

## **Aula 00 - Prof. Juliano De Pelegrin**

*PETROBRAS (Técnico - Ênfase 8 -  
Operação) Conhecimentos Específicos  
(parte Mecânica)*

Autor:  
**Felipe Canella, Juliano de Pelegrin**

21 de Agosto de 2024

## Sumário

Mecânica Geral.....	2
Estática.....	2
1 – Estática .....	2
1.1 – Conceitos.....	2
1.2 – Sistemas de forças.....	3
1.3 – Momento.....	6
1.4 – Equilíbrio.....	8
1.5 – Análise de estruturas .....	13
1.6 – Forças Distribuídas.....	21
1.7 – Momento de Inércia .....	26
1.8 – Vigas - Efeitos Internos .....	30
Considerações Finais.....	34
Questões Comentadas .....	35
Lista de Questões.....	95
Gabarito.....	123
Resumo.....	124



# MECÂNICA GERAL

Caro(a) concurseiro(a), nada melhor para iniciarmos o nosso curso do que estudarmos a mecânica dos sólidos, não concorda?! A mecânica é uma ciência que trata dos efeitos de forças sobre objetos. Para termos um melhor embasamento podemos definir a **mecânica** como um ramo das ciências físicas que **lida do estado de repouso e movimento de corpos sujeitos à ação de forças**.<sup>1</sup> Em nosso curso estudaremos a princípio a mecânica dos corpos rígidos. Posteriormente, de acordo com o desenvolvimento do curso, abordaremos a mecânica dos corpos deformáveis e mecânica dos fluidos.

Nesta aula, iremos abordar a **mecânica dos corpos rígidos estáticos**. Vamos iniciar pelo estudo da estática, bora lá?

## ESTÁTICA

### 1 – Estática

A primeira subdivisão da mecânica dos corpos rígidos que iremos estudar é a **estática**. Esta, aborda o **equilíbrio dos corpos em repouso**. Alguns autores gostam de adotar a estática como um caso especial da dinâmica, pois esta pode ser considerada um caso onde não há aceleração, contudo devemos estudá-la separadamente, pois muitos projetos de objetos são desenvolvidos para se manterem parados, ou tecnicamente falando em equilíbrio.

Vamos iniciar estudando alguns conceitos a respeito da estática e sequência passaremos a estudar os seguintes tópicos: força; momento; equilíbrio; análise estrutural, momento de inércia, centróide, atrito e forças distribuídas.

#### 1.1 – Conceitos

Para começarmos a entender um pouco mais sobre a estática e, como está é cobrada em concursos públicos, iniciaremos o aprendizado com alguns conceitos básicos:

**Força:** **basicamente é uma grandeza vetorial** sendo a ação de um objeto (corpo) sobre outro. Normalmente tende a mover o objeto na direção para qual está age.

**Espaço:** **região geométrica** a qual os corpos ocupam. As posições dos objetos são definidas no espaço, a partir da origem, através de medidas lineares e angulares dentro de um sistema cartesiano que pode ser de duas ou três dimensões.

**Massa:** grandeza que demonstra a **quantidade de matéria** de um corpo, sendo está a sua resistência a variação de velocidade. A massa é uma grandeza muito presente nos problemas de estática.

---

<sup>1</sup> R.C. Hibbeler – Mecânica para engenharia.



**Partícula:** é um corpo com dimensões desprezíveis, sendo um **elemento infinitesimal** de um corpo.

**Corpo rígido:** é aquele cujo as propriedades do material não precisam ser consideradas na análise das grandezas físicas que atuam sobre ele. Quando analisamos problemas que envolvem mecanismos de grande porte ou com boas propriedades mecânicas, as **deformações** que podem ocorrer no objeto são **desprezadas** por serem relativamente pequenas, assim podemos denominar este objeto como um corpo rígido.

Conhecidos alguns conceitos, no próximo tópico abordaremos os sistemas de forças.

## 1.2 – Sistemas de forças

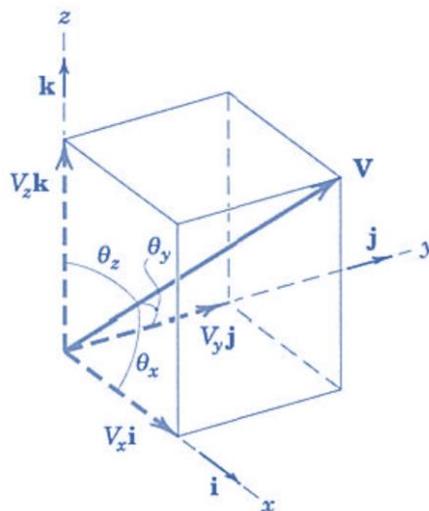
Antes de começarmos o estudo dos sistemas de forças envolvidas na mecânica geral estática, vamos relembrar rapidamente o conteúdo de grandezas escalares e vetoriais.

