

Aula 00

*IPMS (Nível Superior) Matemática - 2024
(Pós-Edital)*

Autor:
**Equipe Exatas Estratégia
Concursos**

17 de Setembro de 2024

Índice

1) Aviso	3
2) Apresentação do Curso	4
3) Introdução - Conjuntos Numéricos	5
4) Problemas	14
5) Questões Comentadas - Introdução - Multibancas	22
6) Questões Comentadas - Problemas - Multibancas	31
7) Lista de Questões - Introdução - Multibancas	60
8) Lista de Questões - Problemas - Multibancas	64



AVISO IMPORTANTE!



Olá, Alunos (as)!

Passando para informá-los a respeito da **disposição das questões** dentro do nosso material didático. Informamos que a escolha das bancas, dentro dos nossos Livros Digitais, é feita de maneira estratégica e pedagógica pelos nossos professores a fim de proporcionar a melhor didática e o melhor direcionamento daquilo que mais se aproxima do formato de cobrança da banca do seu concurso.

Assim, o formato de questões divididas por tópico facilitará o seu processo de estudo, deixando mais alinhado às disposições constantes no edital.

No mais, continuaremos à disposição de todos no Fórum de dúvidas!

Atenciosamente,

Equipe Exatas

Estratégia Concursos



APRESENTAÇÃO DO CURSO

Olá, pessoal! Tudo bem?

É com grande satisfação que damos início ao nosso curso!

Os professores **Eduardo Mocellin**, **Francisco Rebouças**, **Luana Brandão**, **Djefferson Maranhão** e **Vinicius Velede** ficarão responsáveis pelo **Livro Digital**.

Antes de continuarmos, vamos apresentar os professores do material escrito:

Eduardo Mocellin: Fala, pessoal! Meu nome é Eduardo Mocellin, sou professor de Matemática e de Raciocínio Lógico do Estratégia Concursos e engenheiro Mecânico-Aeronáutico pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Sinto-me feliz em poder contribuir com a sua aprovação! Não deixe de me seguir no Instagram:  **@edu.mocellin**

Francisco Rebouças: Fala, alunos! Aqui é o Francisco Rebouças, professor de Matemática do Estratégia Concursos. Sou Engenheiro Aeroespacial formado pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Saiba que será uma honra fazer parte da sua jornada rumo à aprovação e que estaremos sempre aqui para auxiliá-los com o que precisarem. Um grande abraço e nos vemos nas aulas!

Luana Brandão: Oi, pessoal! O meu nome é Luana Brandão e sou professora de Estatística do Estratégia Concursos. Sou Graduada, Mestre e Doutora em Engenharia de Produção, pela Universidade Federal Fluminense. Passei nos concursos de Auditor Fiscal (2009/2010) e Analista Tributário (2009) da Receita Federal e de Auditor Fiscal do Estado do Rio de Janeiro (2010). Sou Auditora Fiscal do Estado do RJ desde 2010. Vamos juntos nesse caminho até a aprovação?  **@professoraluanabrandao**

Djefferson Maranhão: Olá, amigos do Estratégia Concursos, tudo bem? Meu nome é Djefferson Maranhão, professor de Estatística do Estratégia Concursos. Sou Graduado em Ciência da Computação pela Universidade Federal do Maranhão (UFMA). Desde 2015, sou Auditor da Controladoria Geral do Estado do Maranhão (2015 - 5º lugar). Antes, porém, exerci os cargos de Analista de Sistemas na UFMA (2010 - 1º lugar) e no TJ-MA (2011 - 1º lugar). Já estive na posição de vocês e sei o quanto a vida de um concurseiro é um tanto atribulada! São vários assuntos para se dominar em um curto espaço de tempo. Por isso, contem comigo para auxiliá-los nessa jornada rumo à aprovação. Um grande abraço.

Vinicius Velede: Olá, caros alunos! Sou Auditor Fiscal do Estado do Rio Grande do Sul. Professor de Matemática e Matemática Financeira do Estratégia Concursos. Aprovado nos Concursos de Auditor Fiscal da Secretaria da Fazenda dos Estados do Rio Grande do Sul (SEFAZ RS - 2019), Santa Catarina (SEFAZ SC - 2018) e Goiás (SEFAZ GO - 2018). Formado em Engenharia de Petróleo pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) com graduação sanduíche em Engenharia Geológica pela Universidade Politécnica de Madrid (UPM). Pela UFRJ, fui campeão sul americano do Petrobowl (Buenos Aires) e, posteriormente, Campeão Mundial (Dubai). Cursei meu ensino médio na Escola Preparatória de Cadetes do Exército (EsPCEX). Contem comigo nessa trajetória!  **@viniciusvelede**

O material escrito em **PDF** está sendo construído para ser sua fonte **autossuficiente** de estudos. Isso significa que o livro digital será **completo** e **voltado para o seu edital**, justamente para que você não perca o seu precioso tempo "caçando por aí" o conteúdo que será cobrado na sua prova. Ademais, sempre que necessário, você poderá fazer perguntas sobre as aulas no **fórum de dúvidas**. **Bons estudos!**



CONJUNTOS NUMÉRICOS

Introdução

Chegou a hora de falarmos sobre conjuntos numéricos! Como o próprio nome sugere, são **grupos exclusivamente formados por números**! Compreender essa parte inicial da matemática é fundamental para que você possa **construir uma base sólida na matéria**. *Vamos nessa?!*

Conjunto dos Números Naturais (\mathbb{N})

O conjunto dos números naturais é representado pelo **símbolo \mathbb{N}** . Basicamente, esse conjunto compreenderá aqueles números que **surtem "naturalmente" da necessidade de contar**. Observe.

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

A primeira coisa que você deve notar é que no conjunto dos números naturais **não vamos ter os famosos "números quebrados"**, tais como "1,5", "2,81", "101,12"... Também não teremos os números negativos, tais como o "-1", "-105", "-56,15"...

É o conjunto mais simples e **possui uma quantidade infinita de elementos**. Uma notação importante é o **asterisco sobrescrito** ao símbolo do conjunto. **Ele vai indicar que o 0 está sendo excluído da lista**. Essa notação pode ser usada para qualquer conjunto que veremos.

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots\}$$

No estudo dos números naturais, podemos introduzir dois novos conceitos: **o antecessor e o sucessor** de um número. O antecessor de um número natural nada mais é do que **o número que vem antes dele**. Por exemplo, o antecessor do 5 é o 4, o antecessor do 100 é o 99, o antecessor do 12341 é o 12340.

Note que **o número 0 é o único natural que não possui antecessor natural**, pois **-1 pertence ao conjunto dos números inteiros**, como veremos posteriormente.

O **sucessor de um número é o número que vem após ele**. Por exemplo, o sucessor do 5 é o 6 e o sucessor do 80 é o 81. Dessa vez, perceba que **todos os naturais possuem sucessores**.



(CM ITAPISSUMA/2024) Considere o conjunto dos números naturais em que o 1 não é sucessor de nenhum outro. Nesse sentido, não podemos garantir que

- A) O quociente entre números naturais resulte em um número natural
- B) O sucessor de a é $a + 1$
- C) Um número b é dito primo quando seus únicos divisores forem 1 e o próprio b
- D) O sucessor de a mais o sucessor de b resulta no sucessor do sucessor de $a + b$
- E) Um número natural N qualquer, exceto a unidade, tem como antecessor o número $N - 1$.

Comentários:

Inicialmente, observe que o enunciado fala do conjunto dos números naturais em que **o 1 não é sucessor de nenhum outro**, ou seja, estamos falando de \mathbb{N}^* . Com isso em mente, vamos analisar as alternativas.

A) O quociente entre números naturais **pode** resultar em um número natural, mas **nem sempre isso acontece**. Por exemplo, **se dividirmos 5 por 2, obteremos 2,5, que não é um número natural**. A divisão entre números naturais só resulta em um número natural quando o divisor é um fator do dividendo, ou seja, quando a divisão é exata. Sendo assim, **essa é a alternativa procurada!**

B) O sucessor de a é o próximo número natural depois de a , e **podemos obtê-lo somando 1 a a** . Por exemplo, o sucessor de 3 é 4, que é igual a $3 + 1$. Portanto, alternativa correta!

C) Um número b é dito primo quando ele tem apenas dois divisores naturais distintos: **1 e o próprio b** . Por exemplo, 2, 3, 5, 7, 11 são números primos, pois só podem ser divididos por 1 e por eles mesmos. Já 4, 6, 8, 9, 10 não são primos, pois **têm mais de dois divisores naturais**. Portanto, alternativa correta!

D) Verdadeira. O sucessor de a mais o sucessor de b é o mesmo que $(a + 1) + (b + 1)$, que por sua vez é igual a $(a + b) + 2$. E **o sucessor do sucessor de $a + b$ é o mesmo que $(a + b) + 1 + 1$** , que também é igual a $(a + b) + 2$. Portanto, **as duas expressões são equivalentes**. Portanto, alternativa correta!

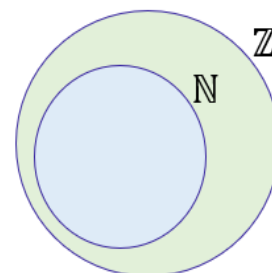
E) Um número natural N qualquer, exceto a unidade, tem como antecessor o número natural que vem antes dele na sequência dos naturais, e **podemos obtê-lo subtraindo 1 de N** . Por exemplo, **o antecessor de 4 é 3, que é igual a $4 - 1$** . Logo, alternativa correta!

Gabarito: LETRA A.

Conjunto dos Números Inteiros (\mathbb{Z})

Para obtermos o conjunto dos números inteiros, basta **pegar os naturais e adicionar os números negativos!**

$$\mathbb{Z} = \{ \dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots \}$$



As primeiras informações que devemos ter em mente sobre o conjunto dos números inteiros é que ele **contém o conjunto dos números naturais**: $\mathbb{Z} \supset \mathbb{N}$. Em outras palavras, **o conjunto dos números naturais é um subconjunto dos inteiros**.

Nesse contexto, note que **todos os números naturais são também números inteiros**. Portanto, é correto dizer que 1, 2, 3, 4, 5, ... **além de números naturais, são números inteiros**. Atenção ao fato de que, **os números negativos são números inteiros, mas não são números naturais**. Podemos utilizar o asterisco sobrescrito caso se queira tirar o 0 do conjunto.

$$\mathbb{Z}^* = \{ \dots, -5, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots \}$$

Nessa altura da aula, **é importante** definirmos duas classes especiais de números: **os números pares e os números ímpares**.

- **Número par**: todo número inteiro que pode ser escrito na forma $p = 2n, n \in \mathbb{Z}$.
- **Número ímpar**: todo número inteiro que pode ser escrito na forma $i = 2n + 1, n \in \mathbb{Z}$.

As definições acima podem parecer um pouco complicadas, normalmente, elas são utilizadas apenas para demonstrar propriedades desses números. Logo, podemos defini-los de uma maneira mais simplificada.

- **Número par**: todo número terminado em 0, 2, 4, 6 e 8.
- **Número ímpar**: todo número terminado em 1, 3, 5, 7 e 9.

A forma como conceituamos acima é **uma consequência da definição original**. É muito útil quando precisamos identificar se um número é par ou ímpar!



(AEB/2024) Julgue o item a seguir:

Números inteiros são um conjunto de números que incluem todos os números naturais (0, 1, 2, ...), partindo do zero, os quais são utilizados para contar, ordenar e realizar operações matemáticas básicas.

Comentários:

Pessoal, o item está errado porque **os números inteiros não partem do zero**, mas sim se estendem infinitamente tanto para os números positivos quanto para os negativos. **Os números inteiros incluem todos**



os números naturais (0, 1, 2, ...) e seus opostos negativos (-1, -2, -3, ...). O conjunto dos números inteiros pode ser escrito assim:

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

Gabarito: ERRADO.

(PREF. S. PARNAÍBA/2023) A soma de dois números inteiros consecutivos resulta em um número:

- A) positivo.
- B) primo.
- C) múltiplo de três.
- D) ímpar.

Comentários:

Vamos chamar os dois números inteiros consecutivos de x e $x+1$. A soma desses números é $2x + 1$, que é uma expressão ímpar. Isso acontece porque $2x$ é um número par, já que é o dobro de um número inteiro, e 1 é um número ímpar.

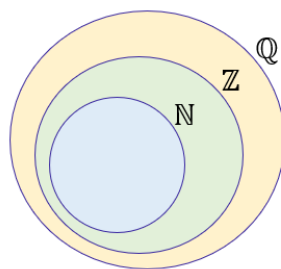
Quando somamos um número par com um número ímpar, o resultado é sempre ímpar. Isso significa que qualquer que seja o valor de x , a soma será ímpar. Por exemplo, se $x = 0$, a soma é 1 ; se $x = 1$, a soma é 3 ; se $x = 2$, a soma é 5 , e assim por diante.

Logo, **a resposta correta é a letra D**, pois é a única que vale para todos os casos possíveis.

Gabarito: LETRA D.

Conjunto dos Números Racionais (\mathbb{Q})

Chegamos aos conjuntos dos números racionais! **O \mathbb{Q} será formado pelo conjunto dos números inteiros mais os "números quebrados"**! Basicamente, dizemos que um número é racional se ele pode ser representado na **forma de fração**! Perceba, portanto, que o conjunto dos inteiros é um subconjunto dos racionais! $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.



Isso significa que números como **1, 2 ou 3 além de serem naturais, são inteiros e também são racionais**. Mas vamos explicar melhor nossa definição de número racional, pois existe **mais uma condição que ele deve obedecer para ser considerado um número racional**. Logo, para um número ser racional precisamos que:

1. Ele possa ser representado em uma **forma fracionária de números inteiros**.

$$\frac{1}{1} = 1 \quad ; \quad \frac{3}{2} = 1,5 \quad ; \quad \frac{10}{2} = 5 \quad ; \quad \frac{1}{10} = 0,1 \quad ; \quad \frac{500}{3} = 166,66 \dots$$

Todos os números acima são exemplos de números racionais.

2. Se ele tiver **uma representação decimal infinita**, para ser um racional, **ela também deve periódica**.

$$0,333 \dots \quad ; \quad 1,67676767 \dots \quad ; \quad 100,123123123123 \dots \quad ; \quad 1,000100010001 \dots$$

Números com o formato acima são exemplos de números racionais pois, **apesar de possuírem uma representação decimal infinita, ela é periódica**. Esses números são **as famosas dízimas periódicas!** Estudaremos ela **com mais detalhes em um próximo momento**, quando daremos um foco especial no estudo das frações.

De antemão, eu quero que você grave: **dízimas periódicas são números racionais!** Elas podem ser convertidas em frações! Não se preocupe em entender as dízimas periódicas agora. **Dedicaremos um tempo na próxima aula exclusivamente para elas!** Guarde apenas que **são números racionais** e que **podemos transformá-las em frações!**



Quando falamos da **representação decimal finita** de um número, estamos nos referindo a um número que possui uma **quantidade finita de algarismos**. Por exemplo, **100,003** é um número com representação decimal finita. Já **o número 1,333...** é um exemplo de número com **representação decimal infinita**.

As reticências indicam que há muitos mais números a serem considerados. Nesse caso, esse número é formado por **infinitos "3" após a vírgula**. Como **o número 3 se repete**, dizemos ainda que possui uma representação decimal infinita e **periódica!**

O que acontece se um número possuir uma **representação decimal infinita mas que não é periódica**? Nesses casos, **não poderemos escrever esses números em uma forma fracionária** e eles serão chamados de **números irracionais**!

