrado pela empresa** e **p é o número de pessoas que comparecem à festa**.

De acordo com o enunciado, **50 pessoas** compareceram a festa. Logo, temos:

$$V = 600 + 15 \cdot 50$$

$$V = 600 + 750$$

$$V = 1350$$

Portanto, o valor cobrado pela empresa para uma festa que compareceram 50 pessoas é de **R$ 1.350,00**.

Gabarito: LETRA E.

Expressões Numéricas

De modo bem simplificado, **as expressões numéricas são contas prontas para serem resolvidas**. Observe um exemplo de questão com esse assunto.

EXEMPLIFICANDO

(SABESP) O resultado da expressão numérica $(2-3)\cdot(3-4)\cdot(4-5)\cdot(5-6)^2$ é igual a

A) 4

B) -3

C) -1

D) 3

E) 1

Antes de resolvermos a questão acima, é importante ter algumas ideias em mente. Existem **determinadas sequências** que devemos seguir quando estamos lidando com expressões numéricas. A primeira sequência surge a partir da pergunta: *o que resolver primeiro?*

PRESTE MAIS ATENÇÃO!

- **Primeiro**, resolvemos o que está dentro **de parênteses ( );**
- **Depois**, resolvemos o que está dentro **de colchetes [ ];**
- **Por fim**, resolvemos para o que está dentro **de chaves { }.**

Então, a ordem é a seguinte: ( ) –> [ ] –> { }.

Pode ser que dentro dos parênteses, do colchetes ou de chaves, **você se depare com mais de uma operação para resolver**. Logo, é preciso uma sequência para a resolução das operações também.

PRESTE MAIS ATENÇÃO!

- **Primeiro**, resolvemos as **potências ou raízes**;
- **Depois**, resolvemos as **multiplicações ou divisões**;
- **Por fim**, resolvemos as **adições ou subtrações**.

Vamos resolver a questão que mostramos a pouco.

Comentários:
O primeiro passo é sempre olhar para o que está **dentro do parênteses** e efetuar as operações do que está dentro dele. No nosso caso, temos **apenas subtrações, então é ela que faremos**. Além disso, vamos chamar toda nossa **expressão de E**.

$$E = (2-3)\cdot(3-4)\cdot(4-5)\cdot(5-6)^2$$

$$E = (-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)^2$$

Agora que resolvemos as operações dentro do parênteses e não há colchetes nem chaves, **vamos considerar toda a expressão**. Agora, primeiro resolvemos **as potências ou raízes**. Note que $(-1)^2 = (-1)\cdot(-1) = 1.$ Nesse ponto da matéria **é importante aprendermos o "jogo de sinais".** Quando temos uma multiplicação ou divisão de dois números, devemos nos atentar aos sinais dos mesmos.

1) **Se os dois números forem positivos**, o resultado da multiplicação/divisão **também será positivo**.
2) **Se os dois números forem negativos**, o resultado da multiplicação/divisão **será positivo**.
3) **Se os números possuírem sinais trocados**, o resultado da multiplicação/divisão **será negativo**.

Podemos reunir essas informações em uma **tabela ilustrativa**.

	+	-
+	+	-
-	-	+

É por isso que $(-1)^2 = (-1)\cdot(-1) = 1.$ É aquela famosa frase em ação: ***"menos com menos dá mais!"***. Então guarde: **A multiplicação/divisão de dois números negativos é um número positivo!!.**

$$E = (-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)^2$$

$$E = (-1)\cdot\underbrace{(-1)\cdot(-1)}_{1}\cdot 1$$

$$E = (-1)\cdot 1$$

$$E = -1$$

Gabarito: Letra C

Pessoal, é muito importante que vocês executem as operações na ordem correta! Essas contas estão aparecendo com uma certa frequência nas últimas provas! Por isso, recomendo que resolva muitas questões sobre esse tema para que os cálculos fiquem cada vez mais naturais.

(CPTRANS/2024) O resultado da expressão numérica $(20 - 3 \times 2 + 4)$ é igual a:

A) 18

B) 20

C) 24

D) 38

Comentários:

Para a expressão numérica da questão, seguimos a seguinte ordem de precedência das operações:

1. Potências e raízes
2. Multiplicações e divisões
3. Adições e subtrações

Neste caso, como não temos potências ou raízes, então começamos pelas **multiplicações e divisões**.

Temos 3×2, que dá 6. Substituímos essa parte da expressão pelo resultado:

$$(20 - 6 + 4)$$

Agora só temos adições e subtrações, que devem ser feitas da **esquerda para a direita**.

Temos **$20 - 6$, que dá 14**, e depois **$14 + 4$, que dá 18**. Sendo assim:

$$\mathbf{(20 - 3 \times 2 + 4) = 18}$$

Portanto, o resultado da expressão numérica é 18.

Gabarito: LETRA A.

(PREF. JARI/2024) A respeito do resultado da expressão numérica a seguir, é correto afirmar que é um(a):

$$-\frac{3}{2}\cdot[-6+2\div(1-2^{-1})]+\left(\frac{5}{4}\right)^0+\left(\sqrt[3]{27}\right)^2\div\left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{1}{3}}=$$

A) Número divisível por 3.
B) Número par.
C) Fração.
D) Múltiplo de 5.
E) Número primo.

Comentários:
Para resolver a expressão numérica, devemos seguir a ordem de prioridade das operações: **parênteses, potências e raízes, multiplicação e divisão, adição e subtração**. Dentro de cada grupo, devemos fazer as operações da **esquerda para a direita**. Seguindo essas regras, temos:

$$-\frac{3}{2}\cdot[-6+2\div(1-2^{-1})]+\left(\frac{5}{4}\right)^0+\left(\sqrt[3]{27}\right)^2\div\left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{1}{3}}=$$

$$=-\frac{3}{2}\cdot\left[-6+2\div\frac{1}{2}\right]+1+3^2\div\sqrt[3]{27}$$

$$=-\frac{3}{2}\cdot[-6+4]+1+9\div3$$

$$=-\frac{3}{2}\cdot[-6+4]+1+3$$

$$=-\frac{3}{2}\cdot(-2)+4$$

$$=3+4$$

$$=7$$

Portanto, o resultado da expressão numérica é 7, que é um **número primo**.

Gabarito: LETRA E.

Expressões Algébricas

Pessoal, enquanto nas expressões numéricas tínhamos apenas números, nas expressões algébricas teremos **números e letras**! Para visualizar melhor, confira alguns exemplos de expressões algébricas:

$$E_1 = 10mn^2p \qquad\qquad E_2 = ac^2 + b \qquad\qquad E_3 = bc + \frac{a}{2} + 3ad^2$$

Cada parcela de uma expressão algébrica é chamada de "**termo algébrico**". Em todo termo algébrico, temos uma **parte literal** e uma **parte numérica (coeficiente)**. Por exemplo:

$$\underbrace{10}_{\text{Coeficiente}}\underbrace{mn^2p}_{\text{Parte Literal}}$$

Ademais, quando uma expressão algébrica possui um único termo algébrico, ela é chamada de monômio. Já quando possui dois termos, ela é chamada de binômio; se tem três termos, é um trinômio e, por fim, quando possui mais de três termos, vira um polinômio. Vamos resumir!

RESUMINDO

	Exemplos
Monômios	x^2, ab, $10mn^2p$, xy^2wz
Binômios	$x^2 + y^2$, $ab + c$, $dx + 10$
Trinômios	$x + y + z$, $x^2 - x + 1$, $y + zx + d^2$
Polinômios	$x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 1$, $a + b - c + d - 1$

Professor, tô entendendo. Mas como esse assunto cai em prova?

Vamos lá! Quero trabalhar com vocês de forma bem objetiva, abordando os tipos de problema sobre o tema que mais caem em prova. Inicialmente, saiba que uma **cobrança bem comum** é o enunciado fornecer uma expressão algébrica e pedir para substituirmos as letras por números! *Vamos dar uma conferida?*

EXEMPLIFICANDO

(PREF. JOÃO PESSOA/2024) O valor numérico da expressão algébrica: $\frac{2a^2b^3-7a^3b^2}{4a^2b}$ para $a=-1$ e $b=2$, é igual a:

A) – 5,5

B) 5,5

C) – 1,5

D) 1,5

Comentários:

Para resolver essa questão, precisamos **substituir os valores de a e b** na expressão algébrica!

$$\frac{2a^2b^3-7a^3b^2}{4a^2b}=\frac{2\cdot(-1)^2\cdot 2^3-\ 7\cdot(-1)^3\cdot 2^2}{4\cdot(-1)^2\cdot 2}$$

$$=\frac{2\cdot 1\cdot 8\ -\ 7\cdot(-1)\cdot 4}{4\cdot 1\cdot 2}$$

$$=\frac{16\ +\ 28}{8}$$

$$=\frac{44}{8}$$

$$=\ 5{,}5$$

Perceba que tínhamos uma expressão algébrica e com a substituição de valores, caímos numa expressão numérica! Por fim, saiba que a resolução pode ser simplificada um pouco, ao colocarmos **"a²b" em evidência**. Tente! Na nossa resolução, o objetivo principal é apenas ter o primeiro contato com uma expressão algébrica.

Gabarito: LETRA C.

Beleza, professor, entendi! E o que mais?

Nesse contexto de cálculo algébrico, é importante que você saiba que quando temos binômios, trinômios ou polinômios, isto é, **expressões algébricas com mais de dois termos**, vamos conseguir somar ou subtrair apenas aqueles termos que são semelhantes.

TOME NOTA!

Termos algébricos semelhantes são aqueles termos que possuem a mesma parte literal.

São exemplos de termos semelhantes:

- "$5x$" e "$3x$"
- "abc" e "$-10abc$"
- "x^2y" e "$4x^2y$"
- "x^3y^2" e "$-50x^3y^2$"

Não são termos semelhantes:

- "ab" e "cb"
- "x^2y" e "xy"
- "x^3" e "y^3"
- "x^3" e "x^2"

Por exemplo, considere a seguinte expressão algébrica:

$$E = ab + 3xy + ab + 4xy + 5abc$$

Nós conseguimos simplificá-la, ao **identificar os termos semelhantes**. Por exemplo, veja que temos dois termos "ab" que são semelhantes, logo, conseguimos somá-los.

$$E = ab + 3xy + ab + 4xy + 5abc$$

$$E = \mathbf{2ab} + 3xy + 4xy + 5abc$$

Além disso, temos que "3xy" é semelhante com "4xy". Também podemos somá-los.

$$E = 2ab + 3xy + 4xy + 5abc$$

$$E = 2ab + \mathbf{7xy} + 5abc$$

Pronto pessoal, conseguimos dar uma simplificada na nossa expressão! Para isso, usamos **apenas operações com termos semelhantes!** No entanto, conseguimos dar ainda mais uma "arrumada" na expressão, colocando o termo "ab" em evidência. Observe!

$$E = 2ab + 7xy + 5abc$$

$$E = 2ab + 5abc + 7xy$$

Note que "2ab" e "5abc" não são termos semelhantes, pois **não possuem a mesma parte literal**! Assim, não podemos somá-los. No entanto, são termos bem parecidos, pois "ab" está presente nos dois.

$$E = 2ab + 5abc + 7xy$$

Colocar em evidência significa fazer o caminho inverso da propriedade distributiva.

$$E = ab \cdot (2 + 5c) + 7xy$$

Observe que quando fazemos o "**chuveirinho**", vamos obter exatamente a expressão que tínhamos antes de colocar o "ab" em evidência.

$$E = ab \cdot (2 + 5c) + 7xy \qquad \rightarrow \qquad E = 2ab + 5abc + 7xy$$

Explicado isso, gostaria que vocês fizessem a questão abaixo!

HORA DE PRATICAR!

(RBPREV/2023) Simplifique a expressão algébrica abaixo:

$$ab + 2cd + 4ab - 3ab - 2cd + 5ab$$

A) $7ab$
B) $3ab$
C) $7cd$
D) $14ab$
E) $3cd$

Comentários:

O primeiro passo é **identificar os termos semelhantes**!

$$ab + 2cd + 4ab - 3ab - 2cd + 5ab$$

Reorganizando:

$$(ab + 4ab - 3ab + 5ab) + (2cd - 2cd)$$

Agora, é só **operar os termos semelhantes**!

$$7ab + 0$$

$$\boxed{7ab}$$

Gabarito: LETRA B.

Produtos Notáveis

Agora, quero mostrar para vocês mais um recurso que usamos para simplificar expressões algébricas! São os famosos "Produtos Notáveis"! Pessoal, esse tópico é muito importante. Conhecer bem os produtos notáveis vai te ajudar em muitos outros tópicos que estudamos aqui na matemática! Por isso, não dá para estudar esse tópico de qualquer jeito! Se estiver cansado, dê uma descansada! Estique as pernas, beba uma água e/ou um café e vamos nessa!

Produtos Notáveis	
Quadrado da Soma	$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
Quadrado da Diferença	$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$
Produto da Soma pela Diferença	$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$
Cubo da Soma	$(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$
Cubo da Diferença	$(x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$

Para chegarmos nesses resultados, devemos usar a propriedade distributiva da multiplicação. É claro que sempre podemos fazer na hora da prova, mas, esses resultados aparecem tanto, que saber de antemão vai nos poupar muito tempo!

- Quadrado da Soma

$$(x+y)^2 = (x+y)(x+y) = x^2 + xy + yx + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

- Quadrado da Diferença

$$(x-y)^2 = (x-y)(x-y) = x^2 - xy - yx + y^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

- Produto da Soma pela Diferença

$$(x-y)(x+y) = x^2 + xy - yx - y^2 = x^2 - y^2$$

- Cubo da Soma

$$(x+y)^3 = (x+y)(x+y)^2 = (x+y)(x^2 + 2xy + y^2)$$

$$= x^3 + 2x^2y + xy^2 + yx^2 + 2xy^2 + y^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

- Cubo da Diferença

$$(x-y)^3 = (x-y)(x-y)^2 = (x-y)(x^2 - 2xy + y^2)$$

$$= x^3 - 2x^2y + xy^2 - yx^2 + 2xy^2 - y^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

Vamos resolver uma questão para entender como isso pode cair na nossa prova!

HORA DE PRATICAR!

(CM PINDAÍ/2023) Dadas as alternativas a seguir, assinale a igualdade verdadeira para todo a e para todo b:

A) $(a+b)^2 = a^2 + ab + b^2$

B) $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

C) $a^2 + b^2 = (a+b)(a+b)$

D) $(a+b)^3 = a^3 + 3ab + b^3$

E) $(a-b)^2 = b^2 + 2ab + a^2$

Comentários:

Observe que as alternativas trouxeram praticamente **todos os produtos notáveis** que vimos!

O único que está corretamente descrito se encontra na letra B!

É o **produto da soma pela diferença**:

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

Gabarito: LETRA B.

No contexto do Cálculo Algébrico, muitas vezes vamos ter que fazer também a "volta".

Como assim professor?

Explico melhor! Quando a questão traz $(a+b)^2$, você identifica o **produto notável** e lembra que o resultado é $a^2 + 2ab + b^2$. Agora, saber/fazer a "volta" é perceber que $a^2 + 2ab + b^2$ é igual a $(a+b)^2$ **e usar esse resultado para simplificar as expressões**! Nada melhor que uma questão para exemplificarmos.

EXEMPLIFICANDO

(IPREV-SANTOS/2022) Simplificando a expressão

$$\frac{3ax + 6ay + bx + 2by}{b^2 + 6ab + 9a^2}$$

com $b^2 + 6ab + 9a^2 \neq 0$, obtém-se

A) $\frac{x+2y}{b+3a}$
B) $\frac{2x+y}{3b+a}$
C) $\frac{3x+y}{2b+a}$
D) $\frac{x+3y}{b+2a}$

Comentários:

Observe que, em um primeiro momento, **não é trivial** identificarmos o produto notável. Mas, se olharmos atentamente para o denominador, vamos encontrá-lo!

$$b^2 + 6ab + 9a^2 \quad = \quad b^2 + 2 \cdot b \cdot (3a) + (3a)^2 \quad = \quad (b + 3a)^2$$

Observe que conseguimos escrever o denominador como um **quadrado da soma**!