Na mecânica utilizamos dois tipos de grandezas que são as escalares e as vetoriais. Alguns exemplos de **grandezas escalares** são: tempo, volume, massa, densidade... e o que elas tem em comum? Todas são definidas apenas como **um valor**. Já as grandezas vetoriais, além de possuírem um valor possuem direção, alguns exemplos de grandezas vetoriais são: velocidade, aceleração, força... além disso o módulo das grandezas vetoriais é um escalar. Os vetores podem ser decompostos em componentes relativas ao sistema de coordenadas cartesianas, logo podemos representar um vetor  $V$  da seguinte forma:

$$V = V_x i + V_y j + V_z k$$

Onde  $i$ ,  $j$  e  $k$  são vetores com valores unitários nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  respectivamente.

Os **valores das componentes** de um vetor podem ser calculados através dos **cossenos diretores**, de acordo com a imagem abaixo, onde o vetor é representado graficamente por uma flecha, que define sua intensidade, direção (ângulo) e sentido. Vejamos:



Fonte: J.L. Meriam e L.G. Kraige, 2008

Assim podemos definir as componentes do vetor da seguinte maneira:



$$V_x = V \cdot \cos(\theta_x); V_y = V \cdot \cos(\theta_y); V_z = V \cdot \cos(\theta_z)$$

E, por fim, o módulo do vetor também pode ser obtido pela seguinte expressão:

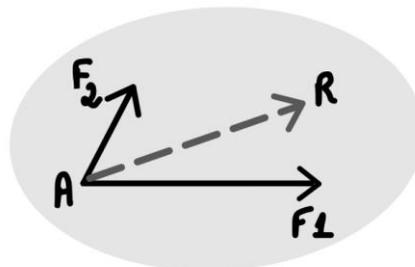
$$V^2 = V_x^2 + V_y^2 + V_z^2$$

Agora que retomamos alguns conhecimentos básicos a respeito de grandezas escalares e vetoriais passamos ao estudo das forças que atuam em equipamentos de engenharia e estruturas. Aconselho a **resolução** de diversos exercícios neste tópico, você precisa ficar afiado em **TODO este tópico**, pois isto ajudará no estudo de análise de tensões, nesta aula, projeto de máquinas e escoamento de fluídos em aulas futuras.

Antes de abordarmos um conjunto de forças devemos conhecer as propriedades de uma única força. Para especificarmos completamente a ação de uma força precisamos conhecer seu módulo, direção e ponto de aplicação. Uma força aplicada a um suporte causa efeitos de reação (não demonstrado) do suporte em direção contrária ao da força. Conforme a terceira Lei de Newton a atuação de uma força é sempre respondida por uma reação igual e oposta.

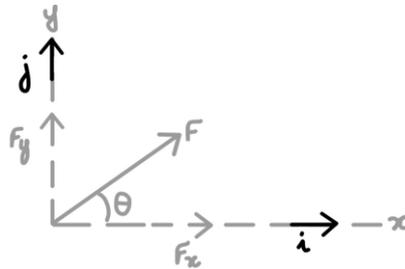
As **forças** podem ser **concentradas ou distribuídas**, usualmente, como as dimensões da área são muito pequenas em relação ao tamanho total do corpo analisado, adotamos a força como concentrada em apenas um ponto para análise. A **unidade padrão** da força em unidades do SI é o **Newton (N)** no sistema inercial e o **quilograma-força (kgf)** no sistema gravitacional.

Como qualquer grandeza matemática podemos realizar operações com vetores como multiplicação por escalar, adição, subtração e decomposição. A figura abaixo exemplifica a resultante R obtida, através da soma dos vetores F1 e F2.



Quando abordamos a decomposição bidimensional de um vetor de força, aplicamos a **regra do paralelogramo**, onde o **vetor F** pode ser escrito como a **soma entre** as respectivas **componentes X e Y**. Os componentes escalares podem ser de grandeza positiva ou negativa de acordo para qual quadrante F aponta. A figura abaixo representa a regra do paralelogramo onde os valores de cada componente do vetor F podem ser calculados pelas seguintes equações:



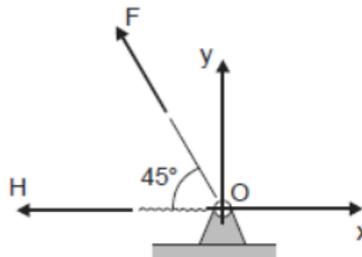


$$F_x = F \cdot \cos \theta; F_y = F \cdot \sin \theta; F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}; \theta = \tan^{-1} \left( \frac{F_y}{F_x} \right)$$

Como exemplificado anteriormente a força é uma grandeza que pode ser representada por um vetor com valor e direção em mais de um sentido. Além de podermos combinar forças, usualmente necessitamos **decompor uma força** em suas componentes vetoriais, para então resolvermos determinadas questões em que se exige a determinação da resultante entre mais de uma força.