Aposto que você conhece alguns números irracionais: $\sqrt{2} = 1,4142 \dots$, $\sqrt{3} = 1,7320 \dots$, $\pi = 3,1415 \dots$. **Não ache** que todas as raízes são números irracionais. Veja, por exemplo, que $\sqrt{4} = 2$, mas **2 é um número natural**.



(AEB/2024) Julgue o item a seguir:

Os números racionais incluem inteiros (\mathbb{Z}), decimais finitos (ex: 743,8432) e decimais infinitos periódicos (ex: 12,050505...), também chamados de dízimas periódicas.

Comentários:

Pessoal, item certo! É basicamente o que falamos acima!

Lembre-se que **os números racionais são aqueles que podem ser escritos na forma de fração entre dois números inteiros, como a/b , onde a e b são inteiros e $b \neq 0$.**

Os decimais finitos também podem ser escritos como frações, bastando multiplicar o numerador e o denominador por uma potência de 10 adequada. Por exemplo, $0,75 = 75/100 = 3/4$.

Os decimais infinitos periódicos são aqueles que **apresentam uma parte decimal que se repete indefinidamente**. Eles também podem ser expressos como frações, usando uma regra específica que será vista posteriormente. Por exemplo, $0,333\dots = 3/9 = 1/3$.

Gabarito: CERTO.

Conjuntos dos Números Irracionais ($\mathbb{I} = \mathbb{R} - \mathbb{Q}$)

Normalmente, **representamos o conjunto dos irracionais como $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ ou simplesmente \mathbb{I}** . Lembre-se da operação "Diferença" que já conhecemos! Sendo assim, $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ significa **o conjunto formado pelos números reais que não são números racionais**! Mas o que seriam os números irracionais? Os números irracionais são todos os números que não podem ser representados pela fração de dois inteiros! Por exemplo, $\sqrt{2}$ e π são exemplos de números irracionais. Abaixo, vamos conhecer alguns números irracionais famosos!



- Pi (π)

$$\pi \approx 3,141592 \dots$$

- Razão de Ouro (ou Proporção Áurea)

$$\phi = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} \approx 1,618033 \dots$$

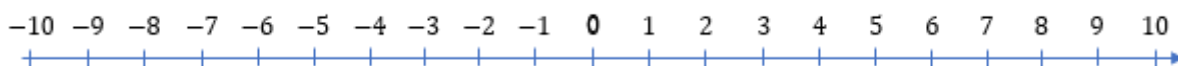
- Número de Euler (e)

$$e \approx 2,7182818 \dots$$

No momento, não vamos nos aprofundar muito em cada um dos números acima, teremos a oportunidade mais a frente! Para hoje, quero apenas que vocês **lembrem que tais números são irracionais!** Por fim, é importante saber que as raízes não exatas são também números irracionais. Por exemplo, temos $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$...

Conjunto dos Números Reais (\mathbb{R})

Chegamos ao conjunto dos números reais! Esse conjunto **engloba tanto o conjunto dos números racionais quanto os números irracionais!** Um número real é o conjunto de **todos os números que lidamos no nosso dia a dia...** Não importa se ele tem uma representação decimal finita tal como os números **1,5** e **10,354** ou uma representação decimal infinita como **1,6666...** e **3,1415...**. Além de representar o conjunto dos números reais em um diagrama, também usamos uma reta! **É a chamada reta real!**



Esse tipo de representação vai ser usado principalmente **quando estivermos estudando inequações!** Lá, precisaremos definir um tipo de conjuntos que **chamaremos de intervalo.** Por exemplo, se quero representar um conjunto B formado por todos os números que estão entre -7 e 5 , **com eles inclusos**, podemos fazer o seguinte esquema:



(PREF. CANTO DO BURITI/2023) O conjunto dos números reais pode ser dividido em dois grupos, o conjunto dos números racionais e o conjunto dos números irracionais. Em qual das alternativas abaixo encontramos um número irracional?

- A) 0,6666...
- B) π
- C) 1,351351...
- D) 13
- E) 1,301313...

Comentários:

Um número irracional é um número real que não pode ser escrito como uma fração de dois números inteiros. Ou seja, **um número irracional não tem uma representação decimal exata ou periódica, mas sim infinita e não repetitiva**. Podemos analisar as alternativas da seguinte forma:

- A) **0,6666... é um número racional**, pois pode ser escrito como uma fração de dois números inteiros: $0,6666... = 2/3$.
- B) **π é um número irracional**, pois não pode ser expresso como uma fração de dois números inteiros. Além disso, a sua representação decimal é **infinita e não periódica**: $\pi = 3,1415926...$
- C) **1,351351... é um número racional!** Lembre-se que as dízimas periódicas são números racionais pois podem ser escritas como uma fração de dois números inteiros!
- D) **13 é um número racional**, pois pode ser escrito como uma fração de dois números inteiros: $13 = 13/1$.
- E) 1,301313... assim como as alternativas A e C, temos aqui uma dízima periódica! **Elas são números racionais!**

Portanto, a única alternativa que contém um número irracional é a letra B.

Gabarito: LETRA B.

Conjunto dos Números Complexos (\mathbb{C})

Aqui já estamos indo um pouquinho além! Vou comentar apenas brevemente, pessoal! É só a título de conhecimento! Os números complexos são estudados em uma aula própria! No entanto, quero que você saiba que eles existem! Eles são números na forma:

$$z = a + bi$$

Em que "a" e "b" são números reais e "i" é a chamada unidade imaginária.



$$i = \sqrt{-1}$$

Calma! Veremos tudo isso com mais detalhes em uma aula específica do curso, caso seu edital tenha previsto. Nesse momento, quero que você guarde **que todo número real é também um número complexo**. Veja que quando "b" é igual a zero, temos:

$$z = a + 0 \cdot i \quad \rightarrow \quad z = a$$

Ressalta-se que o inverso não é verdadeiro, ou seja, não é verdade que todo complexo é um real! Por exemplo, $z = 2 + i$ é um número complexo, mas não é um real.



- Um número complexo é um número "z" que possui a forma:

$$z = a + bi \quad a, b \in \mathbb{R} \quad e \quad i = \sqrt{-1}$$

- Todo número real é um número complexo, mas nem todo complexo é um número real.
- O conjunto dos reais está contido no conjunto dos complexos.

$$\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$$



Operações envolvendo Conjuntos Numéricos

Nessa parte da aula, falaremos um pouco mais sobre **as operações** dentro dos conjuntos numéricos. O foco não será propriamente em como realizar essas operações, mas sim **em algumas propriedades que estão sempre aparecendo nas provas**.

Vamos responder os seguintes tipos de questionamentos: *a soma de números inteiros será sempre um número inteiro? E a multiplicação de números irracionais será sempre um número irracional? Fique atento e vamos nessa!*

Soma

Para a soma, devemos guardar as seguintes propriedades:

- A soma de números naturais é sempre um número natural;
- A soma de números inteiros é sempre um número inteiro;
- A soma de números racionais é sempre um número racional;
- A soma de números reais é sempre um número real.

Note que deixamos apenas um conjunto de números fora da nossa lista: **os irracionais**. Como já abordamos em uma questão feita no capítulo anterior, **a soma de números irracionais nem sempre será um número irracional**. Para mostrar isso, imagine o seguinte exemplo: considere os números irracionais $5 + \sqrt{2}$ e $5 - \sqrt{2}$. Vamos somá-los?

$$S = (5 + \sqrt{2}) + (5 - \sqrt{2})$$

$$S = 5 + \sqrt{2} + 5 - \sqrt{2}$$

$$S = 10$$

Perceba que a soma dos dois números irracionais que escolhemos **resultou em um número racional**. Logo, muito atenção com esse tipo de **generalização acerca dos números irracionais**! Além disso, podemos ainda comentar a soma de números pares e ímpares.

- $\text{PAR} \pm \text{PAR} = \text{PAR}$
- $\text{ÍMPAR} \pm \text{ÍMPAR} = \text{PAR}$
- $\text{ÍMPAR} \pm \text{PAR} = \text{ÍMPAR}$



(UFRGS/2023) Adicionando-se seis números naturais distintos e maiores do que 1, obtém-se a soma S . Sobre o valor de S , considere as afirmações abaixo.

- I - Se forem adicionados três números ímpares e três números pares, então o valor de S é par.
- II - Se forem adicionados três números ímpares e três números pares, então o valor de S é ímpar.
- III - Se forem adicionados cinco números ímpares e um número par, então o valor de S é par.

Quais afirmações são verdadeiras?

- A) Apenas I.
- B) Apenas II.
- C) Apenas III.
- D) Apenas I e III.
- E) Apenas II e III.

Comentários:

Vamos comentar cada uma das informações. Lembre-se:

$$PAR \pm PAR = PAR$$

$$ÍMPAR \pm ÍMPAR = PAR$$

$$ÍMPAR \pm PAR = ÍMPAR$$

I - Se forem adicionados três números ímpares e três números pares, então o valor de S é par.

A afirmação é falsa. Podemos demonstrar isso usando uma propriedade de que a soma de um número par e um número ímpar é um número ímpar. Por exemplo:

$$2 + 3 = 5 \text{ (par + ímpar = ímpar)}$$

$$4 + 5 = 9 \text{ (par + ímpar = ímpar)}$$

Assim, se somarmos três números ímpares e três números pares, podemos **agrupar os números em três pares de um ímpar e um par**. Cada soma parcial será um número ímpar. Depois, basta somar esses três números ímpares para obter um resultado ímpar. Por exemplo:

$$3 + 5 + 7 + 2 + 4 + 6 =$$

$$(3 + 2) + (5 + 4) + (7 + 6) =$$

$$5 + 9 + 13 =$$

$$27 \text{ (ímpar)}$$

II - Se forem adicionados três números ímpares e três números pares, então o valor de S é ímpar.

Esta afirmação é verdadeira. Como vimos na afirmação anterior, a soma de três números ímpares e três números pares é sempre um número ímpar.



III - Se forem adicionados cinco números ímpares e um número par, então o valor de S é par.

Esta afirmação é falsa. Podemos demonstrar isso usando a propriedade a soma de dois números pares é um número par, e a soma de dois números ímpares também é um número par. Por exemplo:

$$\begin{aligned}2 + 4 &= 6 \text{ (par + par = par)} \\3 + 5 &= 8 \text{ (ímpar + ímpar = par)}\end{aligned}$$

Assim, se somarmos cinco números ímpares e um número par, podemos agrupar os números em **dois pares de dois ímpares**, e **um par de um ímpar e um par**. Observe que teremos duas somas parciais pares e uma ímpar. Logo, **o resultado será ímpar**. Por exemplo:

$$\begin{aligned}3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 2 &= \\(3 + 5) + (7 + 9) + (11 + 2) &= \\8 + 16 + 13 &= \\37 \text{ (ímpar)}\end{aligned}$$

Portanto, das afirmações dadas, **apenas a II é verdadeira**. Logo, a alternativa correta é a letra B.

Gabarito: LETRA B.

Subtração

- A subtração de números inteiros é um outro número inteiro.
- A subtração de números racionais é um outro número racional.
- A subtração de números reais é um outro número real.

Dessa vez, deixamos dois conjuntos de fora: **o conjunto de números naturais e dos irracionais**. Observe que 10 e 100 são dois números naturais, vamos subtraí-los?

$$D = 10 - 100 \quad \rightarrow \quad D = -90$$

A subtração do 10 por 100 resulta em -90 . Logo, tivemos **dois números naturais que subtraídos forneceram um número inteiro**. Isso sempre acontecerá quando subtraímos um número maior de um menor. É por esse motivo que **não podemos dizer que a subtração de dois números naturais é um outro número natural**.

Analogamente, para os números irracionais, vamos **escolher dois números para mostrar que essa propriedade não vale para eles**. Por exemplo, considere os seguintes números irracionais: π e $\pi + 2$. Vamos subtraí-los? Note que **o resultado será um número racional**.



$$D = (\pi + 2) - \pi \rightarrow D = 2$$



(PREF. ARARANGUÁ/2016) Assinale a alternativa INCORRETA:

- A) A diferença entre dois números naturais pode não ser um número natural.
- B) O produto entre dois números racionais é sempre um número racional.
- C) A soma entre dois números irracionais é sempre um número irracional.
- D) 0,845 e 1,7454545 ... são números racionais.
- E) $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{4}$ e π são números irracionais.

Comentários:

A) A diferença entre dois números naturais pode não ser um número natural.

Correto. Acabamos de ver na teoria que, em algumas situações, **a subtração de dois números naturais poderá dar um número negativo** (que é um número inteiro).

B) O produto entre dois números racionais é sempre um número racional.

Correto. Se temos dois números racionais, então eles podem ser escritos na forma de uma fração de números inteiros. O **produto dessas frações será uma outra fração** também de números inteiros e, portanto, um número racional.

C) A soma entre dois números irracionais é sempre um número irracional.

Errado. É a alternativa procurada. Vimos também na teoria que a soma entre dois números irracionais nem sempre dará um outro número irracional. **Algumas vezes, poderemos obter um número racional.**

D) 0,845 e 1,7454545 ... são números racionais.

Correto. Observe que o número **0,845 possui uma representação decimal finita**, sendo assim, é facilmente convertido em uma fração de números inteiros, veja:

$$0,845 = \frac{845}{1000}$$

Além disso, 1,7454545 ... é uma dízima periódica e vimos que **toda dízima periódica é um número racional.**

E) $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{4}$ e π são números irracionais.

Correto. São exemplos clássicos de números irracionais. Observe eles expandidos:

$$\sqrt{2} = 1,4142135623730950488016887242096980785696718753769480731766797379 \dots$$



$$\sqrt[3]{4} = 1,5874010519681994747517056392723082603914933278998530098082857618 \dots$$

$$\pi = 3,1415926535897932384626433832795028841971693993751058209749445923 \dots$$

Gabarito: Letra C

Multiplicação

- A multiplicação de dois números naturais é sempre um número natural.
- A multiplicação de dois números inteiros é sempre um número inteiro.
- A multiplicação de dois números racionais é sempre um número racional.
- A multiplicação de dois números reais é sempre um número real.

Mais uma vez, **os números irracionais ficaram de fora** da nossa lista. Para provar porque estão de fora, vamos considerar dois números irracionais:

$$\sqrt{5} = 2.2360679774997896964091736687312 \dots$$

$$\sqrt{20} = 4.47213595499957939281834733746 \dots$$

Quando multiplicamos os dois: $\sqrt{5} \times \sqrt{20} = \sqrt{100} = 10$. Note que, **nesse exemplo**, o produto de dois números irracionais **resultou em um número racional**.



(PREF. CAMAÇARI/2024) Acerca das operações entre números irracionais, julgue os itens a seguir, considerando que a e b sejam números irracionais (\mathbb{I}) distintos.

- Se $c = a + b$, então, para todo a e $b \in \mathbb{I}$, c é irracional.
- Se $c = a \times b$, então, para todo a e $b \in \mathbb{I}$, c é irracional.
- Se $c = a^n$, sendo n um número natural (\mathbb{N}), então, para todo $a \in \mathbb{I}$ e para todo $n \in \mathbb{N}$, c é irracional.

Assinale a opção correta.

- Apenas o item I está certo.
- Apenas o item II está certo.
- Apenas o item III está certo.
- Apenas os itens I e II estão certos.



E) Nenhum item está certo.

Comentários:

Pessoal, a melhor maneira de resolver esse tipo de questão é procurar contraexemplos. Vamos lá!