Agora, vamos dar uma olhada no numerador.

$$3ac + 6ay + bc + 2by$$

Note que temos "3a" presente em dois termos e "b" presente em mais dois termos. Vamos colocá-los em evidência.

$$3a(c + 2y) + b(c + 2y)$$

Opa! (c+2y) é comum aos dois termos. Podemos colocá-lo em evidência também.

$$(c + 2y)(b + 3a)$$

Isso que acabamos de fazer é chamado de **fatoração**!

Nós transformamos a expressão $3ac + 6ay + bc + 2by$ em um **produto de fatores**: $(c + 2y)(b + 3a)$.

A fatoração é uma outra forma que temos para **simplificar expressões algébricas**. Vamos usar os resultados que obtivemos para reescrever a expressão do enunciado.

$$E = \frac{3ax + 6ay + bx + 2by}{b^2 + 6ab + 9a^2}$$

$$E = \frac{(c + 2y)(b + 3a)}{(b + 3a)^2}$$

Temos $(b + 3a)$ no numerador e no denominador, podemos **cortá-los**!

$$E = \frac{c + 2y}{b + 3a}$$

Como no denominador **o expoente era "2"**, quando fizemos o corte, ainda sobra "1"! *Tudo certo?*

Gabarito: LETRA A.

Pessoal, para finalizar essa parte, vamos dar uma olhada em mais alguns produtos notáveis.

INDO MAIS FUNDO!

Produtos Notáveis II	
Quadrado da Soma de Três Termos	$(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2 \cdot (xy + yz + xz)$
Produto de Warring I	$(x+y)(x^2 - xy + y^2) = x^3 + y^3$
Produto de Warring II	$(x-y)(x^2 + xy + y^2) = x^3 - y^3$

Professor, e isso cai??

Cai sim! A seguir, faremos exemplos com cada um dos produtos acima e você verá! Minha recomendação é que você faça seu próprio resumo, reunindo todos os produtos notáveis que vimos nessa aula. Volte sempre nele e, claro, faça muitos exercícios!

EXEMPLIFICANDO

(SAD-PE) A expressão $\frac{(a+b+c)^2-(a^2+b^2+c^2)}{2}$ é igual a:

A) 0.

B)1.

C) abc.

D) $ab + bc + ac$

E) $a^2b + b^2c + c^2a$

Comentários:

Temos a seguinte expressão algébrica:

$$E = \frac{(a+b+c)^2 - (a^2+b^2+c^2)}{2}$$

Lembre-se que na teoria vimos que:

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2 \cdot (ab + bc + ca)$$

Podemos usar esse resultado diretamente em "E":

$$E = \frac{(a^2+b^2+c^2) + 2 \cdot (ab+bc+ca) - (a^2+b^2+c^2)}{2}$$

Assim, ficamos com:

$$E = \frac{2 \cdot (ab+bc+ca)}{2} \qquad \rightarrow \qquad \boxed{E = ab + bc + ca}$$

Gabarito: LETRA D.

(PREF. FORTALEZA) Sabendo que $a \neq b$, uma expressão que simplifica $\frac{a^3-b^3}{a-b}$ é:

A) $a^2 + ab + b^2$

B) $a^2 - ab + b^2$

C) $a^2 + b^2$

D) $a^2 - b^2$

Comentários:

De cara, quando você visualizar o $a^3 - b^3$ você pode associar ao Produto de Warring II. Com isso,

$$E = \frac{a^3 - b^3}{a - b} \qquad \rightarrow \qquad E = \frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{(a-b)}$$

Note que, ao escrever $a^3 - b^3$ na forma de **um produto de dois fatores**, conseguimos **cortar** o $(a-b)$ que está presente tanto no numerador quanto no denominador. Com isso, ficamos assim:

$$E = \frac{\cancel{(a-b)}(a^2+ab+b^2)}{\cancel{(a-b)}}$$

$$E = a^2 + ab + b^2$$

Gabarito: LETRA A.

Questões Comentadas - FGV

Operações Fundamentais

1. (FGV/AGENERSA/2023) Considere o conjunto $A = \{2, 3, 5, 6\}$ e a operação $\&$ entre números inteiros quaisquer a e b definida por $\boxed{a\&b = 2a + b}$. Seja agora o conjunto B definido como sendo o conjunto dos elementos y tais que $\boxed{y = x\&4}$, para cada x pertencente ao conjunto A. A soma dos elementos de B é

A) 54.
B) 48.
C) 44.
D) 40.
E) 36.

Comentários:

O enunciado define uma nova operação "&" tal que:

$$\boxed{\boldsymbol{a\&b = 2a + b}}$$

Depois, ele fala que "B" é o conjunto dos elementos y tal que:

$$\boxed{\boldsymbol{y = x\&4}}$$

Em que "x" são os elementos de $\boldsymbol{A} = \{\mathbf{2}, \mathbf{3}, \mathbf{5}, \mathbf{6}\}$. Dessa forma, precisaremos usar essa nova operação para cada um dos elementos de A.

i) Para $x = \mathbf{2}$:

$$y = \mathbf{2}\&4$$

$$y = 2 \cdot \mathbf{2} + 4$$

$$y = 8$$

ii) Para $x = \mathbf{3}$:

$$y = \mathbf{3}\&4$$

$$y = 2 \cdot \mathbf{3} + 4$$

$$y = 10$$

iii) Para $x = \mathbf{5}$:

$$y = \mathbf{5}\&4$$

$$y = 2 \cdot \mathbf{5} + 4$$

$$y = 14$$

iv) Para $x = \mathbf{6}$:

$$y = \mathbf{6}\&4$$

$$y = 2 \cdot \mathbf{6} + 4$$

$$y = 16$$

Pronto! Temos todos os elementos de B.

$$B = \{8, 10, 14, 16\}$$

Queremos a soma (S) desses elementos.

$$S = 8 + 10 + 14 + 16$$

$$\boxed{S = 48}$$

Gabarito: LETRA B.

2. (FGV/SEAD-AP/2022) Suponha que $\boldsymbol{a\#b}$ significique $\mathbf{2a + 3b}$. Se $\mathbf{3\#(4\#x) = 48}$, então o valor de $\boldsymbol{x}$ é

a) 0.
b) 1.
c) 2.
d) 3.
e) 4.

Comentários:

Esse tipo de questão anda recorrente nas provas da FGV! O enunciado informa que:

$$a\#b = 2a + 3b$$

O “#” é apenas um símbolo que o examinador escolheu para representar a operação que ele criou! **Ele poderia ter colocado um coração, uma casa, uma árvore.** Eu já vi vários alunos se confundirem nesse tipo de questão por acha que o “#” significa alguma coisa que ele não sabe. **É apenas um símbolo**. Se você tem que resolver $a\#b$, então você deve fazer a operação $2a + 3b$ para obter o resultado.

Dito isso, vamos resolver o problema! A questão informa também que:

$$\mathbf{3\#(4\#x) \ = \ 48}$$

Nesse momento, devemos avaliar a expressão por partes.

Observe que $4\#x$ é equivalente a:

$$4\#x = 2 \cdot 4 + 3 \cdot x = 8 + 3x$$

Ou seja:

$$3\#(4\#x) = 3\#(8 + 3x)$$

Assim:

$$3\#(4\#x) \quad = \quad \mathbf{3}\#(\mathbf{8 + 3x}) \quad = \quad 2 \cdot \mathbf{3} + 3 \cdot (\mathbf{8 + 3x}) \quad = \quad 6 + 24 + 9x \quad = \quad 30 + 9x$$

Sabemos que **a expressão vale 48**. Portanto:

$$30 + 9x = 48 \qquad \rightarrow \qquad 9x = 18 \qquad \rightarrow \qquad \boxed{\mathbf{x = 2}}$$

Gabarito: Letra C

3. (FGV/MPE-GO/2022) Na operação de multiplicação abaixo, cada letra representa um algarismo, letras diferentes representam algarismos diferentes e C não pode ser zero.

$$\begin{array}{r} A\,5\,B \\ \times \quad\quad 4 \\ \hline C\,A\,C\,8 \end{array}$$

O valor de A + B + C é igual a

A) 13.
B) 14.
C) 15.
D) 16.

E) 17.

Comentários:

Inicialmente, observe que temos um número "B" que ao ser multiplicado por 4 resulta em número que possui o "8" **nas unidades**.

- Em um primeiro momento, podemos pensar que "B" é o número 2 pois $2 \cdot 4 = 8$. No entanto, ao fazer a próxima multiplicação, isto é, 5×4, teríamos que **"C" corresponderia ao número "0"**. Observe que **essa situação é proibida** pela questão, pois o enunciado fala que **C não pode ser zero**.

- Em um segundo momento, **uma outra opção para "B" é o número 7** pois $7 \cdot 4 = 28$. Nessa situação, "descemos" o 8 e "subimos" o 2. Esse 2 que subimos faz o valor de "C" ser diferente de zero e **igual a ele**! Observe como fica a multiplicação até aqui:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 2\ 2\ \ } \\ A\,5\,7 \\ \times \quad 4 \\ \hline 2\,A\,2\,8 \end{array}$$

- Observe que temos um número "A" que, ao ser multiplicado por 4 e somado com 2, resulta em um número da forma "2A" (ou seja, na casa dos 20!!). **Agora vem o "pulo do gato"!** Note, por exemplo, que **o número 25 pode ser escrito na forma "20 + 5"**. Analogamente, podemos escrever **o número "2A" na forma "20 + A"**. Então,

$$4 \cdot A + 2 = 20 + A \quad \rightarrow \quad 3A = 18 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{A = 6}$$

Pronto, temos todos os três valores! Queremos $A + B + C$.

$$A + B + C = 6 + 7 + 2 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{A + B + C = 15}}$$

Gabarito: LETRA C.

4. (FGV/SEMSA-MANAUS/2022) Na operação de subtração abaixo as letras X, Y e Z representam algarismos ocultos, não necessariamente diferentes.

$$\begin{array}{r} \mathbf{X}\ 5\ 3 \\ -\ 4\ 7\ \mathbf{Y} \\ \hline 2\ \mathbf{Z}\ 5 \end{array}$$

O valor de X + Y + Z é

A) 19.
B) 20.
C) 21.
D) 22.
E) 23.

Comentários:
Questão parecida com a anterior, mas envolvendo a operação de subtração!

- Inicialmente, temos um número "3" que, ao ser subtraído de "Y", resulta em 5. Note que essa situação não é possível, indicando que devemos pegar "emprestado" do vizinho. Com isso, ficamos com **"13" subtraído de um número Y, resultado em 5**.

$$13 - Y = 5 \qquad \rightarrow \qquad Y = 8$$

- Na subtração seguinte, como pegamos "emprestado", não vamos ter 5, **mas sim "4".** Nessa situação, temos que pegar emprestado novamente **no algarismo <u>seguinte</u>**. Ficamos com:

$$14 - 7 = Z \qquad \rightarrow \qquad Z = 7$$

- Na última subtração, lembre-se que pegamos "emprestado" anteriormente e **devemos subtrair uma unidade do X**. Assim,

$$(X - 1) - 4 = 2 \qquad \rightarrow \qquad X = 7$$

Vamos ver como ficariam todos esses passos!

$$\begin{array}{r} {}^{14} \\ {}^{6}\cancel{7}\ \cancel{5}\ {}^{1}3 \\ -\ 4\ \ 7\ \ 8 \\ \hline 2\ \ 7\ \ 5 \end{array}$$

O enunciado pede a soma de $X + Y + Z$.

$$X + Y + Z = 7 + 8 + 7 \qquad \rightarrow \qquad \boxed{\boldsymbol{X + Y + Z = 22}}$$

Gabarito: LETRA D.

5. (FGV/SEMSA-MANAUS/2022) O dobro do sucessor de 13 é a terça parte do antecessor de
A) 73.

B) 81.
C) 83.
D) 85.
E) 88.

Comentários:
Vamos por partes!

- Qual é o sucessor de 13? **É o 14!**

- Qual é o dobro de 14? **É o 28!**

A questão diz que esse número (28) é a **terça parte do antecessor** de um número "x".

- Qual é o antecessor do número "x"? **É o "$x-1$"!**

- Qual é a terça parte do número "$x-1$"? **É o $\frac{x-1}{3}$!**

Com isso, podemos fazer:

$$\frac{x-1}{3} = 28 \quad \rightarrow \quad x - 1 = 84 \quad \rightarrow \quad \boxed{x = 85}$$

Gabarito: LETRA D.

6. (FGV/SEMSA-MANAUS/2022) A soma do quociente com o resto da divisão do número 886 por 51 é igual a
A) 30.
B) 32.
C) 34.
D) 36.
E) 38.

Comentários:
Questão bem recente que cobrou que o aluno fizesse uma divisão! Vamos lá!

$$\begin{array}{r|l} 886 & 51 \\ \cline{2-2} -51 & 17 \\ \cline{1-1} 376 & \\ -357 & \\ \cline{1-1} 19 & \end{array}$$

O enunciado pede **a soma do quociente "17" com o resto "19"**. Assim,

$$S = 17 + 19 \qquad \rightarrow \qquad \boxed{S = 36}$$

Gabarito: LETRA D.

7. (FGV/CBM-AM/2022) Suponha que a # b signifique 5a + 2b, onde a e b são números inteiros. O valor de 4 # (5 # 2) é:

A) 78.

B) 66.

C) 52.

D) 48.

E) 45.

Comentários:

Questão bem interessante que trouxe uma "nova operação" indicada por "#". De acordo com o enunciado,

$$a \# b = 5a + 2b$$

Com isso:

$$5 \# 2 = 5 \cdot 5 + 2 \cdot 2 \qquad \rightarrow \qquad 5 \# 2 = 25 + 4 \qquad \rightarrow \qquad \boxed{5 \# 2 = 29}$$

Depois, fazemos:

$$4 \# 29 = 5 \cdot 4 + 2 \cdot 29 \qquad \rightarrow \qquad 4 \# 29 = 20 + 58 \qquad \rightarrow \qquad \boxed{\mathbf{4 \# 29 = 78}}$$

Gabarito: LETRA A.

8. (FGV/SSP-AM/2022) Considere uma operação entre números inteiros maiores do que zero, representada pelo símbolo & e definida como:

$a\&b \ = 3a + b$, sendo a e b números inteiros positivos.

Considere também o conjunto C cujos elementos são os números inteiros x, maiores do que zero, tais que $x\&2$ seja múltiplo de 4 e menor do que 40. O número de elementos do conjunto C é igual a

A) 1.

B) 2.

C) 3.

D) 4.

E) 5.

Comentários:

Questão parecida com a anterior, mas que vai além um pouco! O primeiro passo é identificamos os múltiplos de 4 **maiores do que zero e menores do que 40**.

$$M_4 = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36\}$$

Agora, queremos saber os valores de "x" tal que $x\&2$ seja um desses números acima. O enunciado disse que $a\&b \ = 3a + b$, assim:

$$x \ \& \ 2 = 3x + 2$$

Agora, vamos **igualar "3x+2" a cada um dos múltiplos de 4** que destacamos no conjunto M_4 acima. Só aceitaremos os valores de "x" que sejam números inteiros positivos!

$$3x + 2 = \mathbf{4} \quad \rightarrow \quad x = \frac{2}{3} \ \times$$

$$3x + 2 = \mathbf{8} \quad \rightarrow \quad x = \frac{6}{3} \quad \rightarrow \quad \boxed{x = 2}$$

$$3x + 2 = \mathbf{12} \quad \rightarrow \quad x = \frac{10}{3} \ \times$$

$$3x + 2 = \mathbf{16} \quad \rightarrow \quad x = \frac{14}{3} \ \times$$

$$3x + 2 = \mathbf{20} \quad \rightarrow \quad x = \frac{18}{3} \quad \rightarrow \quad \boxed{x = 6}$$

$$3x + 2 = \mathbf{24} \quad \rightarrow \quad x = \frac{22}{3} \ \times$$

$$3x + 2 = \mathbf{28} \quad \rightarrow \quad x = \frac{26}{3} \times$$

$$3x + 2 = \mathbf{32} \quad \rightarrow \quad x = \frac{32}{3} \quad \rightarrow \quad \boxed{x = \mathbf{10}}$$

$$3x + 2 = \mathbf{36} \quad \rightarrow \quad x = \frac{34}{3} \times$$

Opa! Pronto! Note que encontramos **3 valores possíveis para "x"**.

$$C = \{2, 6, 10\}$$

Gabarito: LETRA C.