**(FCC/METRO-SP – 2016)** Considere o vínculo e o referencial xOy abaixo representados.



No ponto O atuam as forças  $F=20\sqrt{2}\text{N}$  e  $H=10\text{N}$ . A projeção da resultante destas forças nos eixos x e y, segundo a orientação estabelecida para os eixos x e y, respectivamente, é

- a)  $R_x = -10\text{N}; R_y = 10\text{N}$ .
- b)  $R_x = 30\text{N}; R_y = -20\text{N}$ .
- c)  $R_x = -30\text{N}; R_y = 20\text{N}$ .
- d)  $R_x = 30\text{N}; R_y = 20\text{N}$ .
- e)  $R_x = -10\text{N}; R_y = -20\text{N}$ .

**Comentário:**

Questão simples e objetiva onde temos duas forças atuando sobre o ponto O. A primeira força F, como podemos notar, possui **uma inclinação** de  $45^\circ$ , isto é um indicativo que ela possui **duas componentes** tanto no eixo X como no eixo Y. A força H possui a mesma direção do eixo cartesiano X não possuindo inclinação relativa a este e sendo perpendicular ao eixo Y, portanto ela possui componentes  $H_x = -10\text{N}$ ,  $H_y = 0\text{N}$ .



Para se **decompor a força F** devemos encontrar as componentes  $F_x$  e  $F_y$  que são obtidas através da multiplicação do módulo da força pelos **cossenos diretores**, que coincidentemente neste caso é igual em relação ao eixo X e ao eixo Y. Assim, para  $F = 20\sqrt{2}N$  temos que:

$$F_x = F \cdot \cos(45^\circ) = 20 N; \quad e \quad F_y = F \cdot \sin(45^\circ) = 20 N$$

Onde  $F_x$  possuirá sinal negativo por estar no sentido contrário ao usualmente adotado na convenção de sinal (primeiro quadrante positivo). Por fim, conhecidas as componentes de cada força, devemos realizar a adição das componentes vetoriais para se encontrar o valor da resultante  $R = F+H$ . Somando as componentes X e Y de F e H temos o seguinte:  $R_x = -20 - 10 = -30N$  e  $R_y = 20 + 0 = 20N$ .

Portanto a projeção resultante das forças em relação ao ponto O é  $R_x = -30N$  e  $R_y = 20N$ . Logo a **alternativa C** está CORRETA e é o gabarito da questão.

Conhecidas a grandeza força vamos ao estudo do momento, que nada mais é que atuação de uma força sobre um objeto tendendo a girar este em relação a um eixo.

### 1.3 – Momento

Quando aplicamos uma força perpendicular à superfície de uma porta, sobre a maçaneta, estamos ocasionando um **momento** em relação as dobradiças desta. Agora pense em abrir a porta, exercendo uma força no meio desta, entre a dobradiça e a maçaneta, a força que deve ser aplicada é maior pois a **distância até o ponto** que está sendo aplicado o momento é menor.

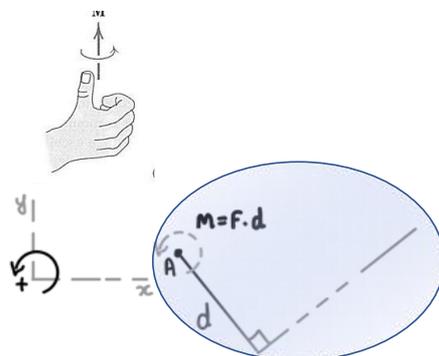
O momento também conhecido como **torque** está presente em diversas situações de nosso cotidiano, como o ato de desparafusar a roda do carro quando precisamos trocar o pneu. Exercemos uma **força** sobre a chave de boca, **a uma distância** do parafuso, ocasionando um momento sobre a porca do parafuso. Esta tendência a rotação é conhecida como momento.