I. Se $c = a + b$, então, para todo a e $b \in \mathbb{I}$, c é irracional.

Errado, pessoal. Considere que $a = \sqrt{2}$ e $b = -\sqrt{2}$. A soma dos dois fica:

$$c = \sqrt{2} + (-\sqrt{2}) \rightarrow c = 0$$

Observe que **somamos dois números irracionais e o resultado foi um número racional**, ao contrário do que afirma o item.

II. Se $c = a \times b$, então, para todo a e $b \in \mathbb{I}$, c é irracional.

Errado também. Podemos usar os mesmos valores para a e b que usamos anteriormente.

$$c = \sqrt{2} \cdot (-\sqrt{2}) \rightarrow c = -2$$

Observe que **multiplicamos dois números irracionais distintos e o resultado foi um número racional**. Logo, o item erra a afirmar que c seria necessariamente irracional.

III. Se $c = a^n$, sendo n um número natural (\mathbb{N}), então, para todo $a \in \mathbb{I}$ e para todo $n \in \mathbb{N}$, c é irracional.

Errado também! Considere $a = \sqrt{2}$ e $n = 2$.

$$c = (\sqrt{2})^2 \rightarrow c = 2$$

Ora, fizemos a potenciação indicada no item e o resultado nos forneceu um **c racional**.

Sendo assim, nenhuma dos itens estão corretos, podemos marcar a alternativa E.

Gabarito: LETRA E.

Divisão

- A divisão de dois números racionais será sempre um racional.
- A divisão de dois números reais será sempre um número real.

Observe que é a nossa menor lista até agora. **Divisão de números naturais não necessariamente fornecerá um outro número natural**, isso vale igualmente **para os números inteiros e irracionais**. Observe.



- Considere os números naturais 1 e 2. Vamos dividi-los?

$$\frac{1}{2} = 0,5$$

Ora, **0,5 não é um número natural**, é um número racional.

- Considere os números inteiros -5 e 2 . Vamos dividi-los?

$$-\frac{5}{2} = -2,5$$

$-2,5$ não é um número inteiro, é um número racional.

- Considere os números irracionais $\sqrt{1000}$ e $\sqrt{10}$. Vamos dividi-los?

$$\frac{\sqrt{1000}}{\sqrt{10}} = \sqrt{100} = 10$$

10 não é um irracional, é um número racional.

Muito cuidado com **as generalizações envolvendo divisões (quocientes)**. Esse cuidado maior deve-se ao fato de que **os conjuntos de números naturais e inteiros não abrigam os famosos "números quebrados"** e, quando dividimos um número pelo outro, é muito fácil obter esse tipo número.



(PREF. SANTO ANDRÉ/2023) Sobre o resultado da divisão de dois números irracionais é correto afirmar que é, necessariamente, um número

- A) natural.
- B) inteiro não natural.
- C) racional não inteiro.
- D) irracional.
- E) real.

Comentários:



Nessa questão, precisamos lembrar que os números irracionais são aqueles que não podem ser escritos na forma de fração, ou seja, têm uma parte decimal infinita e não periódica. Exemplos de números irracionais são $\sqrt{2}$, π e e .

A divisão de dois números irracionais **pode resultar em um número racional ou irracional**, dependendo dos valores envolvidos. Por exemplo, se dividirmos $\sqrt{2}$ por $\sqrt{2}$, obtemos 1, que é um número racional e inteiro. Mas se dividirmos $\sqrt{2}$ por $\sqrt{3}$, obtemos 0,8164965809..., que é um número irracional.

Portanto, a única alternativa que abrange todos os possíveis resultados da divisão de dois números irracionais é a letra E, que afirma que o resultado é, **necessariamente**, um **número real**. Os números reais englobam todos os números racionais e irracionais.

Gabarito: LETRA E.



QUESTÕES COMENTADAS

Introdução aos Conjuntos Numéricos

Outras Bancas

1. (QUADRIX/CRF-GO/2022) Considere-se que o conjunto A seja dado por $A = \{-3, -1, 1, 7, 10\}$. O conjunto B seja o conjunto de todos os números naturais e o conjunto C seja o conjunto de todos os números racionais. Com base nessas informações, julgue o item.

O conjunto $A \cap B \cap C$ é o conjunto vazio.

Comentários:

De acordo com o enunciado, temos:

$$A = \{-3, -1, 1, 7, 10\}$$

$$B = \mathbb{N}$$

$$C = \mathbb{Q}$$

O conjunto $A \cap B \cap C$ é formado por todos os elementos que são comuns aos três conjuntos. Observe que os números **negativos**, apesar de serem racionais, **não são naturais**. Sendo assim, não são comuns a todos. Os demais são. Logo:

$$A \cap B \cap C = \{1, 7, 10\}$$

Com isso, concluímos que o resultado dessa intersecção **não** é o **conjunto vazio**.

Gabarito: ERRADO.

2. (QUADRIX/CRF-GO/2022) Considere-se que o conjunto A seja dado por $A = \{-3, -1, 1, 7, 10\}$. O conjunto B seja o conjunto de todos os números naturais e o conjunto C seja o conjunto de todos os números racionais. Com base nessas informações, julgue o item.

$$A \cap B = A - \{-1, -2, -3\}.$$

Comentários:

De acordo com o enunciado, temos:

$$A = \{-3, -1, 1, 7, 10\}$$

$$B = \mathbb{N}$$



$$C = \mathbb{Q}$$

A intersecção de A com B é formada pelos **elementos de A que são números naturais**, ou seja, **1, 7 e 10**.

$$A \cap B = \{1, 7, 10\}$$

Por sua vez, a diferença $A - \{-1, -2, -3\}$ é formada pelos **elementos de A que não são -1, -2 ou -3**.

$$A - \{-1, -2, -3\} = \{1, 7, 10\}$$

Note que $A \cap B = A - \{-1, -2, -3\}$, conforme afirma o item. Logo, **item correto**.

Gabarito: CERTO.

3. (QUADRIX/CRBM-3/2022) Sendo $A = \{-5, 1, 3, 5, 7\}$, $B = \{2, 3, 4, 6, 8\}$, \mathbb{N} o conjunto dos números naturais, \emptyset o conjunto vazio e \mathbb{Q} o conjunto dos números racionais, julgue o item.

$$(A \cup B) \cap \mathbb{N} \neq \emptyset.$$

Comentários:

Do enunciado, tiramos que:

$$A = \{-5, 1, 3, 5, 7\}$$

$$B = \{2, 3, 4, 6, 8\}$$

Primeiramente, vamos encontrar $A \cup B$. Lembre-se que a união de A com B é o conjunto formado por **todos os elementos dos dois conjuntos**. Lembre-se que os elementos em comum aparecem apenas uma vez, não devemos repeti-los.

$$A \cup B = \{-5, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

Quando o item escreve $(A \cup B) \cap \mathbb{N}$, ele está nos perguntando **quais elementos de $A \cup B$ são números naturais**. Ora, quase todos! Apenas o **-5 não é natural**. Logo:

$$(A \cup B) \cap \mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

Observe que tal conjunto está longe de ser igual ao conjunto vazio. Logo, é correto dizer que:

$$(A \cup B) \cap \mathbb{N} \neq \emptyset$$

Gabarito: CERTO.



4. (IDECAN/SEFAZ-RR/2022) Seja $A = \{1, 2, e, 3, \pi, 4, 5, 6, 7\}$, \mathbb{N} o conjunto dos naturais, \mathbb{Z} conjuntos dos inteiros e \mathbb{Q} conjunto dos racionais. Determine o conjunto E , fruto da operação $E = A \cap [(\mathbb{N} \cap \mathbb{Q}) \cup \mathbb{Z}]$.

- A) $E = \{e, \pi\}$
- B) $E = \emptyset$
- C) $E = \{2, 4, 6\}$
- D) $E = \mathbb{Z}$
- E) $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

Comentários:

Vamos lá, queremos saber quem é o **conjunto E**:

$$E = A \cap [(\mathbb{N} \cap \mathbb{Q}) \cup \mathbb{Z}]$$

Pessoal, como $\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$, então $\mathbb{N} \cap \mathbb{Q} = \mathbb{N}$. Sendo assim, podemos simplificar:

$$E = A \cap [\mathbb{N} \cup \mathbb{Z}]$$

Com pensamento **similar**, temos que como $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$, então $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$.

$$E = A \cap \mathbb{Z}$$

Ou seja, E é formado pelos **elementos de A que são números inteiros**. Vamos visualizar quem é A .

$$A = \{1, 2, e, 3, \pi, 4, 5, 6, 7\}$$

Destaquei de **vermelho** aqueles elementos de A que **não são números inteiros**. Logo:

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

Gabarito: LETRA E.

5. (AOC/CM BAURU/2022) Dentre as seguintes alternativas, qual delas **NÃO** apresenta um número que pertença ao conjunto dos Irracionais?

- A) π
- B) $\sqrt{5}$
- C) e
- D) 4,2324252627...
- E) $\sqrt[3]{64}$

Comentários:



Todos os números nas alternativas A, B, C e D são números irracionais. Afinal, são dízimas infinitas não periódicas, não representáveis na forma de uma fração de números inteiros. Por sua vez, **a raiz cúbica de 64 é um número racional**. Observe:

$$\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$$

Gabarito: LETRA E.

6. (IDECAN/CBM-ES/2022) Assinale o item no qual o elemento corresponde ao número que não pertence ao conjunto dos irracionais.

- A) $\sqrt{2} + 1$
- B) π
- C) e
- D) $\sqrt{3}/2$
- E) $\sqrt[3]{8}$

Comentários:

Questão bem similar a anterior! π e e são exemplos clássicos de números irracionais. Ademais, $\sqrt{2}$ e $\sqrt{3}$ são também números irracionais. Das alternativas, apenas **a raiz cúbica de 8 não é um irracional**.

$$\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$$

Gabarito: LETRA E.

7. (AOC/CM BAURU/2022) Dado os conjuntos numéricos: Naturais, Inteiros, Racionais e Irracionais, é correto afirmar que

- A) todo número Racional é também um número Irracional.
- B) todo número Irracional é também um número Racional.
- C) todo número Inteiro é também um número Racional.
- D) todo número Racional é também um número Inteiro.
- E) todo número Inteiro é também um número Natural.

Comentários:

Vamos comentar cada uma das alternativas!

A) todo número Racional é também um número Irracional.

Errado! \mathbb{Q} e \mathbb{I} são conjuntos disjuntos! **Nenhum** número racional é também um número irracional.

B) todo número Irracional é também um número Racional.

Errado! Aqui temos a mesma justificativa do item anterior.



C) todo número Inteiro é também um número Racional.

Correto! É a nossa resposta! Lembre-se que $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.

D) todo número Racional é também um número Inteiro.

Errado, o inverso não ocorre! Por exemplo, **1,5** é um número racional, mas não é um inteiro.

E) todo número Inteiro é também um número Natural.

Errado! Por exemplo, **-1** é um número inteiro, mas não é um número natural.

Gabarito: LETRA C.

Inéditas

8. (Questão Inédita) Marque a alternativa que apresenta um conjunto em que todos os seus elementos são números naturais.

A) $A = \{-1, 0, 2, 3, 100\}$

B) $B = \{1,3; 0; 1,2; 12,1; 5,9\}$

C) $C = \{25, 5, 6, 10\}$

D) $D = \{\sqrt{2}, \sqrt{5}, \sqrt{3}, \sqrt{10}\}$

E) $E = \{-3, -2, -1, 0\}$

Comentários:

Vamos comentar alternativa por alternativa!

A) $A = \{-1, 0, 2, 3, 100\}$

Errado. O "-1" não é um número natural. Lembre-se que os números negativos vão aparecer apenas a partir do conjunto dos números **inteiros**.

B) $B = \{1,3; 0; 1,2; 12,1; 5,9\}$

Errado. Os números "quebrados" não são naturais! Eles podem ser racionais ou irracionais, caso seja ou não possível representá-los na forma de uma **frações de números inteiros**. No caso dos elementos de B, todos são racionais.

C) $C = \{25, 5, 6, 10\}$

Certo. É o nosso gabarito. Todos os elementos de C são números naturais.

D) $D = \{\sqrt{2}, \sqrt{5}, \sqrt{3}, \sqrt{10}\}$

Errado. Todos as raízes presentes em C são **números irracionais**.

E) $E = \{-3, -2, -1, 0\}$



Errado. Os números negativos **não** são números naturais.

Gabarito: LETRA C.

9. (Questão Inédita) Analise as afirmativas abaixo, assinalando V para as verdadeiras e F para as falsas.

I. 0 é antecessor de -1;

II. π é um número racional;

III. Todo número irracional é um número real.

Marque a alternativa com a ordem correta.

A) V - V - F

B) F - F - V

C) F - F - F

D) V - F - V

E) F - V - V

Comentários:

I. 0 é antecessor de -1;

Falso. "0" é o **sucessor** de "-1".

II. π é um número racional;

Falso. O famoso número π é um número **irracional**, pois é não conseguimos representá-lo na forma de uma fração de números inteiros.

III. Todo número irracional é um número real.

Verdadeiro. Todo irracional é também um número real. Não podemos esquecer que o conjunto dos números reais é formado pela **união** do conjunto dos **racionais** com o dos **irracionais**.

Gabarito: LETRA B.

10. (Questão Inédita) Considerando a seguinte notação para os conjuntos numéricos:

\mathbb{N} denota o conjunto dos números naturais;

\mathbb{Z} denota o conjunto dos números inteiros;

\mathbb{Q} denota o conjunto dos números racionais;

\mathbb{R} denota o conjunto dos números reais;

\mathbb{C} denota o conjunto dos números complexos;

Marque a alternativa incorreta.

A) O número $2 \in \mathbb{C}$;



- B) O número $\sqrt{5} \in (\mathbb{R} - \mathbb{Q})$;
- C) O número $-10 \in \mathbb{N}$;
- D) O número $\sqrt{100} \in \mathbb{Z}$;
- E) O número $\pi \in \mathbb{R}$.

Comentários:

Vamos comentar cada uma das alternativas.

- A) O número $2 \in \mathbb{C}$;

CERTO. Lembre-se que **todo número real é também um número complexo**.

- B) O número $\sqrt{5} \in (\mathbb{R} - \mathbb{Q})$;

CERTO. Temos que $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ representa o conjunto dos números irracionais. Com isso, é correto afirmar que $\sqrt{5}$ **pertence ao conjunto dos irracionais**.

- C) O número $-10 \in \mathbb{N}$;

ERRADO. Os números negativos não são números naturais! Lembre-se disso! Os números negativos são números inteiros, racionais, reais, complexos. No entanto, **não são naturais!**

- D) O número $\sqrt{100} \in \mathbb{Z}$;

CERTO. Essa era uma alternativa para lembrar que **nem todas as raízes são números irracionais**. Lembre-se que temos algumas raízes exatas. Por exemplo, $\sqrt{100} = 10$. Logo, podemos dizer que $\sqrt{100}$ é um número inteiro.

- E) O número $\pi \in \mathbb{R}$.

CERTO. É isso mesmo pessoal, por mais que o π seja um número irracional, também podemos dizer que ele é um número real e também um complexo. Lembre-se que **o conjunto dos irracionais nada mais é do que um subconjunto dos reais**, que, por sua vez, nada mais é do que um **subconjunto dos complexos**. Tudo bem?

Gabarito: LETRA C.

11. (Questão Inédita) Em relação aos conjuntos numéricos, marque a alternativa correta.