9. (FGV/IMBEL/2021) O número inteiro N dividido por 7 deixa resto 3. O número N + 50 dividido por 7 deixa resto

A) 0.

B) 1.

C) 2.

D) 4.

E) 5.

Comentários:

Vamos usar **a relação fundamental da divisão**.

$$\text{DIVIDENDO} = \text{QUOCIENTE} \cdot \text{DIVISOR} + \text{RESTO}$$

- **O número inteiro N dividido por 7 deixa resto 3.** Assim,

$$N = 7q + 3 \qquad (1)$$

"q" representa o quociente dessa divisão. Analogamente, vamos escrever essa relação agora considerando que vamos **dividir apenas o número 50 por 7**.

$$50 = 7 \cdot 7 + 1 \qquad (2)$$

Note que **essa divisão fornece quociente 7 e resto 1**. Somando as duas equações acima membro a membro.

$$N + 50 = (7q + 3) + (7 \cdot 7 + 1)$$

Reorganizando,

$$N + 50 = 7q + 7 \cdot 7 + 3 + 1 \quad \rightarrow \quad N + 50 = 7 \cdot \underbrace{(q + 7)}_{Q} + 4 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{N + 50 = 7Q + 4}$$

Note que a expressão que obtivemos é exatamente a relação fundamental da divisão escrita para um **dividendo igual a "N+50"**, **divisor igual a 7**, quociente igual a Q e **resto igual 4**.

Gabarito: LETRA D.

▪

QUESTÕES COMENTADAS - FGV

Potenciação e Radiciação

1. (FGV/ALEP-PR/2024) O número real $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ é igual a:

A) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

B) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$

C) $\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)/5$

D) $1/\sqrt{5}$

E) $1/\sqrt{6}$

Comentários:

Precisamos racionalizar o denominador! Para isso, devemos **multiplicar a fração por uma expressão equivalente a 1** que tenha o conjugado do denominador. O conjugado de uma soma ou diferença de raízes é obtido **trocando-se o sinal entre elas**. Assim, temos:

$$\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\cdot\frac{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3^2}-\sqrt{2^2}}=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$$

Portanto, a alternativa correta é a letra A.

Gabarito: LETRA A.

2. (FGV/ALEP-PR/2024) O número real $\sqrt{2}+\sqrt{8}$ é igual a:

A) 4

B) 8

C) $3\sqrt{2}$

D) $4\sqrt{8}$

E) $\sqrt{10}$

Comentários:

Para resolver essa questão, podemos usar a seguinte **propriedade**:

$$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$$

Assim, podemos **simplificar a expressão $\sqrt{2}+\sqrt{8}$** da seguinte forma:

$$\sqrt{2}+\sqrt{8}=\sqrt{2}+\sqrt{4\cdot 2}=\sqrt{2}+\sqrt{4}\cdot\sqrt{2}=\sqrt{2}+2\sqrt{2}=3\sqrt{2}$$

Portanto, **a alternativa correta é a letra C**.

Gabarito: LETRA C.

3. (FGV/PREF. SP/2023) Sendo N um número real maior do que 1, o valor de $\sqrt[3]{N\sqrt[3]{N^2\sqrt[3]{N}}}$ é igual a:

A) $N^{\frac{1}{27}}$

B) $N^{\frac{4}{27}}$

C) $N^{\frac{8}{27}}$

D) $N^{\frac{16}{27}}$

E) $N^{\frac{1}{3}}$

Comentários:

Nessa questão, utilizaremos **três importantes** propriedades da potenciação/radiciação.

$$\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}} \qquad (a^m)^n=a^{m\cdot n} \qquad a^m\cdot a^n=a^{m+n}$$

Agora, vamos escrever a expressão do enunciado usando **apenas expoentes**.

$$\sqrt[3]{N\sqrt[3]{N^2\sqrt[3]{N}}}=\left(N\left(N^2\cdot N^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{3}}$$

Com isso, vamos começar a resolver do parênteses mais **interno para o mais externo**.

$$\left(N\left(N^2\cdot N^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{3}}\rightarrow\left(N\left(N^{2+\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{3}}\rightarrow\left(N\left(N^{\frac{7}{3}}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{3}}\rightarrow\left(N\cdot N^{\frac{7}{9}}\right)^{\frac{1}{3}}\rightarrow\left(N^{1+\frac{7}{9}}\right)^{\frac{1}{3}}\rightarrow\left(N^{\frac{16}{9}}\right)^{\frac{1}{3}}\rightarrow\boxed{N^{\frac{16}{27}}}$$

Gabarito: LETRA D.

4. (FGV/SEE-PE/2016) Considere os números $A=2^{0,3}$ e $B=2^{0,7}$. Um valor aproximado, com 2 decimais, para A é 1,23. Um valor aproximado para B é

A) 1,47.

B) 1,51.

C) 1,58.

D) 1,63.

E) 1,69.

Comentários:
Para responder essa questão, devemos perceber que:

$$A \cdot B = 2^{0,3} \cdot 2^{0,7} \quad \rightarrow \quad A \cdot B = 2^{0,3+0,7} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{A \cdot B = 2}$$

Como **o valor de A é 1,23**, podemos substituir na expressão acima e encontrar B.

$$1,23 \cdot B = 2 \quad \rightarrow \quad B = \frac{2}{1,23} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{B = 1,63}$$

Gabarito: LETRA D.

5. (FGV/PREF. SALVADOR/2019) Na expressão

$$\frac{\sqrt{14}+\sqrt{10}}{\sqrt{14}-\sqrt{10}} = a + \sqrt{b}$$

Os números a e b são inteiros. Então, $b - a$ é igual a
A) 25.
B) 26.
C) 27.
D) 28.
E) 29.

Comentários:
Vamos **racionalizar o denominador** dessa fração, acompanhe!

$$E = \frac{\sqrt{14}+\sqrt{10}}{\sqrt{14}-\sqrt{10}} \quad \rightarrow \quad E = \frac{(\sqrt{14}+\sqrt{10})}{(\sqrt{14}-\sqrt{10})} \cdot \frac{(\sqrt{14}+\sqrt{10})}{(\sqrt{14}+\sqrt{10})}$$

Observe que para racionalizar, multiplicamos o numerador e o denominador da fração **por um mesmo número**. Esse número é basicamente o denominador original, mas com **o sinal entre os radicais trocado**, tudo bem? Em situações análogas, você **sempre poderá se valer dessa técnica**. Assim,

$$E = \frac{(\sqrt{14}+\sqrt{10})^2}{14-10} \quad \rightarrow \quad E = \frac{14+2\sqrt{14}\sqrt{10}+10}{4} \quad \rightarrow \quad E = \frac{24+4\sqrt{35}}{4}$$

Por fim,

$$E = 6 + \sqrt{35}$$

Comparando com $a + \sqrt{b}$, tiramos que:

$$a = 6 \quad \text{e} \quad b = 35$$

Quando fazemos $b - a$:

$$b - a = 35 - 6 \qquad \rightarrow \qquad \boldsymbol{b - a = 29}$$

Gabarito: LETRA E.

6. (FGV/SEE-PE/2016) Considere o conjunto de números $\{1, 2, 2^2, 2^3, \ldots, 2^{2015}, 2^{2016}\}$. A diferença entre o maior elemento desse conjunto e a soma dos demais elementos é

A) 0.
B) 1.
C) 2.
D) 2^{2015}.
E) -2^{2015}.

Comentários:

Questão bem interessante! Tente visualizar comigo o seguinte:

- Soma dos **dois** primeiros números:

$$1 + 2 = 3$$

- Soma dos **três** primeiros números:

$$1 + 2 + 2^2 = 7$$

-Soma dos **quatro** primeiros números:

$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 = 15$$

- Soma dos **cinco** primeiro números:

$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 = 31$$

Galera, perceba que quando somamos os **dois primeiros números**, o resultado da soma foi $2^2 - 1$.

Quando somamos os **três primeiros números**, o resultado da soma foi $2^3 - 1$.
Quando somamos os **quatro primeiros números**, o resultado da soma foi $2^4 - 1$.

Quando somamos os **cinco primeiros números**, o resultado da soma foi $2^5 - 1$.

Assim, podemos generalizar e dizer que **a soma dos "n" primeiros termos** desse conjunto será da forma:

$$S_n = 2^n - 1$$

Note que queremos **somar os termos de 1 até 2^{2015}**. Assim, teremos 2016 termos.

$$S_{2016} = 2^{2016} - 1$$

A diferença entre **o maior termo** (2^{2016}) e **a soma dos demais** é:

$$\text{Diferença} = 2^{2016} - (2^{2016} - 1) \quad \rightarrow \quad \text{Diferença} = \cancel{2^{2016}} - \cancel{2^{2016}} + 1$$

$$\mathbf{Diferença = 1}$$

Gabarito: LETRA B.

7. (FGV/CM-PE/2014) O corpo humano possui cerca de 50 bilhões de células e a população brasileira é de cerca de 200 milhões de habitantes. A quantidade de células de toda a população brasileira é cerca de:
A) 10^{16}
B) 10^{17}
C) 10^{18}
D) 10^{19}
E) 10^{20}

Comentários:
Lembre-se o seguinte:

$$1 \text{ milhão} = 1.000.000 = 10^6$$
$$1 \text{ bilhão} = 1.000.000.000 = 10^9$$

Assim,

$$50 \text{ bilhões} = 50.000.000.000 = 50 \cdot 10^9 = 5 \cdot 10^{10}$$

Da mesma forma,

$$200 \text{ milhões} = 200.000.000 = 200 \cdot 10^6 = 2 \cdot 10^8$$

Para encontrar a quantidade de células em toda a população brasileira, basta **multiplicar as 2 quantidades**.

$$\text{Total de Células} = (5 \cdot 10^{10}) \cdot (2 \cdot 10^{8})$$

$$\text{Total de Células} = 10 \cdot 10^{10+8} = 10 \cdot 10^{18} = 10^{19}$$

Gabarito: LETRA D.

QUESTÕES COMENTADAS - FGV

Problemas

1. (FGV/GCM-SJC/2024) Ângela e Beatriz resolveram ler o mesmo livro começando a leitura no mesmo dia. Ângela leu 20 páginas por dia e Beatriz leu 15 páginas por dia. Ângela levou 18 dias para ler todo o livro. Após Ângela terminar a leitura, o número de dias que Beatriz ainda levou para terminar a leitura do livro foi

A) 2.
B) 3.
C) 4.
D) 6.
E) 8.

Comentários:

Observe que o enunciado afirma que Ângela leu 20 páginas por dia e que demorou 18 dias para ela ler todo o livro. Sendo assim, o total de páginas desse livro é dado por:

$$p = 18 \cdot 20 \quad \rightarrow \quad p = 360$$

Com isso, concluímos que **o livro tem 360 páginas**. Como Beatriz lê 15 páginas por dia:

$$d = \frac{360}{15} \quad \rightarrow \quad d = 24$$

Então **ela precisará de 24 dias para ler todo o livro**.

Sendo assim, após Ângela terminar o livro com 18 dias, **Beatriz ainda precisará de mais 6 dias** para terminá-lo.

Gabarito: LETRA D.

2. (FGV/GCM-SJC/2024) Para discutir os detalhes de uma operação policial o tenente chamou para uma reunião 4 sargentos devendo, cada um deles, trazer 6 cabos como auxiliares para também participar da reunião. O número total de pessoas presentes nessa reunião foi:

A) 10.
B) 11.
C) 24.
D) 25.
E) 29.

Comentários:

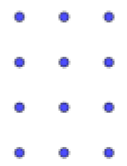
Como cada sargento teve que trazer **6 cabos**, então o total de cabos que participaram da reunião foi:

$$4 \cdot 6 = 24 \text{ cabos}$$

Logo, participaram da reunião: **1 tenente, 4 sargentos e 24 cabos,** totalizando **29 pessoas**.

Gabarito: LETRA E.

3. (FGV/GCM-SJC/2024) Em um espaço retangular medindo 2m x 3m há 12 soldados formados, um soldado em cada vértice do retângulo e os demais alinhados paralelamente aos lados do retângulo, com um espaçamento de 1m entre eles, conforme ilustrado na figura a seguir.



Em um espaço retangular medindo 5m x 6m, com o mesmo tipo de formação, o número de soldados será

A) 30.

B) 36.

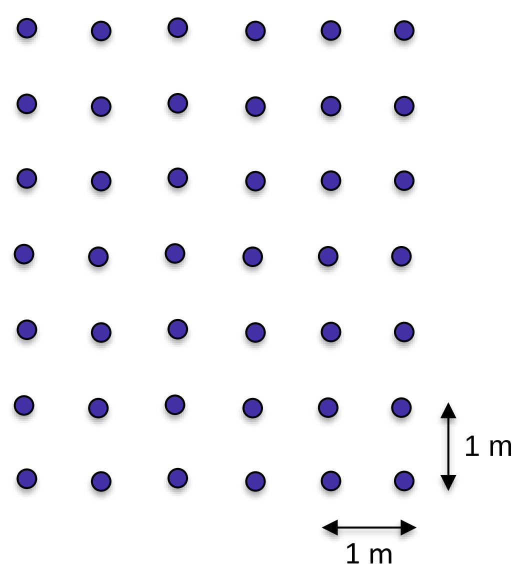
C) 42.

D) 48.

E) 60.

Comentários:

Pessoal, podemos fazer o desenho de acordo com **as instruções do enunciado**.



Observe que ficamos com **6 filas de 7 soldados cada**. No total, temos:

$$S = 6 \cdot 7$$

$$\boxed{S = 42 \text{ soldados}}$$

Gabarito: LETRA C.

4. (FGV/CM TAUBATÉ/2022) Para ocupar a presidência de um clube de futebol foi realizada uma eleição em dois turnos. No primeiro turno, os três mais votados foram Antônio, Flávio e Renato. No segundo turno, cada eleitor deveria assinalar, na cédula contendo esses três nomes, 3 pontos para sua primeira opção, 2 pontos para sua segunda opção e 1 ponto para a opção restante.

O regulamento determinava que as cédulas não preenchidas dessa forma seriam descartadas. Terminado o segundo turno, a apuração revelou que Antônio teve 482 pontos, Flávio teve 563 pontos e Renato teve 479 pontos. Assim, Flávio será o novo presidente do clube. O número de cédulas válidas no segundo turno foi

a) 242.
b) 250.
c) 254.
d) 260.
e) 272.

Comentários:

Em cada cédula válida são distribuídos **6 pontos**: **3** para a 1ª opção, **2** para a 2ª opção e **1** para a 3ª opção. Assim, para determinar o número de cédulas válidas, devemos somar todas as pontuações e dividir por 6. Seja "n" esse número procurado, então:

$$n = \frac{482 + 563 + 479}{6} \quad \rightarrow \quad n = \frac{1524}{6} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{n = 254}}$$

Gabarito: LETRA C.

5. (FGV/CM TAUBATÉ/2022) As amigas Bia, Deca e Manu passaram o sábado treinando e jogaram várias partidas de tênis entre si. Nos jogos de tênis não há empate. Ao todo, Bia ganhou 5 jogos e perdeu 3, Deca ganhou 4 jogos e perdeu 4. Se Manu ganhou 5 jogos, então ela perdeu

a) 3.
b) 4.
c) 5.
d) 6.

e) 7.