O **momento** é um vetor  $M$  sempre **perpendicular** ao plano do corpo. O sentido deste depende da direção para qual a força  $F$  aplicada, a uma distância ( $d$ ), tende a girar o corpo. Com isso, o **módulo do momento** é proporcional ao módulo da força e a distância ( $d$ ), também conhecido como **braço da alavanca**. Definimos o módulo do momento através da seguinte expressão:

$$M = F \cdot d$$

Para definirmos o **sentido do momento**, utilizamos a **“regra da mão direita”** onde o momento  $F$  em torno de um ponto O é definido como um vetor no sentido do polegar e o sentido de giro é representado pelos dedos curvados. Normalmente como convenção adotamos o momento no sentido **anti-horário como positivo**. A **unidade** básica do momento é **newton-metro** (N.m.). Vejamos a figura abaixo que exemplifica a regra da mão direita:





Muitas questões envolvendo momento bidimensional e tridimensional é apropriado adotar um enfoque vetorial para o cálculo. Sendo assim, a **análise vetorial cartesiana** é usada frequentemente para solucionar questões em **três dimensões**, em que a direção positiva dos eixos x, y e z é definida pelos vetores cartesianos unitários i, j e k respectivamente. Para se determinar a resultante de um sistema de forças concorrentes, devemos expressar cada uma das forças como um vetor e somar suas componentes i, j e k.

Para facilitarmos a resolução de questões trabalhamos com vetores, assim o momento de uma força em notação vetorial, pode ser obtido através do determinante entre as coordenadas x, y e z do ponto r a partir do ponto O e as componentes das forças em cada direção. Vejamos:

$$M_o = r \times F = \begin{vmatrix} i & j & k \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

Em questões de **duas dimensões**, é apropriado adotar o **princípio dos momentos**, também conhecido como **teorema de Varignon**, o qual determina que o momento de uma força em relação a um ponto é igual à **soma dos momentos** dos componentes **da força em relação ao ponto**.



**(FEPES/CELESC - 2018)** Uma força aplicada no espaço possui as componentes  $F_x = 220 \text{ N}$ ,  $F_y = 140 \text{ N}$  e  $F_z = 80 \text{ N}$ , sendo aplicada num ponto definido pelas coordenadas  $x = 0,4 \text{ m}$ ,  $y = 0,8 \text{ m}$  e  $z = 1,2 \text{ m}$ .

O momento resultante ( $M_o$ ) dessa força com relação à origem do sistema de coordenadas é dado por:

- a)  $M_o = (-88i - 112j + 96k) \text{ Nm}$ .
- b)  $M_o = (-104i + 232j - 120k) \text{ Nm}$ .
- c)  $M_o = (332i + 296j + 232k) \text{ Nm}$ .
- d)  $M_o = (104i - 232j + 120k) \text{ Nm}$ .
- e)  $M_o = (88i + 112j + 96k) \text{ Nm}$ .

**Comentário:**



Para resolvermos está questão devemos realizar o produto vetorial através do determinante, composto pelo vetor unitário (i j k), as coordenadas do ponto definido (0,4 0,8 1,2) e o vetor força (220 140 80), assim obtemos:

$$\begin{array}{ccccc} i & j & k & i & j \\ 0,4 & 0,8 & 1,2 & 0,4 & 0,8 \\ 220 & 140 & 80 & 220 & 140 \end{array}$$

Resolvendo o determinante:

$$= (0,8 \times 80i) + (1,2 \times 220j) + (0,4 \times 140k) - (0,8 \times 220k) - (1,2 \times 140i) - (0,4 \times 80j)$$

Por fim, para encontrarmos a  $M_o$  somamos os correspondentes obtendo:  $M_o = (-104i + 232j - 120k)$  N.m. Logo a **alternativa B** está CORRETA e é o gabarito da questão.

Vamos ao estudo do equilíbrio em duas dimensões.

## 1.4 – Equilíbrio

Caro concurseiro, ao estudarmos a **estática** basicamente estamos analisando as condições necessárias para mantermos o **equilíbrio de forças** em máquinas e estruturas de engenharia. Sendo assim, o estudo do equilíbrio é a parte mais importante sobre a estática e serve também para a resolução de questões de dinâmica que serão abordadas na aula 01 de nosso curso.

Quando um corpo (estrutura) está em **equilíbrio** isto quer dizer que ele está **imóvel** e a resultante do somatório de todas as forças e momentos que atuam sobre este corpo são iguais a zero. Logo as condições necessárias para um corpo estar em equilíbrio são:

$$\sum F = 0 \text{ e } \sum M = 0$$

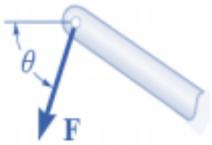
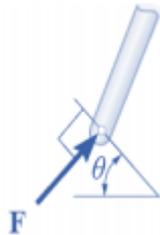
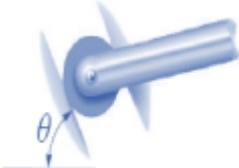
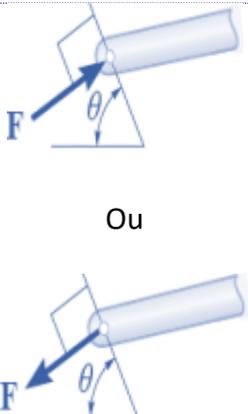
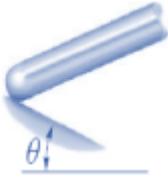
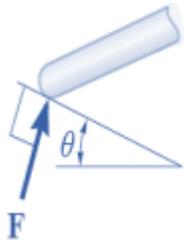
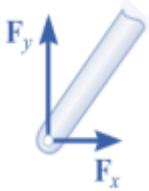
Apesar de todos os corpos serem tridimensionais, podemos tratá-los, em sua maioria, como bidimensionais quando as forças as quais estes estão submetidos atuam em um único plano ou podem ser projetadas em um plano somente, essa é uma facilitação muito empregada em questões de engenharia.