- A) O conjunto dos números inteiros (\mathbb{Z}) contém o conjunto dos números racionais (\mathbb{Q});
- B) O conjunto dos números racionais (\mathbb{Q}) está contido no conjunto dos números irracionais ($\mathbb{R} - \mathbb{Q}$);
- C) O conjunto dos números reais (\mathbb{R}) está contido no conjunto dos números naturais (\mathbb{N});
- D) O conjunto dos números complexos (\mathbb{C}) contém o conjunto dos números reais (\mathbb{R});
- E) O conjunto dos números irracionais ($\mathbb{R} - \mathbb{Q}$) contém o conjunto dos números inteiros (\mathbb{Z}).

Comentários:

Vamos comentar as alternativas!



A) O conjunto dos números inteiros (\mathbb{Z}) contém o conjunto dos números racionais (\mathbb{Q});

Errado. Na verdade, **o conjunto dos números inteiros é um subconjunto dos racionais**. Sendo assim, o certo seria dizer que $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.

B) O conjunto dos números racionais (\mathbb{Q}) está contido no conjunto dos números irracionais ($\mathbb{R} - \mathbb{Q}$);

Errado. Na verdade, esses dois conjuntos **são disjuntos**. Significa que eles não possuem elementos em comum. Logo, não podemos dizer que um está contido no outro.

C) O conjunto dos números reais (\mathbb{R}) está contido no conjunto dos números naturais (\mathbb{N});

Errado. **O conjunto dos naturais são um subconjunto dos reais**. Com isso, o correto seria $\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$.

D) O conjunto dos números complexos (\mathbb{C}) contém o conjunto dos números reais (\mathbb{R});

Certo. O conjunto dos número reais é um subconjunto dos complexos. Com isso, podemos dizer que $\mathbb{C} \supset \mathbb{R}$.

E) O conjunto dos números irracionais ($\mathbb{R} - \mathbb{Q}$) contém o conjunto dos números inteiros (\mathbb{Z}).

Errado. O conjunto dos irracionais não contem **nenhum** outro dos conjuntos que estudamos.

Gabarito: LETRA D.

12. (Questão Inédita) Em relação aos conjuntos numéricos, marque a alternativa correta.

A) $\pi/2$ é um número racional;

B) ϕ é um número irracional;

C) 0 pertence ao conjunto \mathbb{Z}^* ;

D) -1 é um número natural;

E) e é um número racional.

Comentários:

A) $\pi/2$ é um número racional;

Errado. O **número π é um número irracional**. Quando o dividimos por 2, o resultado continua sendo um irracional. Lembre-se que o critério para ser um número racional é poder representá-lo na forma de uma fração de **números inteiros**. Por mais que tenhamos uma fração nesse caso, **o numerador é um número irracional** e não um inteiro.

B) ϕ é um número irracional;

CERTO. Essa foi uma pegadinha. Nesse contexto, **ϕ denota o número de ouro** (também conhecido como proporção áurea). Trata-se de um número bastante conhecido no universo da matemática, estando associado a inúmeras situações na **natureza**.

$$\phi = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} \approx 1,6180 \dots$$



C) 0 pertence ao conjunto \mathbb{Z}^* ;

Errado. Quando colocamos asterisco sobrescrito, estamos tirando o número zero do conjunto! Logo, $0 \notin \mathbb{Z}^*$.

D) -1 é um número natural;

Errado. Números negativos **não** são números naturais.

E) e é um número racional.

Errado. " e " representa o **número de Euler**. Assim como o π , trata-se de outro famoso **número irracional** presente no universo da matemática.

$$e \approx 2,718281 \dots$$

Gabarito: LETRA B.



QUESTÕES COMENTADAS

Problemas

FGV

1. (FGV/IMBEL/2021) Sabe-se que a soma de dez números naturais é par. Em relação a esses dez números é correto afirmar que

- A) todos são, obrigatoriamente, pares.
- B) todos são, obrigatoriamente, ímpares.
- C) pelo menos um deles é par.
- D) a quantidade de números pares é ímpar.
- E) a quantidade de números ímpares é par.

Comentários:

Vamos comentar alternativa por alternativa!

A) todos são, obrigatoriamente, pares.

Errado. Isso não é necessariamente verdade, pessoal. É bem verdade que se somarmos dez números pares, vamos obter um número par. No entanto, se somarmos dez números ímpares, também obteremos um número par. Faça o teste!

B) todos são, obrigatoriamente, ímpares.

Errado. É a mesma justificativa dada anteriormente. Se somarmos dez números ímpares, vamos obter um número par! Mas essa obrigatoriedade não existe! Da mesma forma, se somarmos dez números pares, também vamos obter um número par.

C) pelo menos um deles é par.

Errado. Por exemplo, em uma situação em que nove são ímpares (I) e apenas um é par, teremos o seguinte:

$$\underbrace{I + I}_{par} + \underbrace{I + I}_{par} + \underbrace{I + I}_{par} + \underbrace{I + I}_{par} + \underbrace{I + P}_{ímpar} = \underbrace{P + I}_{ímpar} = I$$

D) a quantidade de números pares é ímpar.

Errado. Na situação da alternativa anterior temos uma quantidade de números pares que é ímpar. Mesmo assim, vimos que o resultado foi um número ímpar.

E) a quantidade de números ímpares é par.



Correto. Precisamos de uma quantidade par de números ímpares, pois sabemos que **a soma de dois ímpares sempre resultará em um par**. Com isso, esses pares, ao serem somado com outros números pares, resultará em um número par.

Gabarito: LETRA E.

2. (FGV/MEC/2009) Sejam X e Y dois números inteiros positivos. Se $X^2 + Y^2$ é ímpar, então se pode afirmar de maneira correta que:

- A) X^Y é par.
- B) Y^X é par.
- C) XY é par.
- D) $X - Y$ é par.
- E) $X + Y$ é par.

Comentários:

Moçada, antes de qualquer análise, é importante guardar que **X e Y são dois números inteiros positivos**. Ou seja, **não são números negativos, nem quebrados, nem mesmo podem ser iguais a zero**. Tudo bem? Além disso, vamos lembrar o seguinte:

- $\text{PAR} \pm \text{PAR} = \text{PAR}$
- $\text{ÍMPAR} \pm \text{ÍMPAR} = \text{PAR}$
- **$\text{ÍMPAR} \pm \text{PAR} = \text{ÍMPAR}$**

A única opção em que o resultado de uma soma ou subtração é um número ímpar, **é quando um dos números é ímpar e o outro é par**. Assim, se $X^2 + Y^2$ é ímpar, ou X^2 é par e Y^2 é ímpar OU X^2 é ímpar e Y^2 é par.

Perceba que um número par elevado a qualquer expoente inteiro positivo será sempre um número par. O mesmo acontece com um número ímpar. Para começar a entender esse fato, **você pode pensar em alguns exemplos, tais como o $3^2 = 9$, $3^3 = 27$, $4^2 = 16$, $4^3 = 64$** .

Isso acontece, pois, **um número par sempre terá o fator "2"**. Portanto, quando multiplicar esse número várias vezes, o 2 sempre estará lá!

$$(2n)^5 = (2n) \cdot (2n) \cdot (2n) \cdot (2n) \cdot (2n) = 2 \cdot (2^4n)$$

Por sua vez, **números ímpares não possuem o fator "2"**. Se você multiplica um número que não tem o fator 2 pelo mesmo número, o resultado continuará sem o fator "2", ou seja, será um número ímpar. Tudo bem?! Essas conclusões são válidas apenas quando temos expoentes números inteiros positivos.

Agora, voltando para o problema, vamos analisar as alternativas.



A) X^Y é par.

ERRADO. Pessoal, se X for o número par, então estaria correto. No entanto, **X pode ser o ímpar**. Não sabemos. Nesse sentido, X^Y também pode ser um número ímpar.

B) Y^X é par.

ERRADO. É pelo mesmo motivo da alternativa anterior: se Y fosse o número par, então estaria correto. No entanto, **Y pode ser o ímpar**. Não sabemos. Nesse sentido, Y^X também pode ser um número ímpar.

C) XY é par.

CERTÍSSIMO. O produto de um número par por um número ímpar é um número par. Isso acontece pois o número par possui o fator "2", que leva o fator para a multiplicação.

D) $X - Y$ é par.

ERRADO. Sabemos que a soma ou subtração de um número par com um número ímpar, resultará em um número ímpar.

E) $X + Y$ é par.

ERRADO. Pelo mesmo motivo do item anterior: a soma ou subtração de um número par com um número ímpar, resultará em um número ímpar.

Gabarito: LETRA C.

3. (FGV/SEFAZ-MS/2006) O maior número inteiro que é menor que ou igual a $-5,7$ é:

- A) -6
- B) -5
- C) -4
- D) -3
- E) -2

Comentários:

Os números inteiros são os números "não quebrados", podendo ser negativos ou positivos. Veja que **$-5,7$ não é um número inteiro**. Queremos o primeiro inteiro menor do que ele! Ora, -6 é o número que a questão está procurando.

Perceba que **não pode ser -5 pois o -5 é MAIOR que $-5,7$** . O enunciado pergunta pelo maior inteiro que é menor do que $-5,7$. A banca tentou pegar o candidato com essa história de "maior que é menor", causando confusão facilmente.

Gabarito: LETRA A.



4. (FGV/ALESP/2002) Um número racional qualquer:

- A) Tem sempre um número finito de ordens (casas) decimais.
- B) Tem sempre um número infinito de ordens (casas) decimais.
- C) Não se pode expressar em forma decimal exata.
- D) Tem sempre como denominador um número diferente de zero.

Comentários:

A) Tem sempre um número finito de ordens (casas) decimais.

ERRADO. Vimos na teoria que as dízimas periódicas, **apesar da representação decimal infinita, são números racionais**, pois conseguimos expressá-la na forma de uma fração, com denominador não-nulo.

B) Tem sempre um número infinito de ordens (casas) decimais.

ERRADO. Há números racionais que possuem um número finito de casas decimais. Para isso, basta lembrar que **0,5, por exemplo, é um número racional**.

C) Não se pode expressar em forma decimal exata.

ERRADO. Um número racional é qualquer número que pode ser escrito na forma de uma fração denominador não nulo. Como consequência, **tanto números decimais exatos quanto dízimas periódicas são exemplos de números racionais**.

D) Tem sempre como denominador um número diferente de zero.

CERTO. Pessoal, é exatamente parte da definição de um número racional: **qualquer número que pode ser escrito na forma de uma fração, com denominador diferente de zero**. Caso não seja possível, teremos um número irracional.

Gabarito: LETRA D.

5. (FGV/AL-MT/2013) Suponha que o valor da expressão $\frac{5x}{6} - \frac{x}{2}$ seja um número inteiro. O valor de x é necessariamente

- A) positivo.
- B) par.
- C) múltiplo de 3.
- D) múltiplo de 6.
- E) múltiplo de 12.

Comentários:

Sabemos que um número inteiro é um número "não quebrado". **Não pode ter casa decimal!** A expressão do enunciado foi:



$$E = \frac{5x}{6} - \frac{x}{2}$$

Vamos tirar o MMC e calcular na forma de uma única fração.

$$E = \frac{5x}{6} - \frac{x}{2} \rightarrow E = \frac{10x - 6x}{12} \rightarrow E = \frac{4x}{12} \rightarrow E = \frac{x}{3}$$

Note que **x deve ser um múltiplo de 3** (3, 6, 9, 12, 15, 18, ...). Caso não fosse, quando o dividíssemos por 3, resultaria em um número quebrado e, **portanto, não teríamos um inteiro**.

Gabarito: LETRA C.

FCC

6. (FCC/PGE-AM/2022) Se escrevermos os números inteiros de 0 a 100, o número de vezes que aparecerá o algarismo 7 é:

- A) 10
- B) 11
- C) 21
- D) 19
- E) 20

Comentários:

Para resolver essa questão, vamos **listar todos os números** que tenham o algarismo 7 e contá-los.

7, 17, 27, 37, 47, 57, 67, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 87, 97

Com isso, podemos concluir que o número 7 aparece **20 vezes**.

Gabarito: LETRA E.

7. (FCC/PREF. SJRP/2019) Um número é dito palíndromo se é o mesmo quando lido da esquerda para a direita ou da direita para a esquerda. Por exemplo, 5225 é um palíndromo de quatro algarismos. Considere X o maior palíndromo de quatro algarismos e Y o menor palíndromo de cinco algarismos. A soma X + Y é:

- A) 20000
- B) 20020
- C) 20099
- D) 20902



E) 20202

Comentários:

Galera, atenção! Um palíndromo é toda palavra, frase ou número que permanece inalterado quando lido de trás para frente. O enunciado deu o exemplo de 5225, mas também temos o 101, 515, 999 e vários outros... A título de curiosidade, palavras também podem ser palíndromos e cito como exemplo clássico as palavras "ARARA", "OVO", "RIR" e "RADAR". Esclarecido isso, queremos encontrar **o maior palíndromo de quatro algarismos**. Esse palíndromo é o 9999.

Note que é o maior número de quatro algarismos que permanece o mesmo quando lido de trás para frente. Por sua vez, também queremos **o menor palíndromo de cinco algarismos**. Esse palíndromo é o 10001

Como a questão pede **a soma desses dois números**, temos:

$$X + Y = 9999 + 10001 \quad \rightarrow \quad \boxed{X + Y = 20000}$$

Gabarito: LETRA A.

8. (FCC/TRT-6/2006) Se x e y são números inteiros tais que x é par e y é ímpar, então é correto afirmar que

- A) $x + y$ é par.
- B) $x + 2y$ é ímpar.
- C) $3x - 5y$ é par.
- D) $x \cdot y$ é ímpar.
- E) $2x - y$ é ímpar.

Comentários:

Inicialmente, vamos lembrar o que vimos na teoria:

$\text{PAR} \pm \text{PAR} = \text{PAR}$	(1)
$\text{ÍMPAR} \pm \text{ÍMPAR} = \text{PAR}$	(2)
$\text{PAR} \pm \text{ÍMPAR} = \text{ÍMPAR}$	(3)

Na multiplicação, temos:

$\text{PAR} \cdot \text{PAR} = \text{PAR}$	(4)
$\text{ÍMPAR} \cdot \text{ÍMPAR} = \text{ÍMPAR}$	(5)
$\text{ÍMPAR} \cdot \text{PAR} = \text{PAR}$	(6)



Com essas considerações, podemos analisar as alternativas.

A) $x + y$ é par.

Errado. Aqui caímos exatamente na situação 3 da primeira imagem acima. Sendo assim, $x + y$ é ímpar.

B) $x + 2y$ é ímpar.

Errado. Sabemos que " $2y$ " é um número par. Quando o somamos com " x ", que também é par, **vamos obter um número par**. É o caso da situação 1.

C) $3x - 5y$ é par.

Errado. Como " x " é par, então " $3x$ " continuará sendo par (é situação 6). Ademais, como " y " é ímpar, a multiplicação " $5y$ " continuará sendo ímpar (é a situação 5). Sabemos que **a subtração de dois números ímpares é um número par** (é a situação 2).

D) $x \cdot y$ é ímpar.

Errado. Esse seria o caso da situação 6. Como " x " é par, então o produto " xy " **também será par**.

E) $2x - y$ é ímpar.

Opa, aqui está nosso gabarito. " **$2x$ é par**" e " **y é ímpar**". A soma ou subtração de um par com um ímpar resultará em um **número ímpar**, conforme a situação 3.

Gabarito: LETRA E.