Comentários:
Essa questão é bem legal, pois ao mesmo tempo que pode parecer complicada, ela envolve um pensamento bem simples para resolvê-la. Observe que como não há empate no jogo de tênis, se **um ganha, o outro perde**. Por exemplo, se 2 pessoas jogam diversas partidas e uma ganhou 10 jogos, **então a outra perdeu 10 jogos**. Vamos usar esse raciocínio para resolver a questão. Observe a tabela com as informações da questão.

	Ganhou	Perdeu
Bia	5	3
Deca	4	4
Manu	5	x

Assim, a soma da coluna "ganhou" deve ser igual a soma da coluna "perdeu".

$$5 + 4 + 5 = 3 + 4 + x$$

$$10 = 3 + x$$

$$\boxed{x = 7}$$

Gabarito: LETRA E.

6. (FGV/SENADO FEDERRAL/2022) As Uma empresa constrói ferrovias usando 3 tipos de peças de encaixe, de 110, 210 e 310 metros de comprimento. Ela pretende construir um trecho com exatamente 1,5 quilômetros de extensão, usando ao menos uma peça de cada um dos 3 tipos. O número total de peças que ela deve usar para montar o trecho da ferrovia é igual a
a) 8.
b) 9.
c) 10.
d) 11.
e) 12.

Comentários:
Essa questão pode ser um pouco capciosa. Inicialmente, observe que queremos construir um trecho de exatamente **1,5 quilômetros (1.500 metros)** usando três tipos de peças. Como **precisamos usar pelo menos uma peça de cada tipo**, essas peças mínimas já cobrem:

$$110 + 210 + 310 = 630 \text{ m}$$

Com 630 metros de ferrovia cobertos, devemos encontrar a quantidade de peças para cobrir **os 870 metros restantes.**

$$1500 - 630 = 870 \text{ m}$$

Galera, aqui é o **pulo do gato** para responder a questão **rapidamente**. Observem o número:

$$870$$

Nossas peças são de 110 (cento e **DEZ**), 210 (duzentos e **DEZ**) e 310 (trezentos e **DEZ**).

Observe que precisaremos unir **7 peças** dessas para obter um comprimento de **"alguma coisa e SETENTA"**. Não precisamos saber quantas serão de cada uma, mas apenas que **precisaremos de sete delas**. Vou explicar melhor. **Por exemplo**, se você usar apenas **três peças**, sempre vai obter um resultado **"alguma coisa e TRINTA"**. Observe algumas possibilidades:

$$110 + 210 + 310 = \mathbf{6\underline{30}}$$

$$110 + 110 + 310 = \mathbf{5\underline{30}}$$

$$310 + 310 + 310 = \mathbf{9\underline{30}}$$

Se você juntar **cinco peças**, qualquer que seja a combinação que você faça, sempre obterá um resultado do tipo **"alguma coisa e CINQUENTA"**. Observe algumas possibilidades:

$$110 + 110 + 110 + 110 + 110 = \mathbf{5\underline{50}}$$

$$110 + 210 + 210 + 310 + 310 = \mathbf{11\underline{50}}$$

$$210 + 210 + 210 + 110 + 110 = \mathbf{8\underline{50}}$$

Estão começando a perceber?

Acontece que estamos precisando que a combinação dessas peças resulte em **870!** Logo, precisaremos de 7 peças! **Pois é na combinação de sete peças que obteremos resultados do tipo "alguma coisa e SETENTA".** Não precisamos saber qual é a combinação pois **a questão quer apenas a quantidade total**.

Ora, usamos **três peças** para cobrir a condição do enunciado e agora vimos que **precisamos de mais 7**. Com isso, podemos concluir que o total de peças necessário para cobrir os 1.500 metros é:

$$\boxed{3 + 7 = 10}$$

Professor, mas eu quero descobrir quantas peças de cada tipo precisamos!

Nesse caso, você tem que ficar **chutando a quantidade** de cada uma das peças até conseguir alcançar os 870 metros. Essa estratégia pode ser perigosa pois **pode demandar preciosos minutos de prova**.

De qualquer forma, os 870 metros são obtidos com **6 peças de 110 metros** e **1 peça de 210 metros**.

$$110 + 110 + 110 + 110 + 110 + 110 + 210 = 870$$

Logo, para cobrir os 870 metros restantes precisamos de mais 7 peças, como havíamos previsto. Lembre-se que usamos três peças para satisfazer a condição do enunciado (usar uma peça de cada). Sendo assim, o total de peças utilizadas é $3 + 7 = 10$.

Gabarito: LETRA C.

7. (FGV/TRT-MA/2022) Horácio tem 5 filhos. Cada um desses 5 filhos, também tem 5 filhos ou não tem filho algum. Horácio não tem bisnetos. Ao todo, somando filhos e netos, Horácio tem 20 descendentes. O número de descendentes de Horácio que não têm filhos é igual a

a) 3.
b) 6.
c) 9.
d) 15.
e) 17.

Comentários:

Inicialmente, vamos deixar claro quem são os descendentes de Horácio: **são seus filhos** e **seus netos**.

Professor, mas e os bisnetos??

Observe que a questão afirma que Horácio não tem bisnetos. Sendo assim, podemos concluir que **nenhum dos netos de Horácio possui filhos**.

Agora, vamos raciocinar o seguinte: se Horácio tem 20 descendentes e sabemos que 5 deles são filhos, então 15 são netos. Ora, se Horácio tem 15 netos, é porque **três filhos** de Horácio têm 5 filhos cada.

$$5 \cdot 3 = 15$$

Sendo assim, como Horácio tem ao todo 5 filhos e já sabemos que 3 deles tiveram filhos, então **2 filhos de Horácio não tiveram filho algum**.

Por fim, observe que a questão quer o número de descendentes que não possuem filhos. Nesse caso, devemos contabilizar **todos os netos (que são 15)** mais os **2 filhos de Horácio que não possuem filhos**. Logo:

$$15 + 2 = 17$$

Gabarito: LETRA E.

8. (FGV/SSP-AM/2022) Um encontro de família foi organizado por 5 casais. Cada um desses casais teve 4 filhos, todos casados e com 3 filhos cada um. Todas as pessoas citadas compareceram ao encontro. O número de pessoas nesse encontro de família é

A) 70.
B) 80.
C) 90.
D) 100.
E) 110.

Comentários:

Vamos por partes. O encontro foi organizado por 5 casais. Logo, temos aí **10 pessoas**.

Cada um desses 5 casais, teve 4 filhos. Com isso, temos **20 filhos ao todo**.

Cada um desses filhos, é casado. Assim, podemos contar mais **20 cônjuges**.

Por fim, cada um desses 20, tem 3 filhos. Portanto, são **60 filhos** (netos dos primeiros casais).

Agora, basta somarmos essas quantidades.

$$10 + 20 + 20 + 60 = \mathbf{110\ pessoas}$$

Gabarito: LETRA E.

9. (FGV/PC-RJ/2022) João tem hoje 22 anos e lembrou que, há oito anos, nesse mesmo dia do ano, sua irmã Maria disse para ele: “Eu tenho a metade da sua idade”. Nesse mesmo dia do ano, quando Maria tiver 35 anos, João terá:

A) 42 anos;
B) 43 anos;
C) 57 anos;
D) 65 anos;

E) 70 anos;

Comentários:

Inicialmente, vamos voltar 8 anos. Se João tem **22 anos hoje**, então **8 anos atrás ele tinha 14**.

Nesse momento do passado, a irmã dele falou que tinha **a metade** da idade dele, ou seja, 7 anos.

Diante desse fato, conseguimos perceber que **a diferença de idade entre João e Maria é de 7 anos**. Logo, quando Maria tiver 35 anos, João terá 7 anos a mais que ela, ou seja, **42 anos**.

Gabarito: LETRA A.

10. (FGV/PC-AM/2022) Em um grupo de 64 policiais civis e militares, 24 são civis. Metade dos policiais militares é casada e há um total de 36 policiais solteiros. Nesse grupo, o número de policiais civis casados é igual a

A) 8.

B) 10.

C) 12.

D) 13.

E) 16.

Comentários:

Galera, temos 64 policiais. Se 24 deles são civis, então temos **40 militares**.

$$64 - 24 = 40$$

Se metade dos policiais militares é casado, então temos **20 militares casados** no grupo.

Como **o total de solteiros** desse grupo é 36, podemos concluir que, **no total**, temos **28 casados**.

$$64 - 36 = 28$$

Ora, já descobrimos que 20 militares são casados. Sendo assim, **a diferença de 8** é justamente a quantidade de **policiais civis** que são casados.

$$28 - 20 = 8$$

Gabarito: LETRA A.

11. (FGV/PC-RN/2021) Em um grupo de policiais civis há agentes e escrivães, sendo que 20% deles são escrivães e os demais são agentes. Dez escrivães saem do grupo e, agora, 96% dos policiais civis do grupo são agentes. O número de escrivães que restaram no grupo é:

A) 2;

B) 4;

C) 6;

D) 8;

E) 10;

Comentários:

Como 20% dos policiais são escrivães, então **teremos 80% de agentes**. Considerando que o total de policiais no grupo é "n", podemos escrever o seguinte:

$$AGENTES = 0{,}8 \cdot n \qquad (1)$$

$$ESCRIVÃES = 0{,}2 \cdot n \qquad (2)$$

Observe que quando **10 escrivães saem do grupo**, a porcentagem de agentes sobe para 96%. Com isso,

$$AGENTES = 0{,}96 \cdot (n - 10) \qquad (3)$$

Para entender a equação acima, note que o número de policiais diminui 10. Logo, seu total não será mais "n", mas sim "$n - 10$". Como a quantidade de agentes é **96% desse novo total**, para encontrar a quantidade de agentes, devemos **multiplicar 0,96 pelo novo total de policiais ($n - 10$).**

Como **a quantidade de agentes <u>não mudou</u>**, podemos igualar (1) e (3).

$$0{,}8n = 0{,}96(n - 10)$$

Aplicando a **propriedade distributiva** e isolando o "n":

$$0{,}8n = 0{,}96n - 9{,}6 \quad \rightarrow \quad 0{,}16n = 9{,}6 \quad \rightarrow \quad n = \frac{9{,}6}{0{,}16} \quad \rightarrow \quad n = 60$$

Pronto, com isso descobrimos que **o número <u>inicial</u> de policiais no grupo era 60**. Como tivemos a saída de 10 escrivães, **o total de policial no grupo fica 50**.

O enunciado pergunta **quantos escrivães <u>restaram</u>**. Para determinarmos essa quantidade, devemos perceber que após a saída dos 10, temos 96% de agentes. Isso significa que apenas **4% do que sobrou são escrivães**. Assim, a quantidade de escrivães após a saída dos 10 é:

$$\text{ESCRIVÃES} = 4\% \cdot 50 \quad \rightarrow \quad \text{ESCRIVÃES} = \frac{4}{100} \cdot 50 \quad \rightarrow \quad \text{ESCRIVÃES} = 2$$

Restaram apenas **2 escrivães** no grupo.

Gabarito: LETRA A.

12. (FGV/PC-RN/2021) O número de ocorrências em certa delegacia de polícia diminuiu 10% no primeiro semestre de 2020 em relação ao semestre anterior. Entretanto, no segundo semestre de 2020, o número de ocorrências aumentou 30% em relação ao semestre anterior. Durante todo o ano de 2020 o número de ocorrências nessa delegacia aumentou em:

A) 10%

B) 12%

C) 15%

D) 17%

E) 20%

Comentários:

No primeiro semestre de 2020, **houve redução de 10% em relação ao semestre anterior**. Considere que no semestre anterior tenham sido registradas "n" ocorrências. Assim, com essa redução de 10%, o número de ocorrências no primeiro semestre de 2020 foi de:

▪

$$1^{\underline{o}} \text{ semestre de } 2020 = 0{,}9\text{n}$$

No segundo semestre de 2020, **tivemos um aumento de 30% nos casos** em relação ao semestre anterior. Assim, o aumento foi de:

$$\text{Aumento no } 2^{\underline{o}} \text{ semestre de } 2020 = 0{,}3 \cdot 0{,}9\text{n}$$
$$\text{Aumento no } 2^{\underline{o}} \text{ semestre de } 2020 = 0{,}27\text{n}$$

Note que para calcularmos o aumento, fazemos 30% da quantidade de ocorrências no primeiro semestre (0,9n). **Muita atenção para não achar que é 0,3n**. Tudo certo? Assim, o número de casos aumentou em 0,27n. Com isso, no 2º semestre ficamos com o seguinte total de casos:

$$2^{\underline{o}} \text{ semestre de } 2020 = 0{,}9\text{n} + 0{,}27\text{n}$$
$$2^{\underline{o}} \text{ semestre de } 2020 = 1{,}17\text{n}$$

Assim, em 2020 tivemos um **aumento de 17%** em relação ao último semestre do ano anterior.

Gabarito: LETRA D.

13. (FGV/PC-RN/2021) Uma delegacia de polícia atende aos cidadãos todos os dias. O novo escrivão foi designado para fazer um relatório das atividades da delegacia de 4 em 4 dias. Em cada relatório ele deve registrar as ocorrências do dia e dos três dias anteriores, e o primeiro relatório que ele fez foi num sábado. O novo escrivão fez seu 40º relatório em uma:

A) segunda-feira;

B) terça-feira;

C) quarta-feira;

D) quinta-feira;

E) sexta-feira.

Comentários:

Vamos tentar desenhar uma espécie de calendário que nos auxilie a enxergar melhor o problema.

	Sábado	Domingo	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
4 semanas (1º mês)	1º relatório				2º relatório		
		3º relatório				4º relatório	
			5º relatório				6º relatório
				7º relatório			
4 semanas (2º mês)	8º relatório				9º relatório		
		10º relatório				11º relatório	
			12º relatório				13º relatório
				14º relatório			

Note que **os dias de entrega voltam a se repetir de 4 em 4 semanas**. Vamos considerar 4 semanas = 1 mês. Assim, todo mês ele entrega 7 relatórios. **Após 5 meses, ele terá entregado 35 relatórios**, concorda? Dessa forma, **o 40º relatório estará no 6º mês**.

	Sábado	Domingo	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
4 semanas (6º mês)	36º relatório				37º relatório		
		38º relatório				39º relatório	

			40º relatório				41º relatório
				42º relatório			

Logo, o **40º relatório será entregue na <u>segunda-feira</u>**.

Gabarito: LETRA A.

14. (FGV/PC-RN/2021) Em um grupo de esportistas, 1/3 deles só gostam de vôlei e, dos demais, 2/5 gostam de vôlei e também de basquete. Todos os esportistas desse grupo gostam de, pelo menos, um desses dois esportes. Em relação ao total de membros desse grupo, a fração daqueles que só gostam de basquete é:

A) 2/3
B) 2/5
C) 3/5
D) 4/15
E) 1/15

Comentários:

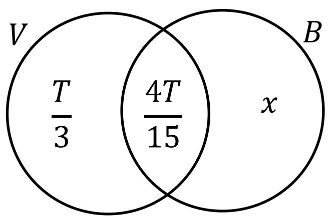
Considere que "V" denota o conjunto daqueles que gostam de Vôlei e "B" denota o conjunto daqueles que gostam de basquete. Por fim, considere que "T" é o total de esportistas desse grupo.

1) Como 1/3 desses esportistas só gostam de vôlei, então podemos escrever que **a quantidade dos que só gostam de vôlei é T/3**.

2) **Atenção aqui!!** Depois da informação acima, o enunciado fala: "DOS DEMAIS", ou seja, refere-se aqueles que não gostam só de vôlei ou não gostam de vôlei mesmo. Assim, **essa quantia é 2T/3**! Temos que **2/5 dessa quantidade gostam de vôlei <u>e</u> de basquete**.

$$\frac{2T}{3}\cdot\frac{2}{5}=\boldsymbol{\frac{4T}{15}}$$

No diagrama, ficamos com o seguinte:



Estamos procurando a fração daqueles que só gostam de basquete, ou seja, o valor de "x/T".