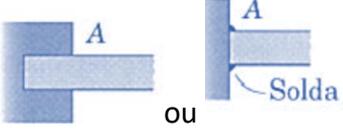
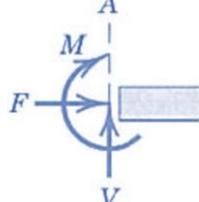
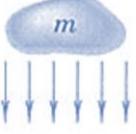
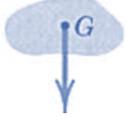
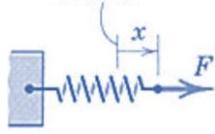
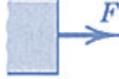
Antes de partirmos para aplicação dos equacionamentos acima descritos nas resoluções de questões é **fundamental** que você saiba **representar esquematicamente o sistema isolado como um único corpo**, essa representação é denominada **diagrama de corpo livre (DCL)**. Esta é a primeira etapa e, a meu ver, a mais importante na solução de questões em mecânica.

Para montarmos um diagrama de corpo livre corretamente é necessária uma especificação completa de todas as forças conhecidas e desconhecidas que atuam no sistema analisado. Assim devemos saber os **tipos de ligação** entre estruturas e as reações causadas por cada um. Também é importante sabermos os **números de incógnitas envolvidas** em cada tipo de contato. Vejamos a tabela abaixo com os principais tipos de conexão:

TIPO DE CONEXÃO (CONTATO)	REAÇÃO (AÇÃO SOBRE O CORPO A SER ISOLADO)	NÚMERO DE INCÓGNITAS
---------------------------	---	----------------------



 <p>Cabo</p>		<p>A força atua fora do membro na mesma direção do cabo sendo uma força trativa. Uma incógnita.</p>
 <p>Rolete</p>		<p>A reação atua perpendicular à superfície onde há o contato. Uma incógnita.</p>
 <p>Rolete ou pino confinado em ranhura sem atrito</p>	 <p>Ou</p>	<p>Uma incógnita. A reação causada atua no sentido perpendicular a ranhura.</p>
 <p>Superfície lisa</p>		<p>A força de contato é compressiva e normal a superfície. Uma incógnita. Em superfícies rugosas existirá uma força de atrito tangencial <math>F</math> e uma componente resultante <math>R</math>.</p>
 <p>Pino</p>		<p>Duas incógnitas. As reações são duas componentes no eixos <math>x</math> e <math>y</math>. Quando o pino não tiver liberdade de rotação ele suportará um momento <math>M</math> também.</p>
 <p>Elemento fixo a colar deslizante em uma barra lisa</p>		<p>As reações são o momento <math>M</math> e a força normal à barra. Duas incógnitas.</p>

 <p>Apoio fixo ou engastado</p>		<p>As reações em um engaste são: Força axial <math>F</math>, Força cortante <math>V</math> e momento fletor <math>M</math>. Três incógnitas.</p>
 <p>Atração da gravidade</p>	 <p><math>W=m.g</math></p>	<p>A força resultante de uma massa é o seu peso <math>W</math>, obtido pela multiplicação da massa e da atração da gravidade. Esta sempre será na direção do centro da terra passando pelo centro de massa <math>G</math> do corpo analisado. Uma incógnita.</p>
 <p>Ação de uma mola</p>		<p>A força da mola é trativa se a mola estiver esticada e compressiva se estiver comprimida. A força da mola é obtida pelo produto de sua rigidez <math>k</math> e a distância <math>x</math>, <math>F=k.x</math>. Uma incógnita.</p>

Agora conhecidos os principais tipos de reações exigidos em concursos, vamos definir um passo a passo para a composição de um diagrama de corpo livre.



### DIAGRAMA DE CORPO LIVRE

1 - Definir os eixos  $x$  e  $y$  com orientação adequada

2 - Definir o sistema a ser isolado.