9. (FCC/SEDU-ES/2016) Dados os conjuntos

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x < 9\}$$

$$B = \{y \in \mathbb{R} \mid -7 \leq y \leq 5\}$$

$$C = \{z \in \mathbb{R} \mid -5 \leq z < 3\}$$

$$D = (A \cap B) \cup C$$

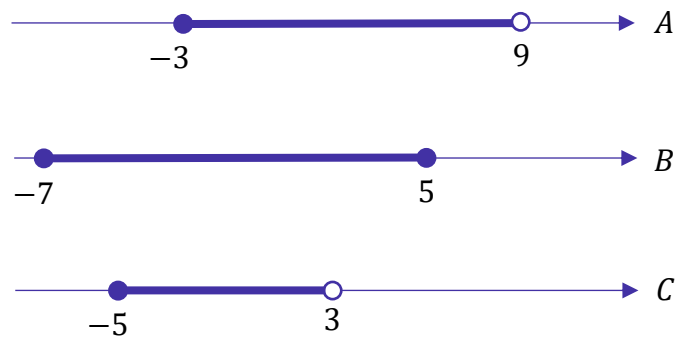
Pode-se concluir, corretamente, que a quantidade de números inteiros que pertencem ao conjunto D é igual a

- A) 8.
- B) 10.
- C) 11.
- D) 9.
- E) 12.

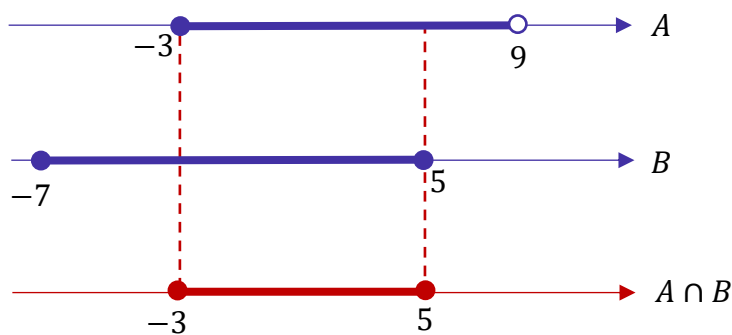


Comentários:

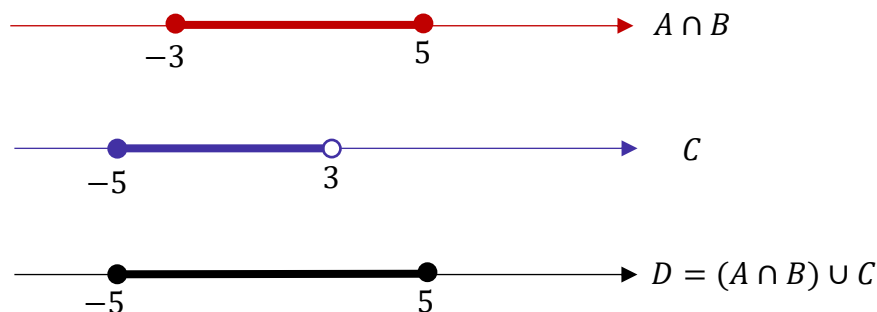
Inicialmente, vamos **desenhar os conjuntos A, B e C na reta real**, para melhor visualização.



A "bola cheia" significa que o número na extremidade está incluso no conjunto, enquanto a "bola vazia" significa que o número não está no conjunto. Por exemplo, no conjunto A, temos que **"-3" faz parte do conjunto e o "9" não**. Dito isso, precisamos encontrar a intersecção entre A e B, isto é, sua parte em comum.



Agora, para encontrarmos D, precisamos fazer a **união de A ∩ B com C**.



Pronto! Após essas operações, podemos escrever que o conjunto D é:

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 \leq x \leq 5\}$$

A questão quer saber **a quantidade de números inteiros** que pertencem a D. Vamos listá-los!

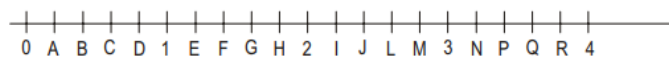


$$-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

Com isso, contamos **11 números inteiros!** Podemos marcar a alternativa C.

Gabarito: LETRA C.

10. (FCC/PREF. SANTOS/2005) Na reta numérica representada abaixo, cada unidade está dividida em 5 partes iguais. As letras indicam os pontos das extremidades de cada parte. O número irracional $\sqrt{12} - \sqrt{5}$ pode ser localizado nesta reta entre os pontos.



- A) C e D
- B) E e F
- C) G e H
- D) J e L
- E) N e P

Comentários:

Questão bem interessante! O primeiro passo é perceber o seguinte:

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$$

A raiz quadrada de 3 é um das que devemos saber, pessoal! Não tem como fugir. Guarde aí com vocês:

$$\sqrt{3} \approx 1,73$$

Sendo assim,

$$\sqrt{12} = 2\sqrt{3} \approx 2 \cdot 1,73 = 3,46$$

Com isso, já deixe guardado aí esse resultado:

$$\sqrt{12} \approx 3,46$$

Agora, temos que encontrar **um valor aproximado para $\sqrt{5}$.**

Para isso, observe o seguinte:



$$\sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{5} = ??$$

$$\sqrt{9} = 3$$

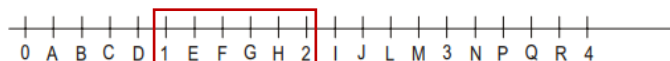
Note que **5 está entre 4 e 9**. Sendo assim, **a raiz de 5 estará entre as raízes de 4 e 9**, ou seja, **a raiz de 5 estará entre 2 e 3**. Agora, perceba que 5 está muito mais perto de 4 do que de 9, o que indica que provavelmente **a raiz de 5 será um número muito mais perto de 2 do que de 3**. Chegando até aqui, é razoável fazer a seguinte aproximação:

$$\sqrt{5} \approx 2,2$$

Sendo assim, a operação que a questão pede é:

$$\sqrt{12} - \sqrt{5} \approx 3,46 - 2,2 \approx 1,26$$

Agora, vamos encontrar onde está 1,26 na reta!



Temos que procurar na região entre os números 1 e 2, pois **1,26 está nesse intervalo**.

Até aqui nós já podemos eliminar as alternativas **A, D e E**, pois, apresentam intervalos fora da região de interesse. Ficamos entre as alternativas B e C. Note que na alternativa B temos um intervalo (E-F) mais próximo de 1, enquanto na alternativa C, o intervalo (G-H) é mais próximo de 2. Como **1,26 é mais próximo de 1**, **a alternativa correta só pode ser a B**.

Galera, note que não precisamos ficar muito "cri cri" com os números. Fazendo uma aproximação razoável e trabalhando as alternativas, conseguimos marcar a resposta correta. **Se você tivesse aproximado $\sqrt{5}$ para 2,1 ou 2,3, também conseguiria chegar na resposta correta. Tudo certo?!**

Gabarito: LETRA B.

CEBRASPE

11. (CESPE/PREF. SÃO CRISTOVÃO/2019) Considerando as propriedades e as operações fundamentais dos números inteiros, racionais, irracionais e reais, julgue o item a seguir:



O produto de dois números racionais é sempre um número racional. O mesmo é válido para números irracionais: o produto de dois números irracionais é sempre um número irracional.

Comentários:

De maneira simplificada, podemos conceituar um número racional como **todo número que pode ser escrito na forma de fração**. De fato, como vimos na teoria, **a multiplicação de dois números racionais será um racional**, mas **o produto** de dois números irracionais **nem sempre será irracional**.

$$\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$$

Gabarito: ERRADO.

12. (CESPE/PREF. SÃO CRISTOVÃO/2019) Considerando as propriedades e as operações fundamentais dos números inteiros, racionais, irracionais e reais, julgue o item a seguir:

Todo conjunto não vazio de números inteiros positivos possui um menor elemento, isto é, se S é um conjunto de números inteiros positivos, não vazio, então existe $s \in S$ tal que $s \leq x$, para todo $x \in S$. Essa mesma propriedade é também válida para conjuntos não vazios de números reais positivos.

Comentários:

Queremos saber se sempre em um **conjunto não vazio de números inteiros positivos**, vamos ter um valor que será menor que qualquer outro que pertença a esse conjunto. Por exemplo,

$$A = \{5, 102, 532, 1023\}$$

$$B = \{100, 20, 50, 123, 999\}$$

$$C = \{34212, 23122, 7237, 12831, 23812\}$$

Perceba que **não importa que conjunto montamos com números inteiros positivos**, sempre haverá um elemento que será menor (ou igual) que qualquer outro elemento desse conjunto. Esse fato é conhecido como **Princípio da Boa Ordenação ou Princípio da Boa Ordem**, cuja demonstração foge do escopo do nosso curso. De toda forma, **é um princípio bastante intuitivo**.

Acontece que, tal princípio é **apenas válido para os números naturais (ou números inteiros positivos)**. Imagine o intervalo $(10, 15)$. Como o 10 não está contido no conjunto, **você pode chegar tão próximo dele quanto se queira**. Sempre haverá um número menor. Por exemplo, se você diz que o menor número do intervalo $(10, 15)$ é $10,0000000000000001$, isso não é verdade pois $10,00000000000000000001$ também é um elemento dele.



Nessas situações, **em que o limite inferior do intervalo é aberto**, sempre encontraremos um número menor, **não importa o quão pequeno seja o número que estamos pensando**. Logo, **o item se encontra errado pois o Princípio da Boa Ordenação não é válido para o conjunto dos reais**, conforme exemplo ilustrado acima.

Gabarito: ERRADO.

13. (CESPE/SEDF/2017) O resultado da soma dos números reais a e b será um número racional se, e somente se, cada um dos números a e b for um número racional.

Comentários:

Um jeito rápido de julgar esse item é **buscar um contraexemplo**. Considere os seguintes números reais:

$$a = 2 + \sqrt{3}$$

$$b = 2 - \sqrt{3}$$

Note que **ambos são números irracionais**. Vamos somá-los e ver que número obtemos.

$$N = a + b$$

$$N = (2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3})$$

$$N = 4$$

Ora, **somamos dois números irracionais e obtivemos um número racional**! Logo, para a soma de dois números ser um número racional, **não é necessário que os dois sejam racionais**.

Gabarito: ERRADO.

14. (CESPE/MDIC/2014) Lúcio, Breno, Cláudia e Denise abriram a loja virtual Lik, para a qual, no ato de abertura, Lúcio contribuiu com R\$ 10.000,00; Breno, com R\$ 15.000,00; Cláudia, com R\$ 12.000,00; e Denise, com R\$ 13.000,00. Os lucros obtidos por essa loja serão distribuídos de forma diretamente proporcional à participação financeira de cada um dos sócios no ato de abertura da loja. A partir dessas informações, julgue o item a seguir:

Se M for a quantidade média de acessos por minuto ao sítio eletrônico da loja Lik e $M^2 = 0,8$, então M será um número irracional menor que 0,8.

Comentários:



Como M é um número positivo, podemos dizer que $M = \sqrt{0,8}$. Sabemos que raízes de números menores do que um produzem resultados maiores do que o radicando. Por exemplo, lembre-se:

$$\sqrt{0,64} = 0,8 \quad (0,8 > 0,64)$$

$$\sqrt{0,25} = 0,5 \quad (0,5 > 0,25)$$

Nesse raciocínio, M , que é a raiz quadrada positiva de $0,8$, é maior do que $0,8$ e não menor.

Gabarito: ERRADO.

15. (CESPE/SEE-AL/2013) Sabendo que os números racionais são, precisamente, as dízimas periódicas, julgue os itens seguintes acerca de números e dízimas periódicas e não periódicas. Um número é irracional se, e somente se pode ser representado por uma dízima não periódica.

Comentários:

Nós vimos na teoria que **um número irracional não pode ser representado por meio de frações**. Nossos exemplos clássicos de números irracionais são o $\pi = 3,141592653589 \dots$ e $\sqrt{2} = 1.41421356295 \dots$. Observe que **nenhum forma uma dízima periódica**, pois, se assim acontecesse, poderíamos montar a famosa fração geratriz e o número seria racional.

Logo, o item encontra-se correto. O número que é uma dízima não periódica não pode ser representado em forma de fração e, por esse motivo, **é um número irracional**.

Gabarito: CERTO.

16. (CESPE/TRE-RJ/2012) Para cada subconjunto A de $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, defina $P(A)$ como o produto dos elementos de A e adote a convenção $P(\emptyset) = 1$. Com base nessa situação, julgue o item a seguir:

Se $A \subset \Omega$ e se algum elemento de A é um número ímpar, então $P(A)$ será, necessariamente, um número ímpar.

Comentários:

Um jeito bom de resolver essa questão **é buscar um contraexemplo**. Imagine o subconjunto $A = \{1, 2\}$ de Ω . Observe que **1 é um número ímpar** e mesmo assim: $P(A) = 1 \times 2 = 2$. **Mesmo com um elemento ímpar no subconjunto, o produto dos elementos foi um número par**.



Portanto, o fato de algum elemento de A ser um número ímpar, não implica que o produto dos elementos desse subconjunto também será. Caso dentro desse subconjunto exista um outro elemento que seja par, o produto será um número par.

Gabarito: ERRADO.

17. (CESPE/SEDUC-AM/2011) Acerca de números inteiros, divisibilidade, números racionais e reais, julgue o item subsequente:

Existem números irracionais p e q , com $p \neq q$, tais que o produto $p \times q$ é um número racional.

Comentários:

Para julgar esse item, devemos encontrar **dois números irracionais que multiplicados forneçam um número racional**. Imagine, por exemplo, os números $p = \sqrt{5}$ e $q = \sqrt{20}$. São **dois números irracionais diferentes**, obedecem, portanto, a condição $p \neq q$. O produto dos dois fica:

$$p \times q = \sqrt{5} \times \sqrt{20} = \sqrt{100} = 10$$

Veja que o produto desses dois números irracionais **resultou no número 10, que é um racional!** Logo, o enunciado **está correto** ao afirmar que existem números irracionais cujo produto é um racional.

Gabarito: CERTO.

18. (CESPE/FINEP/2009) Se $s = r\sqrt{2}$ em que r e s são números racionais, e se $s \in [-2, 2]$, então s é igual a

- A) -2 .
- B) -1 .
- C) 0 .
- D) 1 .
- E) 2 .

Comentários:

Sabemos que a multiplicação de um **número racional por um número irracional**, será **quase sempre um irracional!** Qual o único caso que você vai pegar um racional, multiplicar por um irracional e o resultado ainda ser um racional? **Quando o racional for o zero!**

$$s = 0 \cdot \sqrt{2} \quad \Rightarrow \quad s = 0$$

Veja que $s = 0$ obedece a condição de que $s \in [-2, 2]$. Portanto, é a nossa resposta.



Se você tivesse dificuldade, ainda **há a possibilidade de testar as alternativas**. Você pode **substituir os "possíveis" valores de s e encontrar o valor de r associado**. Você perceberá que a única alternativa possível, que implica **tanto r quanto s como sendo números racionais**, é a letra C.

Gabarito: Letra C.

19. (CESPE/SEDUC/2009) Julgue os itens relativos a números reais.

I. $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$ e $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}}$ são, ambos, números irracionais.

II. Se u e v são números inteiros e se $u^2 > v^2$, então $u > v$.

III. Se m e n são números inteiros e se $m \times n$ é um número par, então pelo menos um deles, m ou n , é um número par.

IV. Se a e b são números inteiros e se $a \neq 0$, então a^b é um número inteiro.

V. A dízima 0,2222... representa um número racional.

Estão certos apenas os itens.

- A) I e IV.
- B) III e V.
- C) I, II e III.
- D) II, IV e V.