Vamos perceber algumas coisas aqui:

1) Todos nesse grupo gostam de, **pelo menos**, um desses dois esportes. Isso significa que **não temos ninguém fora de "V" ou "B"**.

2) Ademais, lembre-se que quando somamos as quantidades destacadas no diagrama, **ela deve totalizar o número de membros desse grupo**.

$$\frac{T}{3}+\frac{4T}{15}+x=T \quad \rightarrow \quad \frac{9T}{15}+x=1 \quad \rightarrow \quad x=\frac{6T}{15} \quad \rightarrow \quad \boxed{\frac{x}{T}=\frac{2}{5}}$$

Gabarito: LETRA B.

15. (FGV/PC-RN/2021) Sabe-se que 3 botas custam tanto quanto 5 sapatos e que 2 sapatos custam tanto quanto 3 chinelos. O preço de uma bota em relação ao preço de um chinelo é:
A) 15% menor;
B) 15% maior;
C) 25% maior;
D) 150% maior;
E) 250% maior.

Comentários:
Considere que "B", "S" e "C" o preço da bota, do sapato e do chinelo, respectivamente.

- Se **3 botas custam tanto quanto 5 sapatos**, podemos escrever que:

$$3B=5S \qquad (1)$$

- Ademais, **2 sapatos custam tanto quanto 3 chinelos**. Com isso,

$$2S=3C \qquad (2)$$

Queremos **o preço da bota com relação ao preço do chinelo**. Para isso, vamos isolar "S" em (1) e substituir em (2):

$$S=\frac{3B}{5}$$

Assim,

$$2 \cdot \left(\frac{3B}{5}\right) = 3C \quad \rightarrow \quad \frac{2B}{5} = C \quad \rightarrow \quad B = \frac{5C}{2} \quad \rightarrow \quad B = 2{,}5C$$

Note que o preço da bota é 2,5 maior que o preço do chinelo. **Isso corresponde a um valor 150% maior.**

Cuidado para não marcar 250%! Por exemplo, quando algo for 100% maior, então esse algo **será o dobro** do que está sendo avaliado. Quando for 200% maior, **será o triplo**... Cuidado com essas coisas!

Gabarito: LETRA D.

16. (FGV/IMBEL/2021) Antônio pegou um taxi de uma empresa que oferecia a promoção divulgada no cartaz a seguir.

Ao chegar ao seu destino, Antônio viu que o taxímetro marcava R$ 19,00. Ele então pediu ao motorista que desse uma volta no quarteirão e parasse no mesmo lugar. Depois disso, o taxímetro passou a marcar R$ 21,00. Assim, Antônio economizou

A) R$ 4,00.
B) R$ 4,10.
C) R$ 4,20.
D) R$ 4,30.
E) R$ 4,40.

Comentários:

Vamos encontrar **quanto foi o desconto** que Antônio conseguiu.

$$\text{Desconto} = 30\% \cdot 21 \quad \rightarrow \quad \text{Desconto} = \frac{30}{100} \cdot 21 \quad \rightarrow \quad \text{Desconto} = 6{,}3$$

Logo, **o desconto foi de R$ 6,30**. Se **ele pagaria R$ 21,00 sem o desconto**, o valor a pagar fica de:

$$\text{Valor a pagar} = 21 - 6{,}30 \quad \rightarrow \quad \text{Valor a pagar} = 14{,}7$$

Como **antes ele pagaria R$ 19,00**, o valor que ele economizou foi de:

$$\text{Economizou} = 19 - 14{,}7 \quad \rightarrow \quad \textbf{Economizou} = \mathbf{4,20}$$

Gabarito: LETRA D.

17. (FGV/IMBEL/2021) Cinco dezenas e meia de laranjas excedem quatro dúzias e meia de laranjas em

A) 1 laranja.
B) 2 laranjas.
C) 3 laranjas.
D) 4 laranjas.
E) 5 laranjas.

Comentários:

Pessoal, 1 dezena corresponde a 10 unidades. Assim,

$$\text{cinco dezenas e meia} = 5 \cdot 10 + 5 \quad \rightarrow \quad \textbf{cinco dezenas e meia} = \mathbf{55}$$

Além disso, 1 dúzia corresponde a 12 unidades. Logo,

$$\text{quatro dúzias e meia} = 4 \cdot 12 + 6 \quad \rightarrow \quad \textbf{quatro dúziais e meia} = \mathbf{54}$$

Com isso, a primeira quantidade de laranjas **excede em uma unidade** a segunda.

Gabarito: LETRA A.

18. (FGV/IBGE/2020) Em certo município brasileiro o censo do ano de 2000 verificou que sua população tinha aumentado 15% na última década, e o censo de 2010 verificou que a população desse município tinha diminuído 10% na década anterior. Nessas duas décadas analisadas pelos dois censos, a população desse município aumentou:

A) 3,5%
B) 4,0%
C) 4,5%
D) 5,0%
E) 5,5%

Comentários:

Vamos analisar cada uma das informações.

- No censo de 2000, verificou-se que a população de determinado município **aumentou 15%** em relação à última década. Vamos chamar a população dessa última década de P. Com esse aumento de 15%, a nova população passa a ser:

$$P' = P + 0{,}15P \quad \rightarrow \quad P' = 1{,}15P \quad (1)$$

- Depois, no censo de 2010, verificou-se que **a população sofreu uma <u>redução de 10%</u>** comparativamente à década anterior. Com isso, podemos escrever que:

$$P'' = P' - 0{,}1P' \quad \rightarrow \quad P'' = 0{,}9P' \quad (2)$$

Usando (1) em (2), podemos encontrar:

$$P'' = 0{,}9 \cdot 1{,}15P \quad \rightarrow \quad P'' = 1{,}035P$$

Com isso, percebemos que a população de 2010 é **3,5% maior** que nas últimas duas décadas.

Gabarito: LETRA A.

19. (FGV/IBGE/2020) Um pintor de paredes pinta uma parede retangular com 3 m de altura e 4 m de comprimento em 18 minutos. Com a mesma eficiência, esse pintor pintará uma parede retangular com 4 m de altura e 5 m de comprimento em:
A) 20 minutos;
B) 24 minutos;
C) 25 minutos;
D) 28 minutos;
E) 30 minutos.

Comentários:
A área de um retângulo é dada pelo **produto de suas dimensões**. Assim, uma parede com 3 metros de altura e 4 metros de comprimento tem área igual a:

$$A = 3 \cdot 4 \quad \rightarrow \quad A = 12 \text{ m}^2$$

Como ele pinta toda essa parede **em 18 minutos**, então sua "eficiência" pode ser calculada como:

$$e = \frac{12}{18} \quad \rightarrow \quad e = \frac{2}{3} \ \text{m}^2/\text{min}$$

Logo, **o ritmo desse pintor é 2/3 m² por minuto**. Como queremos saber quanto tempo ele pinta uma parede retangular de 4 m por 5 m, devemos também achar a área dela.

$$A' = 4 \cdot 5 \quad \rightarrow \quad A' = 20 \text{ m}^2$$

Assim, como **a eficiência se mantém**, podemos escrever:

$$e = \frac{A'}{\Delta t'} \quad \rightarrow \quad \frac{2}{3} = \frac{20}{\Delta t'} \quad \rightarrow \quad \Delta t' = 30 \text{ minutos}$$

Logo, o tempo para pintar essa outra parede será de **30 minutos**.

Gabarito: LETRA E.

20. (FGV/PREF. ANGRA DOS REIS/2019) Em um determinado ano, o dia 13 de fevereiro caiu em uma sexta-feira. Nesse referido ano, o dia 1º de janeiro caiu em

A) uma terça-feira.
B) uma quarta-feira.
C) uma quinta-feira.
D) uma sexta-feira.
E) um sábado.

Comentários:

Pessoal, vamos desenhar **uma espécie de calendário** para analisar melhor esse problema.

	Domingo	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado
Janeiro					1	2	3
	4	5	6	7	8	9	10
	11	12	13	14	15	16	17
	18	19	20	21	22	23	24
	25	26	27	28	29	30	31
Fevereiro	1	2	3	4	5	6	7
	8	9	10	11	12	13	

Como as datas são próximas, **acaba não sendo muito trabalhoso ir voltando os dias até o dia 1º**. Caso ache que assim pode perder um precioso tempo, você poderia voltar apenas até o dia 30 de janeiro e aplicar o fato de que **todas as outras sextas estão sete dias distantes**. Ficaríamos com algo do tipo:

	Domingo	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado
Janeiro					1	2	
						9	
						16	
						23	
						30	31

Fevereiro	1	2	3	4	5	6	7
	8	9	10	11	12	13	

Assim, o dia 1º será na quinta-feira.

Gabarito: LETRA C.

21. (FGV/PREF. ANGRA DOS REIS/2019) A média dos pesos de cinco crianças é de 33,6 kg. Quatro delas pesam, respectivamente, 31 kg, 34 kg, 38 kg e 30 kg. A 5ª criança pesa

A) 32 kg.
B) 35 kg.
C) 36 kg.
D) 37 kg.
E) 38 kg.

Comentários:

Questão para treinarmos/relembrarmos **o conceito de média**. Temos o peso de cinco crianças. A média desses pesos é dada por:

$$\bar{m} = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5}{5}$$

O enunciado forneceu **o valor de $\bar{m}$ e de quatro massas**. Assim,

$$33{,}6 = \frac{31 + 34 + 38 + 30 + \mathrm{m}_5}{5} \quad \rightarrow \quad 168 = 133 + \mathrm{m}_5 \quad \rightarrow \quad \mathrm{m}_5 = 35\ \mathrm{kg}$$

Logo, a **5ª criança pesa 35 kg**.

Gabarito: LETRA B.

22. (FGV/PREF. SALVADOR/2019) Os cinco times de futebol de certo município disputarão um torneio em que cada time jogará uma vez com cada um dos outros times. O número de partidas que serão realizadas é

A) 8.
B) 9.
C) 10.
D) 15.
E) 20.

Comentários:

Se cada time jogará uma vez com cada time, então **cada time jogará 4 vezes**. Concorda? Considere os times A, B, C, D e E. Os jogos de A podem ser listados conforme a tabela abaixo:

Time A	vs.	Time B
		Time C
		Time D
		Time E

Como temos 5 times, então o número de partidas é:

$$5 \cdot 4 = 20$$

No entanto, se contarmos dessa forma, contaremos **um mesmo jogo duas vezes**. Note que **a partida "time A vs. time B" é igual a "time B vs. time A"**. Dessa forma, o número real de partidas é metade desse que acabamos de calcular, ou seja,

$$\text{Número de Partidas} = \frac{20}{2} \quad \rightarrow \quad \text{Número de Partidas} = 10$$

Gabarito: LETRA C.

23. (FGV/PREF. SALVADOR/2019) O Partido A tinha 9 deputados a mais do que o Partido B. Quatro deputados do Partido A se transferiram para o Partido B. Não houve outras transferências. O Partido A agora tem a mais do que o Partido B

A) 5 deputados.
B) 4 deputados.
C) 3 deputados.
D) 2 deputados.
E) 1 deputados.

Comentários:

Vamos chamar de "A" a quantidade inicial de deputados que tinha o partido A. Analogamente, vamos chamar de "B" a quantidade inicial de deputados que tinha o partido B. Dessa forma,

- Se **o Partido A tinha 9 deputados a mais do que o Partido B**, podemos escrever:

$$A = B + 9 \qquad (1)$$

- Se **quatro deputados do Partido A se transferiram para o B**, temos as seguintes novas quantidades:

$$A' = A - 4 \qquad (2)$$

$$B' = B + 4 \qquad (3)$$

Note que enquanto **A perdeu 4 deputados**, o partido **B ganhou 4**. Podemos isolar A em (2) e B em (3), para depois substituir em (3). Com isso, poderemos relacionar as duas novas quantidades A' e B'.

$$A = A' + 4$$

$$B = B' - 4$$

Substituindo em (1):

$$A' + 4 = B' - 4 + 9 \quad \rightarrow \quad A' = B' + 1$$

Assim, note que **o partido A ficou com 1 deputado a mais do que o partido B**.

Gabarito: LETRA E.

24. (FGV/PREF. NITEROI/2018) O Cadastro Único para Programas Sociais do Governo Federal é um instrumento que identifica e caracteriza as famílias de baixa renda. Nele são registradas informações como: características da residência, identificação de cada pessoa, escolaridade, situação de trabalho e renda, entre outras.

Para a próxima semana, de segunda a sexta-feira, a SAS (Secretaria de Assistência Social) vai disponibilizar 3 funcionários que trabalharão 6 horas por dia, no atendimento e cadastro das famílias. Sabe-se que cada atendimento dura, em média, 20 minutos. Nessa semana, o número máximo de famílias cadastradas será cerca de:

A) 160.
B) 210.
C) 270.
D) 330.
E) 390.

Comentários:

Os funcionários trabalharão 6 horas por dia. Em minutos, teremos:

$$6 \cdot 60 = 360 \text{ minutos}$$

Se **cada atendimento dura 20 minutos**, então o número de atendimentos que cada funcionário consegue fazer diariamente é:

$$\frac{360}{20} = 18 \text{ atendimentos}$$

Como cada funcionário trabalha **5 dias na semana** (de segunda à sexta), semanalmente cada um deles realiza:

$$18 \cdot 5 = 90 \text{ atendimentos}$$

Por fim, como **são três funcionários**, o total de atendimentos realizados por esse empresa durante a semana é de:

$$90 \cdot 3 = 270 \text{ atendimentos}$$

Gabarito: LETRA C.

25. (FGV/PREF. NITEROI/2018) Em uma sala do escritório há 5 arquivos, cada arquivo tem 4 gavetas, cada gaveta possui 24 pastas e cada pasta pode conter apenas um processo. O número máximo de processos que podem ser arquivados nessa sala é:

A) 33;
B) 96;
C) 120;
D) 240;
E) 480.

Comentários:

Galera, vamos seguir o seguinte raciocínio: se cada pasta contém apenas um processo, então **em uma gaveta com 24 pastas, teremos 24 processos**. Como **cada arquivo tem 4 gavetas**, então o número de processos por arquivo é:

$$24 \cdot 4 = 96 \text{ processos por arquivo}$$

Por fim, **o escritório tem 5 arquivos** e o total máximo de processos será de:

$$96 \cdot 5 = \mathbf{480\ processos}$$

Gabarito: LETRA E.

26. (FGV/AL-RO/2018) Para um passeio de barco no rio Madeira, há bilhetes com preços diferenciados para adultos e crianças. Uma família com 2 adultos e 3 crianças pagou 124 reais pelo passeio, e outra

família, com 3 adultos e 5 crianças, pagou 195 reais pelo mesmo passeio. Assinale a opção que indica o preço, em reais, do bilhete de uma criança.

A) 16.

B) 18.

C) 20.

D) 22.

E) 24.

Comentários:

Considere que "A" seja o preço pago pelo adulto e "C" o preço pago pela criança.

- Uma família com **2 adultos e 3 crianças pagou 124 reais** pelo passeio. Assim,

$$2A + 3C = 124 \qquad (1)$$

- Uma outra família com **3 adultos e 5 crianças pagou 195 reais** pelo mesmo passeio. Logo,

$$3A + 5C = 195 \qquad (2)$$

Perceba que temos **duas equações e duas incógnitas**. Sei que ainda não falamos apropriadamente sobre esses temas, mas coloco aqui no intuito de **começarmos a desenvolver algumas noções inicias**. Uma maneira de sair dessa situação, é isolar uma das incógnitas e substituí-la na outra equação. Observe.

- Isolando "A" em (1):

$$2A = 124 - 3C \qquad \rightarrow \qquad A = \frac{124 - 3C}{2}$$

- Substituindo "A" em (2):

$$\frac{3 \cdot (124 - 3C)}{2} + 5C = 195 \qquad \rightarrow \qquad 372 - 9C + 10C = 390 \qquad \rightarrow \qquad C = 18$$

Logo, **cada criança paga R$ 18,00 pelo passeio**.