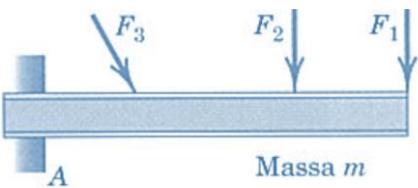
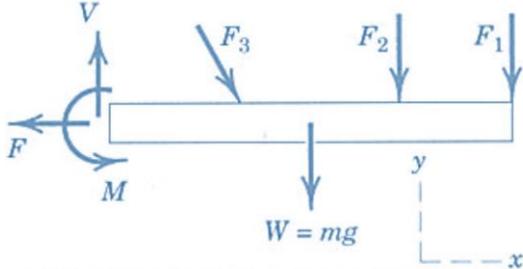
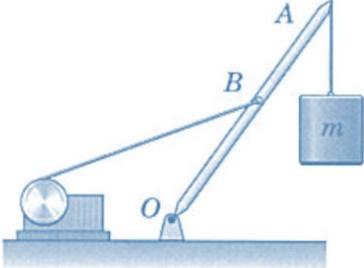
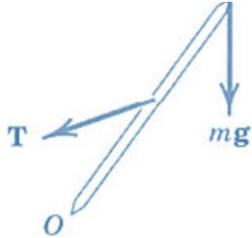
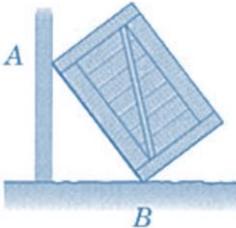
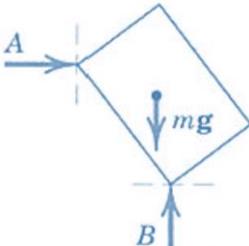
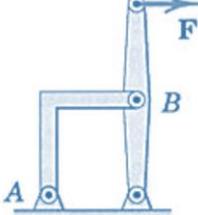
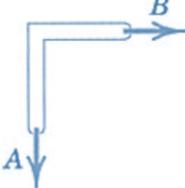
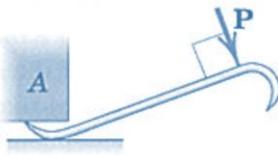
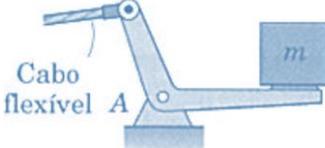
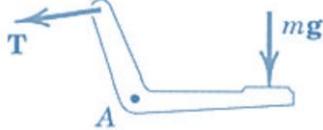
3 - Desenhar um diagrama que represente o contorno externo do sistema.

4 - Identificar todas forças, reações, suas intensidades e sentidos conhecidos e supor os desconhecidos.



Caro estrategista, é impreterível que na hora da resolução de questões você tenha em mente um enfoque lógico e sistemático incluindo os passos do DCL. Outra dica importante é sempre analisar o número de incógnitas e de equações independentes que você possui para a resolução. Por fim, sempre busque escolher o ponto de **aplicação de momento** em que passam o **maior número de incógnitas e forças possíveis**.

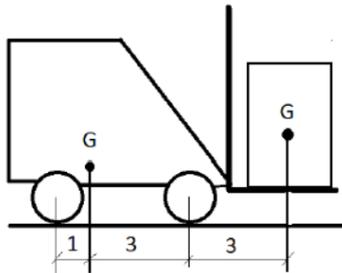
Não se esqueça de incluir no DCL TODAS as forças que possuem valores obviamente desprezíveis. A tabela abaixo exemplifica o diagrama de corpo livre de vários sistemas.

EXEMPLO DE SISTEMA	DIAGRAMA DE CORPO LIVRE
 <p>Massa <math>m</math></p>	 <p><math>W = mg</math></p>
	
	
	
	
 <p>Cabo flexível A</p>	

Fonte: J.L. Meriam e L.G. Kraige 2008



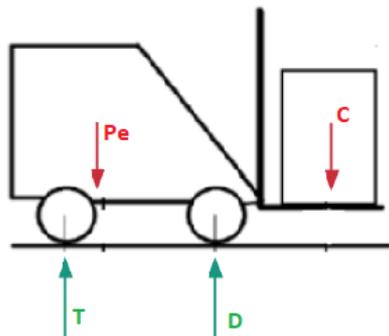
**(FUNDATEC/ALERS-2018)** A figura abaixo representa uma empilhadeira com peso de 1.200 kgf, carregando uma carga de 800 kgf. Assinale a alternativa que apresenta o valor mais aproximado da força de reação em cada um dos dois pneus dianteiros.



- a) 300 kgf.
- b) 630 kgf.
- c) 850 kgf.
- d) 1.200 kgf.
- e) 1.600 kgf.