Comentários:

Vamos analisar afirmativa por afirmativa.

I. $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$ e $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}}$ são, ambos, números irracionais.

Afirmativa incorreta. Observe que $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{4 \cdot 3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2$. Logo, **a primeira fração do item já não é um número irracional**. É apenas o número 2, **que é racional**, disfarçado de um jeito mais complicado.

II. Se u e v são números inteiros e se $u^2 > v^2$, então $u > v$.

Afirmativa incorreta. Se u e v são inteiros, então eles estão no conjunto $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$. Lembre-se que, nos inteiros, **os números negativos estão incluídos** e são eles que usaremos para obter um contraexemplo do que está falado na afirmativa. Imagine o seguinte:

$$2^2 > 1^2 \quad \rightarrow \quad 4 > 1$$

A afirmação acima está correta, não é verdade? Note que, de fato, $2 > 1$. Agora, visualize o seguinte:



$$(-2)^2 > (-1)^2 \rightarrow 4 > 1$$

A afirmação acima continua correta, concorda? No entanto, dessa vez, temos que $-2 < -1$. Logo, **o item não procede** quando afirma categoricamente que se $u^2 > v^2$ então $u > v$.

III. Se m e n são números inteiros e se $m \times n$ é um número par, então pelo menos um deles, m ou n , é um número par.

Afirmção correta. Sabemos que **números pares são números que podem ser escritos na forma $p = 2q$** . Em outras palavras, **sempre encontraremos o fator 2 em um número par**.

Se um produto $m \times n$ é par, então significa que **$m \times n$ possui o fator 2** que não pode ter "surgido do nada", **ele necessariamente veio de um dos números do produto, m ou n** . Logo, **um dos dois números deve ser um número par** para que o produto também seja.

IV. Se a e b são números inteiros e se $a \neq 0$, então a^b é um número inteiro.

Alternativa incorreta. Lembre-se que se a e b são números inteiros, **então eles podem ser números negativos!** Imagine a seguinte situação: $a = 2$ e $b = -1$.

$$2^{-1} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2} = 0,5$$

Observe que **obtivemos um número racional**, o que contradiz a afirmativa.

V. A dízima 0,2222... representa um número racional.

Alternativa correta. Estudamos que **todo número racional pode ser escrito na forma de uma fração**. Lembre-se que **até as dízimas periódicas podem ser escritas em forma de uma fração**, que chamamos de **fração geratriz**. A dízima 0,222 ... é periódica, podendo ser escrita na forma de fração, o que a caracteriza como **um número racional**.

Gabarito: Letra B.

Outras Bancas

20. (FCM/PREF. TIMÓTEO/2022) Avalie as afirmações sobre os números inteiros e positivos.

I - No intervalo de 7 a 20 há mais números ímpares do que pares.

II - A soma dos números ímpares de 4 a 15 é igual à soma dos números pares de 7 a 18.

III - A soma de dois números ímpares é sempre um número par.



Está correto apenas o que se afirma em

- A) II.
- B) III.
- C) I e II.
- D) I e III.

Comentários:

Vamos analisar cada uma das afirmativas.

I - No intervalo de 7 a 20 há mais números ímpares do que pares.

Os números **ímpares** nesse intervalo são: 7, 9, 11, 13, 15, 17 e 19.

Os números **pares** nesse intervalo são: 8, 10, 12, 14, 16, 18 e 20.

Observe que temos as **mesmas quantidades** de pares e ímpares. Assim, afirmativa ERRADA.

II - A soma dos números ímpares de 4 a 15 é igual à soma dos números pares de 7 a 18.

Os números **ímpares** nesse intervalo são: 5, 7, 9, 11, 13 e 15.

Quando **somamos** esses números, obtemos 60.

Os números pares nesse intervalo são: 8, 10, 12, 14, 16 e 18.

Quando somamos esses números, obtemos 78.

Note que a **segunda soma é maior que a primeira**. Logo, afirmativa ERRADA.

III - A soma de dois números ímpares é sempre um número par.

Lembre-se que podemos escrever um número ímpar na forma geral: $2n + 1$, em que k é um número inteiro.

A soma de dois números ímpares quaisquer pode ser representada assim:

$$S = (2n_1 + 1) + (2n_2 + 1) \rightarrow S = 2n_1 + 2n_2 + 2$$

Quando colocamos o "2" **em evidência**:

$$S = 2 \cdot (n_1 + n_2 + 1)$$

Chamando $n_1 + n_2 + 1$ de um número inteiro " k ".

$$S = 2k$$

Assim, podemos concluir que essa soma resulta em um **número par**. Afirmativa CORRETA.



Gabarito: LETRA B.

21. (IDECAN/IBGE/2022) Um grupo de amigos, cada um deles falou qual a altura. Abaixo temos a tabela com altura de cada um.

Nome	Altura
Daniel	1,58
Matheus	1,72
Rubens	1,63
Pedro	1,80
Jorge	1,67

Coloque em ordem crescente e assinale o item correto.

- A) $1,58 > 1,63 > 1,67 > 1,72 > 1,80$
- B) $1,67 > 1,72 > 1,80 > 1,58 > 1,63$
- C) $1,58 < 1,63 < 1,67 < 1,72 < 1,80$
- D) $1,58 < 1,63 < 1,67 > 1,72 > 1,80$
- E) $1,72 > 1,80 > 1,58 > 1,63 > 1,67$

Comentários:

Pessoal, queremos apenas organizar os números em **ordem crescente**, ou seja, **do menor para o maior**. O menor dos números na tabela é o "1,58". Sendo assim, já poderíamos cortar as alternativas B e E.

Note que na **alternativa A**, temos " $1,58 > 1,63$ ". Claramente um erro, pois **1,58 não é maior que 1,63**. Da mesma forma, na **alternativa D**, temos " $1,67 > 1,72$ ". Outro erro, já que **1,67 não é maior que 1,72**.

Diante disso, a alternativa que trouxe corretamente a ordem crescente das alturas na tabela foi a C.

Gabarito: LETRA C.

22. (FUNDATEC/PREF. IMBÉ/2020) Analise as assertivas abaixo e assinale V, se verdadeiras, ou F, se falsas.

- () 34 é sucessor de 35.
- () Todo número natural tem antecessor, menos o zero.
- () 3,5,7,9,11 é uma sequência de números naturais pares.

A ordem correta de preenchimento dos parênteses, de cima para baixo, é:

- A) F – V – F.
- B) V – F – V.
- C) F – F – V.



D) V – V – F.

E) F – F – F.

Comentários:

(F) 34 é sucessor de 35.

Assertiva falsa. 34 vem antes do 35, portanto, **é seu antecessor.**

(V) Todo número natural tem antecessor, menos o zero.

Assertiva verdadeira. Perceba que **o antecessor do 0 seria o -1** . No entanto, lembre-se que **-1 não é um número natural**, mas sim, um número inteiro. Qualquer outro natural possuirá um antecessor: o antecessor do 1 será o 0, do 2 será o 1...

(F) 3,5,7,9,11 é uma sequência de números naturais pares.

Assertiva falsa. Os números pares são: 0, 2, 4, 6, Os números apresentados na sequência **são ímpares.**

Gabarito: Letra A.

23. (UNIFIL/PREF. SA SUDOESTE/2020) Assinale a alternativa que representa a quantidade de números pares existentes na sequência {1, 3, 5, 8, 16, 20, 30, 50, 88, 100, 552, 663, 1000, 1114}.

A) 10

B) 20

C) 30

D) 40

Comentários:

Para identificar se um número é par, basta dividi-lo por 2. **Se a divisão for exata, então o número é par. Se a divisão não for exata, então ele é ímpar.** Uma dica para facilitar nossa vida na identificação dos pares é tentar lembrar apenas os primeiros: **0, 2, 4, 6 e 8**. Qualquer número que termine com um desses algarismos **também será um número par.**

{1, 3, 5, 8, 16, 20, 30, 50, 88, 100, 552, 663, 1000, 1114}

Os números destacados **são todos pares**. Quando contamos, descobrimos que temos 10 deles.

Gabarito: Letra A.

24. (QUADRIX/CRA PR/2020) Acerca dos conjuntos dos números naturais, dos números inteiros e dos números racionais, de suas operações e de suas propriedades, julgue o item:

a diferença entre dois números naturais é sempre um número natural.



Comentários:

O melhor jeito de julgar assertivas desse tipo é **procurar um exemplo**. Observe quando fazemos a diferença $3 - 5 = -2$. São dois números naturais que, quando calculamos a sua subtração, **obtemos um número negativo**.

Sabemos que, no conjunto dos números naturais, **não temos números negativos!** Eles vão aparecer **a partir no conjunto dos números inteiros**. Portanto, **o item encontra-se errado** ao afirmar que a diferença entre dois números naturais será sempre um natural. Ela poderá ser um inteiro!

Gabarito: ERRADO.

25. (QUADRIX/CRA-PR/2020) Acerca dos conjuntos dos números naturais, dos números inteiros e dos números racionais, de suas operações e de suas propriedades, julgue o item:

o produto entre dois números naturais é sempre um número natural.

Comentários:

Lembre-se do conjunto dos números naturais:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \dots\}$$

Observe que, com exceção do 0, **todos são números positivos**. Sabemos que a multiplicação de dois números positivos **sempre dará um outro número positivo**. Logo, não há perigo de multiplicarmos nenhum dos números do conjunto acima e obter um número negativo (**que sabemos que não é um natural**).

Além disso, **qualquer multiplicação em que um dos fatores seja 0, também dará 0**. Dessa forma, percebemos que **não há como** a multiplicação de dois números naturais não ser um número natural e, portanto, o item está correto.

Gabarito: CERTO.

26. (QUADRIX/CRA-PR/2020) Acerca dos conjuntos dos números naturais, dos números inteiros e dos números racionais, de suas operações e de suas propriedades, julgue o item: o conjunto dos números inteiros está contido no conjunto dos números naturais.

Comentários:

Lembre-se do conjunto dos números naturais:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \dots\}$$



Agora, lembre-se do conjunto dos números inteiros:

$$\mathbb{Z} = \{ \dots - 4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 \dots \}$$

Observe que **não é o conjunto dos inteiros que está contido nos naturais**, é exatamente o contrário! **O conjunto dos números naturais é que está contido no conjunto dos números inteiros**. Muita atenção com esse tipo de abordagem!

Gabarito: ERRADO.

27. (PREF. BARRA VELHA/2020) Marque a alternativa CORRETA em relação a sucessor e antecessor de um número.

- A) A diferença entre o sucessor e o antecessor de um número é sempre dois.
- B) O sucessor de um número negativo é sempre um número negativo.
- C) Todos os números naturais têm antecessor.
- D) Nenhuma das alternativas.

Comentários:

A) A diferença entre o sucessor e o antecessor de um número é sempre dois.

Alternativa correta. Seja n um número inteiro qualquer. O **antecessor de n será $n - 1$** . O **sucessor de n será $n + 1$** . Quando fazemos a diferença, obtemos que:

$$\Delta = (n + 1) - (n - 1)$$

$$\Delta = n + 1 - n + 1$$

$$\Delta = 2$$

B) O sucessor de um número negativo é sempre um número negativo.

Alternativa incorreta. Lembre-se que **o sucessor de -1 é o 0** . O número **0 não é negativo**.

C) Todos os números naturais têm antecessor.

Alternativa incorreta. O número **0 não possui antecessor natural**. O antecessor do 0 seria o número -1 , que é um número inteiro.

D) Nenhuma das alternativas.

Alternativa incorreta. Verificamos que **a alternativa A está correta**.

Gabarito: Letra A.



28. (FUNDATEC/PREF.PARAÍ/2019) Considere as seguintes afirmações sobre os números naturais:

- I. A soma de dois números naturais pares é sempre um número par.
- II. A soma de dois números ímpares é sempre um número ímpar.
- III. Há infinitos números primos.

Quais estão corretas?

- A) Apenas I.
- B) Apenas II.
- C) Apenas I e II.
- D) Apenas I e III.
- E) I, II e III.

Comentários:

I. A soma de dois números naturais pares é sempre um número par.

Assertiva verdadeira. Sabemos que se n_1 e n_2 são dois números pares, então eles podem ser escritos na forma $n_1 = 2p$ e $n_2 = 2q$. Seja s a soma dos dois, então:

$$\begin{aligned} s &= n_1 + n_2 \\ s &= 2p + 2q \\ s &= 2 \cdot (p + q) \end{aligned}$$

Perceba que s possui o fator 2 e, portanto, também é um número par.

II. A soma de dois números ímpares é sempre um número ímpar.

Assertiva falsa. Para julgar essa afirmativa, é suficiente buscarmos um contraexemplo. Quando somamos 1 e 3, **que são números ímpares**, obtemos 4, **que é um número par**.

III. Há infinitos números primos.

Assertiva verdadeira.

Gabarito: Letra D.

29. (FUNDATEC/PREF. PINHEIRO PRETO/2019) Assinale a alternativa que apresenta apenas números irracionais.

- A) 4,2,1.
- B) $\sqrt{2}, \frac{3}{2}, \pi$
- C) $\sqrt{2}, \sqrt{5}, \pi$
- D) $\sqrt{9}, \sqrt{81}, \sqrt{100}$



E) $\sqrt{2}, \sqrt[3]{8}, \pi$

Comentários:

A) 4, 2, 1.

Alternativa incorreta. Os números representados na alternativa **são números naturais**.

B) $\sqrt{2}, \frac{3}{2}, \pi$

Alternativa incorreta. Apesar de $\sqrt{2}$ e π serem exemplos de números irracionais, temos que $\frac{3}{2}$ **é um número racional**, uma vez que trata-se de um número com representação decimal finita.

C) $\sqrt{2}, \sqrt{5}, \pi$

Alternativa correta. $\sqrt{2}, \sqrt{5}$ e π são exemplos de números irracionais, já que **são dízimas não periódicas** e, portanto, impossível de convertê-las em uma forma fracionária;

D) $\sqrt{9}, \sqrt{81}, \sqrt{100}$

Alternativa incorreta. Lembre-se que **nem todas as raízes são números irracionais**. Observe que:

$$\sqrt{9} = 3; \quad \sqrt{81} = 9; \quad \sqrt{100} = 10$$

Logo, apesar de estarem na forma de raízes, **os números da alternativa são números naturais**.

E) $\sqrt{2}, \sqrt[3]{8}, \pi$

Alternativa incorreta. De fato, $\sqrt{2}$ e π são números irracionais. No entanto, como $\sqrt[3]{8} = 2$, então **temos um número natural na lista**.

Gabarito: Letra C.

30. (PREF. PERUÍBE/2019) Em relação ao conjunto dos números reais, é verdade que

- A) o produto de dois números irracionais não pode ser um número racional.
- B) a soma de dois números irracionais distintos é sempre um número irracional.
- C) todo número racional tem uma representação decimal finita.
- D) o número $43/71$ não é racional, pois sua representação decimal não é periódica.
- E) se a representação decimal infinita de um número é periódica, então esse número é racional.

Comentários:

A) o produto de dois números irracionais não pode ser um número racional.



Alternativa incorreta. Vamos recorrer a um exemplo para mostrar que isso não é verdade. Considere os números irracionais $\sqrt{5}$ e $\sqrt{20}$. Quando fazemos o produto desses dois números, obtemos que $\sqrt{5} \times \sqrt{20} = \sqrt{100} = 10$. Note que, **o produto dos dois números irracionais deu um número racional.**

B) a soma de dois números irracionais distintos é sempre um número irracional.