Gabarito: LETRA B.

27. (FGV/TJ-SC/2018) Vanda foi ao consultório médico em uma segunda-feira. O médico disse que ela deveria tomar um comprimido de certo remédio todos os dias, durante 180 dias. Vanda começou a tomar o remédio no mesmo dia da consulta e cumpriu exatamente o que disse o médico. O primeiro dia em que Vanda NÃO precisou tomar o remédio foi:

A) uma quarta-feira;
B) uma quinta-feira;
C) uma sexta-feira;
D) um sábado;
E) um domingo.

Comentários:
Vanda começou a tomar o remédio na segunda-feira, esse será o primeiro dia. Para entender melhor, vamos observar a seguinte tabela:

Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado	Domingo
1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º
8º	9º	10º	11º	12º	13º	14º
15º	16º	17º	18º	19º	20º	21º

Observe que **no domingo sempre estarão os dias múltiplos de 7**. Com isso, devemos pensar no múltiplo de sete mais próximo de 180 dias, pois, nesse dia, saberemos que será um domingo. Para encontrar esse múltiplo**, podemos ir multiplicando 7 por números razoáveis até obter o mais próximo** (existem outras maneiras de encontrar e falaremos apropriadamente sobre isso em outra aula).

$$7 \cdot 25 = 175$$

175 é o múltiplo de 7 mais próximo de 180 (sem ultrapassá-lo). Portanto, o 175º dia que Vanda tomará o remédio será um domingo.

Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado	Domingo
						175º
176º	177º	178º	179º	180º	181°	182º

Vanda deve tomar o remédio até a sexta-feira (180º dia). Assim, **o primeiro dia sem tomar a medicação será o sábado**.

Gabarito: LETRA D.

28. (FGV/TJ-SC/2018) Em sua empresa, quando Hugo trabalha além do tempo regulamentar, esse tempo extra é computado e acumulado em minutos. No fim do mês, somente os números inteiros de horas extras trabalhadas são pagas na razão de R$ 54,00 por hora. No mês de maio, Hugo trabalhou, além do tempo regulamentar, por 500 minutos. O valor que Hugo recebeu a mais pelas horas extras foi de:
A) R$ 324,00;
B) R$ 378,00;

C) R$ 432,00;
D) R$ 450,00;
E) R$ 486,00.

Comentários:
Como **1 hora tem 60 minutos**, para determinarmos a quantidade de horas extras que Hugo trabalhou, basta dividirmos 500 por 60.

$$\frac{500}{60} = 8{,}33 \text{ horas}$$

O enunciado disse que **apenas a parte inteira é considerada**, então temos que, a título de remuneração, **Hugo trabalhou 8 horas extras**. Como são pagos R$ 54,00 por hora, ficamos com:

$$54 \cdot 8 = 432 \text{ reais}$$

Logo, **Hugo ganhou 432 reais de horas extras** nesse mês.

Gabarito: LETRA C.

29. (FGV/BANESTES/2018) Daqui a 8 anos, Lúcia terá o triplo da idade que tinha há 10 anos. A soma das idades que Lúcia tinha há 4 anos com a idade que ela terá daqui a 4 anos é:
A) 34 anos;
B) 36 anos;
C) 38 anos;
D) 40 anos;
E) 42 anos.

Comentários:
Considere que a idade de Lúcia é "L" (hoje). Como daqui a 8 anos ela terá o triplo da idade que tinha há 10 anos, podemos escrever:

$$L + 8 = 3 \cdot (L - 10)$$

Resolvendo a equação acima,

$$L + 8 = 3L - 30 \quad \rightarrow \quad 2L = 38 \quad \rightarrow \quad L = 19$$

Logo, **Lúcia tem hoje 19 anos**.

Procuramos **a soma das idades que Lúcia tinha há 4 anos** (15 anos) e **a que ela terá em 4 anos** (23 anos).

$$S = 15 + 23 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{S = 38}$$

Gabarito: LETRA C.

30. (FGV/PREF. SALVADOR/2017) Dalva tinha 35 reais e Luís tinha 49. Luís deu certa quantia a Dalva e Dalva, então, ficou com o dobro da quantia de Luís. A quantia em reais que Luís deu a Dalva foi de

A) 20 reais.
B) 21 reais.
C) 22 reais.
D) 23 reais.
E) 24 reais.

Comentários:

Beleza. Vamos tirar as informações do enunciado.

- Dalva tinha 35 reais.
- Luís tinha 49 reais.

Luís deu uma quantia para Dalva, de forma que **ela ficou com o dobro do que ele agora tem**. Imagine que a quantia dada por Luís a Dalva foi **x reais.** Com essa doação, **Dalva ficou com $\boldsymbol{35 + x}$ e Luís com $\boldsymbol{49 - x}$**. Sabemos que **a quantia de Dalva é o dobro da de Luís**. Logo,

$$35 + x = 2 \cdot (49 - x) \quad \Rightarrow \quad 35 + x = 98 - 2x \quad \Rightarrow \quad 3x = 63 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{x = 21}$$

Dessa forma, **Luís deu 21 reais a Dalva**.

- Dalva ficou com $35 + 21 = 56$ reais.
- Luís ficou com $49 - 21 = 28$ reais.

Nem precisávamos achar essas quantidades, pois **só queremos a quantidade que Luís deu a Dalva**. No entanto, veja que realmente Dalva ficou com o dobro da quantia de Luís.

Gabarito: LETRA B.

QUESTÕES COMENTADAS - FGV

Expressões Numéricas

1. (FGV/PREF. SP/2023) O valor da expressão aritmética

$$\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)\dots\left(\frac{1}{19}-\frac{1}{20}\right)\left(\frac{1}{21}-\frac{1}{22}\right)$$

é igual a:

A) 21/22.
B) 1/22.
C) 1/22!
D) 21/22!
E) 22!/21

Comentários:

Vamos lá, moçada! Essa questão tem um detalhe interessante.

Resolveremos normalmente, sem segredos (por enquanto, rsrs).

$$E=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)\dots\left(\frac{1}{19}-\frac{1}{20}\right)\left(\frac{1}{21}-\frac{1}{22}\right)$$

$$E=\left(\frac{2-1}{2}\right)\left(\frac{4-3}{3\cdot 4}\right)\left(\frac{6-5}{5\cdot 6}\right)\dots\left(\frac{20-19}{19\cdot 20}\right)\left(\frac{22-21}{21\cdot 22}\right)$$

Observe que **todos os numeradores das frações deram igual a 1**. No denominador, temos um produto.

$$E=\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{3\cdot 4}\right)\left(\frac{1}{5\cdot 6}\right)\dots\left(\frac{1}{19\cdot 20}\right)\left(\frac{1}{21\cdot 22}\right)$$

$$E=\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot \dots\cdot 19\cdot 20\cdot 21\cdot 22}$$

Galera, podemos resumir esse denominador como **22!** (lê-se "**22 fatorial**" ou "**fatorial de 22**").

$$E=\frac{1}{22!}$$

Por enquanto, **não se preocupe** com os detalhes do "fatorial". Ele é estudado com mais detalhes em aulas futuras (se for o caso do seu edital). De qualquer forma, **é bom conhecê-lo** e é para isso que essa questão está no material. Observe mais alguns exemplos de "fatoriais":

$$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

$$5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$$

$$10! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 = 3628800$$

Gabarito: LETRA C.

2. (FGV/TRT-PB/2022) O valor da expressão numérica

$$\frac{2^{2022} - 2^{2021} - 2^{2020} + 2^{2019}}{2^{2020} - 2^{2019}}$$

é

a) 5.
b) 4.
c) 3.
d) 2.
e) 1.

Comentários:

O primeiro passo nessa questão é perceber que podemos **colocar o 2^{2019} em evidência**. Acompanhe!

$$E = \frac{2^{2022} - 2^{2021} - 2^{2020} + 2^{2019}}{2^{2020} - 2^{2019}}$$

$$E = \frac{2^{2019} \cdot (2^3 - 2^2 - 2^1 + 1)}{2^{2019} \cdot (2 - 1)}$$

Com isso, já podemos fazer simplificações, **cortando o 2^{2019}** do numerador com o do denominador:

$$E = \frac{2^3 - 2^2 - 2^1 + 1}{2 - 1}$$

Agora que os números "estão pequenos", podemos **resolver as potências** normalmente.

$$E = \frac{8-4-2+1}{1} \qquad \rightarrow \qquad \boxed{E = 3}$$

Gabarito: Letra C

3. (FGV/TRT-PB/2022) O valor da expressão

$$\frac{\mathbf{1-2+3-4+5-6+\cdots+2019-2020+2021-2022}}{\mathbf{2023-2022+2021-2020+\cdots+7-6+5-4+3-2}}$$

é

a) 1.

b) −1.

c) −1011 1012.

d) 1011 1012.

e) −1012 1011.

Comentários:

Questão muito interessante! Para resolvê-la, o primeiro passo **é deixar a expressão em um formato melhor** para visualizarmos o que está acontecendo. Para isso, note que **o numerador é QUASE igual a uma parte do denominador**. Destaco esse fato em vermelho:

$$\frac{\mathbf{1-2+3-4+5-6+\cdots+2019-2020+2021-2022}}{\mathbf{2023-2022+2021-2020+\cdots+7-6+5-4+3-2}}$$

Vamos escrever o denominador **na mesma ordem** do numerador.

$$\frac{\mathbf{1-2+3-4+5-6+\cdots+2019-2020+2021-2022}}{\mathbf{2023-2+3-4+5-6+\cdots+2019-2020+2021-2022}}$$

Pessoal, é a mesma expressão inicial! Apenas escrevi o denominador de uma forma para que você visualize que a parte vermelha do numerador é quase igual a parte vermelha do denominador.

Note que a diferença entre os dois é apenas o número "1" que está apenas no numerador. Para acabar com essa diferença, podemos pegar "1" do "2023".

$$\frac{\mathbf{1-2+3-4+5-6+\cdots+2019-2020+2021-2022}}{\mathbf{2022+1-2+3-4+5-6+\cdots+2019-2020+2021-2022}}$$

Observe que escrevemos o 2023 propositalmente como "2022 + 1". Dessa forma, o "1" aparece.

$$\frac{\mathbf{1-2+3-4+5-6+\cdots+2019-2020+2021-2022}}{\mathbf{2022+1-2+3-4+5-6+\cdots+2019-2020+2021-2022}}$$

Pronto. Agora vem o segundo passo. Visualize as seguintes "duplas":

$$\frac{\mathbf{(1-2)+(3-4)+(5-6)+\cdots+(2019-2020)+(2021-2022)}}{\mathbf{2022+(1-2)+(3-4)+(5-6)+\cdots+(2019-2020)+(2021-2022)}}$$

Cada "dupla" destacada vale "-1".

$$\frac{\overbrace{\mathbf{(1-2)}}^{\mathbf{-1}}+\overbrace{\mathbf{(3-4)}}^{\mathbf{-1}}+\overbrace{\mathbf{(5-6)}}^{\mathbf{-1}}+\cdots+\overbrace{\mathbf{(2019-2020)}}^{\mathbf{-1}}+\overbrace{\mathbf{(2021-2022)}}^{\mathbf{-1}}}{\mathbf{2022}+\underbrace{\mathbf{(1-2)}}_{\mathbf{-1}}+\underbrace{\mathbf{(3-4)}}_{\mathbf{-1}}+\underbrace{\mathbf{(5-6)}}_{\mathbf{-1}}+\cdots+\underbrace{\mathbf{(2019-2020)}}_{\mathbf{-1}}+\underbrace{\mathbf{(2021-2022)}}_{\mathbf{-1}}}$$

Como **são <u>2022</u> números**, **temos <u>1011</u> "duplas"**. Com isso:

$$\frac{\mathbf{-1011}}{\mathbf{2022-1011}} = -\frac{1011}{1011} = \boxed{\mathbf{-1}}$$

Gabarito: Letra B

4. (FGV/SEMSA-MANAUS/2022) O resultado da operação $\mathbf{17-3\times 4+1}$ é

A) 2.

B) 6.

C) 17.

D) 57.

E) 70.

Comentários:

Nesse tipo de questão, devemos resolver as operações **na ordem <u>devida</u>**!

- Primeiro, resolvemos as potências ou raízes;
- Depois, resolvemos as multiplicações ou divisões;
- Por fim, resolvemos as adições ou subtrações.

Como não temos potências ou raízes, resolvemos **primeiro a multiplicação**!

$$E = 17 - 12 + 1$$

Agora, temos só adições e subtrações! Podemos resolvê-las em qualquer ordem.

$$E = 5 + 1 \quad \rightarrow \quad \boxed{E = 6}$$

Gabarito: LETRA B.

5. (FGV/TRT-MA/2022) O valor da expressão numérica

$$\frac{2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 + 2^7 + 2^8}{3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6}$$

é:

a) 2/3.
b) 4/7.
c) 5/11.
d) 7/15.
e) 8/17.

Comentários:

Galera, temos que **abrir as contas** mesmo! **Sem medo**! Vamos nessa.

$$E = \frac{2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 + 2^7 + 2^8}{3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6}$$

$$E = \frac{2^3 \cdot (1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5)}{3^3 \cdot (1 + 3 + 3^2 + 3^3)}$$

$$E = \frac{2^3 \cdot (1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32)}{3^3 \cdot (1 + 3 + 9 + 27)}$$

$$E = \frac{2^3 \cdot 63}{3^3 \cdot 40} \quad \rightarrow \quad E = \frac{8 \cdot 63}{27 \cdot 40} \quad \rightarrow \quad E = \frac{7}{3 \cdot 5} \quad \rightarrow \quad \boxed{E = \frac{7}{15}}$$

Gabarito: LETRA D.

6. (FGV/IBGE/2022) O valor da expressão a seguir é

$$\frac{2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times 14}{2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14}$$

A) 1.

B) 1/7.
C) 11520.
D) 12800.
E) 25616.

Comentários:
O jeito mais direto de resolver o exercício é fazendo as contas mesmo! No entanto, podemos simplificar a expressão! Para isso, vamos primeiro **resolver a soma do denominador**.

$$E = \frac{2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times 14}{2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14} \quad \rightarrow \quad E = \frac{2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times 14}{56}$$

Vamos escrever o "56" como "$\mathbf{14 \cdot 4}$".

$$E = \frac{2 \times \cancel{4} \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times \cancel{14}}{\cancel{14} \cdot \cancel{4}}$$

Veja que simplificamos um pouco nossa vida.

$$E = 2 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \quad \rightarrow \quad \boxed{E = 11520}$$

Gabarito: LETRA C.

7. (FGV/CM ARACAJU/2021) O resultado da operação $4 + 2 \times 4 - 2$ é:
A) 24
B) 22
C) 12
D) 10
E) 8

Comentários:
Nesse tipo de questão, devemos resolver as operações **na ordem <u>devida</u>**!

- Primeiro, resolvemos as potências ou raízes;
- Depois, resolvemos as multiplicações ou divisões;
- Por fim, resolvemos as adições ou subtrações.

Como não temos potências ou raízes, resolvemos **primeiro a multiplicação**!

$$E = 4 + 8 - 2$$

Agora, temos só adições e subtrações! Podemos resolvê-las em qualquer ordem.

$$E = 12 - 2 \qquad \rightarrow \qquad \boxed{E = 10}$$

Gabarito: LETRA D.

8. (FGV/IMBEL/2021) Assinale a opção que indica o resultado de $6 + 4 \times 5 - 8 \div 2$.

A) 21.
B) 22.
C) 23.
D) 24.
E) 25.

Comentários:

Pessoal, não temos parênteses, nem chaves, nem colchetes. Isso significa que devemos usar as operações como prioridade. Lembre-se que sempre **começamos com as divisões/multiplicações** **e depois partimos para as somas/subtrações**. A ordem é da esquerda para a direita.

$$E = \mathbf{6} + \underbrace{\mathbf{4 \times 5}}_{\mathbf{20}} - \underbrace{\mathbf{8 \div 2}}_{\mathbf{4}}$$

$$E = 6 + 20 - 4$$

$$E = 26 - 4$$

$$E = 22$$

Gabarito: LETRA B.