**Comentário:**

Para a resolução da questão vamos iniciar com a montagem de nosso diagrama de corpo de livre. Como estamos trabalhando com um problema em um sistema bidimensional vamos adotar o eixo x e y com primeiro quadrante positivo. As forças irão atuar somente no sentido do eixo y devido ao fato de as forças pesos atuarem perpendicularmente ao chão, não havendo reações no sentido do eixo x. Logo o diagrama de corpo livre pode ser desenhado como:



Onde  $P_e$  é o peso da empilhadeira,  $C$  o peso da carga,  $T$  é a reação no conjunto de rodas traseiro e  $D$  é a reação no conjunto de rodas dianteiro. Constituído o DCL, nota-se que temos duas incógnitas  $T$  e  $D$ , portanto precisamos de duas equações independentes para solucionarmos o problema, assim devemos aplicar as seguintes equações de equilíbrio:



$$\sum F_y = 0 \text{ e } \sum M = 0$$
$$-P_e - C + T + D = 0 \text{ e } \sum M_T = 0 = -(P_e \cdot 1) - (C \cdot 7) + (D \cdot 4)$$
$$T = P_e + C - D \text{ e } D = \frac{7C + P_e}{4}$$

Nota-se que o momento foi aplicado no ponto T, logo as distâncias 1, 7 e 4 foram adotadas para as forças  $P_e$ , C e D respectivamente. Substituindo as incógnitas pelos valores correspondentes na equação obtemos  $D=1700\text{kgf}$  e  $T=300\text{kgf}$ . Como no enunciado pede a reação em cada um dos DOIS pneus dianteiros dividimos  $1700/2$  e obtemos que a reação em cada pneu será de  $850\text{kgf}$ . Logo a **alternativa C** está CORRETA e é o gabarito da questão.

Após a compreensão das equações de equilíbrio, vamos ao estudo de estruturas de engenharia. Caro estrategista, para um correto entendimento do nosso próximo tópico da aula é essencial que você possua de maneira clara, em sua mente, todos os conhecimentos dos tópicos estudados até aqui nesta aula. Caso ainda sinta que está faltando algo, recomendo que você resolva algumas questões na nossa bateria no fim da aula e após a compreensão dos temas anteriores retome o estudo a partir deste ponto.

Por favor, não hesite em me procurar em nosso fórum de dúvidas para que você não fique com dúvidas para trás. Borá para o estudo de treliças?!?!

## 1.5 – Análise de estruturas

Neste tópico iremos analisar as forças que atuam internamente em diversas estruturas de engenharia dando enfoque em treliças, suportes e máquinas. A análise das reações desconhecidas nestas estruturas, pode ser realizada através da correta concepção do diagrama de corpo livre e aplicação das equações de equilíbrio.



As **treliças planas** são basicamente formadas por **elementos delgados unidos** em suas extremidades. Alguns exemplos de treliças são: pontes (ao lado), tesouras de telhados, guindastes (gruas), entre outros. Diversos materiais podem ser utilizados para a montagem de treliças dentre eles destacam-se madeira e metais, sendo que a união dos pontos nas extremidades (nós) dos elementos podem ser via soldagem, rebites, pinos ou parafusos.

Uma **treliça simples** pode ser formada por **três barras unidas** por pinos em suas extremidades, constituindo uma estrutura rígida. A figura abaixo representa diversos tipos de configurações de treliças que podem ser exemplificadas como treliças planas.

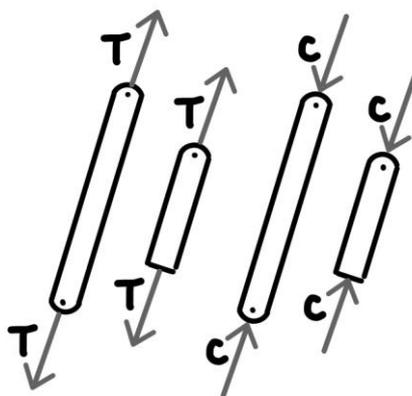




Fonte: Beer (2010)

Para analisarmos uma treliça é necessário a **obtenção da força** em **cada um de seus elementos**. Nelas todas as cargas são aplicadas aos nós e geralmente o peso dos elementos são desprezados, contudo quando o peso deve ser considerado é comum atribuí-lo como uma força vertical distribuída igualmente entre as extremidades de cada elemento. Por fim, devemos considerar que os elementos que compõe a treliça são interligados entre si por pinos lisos, assim cada elemento atua como uma barra de duas forças.

Se uma força tende a **alongar o elemento** é denominada força de **tração** se tende a **comprimi-lo** chamamos de força de **compressão**. Quando um elemento é comprimido, geralmente este deve ser mais espesso que um elemento tracionado, devido a flambagem que este pode sofrer. A figura abaixo representa forças de tração e compressão em elementos.



Força de tração (T) e força de compressão (C)

Lembre-se que um elemento sujeito a **tração** está **“puxando”** o nó e sujeito a **compressão** está **“empurrando”** o nó. Existem dois métodos para a análise de treliças que são: métodos dos nós e método das seções.