Alternativa incorreta. Vamos recorrer também a um exemplo para mostrar que isso não é verdade. Considere **os números irracionais $1 + \sqrt{3}$ e $1 - \sqrt{3}$** . Vamos somá-los?

$$S = (1 + \sqrt{3}) + (1 - \sqrt{3})$$

$$S = 2$$

Logo, a soma dos números irracionais distintos que escolhemos **resultou em um número natural!**

C) todo número racional tem uma representação decimal finita.

Alternativa incorreta. Isso não é necessariamente verdade! Dízimas periódicas, apesar de possuírem uma representação decimal infinita, **são consideradas números racionais pois podem ser escritas na forma de uma fração** (a chamada fração geratriz).

D) o número $43/71$ não é racional, pois sua representação decimal não é periódica.

Alternativa incorreta. Simplesmente pelo fato de poder ser **representado na forma de uma fração, já é suficiente para considerá-lo um número racional.** Além disso, sua representação decimal é periódica.

E) se a representação decimal infinita de um número é periódica, então esse número é racional.

Alternativa correta. Sabemos que se a representação decimal infinita de um número é periódica, então estamos falando das dízimas periódicas. **Qualquer dízima periódica pode ser representada na forma de uma fração geratriz.** Se pode ser representada por fração, então trata-se de um número racional.

Gabarito: Letra E.

31. (FA-UNESPAR/CM MANDAGUARI/2019) Considerando os conjuntos numéricos, assinale a alternativa CORRETA:

- A) O número $\sqrt{2} \in \mathbb{N}$
- B) O número $\pi \in \mathbb{Q}$
- C) O número $\sqrt{3} \in \mathbb{Q}$
- D) O número $\sqrt{36} \in \mathbb{Q}$

Comentários:

- A) O número $\sqrt{2} \in \mathbb{N}$



Alternativa incorreta. $\sqrt{2}$ é um número irracional e não um número natural.

B) O número $\pi \in \mathbb{Q}$.

Alternativa incorreta. \mathbb{Q} é o conjunto dos números racionais. O número $\pi = 3,1415 \dots$ é um número irracional pois sua representação decimal infinita é aperiódica e, portanto, não pode ser convertido em uma forma fracionária.

C) O número $\sqrt{3} \in \mathbb{Q}$

Alternativa incorreta. \mathbb{Q} é o conjunto dos números racionais. O número $\sqrt{3} = 1,7320 \dots$ é um número irracional pois sua representação decimal infinita é aperiódica e, portanto, não pode ser convertido em uma forma fracionária.

D) O número $\sqrt{36} \in \mathbb{Q}$

Alternativa correta. $\sqrt{36} = 6$. Veja que 6 é um número natural que, como estudamos, está contido no conjunto dos números racionais (\mathbb{Q}).

Gabarito: LETRA D

Questões Inéditas

32. (Questão Inédita) Em relação aos conjuntos numéricos, marque a alternativa correta.

- A) O conjunto dos números inteiros (\mathbb{Z}) contém o conjunto dos números racionais (\mathbb{Q});
- B) O conjunto dos números racionais (\mathbb{Q}) está contido no conjunto dos números irracionais ($\mathbb{R} - \mathbb{Q}$);
- C) O conjunto dos números reais (\mathbb{R}) está contido no conjunto dos números naturais (\mathbb{N});
- D) O conjunto dos números complexos (\mathbb{C}) contém o conjunto dos números reais (\mathbb{R});
- E) O conjunto dos números irracionais ($\mathbb{R} - \mathbb{Q}$) contém o conjunto dos números inteiros (\mathbb{Z}).

Comentários:

Vamos comentar as alternativas!

A) O conjunto dos números inteiros (\mathbb{Z}) contém o conjunto dos números racionais (\mathbb{Q});

Errado. Na verdade, o conjunto dos números inteiros é um subconjunto dos racionais. Sendo assim, o certo seria dizer que $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.

B) O conjunto dos números racionais (\mathbb{Q}) está contido no conjunto dos números irracionais ($\mathbb{R} - \mathbb{Q}$);

Errado. Na verdade, esses dois conjuntos **são disjuntos**. Significa que eles não possuem elementos em comum. Logo, não podemos dizer que um está contido no outro.

C) O conjunto dos números reais (\mathbb{R}) está contido no conjunto dos números naturais (\mathbb{N});



Errado. O conjunto dos naturais são um subconjunto dos reais. Com isso, o correto seria $\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$.

D) O conjunto dos números complexos (\mathbb{C}) contém o conjunto dos números reais (\mathbb{R});

Certo. O conjunto dos número reais é um subconjunto dos complexos. Com isso, podemos dizer que $\mathbb{C} \supset \mathbb{R}$.

E) O conjunto dos números irracionais ($\mathbb{R} - \mathbb{Q}$) contém o conjunto dos números inteiros (\mathbb{Z}).

Errado. O conjunto dos irracionais não contem nenhum outro dos conjuntos que estudamos.

Gabarito: LETRA D.

33. (Questão Inédita) Em relação aos conjuntos numéricos, marque a alternativa correta.

A) $\pi/2$ é um número racional;

B) ϕ é um número irracional;

C) 0 pertence ao conjunto \mathbb{Z}^* ;

D) -1 é um número natural;

E) e é um número racional.

Comentários:

A) $\pi/2$ é um número racional;

Errado. O número π é um número irracional. Quando o dividimos por 2, o resultado continua sendo um irracional. Lembre-se que o critério para ser um número racional é poder representá-lo na forma de uma fração de **números inteiros**. Por mais que tenhamos uma fração nesse caso, **o numerador é um número irracional** e não um inteiro.

B) ϕ é um número irracional;

CERTO. Essa foi uma pegadinha. Nesse contexto, ϕ denota o número de ouro (também conhecido como proporção áurea). Trata-se de um número bastante conhecido no universo da matemática, estando associado a inúmeras situações na natureza.

$$\phi = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} \approx 1,6180 \dots$$

C) 0 pertence ao conjunto \mathbb{Z}^* ;

Errado. Quando colocamos asterisco sobrescrito, estamos tirando o número zero do conjunto! Logo, $0 \notin \mathbb{Z}^*$.

D) -1 é um número natural;

Errado. Números negativos não são números naturais.

E) e é um número racional.



Errado. "e" representa o **número de Euler**. Assim como o π , trata-se de outro famoso **número irracional** presente no universo da matemática.

$$e \approx 2,718281 \dots$$

Gabarito: LETRA B.

34. (Questão Inédita) Em relação às operações básicas no contexto dos conjuntos numéricos, assinale a alternativa correta.

- A) A soma de dois números inteiros pode ser um número irracional;
- B) A subtração de dois números naturais é um número natural;
- C) A multiplicação de dois números irracionais pode ser um número natural;
- D) A divisão de dois números reais é um número inteiro;
- E) A soma de números naturais não pode ser um número inteiro.

Comentários:

A) A soma de dois números inteiros pode ser um número irracional;

Errado. A soma de dois números inteiros sempre será um número inteiro. Lembre-se que **todo inteiro é também um número racional**.

B) A subtração de dois números naturais é um número natural;

Errado. Nem sempre, pessoal! Cuidado. Por exemplo, observe: $2 - 4 = -2$. Estamos subtraindo dois números naturais, no caso, "2" e "4" e **o resultado é um número negativo**, que, conforme vimos, não é um número natural.

C) A multiplicação de dois números irracionais pode ser um número natural;

Certo. É isso mesmo, pessoal. Algumas vezes, podemos multiplicar dois números irracionais e terminar encontrando um número natural! Por exemplo, $\sqrt{8} \cdot \sqrt{32} = \sqrt{256} = 16$.

D) A divisão de dois números reais é um número inteiro;

Errado. Nem sempre, por exemplo, $1/2$ é igual a $0,5$, que não é um número inteiro.

E) A soma de dois irracionais não pode ser um número inteiro.

Errado. Pode sim. Por exemplo, considere os números $\sqrt{2} + 1$ e $3 - \sqrt{2}$. **São dois números irracionais, mas que, quando somados, resultam em 4**, um número inteiro.

Gabarito: LETRA C.

35. (Questão Inédita) Com relação aos números pares e ímpares, analise as afirmativas abaixo.



- () A soma de dois pares é um número par.
- () A subtração de dois ímpares é um número ímpar.
- () A divisão de dois números pares é um número par.

Marque a sequência correta.

- A) V - F - F
- B) V - F - V
- C) F - F - V
- D) F - F - F
- E) V - V - V

Comentários:

- () A soma de dois pares é um número par.

Certo. A soma de dois números pares é **sempre um par**.

$$2p + 2q = 2(p + q) = 2k$$

- () A subtração de dois ímpares é um número ímpar.

Errado. A subtração de números ímpares **sempre será um par**.

$$(2p + 1) + (2q + 1) = 2p + 2q + 2 = 2(p + q + 1) = 2k$$

- () A divisão de dois números pares é um número par.

Errado. Aqui é só usarmos um exemplo! Observe que quando dividimos 6 por 2, vamos obter 3. Logo, podemos obter um **número ímpar** na divisão entre dois pares.

Gabarito: LETRA A.

36. (Questão Inédita) Com relação às operações com números reais, assinale a alternativa incorreta.

- A) A soma de números racionais pode ser um número natural;
- B) O produto de números irracionais pode ser um número racional;
- C) A divisão de números inteiros pode ser um número irracional;
- D) A soma de números complexos pode ser um número inteiro;

Comentários:

- A) A soma de números racionais pode ser um número natural;

CERTO. Nesses casos em que a questão pergunta sobre a "possibilidade", é suficiente encontrarmos um exemplo. Na situação da alternativa, veja que quando somamos "1,5" com "2,5", que são números racionais, **obtemos o número "4", que é um número racional**, mas também é um número natural.



B) O produto de números irracionais pode ser um número racional;

CERTO. Essas pegadinhas são bem comuns em prova. Podemos sim ter dois números irracionais que, quando multiplicados, resultam em **números racionais**. Por exemplo, $\sqrt{20} \cdot \sqrt{80} = \sqrt{1600} = 40$.

C) A divisão de números inteiros pode ser um número irracional;

ERRADO. A divisão de números inteiros sempre será um número racional. Lembre-se que é dito racional quando ele pode ser representado pela **fração de números inteiros**.

D) A soma de números complexos pode ser um número inteiro;

CERTO. Por exemplo, considere os complexos $z_1 = 2 + i$ e $z_2 = 3 - 1$. Quando fazemos a soma, vamos obter "5", que é um **número inteiro**.

Gabarito: LETRA C.



LISTA DE QUESTÕES

Introdução aos Conjuntos Numéricos

Outras Bancas

1. (QUADRIX/CRF-GO/2022) Considere-se que o conjunto A seja dado por $A = \{-3, -1, 1, 7, 10\}$. O conjunto B seja o conjunto de todos os números naturais e o conjunto C seja o conjunto de todos os números racionais. Com base nessas informações, julgue o item.

O conjunto $A \cap B \cap C$ é o conjunto vazio.

2. (QUADRIX/CRF-GO/2022) Considere-se que o conjunto A seja dado por $A = \{-3, -1, 1, 7, 10\}$. O conjunto B seja o conjunto de todos os números naturais e o conjunto C seja o conjunto de todos os números racionais. Com base nessas informações, julgue o item.

$$A \cap B = A - \{-1, -2, -3\}.$$

3. (QUADRIX/CRBM-3/2022) Sendo $A = \{-5, 1, 3, 5, 7\}$, $B = \{2, 3, 4, 6, 8\}$, No conjunto dos números naturais, \emptyset o conjunto vazio e \mathbb{Q} o conjunto dos números racionais, julgue o item.

$$(A \cup B) \cap \mathbb{N} \neq \emptyset.$$

4. (IDECAN/SEFAZ-RR/2022) Seja $A = \{1, 2, e, 3, \pi, 4, 5, 6, 7\}$, \mathbb{N} o conjunto dos naturais, \mathbb{Z} conjuntos dos inteiros e \mathbb{Q} conjunto dos racionais. Determine o conjunto E , fruto da operação $E = A \cap [(\mathbb{N} \cap \mathbb{Q}) \cup \mathbb{Z}]$.

A) $E = \{e, \pi\}$

B) $E = \emptyset$

C) $E = \{2, 4, 6\}$

D) $E = \mathbb{Z}$

E) $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

5. (AOCPC/CM BAURU/2022) Dentre as seguintes alternativas, qual delas NÃO apresenta um número que pertença ao conjunto dos Irracionais?

A) π

B) $\sqrt{5}$

C) e

D) 4,2324252627...

E) $\sqrt[3]{64}$



6. (IDECAN/CBM-ES/2022) Assinale o item no qual o elemento corresponde ao número que não pertence ao conjunto dos irracionais.

- A) $\sqrt{2} + 1$
- B) π
- C) e
- D) $\sqrt{3}/2$
- E) $\sqrt[3]{8}$

7. (AOCP/CM BAURU/2022) Dado os conjuntos numéricos: Naturais, Inteiros, Racionais e Irracionais, é correto afirmar que

- A) todo número Racional é também um número Irracional.
- B) todo número Irracional é também um número Racional.
- C) todo número Inteiro é também um número Racional.
- D) todo número Racional é também um número Inteiro.
- E) todo número Inteiro é também um número Natural.

Inéditas

8. (Questão Inédita) Marque a alternativa que apresenta um conjunto em que todos os seus elementos são números naturais.

- A) $A = \{-1, 0, 2, 3, 100\}$
- B) $B = \{1,3; 0; 1,2; 12,1; 5,9\}$
- C) $C = \{25, 5, 6, 10\}$
- D) $D = \{\sqrt{2}, \sqrt{5}, \sqrt{3}, \sqrt{10}\}$
- E) $E = \{-3, -2, -1, 0\}$

9. (Questão Inédita) Analise as afirmativas abaixo, assinalando V para as verdadeiras e F para as falsas.

- I. 0 é antecessor de -1;
- II. π é um número racional;
- III. Todo número irracional é um número real.

Marque a alternativa com a ordem correta.

- A) V - V - F
- B) F - F - V
- C) F - F - F
- D) V - F - V
- E) F - V - V

10. (Questão Inédita) Considerando a seguinte notação para os conjuntos numéricos:



- \mathbb{N} denota o conjunto dos números naturais;
- \mathbb{Z} denota o conjunto dos números inteiros;
- \mathbb{Q} denota o conjunto dos números racionais;
- \mathbb{R} denota o conjunto dos números reais;
- \mathbb{C} denota o conjunto dos números complexos;

Marque a alternativa incorreta.

- A) O número $2 \in \mathbb{C}$;
- B) O número $\sqrt{5} \in (\mathbb{R} - \mathbb{Q})$;
- C) O número $-10 \in \mathbb{N}$;
- D) O número $\sqrt{100} \in \mathbb{Z}$;
- E) O número $\pi \in \mathbb{R}$.

11. (Questão Inédita) Em relação aos conjuntos numéricos, marque a alternativa correta.

- A) O conjunto dos números inteiros (\mathbb{Z}) contém o conjunto dos números racionais (\mathbb{Q});
- B) O conjunto dos números racionais (\mathbb{Q}) está contido no conjunto dos números irracionais ($\mathbb{R} - \mathbb{Q}$);
- C) O conjunto dos números reais (\mathbb{R}) está contido no conjunto dos números naturais (\mathbb{N});
- D) O conjunto dos números complexos (\mathbb{C}) contém o conjunto dos números reais (\mathbb{R});
- E) O conjunto dos números irracionais ($\mathbb{R} - \mathbb{Q}$) contém o conjunto dos números inteiros (\mathbb{Z}).