9. (FGV/IMBEL/2021) Assinale a opção que indica o valor de

$$\mathbf{2 + 4 + 6 + \ldots + 2020 + 2022 - 1 - 3 - 5 - \ldots - 2019 - 2021}$$

A) -1011.
B) -1010.
C) 1009.
D) 1010.
E) 1011.

Comentários:

Para calcular o valor da expressão do enunciado, precisamos **reorganizá-la** de uma forma mais eficiente.

$$E = 2 + 4 + 6 + \ldots + 2020 + 2022 - 1 - 3 - 5 - \ldots - 2019 - 2021$$

$$E = (2-1) + (4-3) + (5-4) + \cdots + (2020-2019) + (2022-2021)$$

Perceba que **o valor de cada subtração dessa é igual a 1**.

$$E = 1 + 1 + 1 + \cdots + 1 + 1$$

Observe que **inicialmente tínhamos todos os números do 1 ao 2022**, alternando os sinais. Como **juntamos os pares** para realizar a operação de subtração, então **a quantidade de números caiu pela metade**, ou seja, 1011.

$$\mathrm{E} = 1 + 1 + 1 + \cdots + 1 + 1 \quad \rightarrow \quad \mathrm{E} = 1011$$

Gabarito: LETRA E.

10. (FGV/PREF. ANGRA DOS REIS/2019) Calcule o valor da expressão aritmética

$$\mathbf{2 \cdot (2 \cdot (2 \cdot (2 + 0 + 1 + 9) + 0 + 1 + 9) + 0 + 1 + 9) + 0 + 1 + 9}$$

A) 154.
B) 158.
C) 166.
D) 216.
E) 219.

Comentários:
Vamos começar com os **parênteses mais interiores**.

$$E = 2 \cdot (2 \cdot (2 \cdot \underbrace{(2 + 0 + 1 + 9)}_{12} + 0 + 1 + 9) + 0 + 1 + 9) + 0 + 1 + 9$$

$$E = 2 \cdot (2 \cdot \underbrace{(2 \cdot 12 + 0 + 1 + 9)}_{34} + 0 + 1 + 9) + 0 + 1 + 9$$

$$E = 2 \cdot \underbrace{(2 \cdot 34 + 0 + 1 + 9)}_{78} + 0 + 1 + 9$$

$$E = 2 \cdot 78 + 0 + 1 + 9$$

$$E = 156 + 10$$

$$E = 166$$

Gabarito: LETRA C.

11. (FGV/BANESTES/2018) O resultado da operação $5 + 3 \times 7 - 4$ é:

A) 14;

B) 22;

C) 24;

D) 28;

E) 52.

Comentários:

Nesse tipo de questão, devemos resolver as operações **na ordem <u>devida</u>**!

- Primeiro, resolvemos as potências ou raízes;
- Depois, resolvemos as multiplicações ou divisões;
- Por fim, resolvemos as adições ou subtrações.

Como não temos potências ou raízes, resolvemos **primeiro a multiplicação (ou divisão, se houvesse)**!

$$E = 5 + 21 - 4$$

Agora, temos só adições e subtrações! Podemos resolvê-las em qualquer ordem.

$$E = 26 - 4 \quad \rightarrow \quad \boxed{E = 22}$$

Gabarito: LETRA B.

12. (FGV/PREF. SÃO PAULO/2016) Em algumas expressões numéricas, é possível economizar parênteses, colchetes ou chaves sem alterar o resultado.

$$\mathbf{7^2 - \{[3 \times (100 - 4)] + 10\}}$$

Assinale a opção que indica a expressão numérica com mesmo resultado da expressão acima.

A) $7^2 - 3 \times 100 - 4 + 10$

B) $7^2 - 3 \times 100 - 4 - 10$

C) $7^2 - 3 \times 100 - 3 \times 4 + 10$

D) $7^2 - 3 \times 100 + 3 \times 4 - 10$

E) $7^2 - 3 \times 100 + 3 \times 4 + 10$

Comentários:

Temos a seguinte expressão numérica:

$$E = 7^2 - \{[3 \times (100 - 4)] + 10\}$$

Não queremos resolvê-la, mas apenas **eliminar as chaves, parênteses e colchetes**.

Primeiramente, vamos aplicar **a propriedade distributiva da multiplicação**:

$$E = 7^2 - \{3 \times 100 - 3 \times 4 + 10\}$$

Agora, vamos entrar com o sinal de menos dentro das chaves. Lembre-se que **sinais iguais resultam em "+"! Sinais diferentes resultam em "-".**

$$E = 7^2 - 3 \times 100 + 3 \times 4 - 10$$

Gabarito: LETRA D.

▪

QUESTÕES COMENTADAS - FGV

Expressões Algébricas

1. (FGV/SASDH/2016) Dois números x e y são tais que $x + y = 11$ e $x^2 - y^2 = 66$ O valor de x é:
A) 7
B) 7,5
C) 8
D) 8,5
E) 9

Comentários:
Questão bem interessante envolvendo a parte de Produtos Notáveis.

$$x^2 - y^2 = 66$$

$$(x + y)(x - y) = 66$$

$$11 \cdot (x - y) = 66$$

$$x - y = 6$$

Com a equação que encontramos acima, podemos juntar como $x + y = 11$ e formar um sistema com duas equações e duas variáveis.

$$\begin{cases} x + y = 11 \\ x - y = 6 \end{cases}$$

Quando somamos as duas equações membro a membro, ficamos com:

$$2x = 17 \qquad \rightarrow \qquad \boxed{x = 8{,}5}$$

Gabarito: LETRA D.

2. (FGV/SAD-PE/2009) A expressão $\frac{(a+b+c)^2-(a^2+b^2+c^2)}{2}$ é igual a:
A) 0.
B)1.
C) abc.
D) $ab + bc + ac$
E) $a^2b + b^2c + c^2a$

Comentários:
Temos a seguinte expressão algébrica:

$$E = \frac{(a+b+c)^2 - (a^2+b^2+c^2)}{2}$$

Lembre-se que na teoria vimos que:

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2 \cdot (ab + bc + ca)$$

Podemos usar esse resultado diretamente em "E":

$$E = \frac{\cancel{(a^2+b^2+c^2)} + 2 \cdot (ab+bc+ca) - \cancel{(a^2+b^2+c^2)}}{2}$$

Assim, ficamos com:

$$E = \frac{\cancel{2} \cdot (ab+bc+ca)}{\cancel{2}} \quad \rightarrow \quad \boxed{E = ab + bc + ca}$$

Gabarito: LETRA D.

3. (FGV/SAD-PE/2009) O desenvolvimento de $(x - y - z + w)^2 - (y - w - x + z)^2$ é igual a:

A) $x^2 + y^2 + z^2 + w^2$
B) $2xy + 2xz + 2xw + 2yz + 2yw + 2zw$
C) $2xy + 2xz - 2xw + 2yz - 2yw + 2zw$
D) 1
E) 0

Comentários:

Outra questão muito boa da FGV que envolve produtos notáveis!

Lembre-se do **produto da soma pela diferença**!

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

A expressão do enunciado está justamente na forma $a^2 - b^2$ em que:

$$a = x - y - z + w$$

$$b = y - w - x + z$$

Fazendo o caminho de "volta":

$$(x - y - z + w)^2 - (y - w - x + z)^2$$

$$= (x - y - z + w + y - w - x + z)(x - y - z + w + y - w - x + z)$$

Agora vamos cortar algumas coisas!

$$(x - y - z + w)^2 - (y - w - x + z)^2$$

$$= (\cancel{x} - \cancel{y} - \cancel{z} + \cancel{w} + \cancel{y} - \cancel{w} - \cancel{x} + \cancel{z})(\cancel{x} - \cancel{y} - \cancel{z} + \cancel{w} + \cancel{y} - \cancel{w} - \cancel{x} + \cancel{z})$$

$$(x - y - z + w)^2 - (y - w - x + z)^2 = 0 \cdot 0 = 0$$

Gabarito: LETRA E.

LISTA DE QUESTÕES - FGV

Operações Fundamentais

1. (FGV/AGENERSA/2023) Considere o conjunto $A = \{2, 3, 5, 6\}$ e a operação $\&$ entre números inteiros quaisquer a e b definida por $\boxed{a\&b = 2a + b}$. Seja agora o conjunto B definido como sendo o conjunto dos elementos y tais que $\boxed{y = x\&4}$, para cada x pertencente ao conjunto A. A soma dos elementos de B é

A) 54.
B) 48.
C) 44.
D) 40.
E) 36.

2. (FGV/SEAD-AP/2022) Suponha que $a\#b$ signifique $2a + 3b$. Se $3\#(4\#x) = 48$, então o valor de x é

a) 0.
b) 1.
c) 2.
d) 3.
e) 4.

3. (FGV/MPE-GO/2022) Na operação de multiplicação abaixo, cada letra representa um algarismo, letras diferentes representam algarismos diferentes e C não pode ser zero.

$$\begin{array}{r} A\,5\,B \\ \times \quad\; 4 \\ \hline C\,A\,C\,8 \end{array}$$

O valor de A + B + C é igual a

A) 13.
B) 14.
C) 15.
D) 16.
E) 17.

4. (FGV/SEMSA-MANAUS/2022) Na operação de subtração abaixo as letras X, Y e Z representam algarismos ocultos, não necessariamente diferentes.

$$\begin{array}{r} X\ 5\ 3 \\ -\ 4\ 7\ Y \\ \hline 2\ Z\ 5 \end{array}$$

O valor de X + Y + Z é

A) 19.

B) 20.

C) 21.

D) 22.

E) 23.

5. (FGV/SEMSA-MANAUS/2022) O dobro do sucessor de 13 é a terça parte do antecessor de

A) 73.

B) 81.

C) 83.

D) 85.

E) 88.

6. (FGV/SEMSA-MANAUS/2022) A soma do quociente com o resto da divisão do número 886 por 51 é igual a

A) 30.

B) 32.

C) 34.

D) 36.

E) 38.

7. (FGV/CBM-AM/2022) Suponha que a # b signifique 5a + 2b, onde a e b são números inteiros. O valor de 4 # (5 # 2) é:

A) 78.

B) 66.

C) 52.

D) 48.

E) 45.

8. (FGV/SSP-AM/2022) Considere uma operação entre números inteiros maiores do que zero, representada pelo símbolo & e definida como:

$\boldsymbol{a\&b = 3a + b}$**, sendo a e b números inteiros positivos.**

Considere também o conjunto C cujos elementos são os números inteiros x, maiores do que zero, tais que $x\&2$ seja múltiplo de 4 e menor do que 40. O número de elementos do conjunto C é igual a

A) 1.

B) 2.

C) 3.

D) 4.

E) 5.

9. (FGV/IMBEL/2021) O número inteiro N dividido por 7 deixa resto 3. O número N + 50 dividido por 7 deixa resto

A) 0.

B) 1.

C) 2.

D) 4.

E) 5.

Gabarito

1. LETRA B
2. LETRA C
3. LETRA C
4. LETRA D
5. LETRA D
6. LETRA D
7. LETRA A
8. LETRA C
9. LETRA D

LISTA DE QUESTÕES - FGV

Potenciação e Radiciação

1. (FGV/ALEP-PR/2024) O número real $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ é igual a:

A) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

B) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$

C) $(\sqrt{3}+\sqrt{2})/5$

D) $1/\sqrt{5}$

E) $1/\sqrt{6}$

2. (FGV/ALEP-PR/2024) O número real $\sqrt{2}+\sqrt{8}$ é igual a:

A) 4

B) 8

C) $3\sqrt{2}$

D) $4\sqrt{8}$

E) $\sqrt{10}$

3. (FGV/PREF. SP/2023) Sendo N um número real maior do que 1, o valor de $\sqrt[3]{N\sqrt[3]{N^2\sqrt[3]{N}}}$ é igual a:

A) $N^{\frac{1}{27}}$

B) $N^{\frac{4}{27}}$

C) $N^{\frac{8}{27}}$

D) $N^{\frac{16}{27}}$

E) $N^{\frac{1}{3}}$

4. (FGV/SEE-PE/2016) Considere os números $A = 2^{0,3}$ e $B = 2^{0,7}$. Um valor aproximado, com 2 decimais, para A é 1,23. Um valor aproximado para B é

A) 1,47.

B) 1,51.

C) 1,58.

D) 1,63.

E) 1,69.

5. (FGV/PREF. SALVADOR/2019) Na expressão

$$\frac{\sqrt{14}+\sqrt{10}}{\sqrt{14}-\sqrt{10}} = a + \sqrt{b}$$

Os números a e b são inteiros. Então, $b - a$ é igual a

A) 25.

B) 26.

C) 27.

D) 28.

E) 29.

6. (FGV/SEE-PE/2016) Considere o conjunto de números $\{1, 2, 2^2, 2^3, \ldots, 2^{2015}, 2^{2016}\}$. A diferença entre o maior elemento desse conjunto e a soma dos demais elementos é

A) 0.

B) 1.

C) 2.

D) 2^{2015}.

E) -2^{2015}.

7. (FGV/CM-PE/2014) O corpo humano possui cerca de 50 bilhões de células e a população brasileira é de cerca de 200 milhões de habitantes. A quantidade de células de toda a população brasileira é cerca de:

A) 10^{16}

B) 10^{17}

C) 10^{18}

D) 10^{19}

E) 10^{20}

GABARITO

1. LETRA A
2. LETRA C
3. LETRA D
4. LETRA D
5. LETRA E
6. LETRA B
7. LETRA D

Lista de Questões - FGV

Problemas

1. (FGV/GCM-SJC/2024) Ângela e Beatriz resolveram ler o mesmo livro começando a leitura no mesmo dia. Ângela leu 20 páginas por dia e Beatriz leu 15 páginas por dia. Ângela levou 18 dias para ler todo o livro. Após Ângela terminar a leitura, o número de dias que Beatriz ainda levou para terminar a leitura do livro foi

A) 2.

B) 3.

C) 4.

D) 6.

E) 8.

2. (FGV/GCM-SJC/2024) Para discutir os detalhes de uma operação policial o tenente chamou para uma reunião 4 sargentos devendo, cada um deles, trazer 6 cabos como auxiliares para também participar da reunião. O número total de pessoas presentes nessa reunião foi:

A) 10.

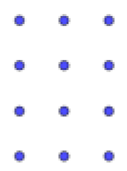
B) 11.

C) 24.

D) 25.

E) 29.

3. (FGV/GCM-SJC/2024) Em um espaço retangular medindo 2m x 3m há 12 soldados formados, um soldado em cada vértice do retângulo e os demais alinhados paralelamente aos lados do retângulo, com um espaçamento de 1m entre eles, conforme ilustrado na figura a seguir.



Em um espaço retangular medindo 5m x 6m, com o mesmo tipo de formação, o número de soldados será

A) 30.

B) 36.

C) 42.

D) 48.

E) 60.

4. (FGV/CM TAUBATÉ/2022) Para ocupar a presidência de um clube de futebol foi realizada uma eleição em dois turnos. No primeiro turno, os três mais votados foram Antônio, Flávio e Renato. No segundo turno, cada eleitor deveria assinalar, na cédula contendo esses três nomes, 3 pontos para sua primeira opção, 2 pontos para sua segunda opção e 1 ponto para a opção restante.

O regulamento determinava que as cédulas não preenchidas dessa forma seriam descartadas. Terminado o segundo turno, a apuração revelou que Antônio teve 482 pontos, Flávio teve 563 pontos e Renato teve 479 pontos. Assim, Flávio será o novo presidente do clube. O número de cédulas válidas no segundo turno foi

a) 242.
b) 250.
c) 254.
d) 260.
e) 272.