12. (Questão Inédita) Em relação aos conjuntos numéricos, marque a alternativa correta.

- A) $\pi/2$ é um número racional;
- B) ϕ é um número irracional;
- C) 0 pertence ao conjunto \mathbb{Z}^* ;
- D) -1 é um número natural;
- E) e é um número racional.



GABARITO

1. ERRADO
2. CERTO
3. CERTO
4. LETRA E
5. LETRA E
6. LETRA E

7. LETRA C
8. LETRA C
9. LETRA B
10. LETRA C
11. LETRA D
12. LETRA B



LISTA DE QUESTÕES

Problemas

FGV

1. (FGV/IMBEL/2021) Sabe-se que a soma de dez números naturais é par. Em relação a esses dez números é correto afirmar que

- A) todos são, obrigatoriamente, pares.
- B) todos são, obrigatoriamente, ímpares.
- C) pelo menos um deles é par.
- D) a quantidade de números pares é ímpar.
- E) a quantidade de números ímpares é par.

2. (FGV/MEC/2009) Sejam X e Y dois números inteiros positivos. Se $X^2 + Y^2$ é ímpar, então se pode afirmar de maneira correta que:

- A) X^Y é par.
- B) Y^X é par.
- C) XY é par.
- D) $X - Y$ é par.
- E) $X + Y$ é par.

3. (FGV/SEFAZ-MS/2006) O maior número inteiro que é menor que ou igual a $-5,7$ é:

- A) -6
- B) -5
- C) -4
- D) -3
- E) -2

4. (FGV/ALESP/2002) Um número racional qualquer:

- A) Tem sempre um número finito de ordens (casas) decimais.
- B) Tem sempre um número infinito de ordens (casas) decimais.
- C) Não se pode expressar em forma decimal exata.
- D) Tem sempre como denominador um número diferente de zero.

5. (FGV/AL-MT/2013) Suponha que o valor da expressão $\frac{5x}{6} - \frac{x}{2}$ seja um número inteiro. O valor de x é necessariamente

- A) positivo.
- B) par.



- C) múltiplo de 3.
- D) múltiplo de 6.
- E) múltiplo de 12.

FCC

6. (FCC/PGE-AM/2022) Se escrevermos os números inteiros de 0 a 100, o número de vezes que aparecerá o algarismo 7 é:

- A) 10
- B) 11
- C) 21
- D) 19
- E) 20

7. (FCC/PREF. SJRP/2019) Um número é dito palíndromo se é o mesmo quando lido da esquerda para a direita ou da direita para a esquerda. Por exemplo, 5225 é um palíndromo de quatro algarismos. Considere X o maior palíndromo de quatro algarismos e Y o menor palíndromo de cinco algarismos. A soma X + Y é:

- A) 20000
- B) 20020
- C) 20099
- D) 20902
- E) 20202

8. (FCC/TRT-6/2006) Se x e y são números inteiros tais que x é par e y é ímpar, então é correto afirmar que

- A) x + y é par.
- B) x + 2y é ímpar.
- C) 3x - 5y é par.
- D) x . y é ímpar.
- E) 2x - y é ímpar.

9. (FCC/SEDU-ES/2016) Dados os conjuntos

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x < 9\}$$

$$B = \{y \in \mathbb{R} \mid -7 \leq y \leq 5\}$$

$$C = \{z \in \mathbb{R} \mid -5 \leq z < 3\}$$

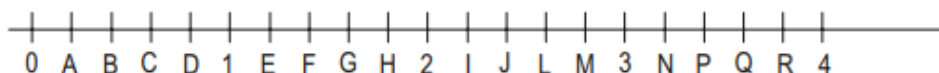
$$D = (A \cap B) \cup C$$

Pode-se concluir, corretamente, que a quantidade de números inteiros que pertencem ao conjunto D é igual a



- A) 8.
- B) 10.
- C) 11.
- D) 9.
- E) 12.

10. (FCC/PREF. SANTOS/2005) Na reta numérica representada abaixo, cada unidade está dividida em 5 partes iguais. As letras indicam os pontos das extremidades de cada parte. O número irracional $\sqrt{12} - \sqrt{5}$ pode ser localizado nesta reta entre os pontos.



- A) C e D
- B) E e F
- C) G e H
- D) J e L
- E) N e P

CEBRASPE

11. (CESPE/PREF. SÃO CRISTOVÃO/2019) Considerando as propriedades e as operações fundamentais dos números inteiros, racionais, irracionais e reais, julgue o item a seguir:

O produto de dois números racionais é sempre um número racional. O mesmo é válido para números irracionais: o produto de dois números irracionais é sempre um número irracional.

12. (CESPE/PREF. SÃO CRISTOVÃO/2019) Considerando as propriedades e as operações fundamentais dos números inteiros, racionais, irracionais e reais, julgue o item a seguir:

Todo conjunto não vazio de números inteiros positivos possui um menor elemento, isto é, se S é um conjunto de números inteiros positivos, não vazio, então existe $s \in S$ tal que $s \leq x$, para todo $x \in S$. Essa mesma propriedade é também válida para conjuntos não vazios de números reais positivos.

13. (CESPE/SEDF/2017) O resultado da soma dos números reais a e b será um número racional se, e somente se, cada um dos números a e b for um número racional.

14. (CESPE/MDIC/2014) Lúcio, Breno, Cláudia e Denise abriram a loja virtual Lik, para a qual, no ato de abertura, Lúcio contribuiu com R\$ 10.000,00; Breno, com R\$ 15.000,00; Cláudia, com R\$ 12.000,00; e



Denise, com R\$ 13.000,00. Os lucros obtidos por essa loja serão distribuídos de forma diretamente proporcional à participação financeira de cada um dos sócios no ato de abertura da loja. A partir dessas informações, julgue o item a seguir:

Se M for a quantidade média de acessos por minuto ao sítio eletrônico da loja Lik e $M^2 = 0,8$, então M será um número irracional menor que 0,8.

15. (CESPE/SEE-AL/2013) Sabendo que os números racionais são, precisamente, as dízimas periódicas, julgue os itens seguintes acerca de números e dízimas periódicas e não periódicas. Um número é irracional se, e somente se pode ser representado por uma dízima não periódica.

16. (CESPE/TRE-RJ/2012) Para cada subconjunto A de $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, defina $P(A)$ como o produto dos elementos de A e adote a convenção $P(\emptyset) = 1$. Com base nessa situação, julgue o item a seguir:

Se $A \subset \Omega$ e se algum elemento de A é um número ímpar, então $P(A)$ será, necessariamente, um número ímpar.

17. (CESPE/SEDUC-AM/2011) Acerca de números inteiros, divisibilidade, números racionais e reais, julgue o item subsequente:

Existem números irracionais p e q , com $p \neq q$, tais que o produto $p \times q$ é um número racional.

18. (CESPE/FINEP/2009) Se $s = r\sqrt{2}$ em que r e s são números racionais, e se $s \in [-2, 2]$, então s é igual a

- A) -2 .
- B) -1 .
- C) 0 .
- D) 1 .
- E) 2 .

19. (CESPE/SEDUC/2009) Julgue os itens relativos a números reais.

I. $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$ e $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}}$ são, ambos, números irracionais.

II. Se u e v são números inteiros e se $u^2 > v^2$, então $u > v$.

III. Se m e n são números inteiros e se $m \times n$ é um número par, então pelo menos um deles, m ou n , é um número par.

IV. Se a e b são números inteiros e se $a \neq 0$, então a^b é um número inteiro.

V. A dízima 0,2222... representa um número racional.



Estão certos apenas os itens.

- A) I e IV.
- B) III e V.
- C) I, II e III.
- D) II, IV e V.

Outras Bancas

20. (FCM/PREF. TIMÓTEO/2022) Avalie as afirmações sobre os números inteiros e positivos.

I - No intervalo de 7 a 20 há mais números ímpares do que pares.

II - A soma dos números ímpares de 4 a 15 é igual à soma dos números pares de 7 a 18.

III - A soma de dois números ímpares é sempre um número par.

Está correto apenas o que se afirma em

- A) II.
- B) III.
- C) I e II.
- D) I e III.

21. (IDECAN/IBGE/2022) Um grupo de amigos, cada um deles falou qual a altura. Abaixo temos a tabela com altura de cada um.

Nome	Altura
Daniel	1,58
Matheus	1,72
Rubens	1,63
Pedro	1,80
Jorge	1,67

Coloque em ordem crescente e assinale o item correto.

- A) $1,58 > 1,63 > 1,67 > 1,72 > 1,80$
- B) $1,67 > 1,72 > 1,80 > 1,58 > 1,63$
- C) $1,58 < 1,63 < 1,67 < 1,72 < 1,80$
- D) $1,58 < 1,63 < 1,67 > 1,72 > 1,80$
- E) $1,72 > 1,80 > 1,58 > 1,63 > 1,67$

22. (FUNDATEC/PREF. IMBÉ/2020) Analise as assertivas abaixo e assinale V, se verdadeiras, ou F, se falsas.

() 34 é sucessor de 35.



- () Todo número natural tem antecessor, menos o zero.
() 3,5,7,9,11 é uma sequência de números naturais pares.

A ordem correta de preenchimento dos parênteses, de cima para baixo, é:

- A) F – V – F.
B) V – F – V.
C) F – F – V.
D) V – V – F.
E) F – F – F.

23. (UNIFIL/PREF. SA SUDOESTE/2020) Assinale a alternativa que representa a quantidade de números pares existentes na sequência {1, 3, 5, 8, 16, 20, 30, 50, 88, 100, 552, 663, 1000, 1114}.

- A) 10
B) 20
C) 30
D) 40

24. (QUADRIX/CRA PR/2020) Acerca dos conjuntos dos números naturais, dos números inteiros e dos números racionais, de suas operações e de suas propriedades, julgue o item:

a diferença entre dois números naturais é sempre um número natural.

25. (QUADRIX/CRA-PR/2020) Acerca dos conjuntos dos números naturais, dos números inteiros e dos números racionais, de suas operações e de suas propriedades, julgue o item:

o produto entre dois números naturais é sempre um número natural.

26. (QUADRIX/CRA-PR/2020) Acerca dos conjuntos dos números naturais, dos números inteiros e dos números racionais, de suas operações e de suas propriedades, julgue o item: o conjunto dos números inteiros está contido no conjunto dos números naturais.

27. (PREF. BARRA VELHA/2020) Marque a alternativa CORRETA em relação a sucessor e antecessor de um número.

- A) A diferença entre o sucessor e o antecessor de um número é sempre dois.
B) O sucessor de um número negativo é sempre um número negativo.
C) Todos os números naturais têm antecessor.
D) Nenhuma das alternativas.

28. (FUNDATEC/PREF.PARAÍ/2019) Considere as seguintes afirmações sobre os números naturais:



- I. A soma de dois números naturais pares é sempre um número par.
- II. A soma de dois números ímpares é sempre um número ímpar.
- III. Há infinitos números primos.

Quais estão corretas?

- A) Apenas I.
- B) Apenas II.
- C) Apenas I e II.
- D) Apenas I e III.
- E) I, II e III.

29. (FUNDATEC/PREF. PINHEIRO PRETO/2019) Assinale a alternativa que apresenta apenas números irracionais.

- A) 4,2,1.
- B) $\sqrt{2}, \frac{3}{2}, \pi$
- C) $\sqrt{2}, \sqrt{5}, \pi$
- D) $\sqrt{9}, \sqrt{81}, \sqrt{100}$
- E) $\sqrt{2}, \sqrt[3]{8}, \pi$

30. (PREF. PERUÍBE/2019) Em relação ao conjunto dos números reais, é verdade que

- A) o produto de dois números irracionais não pode ser um número racional.
- B) a soma de dois números irracionais distintos é sempre um número irracional.
- C) todo número racional tem uma representação decimal finita.
- D) o número $43/71$ não é racional, pois sua representação decimal não é periódica.
- E) se a representação decimal infinita de um número é periódica, então esse número é racional.

31. (FA-UNESPAR/CM MANDAGUARI/2019) Considerando os conjuntos numéricos, assinale a alternativa CORRETA:

- A) O número $\sqrt{2} \in \mathbb{N}$
- B) O número $\pi \in \mathbb{Q}$
- C) O número $\sqrt{3} \in \mathbb{Q}$
- D) O número $\sqrt{36} \in \mathbb{Q}$

Questões Inéditas

32. (Questão Inédita) Em relação aos conjuntos numéricos, marque a alternativa correta.

- A) O conjunto dos números inteiros (\mathbb{Z}) contém o conjunto dos números racionais (\mathbb{Q});
- B) O conjunto dos números racionais (\mathbb{Q}) está contido no conjunto dos números irracionais ($\mathbb{R} - \mathbb{Q}$);



- C) O conjunto dos números reais (\mathbb{R}) está contido no conjunto dos números naturais (\mathbb{N});
- D) O conjunto dos números complexos (\mathbb{C}) contém o conjunto dos números reais (\mathbb{R});
- E) O conjunto dos números irracionais ($\mathbb{R} - \mathbb{Q}$) contém o conjunto dos números inteiros (\mathbb{Z}).

33. (Questão Inédita) Em relação aos conjuntos numéricos, marque a alternativa correta.

- A) $\pi/2$ é um número racional;
- B) ϕ é um número irracional;
- C) 0 pertence ao conjunto \mathbb{Z}^* ;
- D) -1 é um número natural;
- E) e é um número racional.

34. (Questão Inédita) Em relação às operações básicas no contexto dos conjuntos numéricos, assinale a alternativa correta.

- A) A soma de dois números inteiros pode ser um número irracional;
- B) A subtração de dois números naturais é um número natural;
- C) A multiplicação de dois números irracionais pode ser um número natural;
- D) A divisão de dois números reais é um número inteiro;
- E) A soma de números naturais não pode ser um número inteiro.

35. (Questão Inédita) Com relação aos números pares e ímpares, analise as afirmativas abaixo.

- () A soma de dois pares é um número par.
- () A subtração de dois ímpares é um número ímpar.
- () A divisão de dois números pares é um número par.

Marque a sequência correta.

- A) V - F - F
- B) V - F - V
- C) F - F - V
- D) F - F - F
- E) V - V - V

36. (Questão Inédita) Com relação às operações com números reais, assinale a alternativa incorreta.

- A) A soma de números racionais pode ser um número natural;
- B) O produto de números irracionais pode ser um número racional;
- C) A divisão de números inteiros pode ser um número irracional;
- D) A soma de números complexos pode ser um número inteiro;



GABARITO

- | | | |
|-------------|-------------|-------------|
| 1. LETRA E | 13. ERRADO | 25. CERTO |
| 2. LETRA C | 14. ERRADO | 26. ERRADO |
| 3. LETRA A | 15. CERTO | 27. LETRA A |
| 4. LETRA D | 16. ERRADO | 28. LETRA D |
| 5. LETRA C | 17. CERTO | 29. LETRA C |
| 6. LETRA E | 18. LETRA C | 30. LETRA E |
| 7. LETRA A | 19. LETRA B | 31. LETRA D |
| 8. LETRA E | 20. LETRA B | 32. LETRA D |
| 9. LETRA C | 21. LETRA C | 33. LETRA B |
| 10. LETRA B | 22. LETRA A | 34. LETRA C |
| 11. ERRADO | 23. LETRA A | 35. LETRA A |
| 12. ERRADO | 24. ERRADO | 36. LETRA C |



ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



1 Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



2 Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



3 Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



4 Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



5 Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



6 Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



7 Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



8 O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.