5. (FGV/CM TAUBATÉ/2022) As amigas Bia, Deca e Manu passaram o sábado treinando e jogaram várias partidas de tênis entre si. Nos jogos de tênis não há empate. Ao todo, Bia ganhou 5 jogos e perdeu 3, Deca ganhou 4 jogos e perdeu 4. Se Manu ganhou 5 jogos, então ela perdeu

a) 3.
b) 4.
c) 5.
d) 6.
e) 7.

6. (FGV/SENADO FEDERRAL/2022) As Uma empresa constrói ferrovias usando 3 tipos de peças de encaixe, de 110, 210 e 310 metros de comprimento. Ela pretende construir um trecho com exatamente 1,5 quilômetros de extensão, usando ao menos uma peça de cada um dos 3 tipos. O número total de peças que ela deve usar para montar o trecho da ferrovia é igual a

a) 8.
b) 9.
c) 10.
d) 11.
e) 12.

7. (FGV/TRT-MA/2022) Horácio tem 5 filhos. Cada um desses 5 filhos, também tem 5 filhos ou não tem filho algum. Horácio não tem bisnetos. Ao todo, somando filhos e netos, Horácio tem 20 descendentes. O número de descendentes de Horácio que não têm filhos é igual a

a) 3.
b) 6.
c) 9.

d) 15.

e) 17.

8. (FGV/SSP-AM/2022) Um encontro de família foi organizado por 5 casais. Cada um desses casais teve 4 filhos, todos casados e com 3 filhos cada um. Todas as pessoas citadas compareceram ao encontro. O número de pessoas nesse encontro de família é

A) 70.

B) 80.

C) 90.

D) 100.

E) 110.

9. (FGV/PC-RJ/2022) João tem hoje 22 anos e lembrou que, há oito anos, nesse mesmo dia do ano, sua irmã Maria disse para ele: "Eu tenho a metade da sua idade". Nesse mesmo dia do ano, quando Maria tiver 35 anos, João terá:

A) 42 anos;

B) 43 anos;

C) 57 anos;

D) 65 anos;

E) 70 anos;

10. (FGV/PC-AM/2022) Em um grupo de 64 policiais civis e militares, 24 são civis. Metade dos policiais militares é casada e há um total de 36 policiais solteiros. Nesse grupo, o número de policiais civis casados é igual a

A) 8.

B) 10.

C) 12.

D) 13.

E) 16.

11. (FGV/PC-RN/2021) Em um grupo de policiais civis há agentes e escrivães, sendo que 20% deles são escrivães e os demais são agentes. Dez escrivães saem do grupo e, agora, 96% dos policiais civis do grupo são agentes. O número de escrivães que restaram no grupo é:

A) 2;

B) 4;

C) 6;

D) 8;

E) 10;

12. (FGV/PC-RN/2021) O número de ocorrências em certa delegacia de polícia diminuiu 10% no primeiro semestre de 2020 em relação ao semestre anterior. Entretanto, no segundo semestre de 2020, o número de ocorrências aumentou 30% em relação ao semestre anterior. Durante todo o ano de 2020 o número de ocorrências nessa delegacia aumentou em:

A) 10%

B) 12%

C) 15%

D) 17%

E) 20%

13. (FGV/PC-RN/2021) Uma delegacia de polícia atende aos cidadãos todos os dias. O novo escrivão foi designado para fazer um relatório das atividades da delegacia de 4 em 4 dias. Em cada relatório ele deve registrar as ocorrências do dia e dos três dias anteriores, e o primeiro relatório que ele fez foi num sábado. O novo escrivão fez seu 40º relatório em uma:

A) segunda-feira;

B) terça-feira;

C) quarta-feira;

D) quinta-feira;

E) sexta-feira.

14. (FGV/PC-RN/2021) Em um grupo de esportistas, 1/3 deles só gostam de vôlei e, dos demais, 2/5 gostam de vôlei e também de basquete. Todos os esportistas desse grupo gostam de, pelo menos, um desses dois esportes. Em relação ao total de membros desse grupo, a fração daqueles que só gostam de basquete é:

A) 2/3

B) 2/5

C) 3/5

D) 4/15

E) 1/15

15. (FGV/PC-RN/2021) Sabe-se que 3 botas custam tanto quanto 5 sapatos e que 2 sapatos custam tanto quanto 3 chinelos. O preço de uma bota em relação ao preço de um chinelo é:

A) 15% menor;

B) 15% maior;

C) 25% maior;

D) 150% maior;

E) 250% maior.

16. (FGV/IMBEL/2021) Antônio pegou um taxi de uma empresa que oferecia a promoção divulgada no cartaz a seguir.

Ao chegar ao seu destino, Antônio viu que o taxímetro marcava R$ 19,00. Ele então pediu ao motorista que desse uma volta no quarteirão e parasse no mesmo lugar. Depois disso, o taxímetro passou a marcar R$ 21,00. Assim, Antônio economizou

A) R$ 4,00.

B) R$ 4,10.

C) R$ 4,20.

D) R$ 4,30.

E) R$ 4,40.

17. (FGV/IMBEL/2021) Cinco dezenas e meia de laranjas excedem quatro dúzias e meia de laranjas em

A) 1 laranja.

B) 2 laranjas.

C) 3 laranjas.

D) 4 laranjas.

E) 5 laranjas.

18. (FGV/IBGE/2020) Em certo município brasileiro o censo do ano de 2000 verificou que sua população tinha aumentado 15% na última década, e o censo de 2010 verificou que a população desse município tinha diminuído 10% na década anterior. Nessas duas décadas analisadas pelos dois censos, a população desse município aumentou:

A) 3,5%

B) 4,0%

C) 4,5%

D) 5,0%

E) 5,5%

19. (FGV/IBGE/2020) Um pintor de paredes pinta uma parede retangular com 3 m de altura e 4 m de comprimento em 18 minutos. Com a mesma eficiência, esse pintor pintará uma parede retangular com 4 m de altura e 5 m de comprimento em:

A) 20 minutos;

B) 24 minutos;

C) 25 minutos;

D) 28 minutos;
E) 30 minutos.

20. (FGV/PREF. ANGRA DOS REIS/2019) Em um determinado ano, o dia 13 de fevereiro caiu em uma sexta-feira. Nesse referido ano, o dia 1º de janeiro caiu em
A) uma terça-feira.
B) uma quarta-feira.
C) uma quinta-feira.
D) uma sexta-feira.
E) um sábado.

21. (FGV/PREF. ANGRA DOS REIS/2019) A média dos pesos de cinco crianças é de 33,6 kg. Quatro delas pesam, respectivamente, 31 kg, 34 kg, 38 kg e 30 kg. A 5ª criança pesa
A) 32 kg.
B) 35 kg.
C) 36 kg.
D) 37 kg.
E) 38 kg.

22. (FGV/PREF. SALVADOR/2019) Os cinco times de futebol de certo município disputarão um torneio em que cada time jogará uma vez com cada um dos outros times. O número de partidas que serão realizadas é
A) 8.
B) 9.
C) 10.
D) 15.
E) 20.

23. (FGV/PREF. SALVADOR/2019) O Partido A tinha 9 deputados a mais do que o Partido B. Quatro deputados do Partido A se transferiram para o Partido B. Não houve outras transferências. O Partido A agora tem a mais do que o Partido B
A) 5 deputados.
B) 4 deputados.
C) 3 deputados.
D) 2 deputados.
E) 1 deputados.

24. (FGV/PREF. NITEROI/2018) O Cadastro Único para Programas Sociais do Governo Federal é um instrumento que identifica e caracteriza as famílias de baixa renda. Nele são registradas informações

como: características da residência, identificação de cada pessoa, escolaridade, situação de trabalho e renda, entre outras.

Para a próxima semana, de segunda a sexta-feira, a SAS (Secretaria de Assistência Social) vai disponibilizar 3 funcionários que trabalharão 6 horas por dia, no atendimento e cadastro das famílias. Sabe-se que cada atendimento dura, em média, 20 minutos. Nessa semana, o número máximo de famílias cadastradas será cerca de:

A) 160.

B) 210.

C) 270.

D) 330.

E) 390.

25. (FGV/PREF. NITEROI/2018) Em uma sala do escritório há 5 arquivos, cada arquivo tem 4 gavetas, cada gaveta possui 24 pastas e cada pasta pode conter apenas um processo. O número máximo de processos que podem ser arquivados nessa sala é:

A) 33;

B) 96;

C) 120;

D) 240;

E) 480.

26. (FGV/AL-RO/2018) Para um passeio de barco no rio Madeira, há bilhetes com preços diferenciados para adultos e crianças. Uma família com 2 adultos e 3 crianças pagou 124 reais pelo passeio, e outra família, com 3 adultos e 5 crianças, pagou 195 reais pelo mesmo passeio. Assinale a opção que indica o preço, em reais, do bilhete de uma criança.

A) 16.

B) 18.

C) 20.

D) 22.

E) 24.

27. (FGV/TJ-SC/2018) Vanda foi ao consultório médico em uma segunda-feira. O médico disse que ela deveria tomar um comprimido de certo remédio todos os dias, durante 180 dias. Vanda começou a tomar o remédio no mesmo dia da consulta e cumpriu exatamente o que disse o médico. O primeiro dia em que Vanda NÃO precisou tomar o remédio foi:

A) uma quarta-feira;

B) uma quinta-feira;

C) uma sexta-feira;

D) um sábado;

E) um domingo.

28. (FGV/TJ-SC/2018) Em sua empresa, quando Hugo trabalha além do tempo regulamentar, esse tempo extra é computado e acumulado em minutos. No fim do mês, somente os números inteiros de horas extras trabalhadas são pagas na razão de R$ 54,00 por hora. No mês de maio, Hugo trabalhou, além do tempo regulamentar, por 500 minutos. O valor que Hugo recebeu a mais pelas horas extras foi de:

A) R$ 324,00;

B) R$ 378,00;

C) R$ 432,00;

D) R$ 450,00;

E) R$ 486,00.

29. (FGV/BANESTES/2018) Daqui a 8 anos, Lúcia terá o triplo da idade que tinha há 10 anos. A soma das idades que Lúcia tinha há 4 anos com a idade que ela terá daqui a 4 anos é:

A) 34 anos;

B) 36 anos;

C) 38 anos;

D) 40 anos;

E) 42 anos.

30. (FGV/PREF. SALVADOR/2017) Dalva tinha 35 reais e Luís tinha 49. Luís deu certa quantia a Dalva e Dalva, então, ficou com o dobro da quantia de Luís. A quantia em reais que Luís deu a Dalva foi de

A) 20 reais.

B) 21 reais.

C) 22 reais.

D) 23 reais.

E) 24 reais.

Gabarito

1. LETRA D	11. LETRA A	21. LETRA B
2. LETRA E	12. LETRA D	22. LETRA C
3. LETRA C	13. LETRA A	23. LETRA E
4. LETRA C	14. LETRA B	24. LETRA C
5. LETRA E	15. LETRA D	25. LETRA E
6. LETRA C	16. LETRA D	26. LETRA B
7. LETRA E	17. LETRA A	27. LETRA D
8. LETRA E	18. LETRA A	28. LETRA C
9. LETRA A	19. LETRA E	29. LETRA C
10. LETRA A	20. LETRA C	30. LETRA B

LISTA DE QUESTÕES - FGV

Expressões Numéricas

1. (FGV/PREF. SP/2023) O valor da expressão aritmética

$$\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)\cdots\left(\frac{1}{19}-\frac{1}{20}\right)\left(\frac{1}{21}-\frac{1}{22}\right)$$

é igual a:

A) 21/22.
B) 1/22.
C) 1/22!
D) 21/22!
E) 22!/21

2. (FGV/TRT-PB/2022) O valor da expressão numérica

$$\frac{2^{2022}-2^{2021}-2^{2020}+2^{2019}}{2^{2020}-2^{2019}}$$

é

a) 5.
b) 4.
c) 3.
d) 2.
e) 1.

3. (FGV/TRT-PB/2022) O valor da expressão

$$\frac{1-2+3-4+5-6+\cdots+2019-2020+2021-2022}{2023-2022+2021-2020+\cdots+7-6+5-4+3-2}$$

é

a) 1.
b) −1.
c) −1011/1012.
d) 1011/1012.
e) −1012/1011.

4. (FGV/SEMSA-MANAUS/2022) O resultado da operação $17 - 3 \times 4 + 1$ é

A) 2.

B) 6.

C) 17.

D) 57.

E) 70.

5. (FGV/TRT-MA/2022) O valor da expressão numérica

$$\frac{2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 + 2^7 + 2^8}{3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6}$$

é:

a) 2/3.

b) 4/7.

c) 5/11.

d) 7/15.

e) 8/17.

6. (FGV/IBGE/2022) O valor da expressão a seguir é

$$\frac{2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times 14}{2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14}$$

A) 1.

B) 1/7.

C) 11520.

D) 12800.

E) 25616.

7. (FGV/CM ARACAJU/2021) O resultado da operação $4 + 2 \times 4 - 2$ é:

A) 24

B) 22

C) 12

D) 10

E) 8

8. (FGV/IMBEL/2021) Assinale a opção que indica o resultado de $6 + 4 \times 5 - 8 \div 2$.

A) 21.

B) 22.

C) 23.
D) 24.
E) 25.

9. (FGV/IMBEL/2021) Assinale a opção que indica o valor de

$$2 + 4 + 6 + \ldots + 2020 + 2022 - 1 - 3 - 5 - \ldots - 2019 - 2021$$

A) -1011.
B) -1010.
C) 1009.
D) 1010.
E) 1011.

10. (FGV/PREF. ANGRA DOS REIS/2019) Calcule o valor da expressão aritmética

$$2 \cdot (2 \cdot (2 \cdot (2 + 0 + 1 + 9) + 0 + 1 + 9) + 0 + 1 + 9) + 0 + 1 + 9$$

A) 154.
B) 158.
C) 166.
D) 216.
E) 219.

11. (FGV/BANESTES/2018) O resultado da operação $5 + 3 \times 7 - 4$ é:
A) 14;
B) 22;
C) 24;
D) 28;
E) 52.

12. (FGV/PREF. SÃO PAULO/2016) Em algumas expressões numéricas, é possível economizar parênteses, colchetes ou chaves sem alterar o resultado.

$$7^2 - \{[3 \times (100 - 4)] + 10\}$$

Assinale a opção que indica a expressão numérica com mesmo resultado da expressão acima.
A) $7^2 - 3 \times 100 - 4 + 10$
B) $7^2 - 3 \times 100 - 4 - 10$
C) $7^2 - 3 \times 100 - 3 \times 4 + 10$
D) $7^2 - 3 \times 100 + 3 \times 4 - 10$
E) $7^2 - 3 \times 100 + 3 \times 4 + 10$

GABARITO

1. LETRA C
2. LETRA C
3. LETRA B
4. LETRA B
5. LETRA D
6. LETRA C
7. LETRA D
8. LETRA B
9. LETRA E
10. LETRA C
11. LETRA B
12. LETRA D

LISTA DE QUESTÕES - FGV

Expressões Algébricas

1. (FGV/SASDH/2016) Dois números x e y são tais que $x + y = 11$ e $x^2 - y^2 = 66$ O valor de x é:

A) 7
B) 7,5
C) 8
D) 8,5
E) 9

2. (FGV/SAD-PE/2009) A expressão $\frac{(a+b+c)^2-(a^2+b^2+c^2)}{2}$ é igual a:

A) 0.
B)1.
C) abc.
D) $ab + bc + ac$
E) $a^2b + b^2c + c^2a$

3. (FGV/SAD-PE/2009) O desenvolvimento de $(x - y - z + w)^2 - (y - w - x + z)^2$ é igual a:

A) $x^2 + y^2 + z^2 + w^2$
B) $2xy + 2xz + 2xw + 2yz + 2yw + 2zw$
C) $2xy + 2xz - 2xw + 2yz - 2yw + 2zw$
D) 1
E) 0

GABARITO

1. LETRA D
2. LETRA D
3. LETRA E

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.