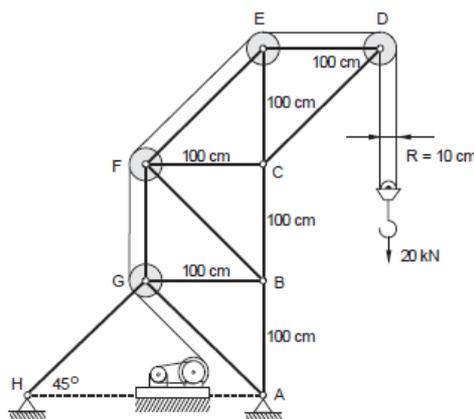
**Método dos nós:** através da consideração de **equilíbrio em um nó** da treliça a força sobre um elemento se torna externa em nosso DCL assim podemos aplicar as equações de equilíbrio nos eixos X e Y. Na utilização deste método primeiro devemos desenhar o diagrama de corpo livre dos nós e após aplicar as equações de equilíbrio em cada um.

No método dos nós devemos sempre começar a análise naquele que possui apenas uma força conhecida e não mais que duas desconhecida. Dessa forma aplicando as duas equações de equilíbrio ( $\sum F_x = 0$  e  $\sum F_y = 0$ ) teremos duas equações algébricas para duas incógnitas.

Para determinarmos o correto sentido de uma força indeterminada podemos admitir sempre que as forças indeterminadas dos elementos de um nó são de tração, assim com a correta solução numérica o **sinal positivo** irá indicar a **força sob tração** e um **escalar negativo** indicará um escalar **sob compressão**. Outra forma de determinar o sentido correto de uma força desconhecida é através da visualização (inspeção) dos sentidos das forças conhecidas atuantes e da percepção do sentido da força resultante para o sistema se manter em equilíbrio. Isto pode ser obtido através da prática, na resolução de questões.



**(FCC/TRF-3ª Região-2014)** O guindaste da figura abaixo tem estrutura na forma de treliça, com polias de raio  $R = 10$  cm em alguns nós. As barras verticais e horizontais têm comprimento 100 cm. O cabo tem uma extremidade fixa no ponto D e a outra em um tambor que é acionado por um motor através de uma transmissão.



A força na barra BC, em kN, quando a carga é 20 kN, é igual a

- a) 80.
- b) 40.
- c) 20.
- d) 41.
- e) 82.

**Comentário:**

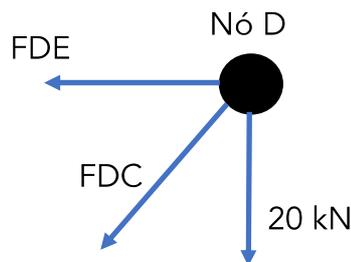
Vamos aplicar o método dos nós para a resolução desta questão. Apesar de a banca trazer os dados dos raios das polias, este é um dado que não precisamos considerar para a resolução da questão, pois as



reações nos pontos D e E, pinos da estrutura onde as polias estão fixadas, são iguais e opostas aos componentes de tração na corda da polia.

Lembre-se que devemos sempre **começar** a nossa análise nos **pontos onde temos uma força conhecida e não mais que duas desconhecidas**, portanto vamos começar analisando o nó D onde a carga é conhecida. Primeiramente vamos montar o DCL do nó D:

Aplicando as equações de equilíbrio em D e sabendo que o ângulo entre as forças é de  $45^\circ$  devido as barras serem iguais possuindo 100cm de comprimento, podemos decompor a força FDC em X e Y e assim obtemos:

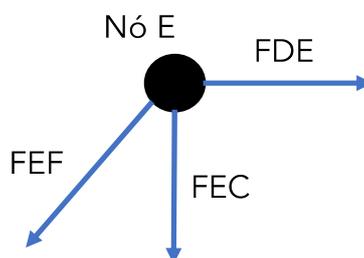


$$\begin{aligned}\sum F_y = 0 &\Rightarrow -20 \text{ kN} - FDC_y = 0 \Rightarrow FDC_y = -20 \text{ kN (C)} \\ \sum F_x = 0 &\Rightarrow -FDC_x - FDE = 0 \Rightarrow -\left(\frac{FDC_y}{\cos 45^\circ} \cdot \cos 45^\circ\right) - FDE = 0 \\ &\Rightarrow -\left(\frac{-20 \text{ kN}}{\cos 45^\circ} \cdot \cos 45^\circ\right) - FDE = 0 \Rightarrow FDE = 20 \text{ kN (T)}\end{aligned}$$

Note que adotamos as forças sempre “saindo” do nó e carregamos o sinal, positivo ou negativo, para toda a análise, pois quando este for positivo a força será de tração (T) e quando for negativo a força será de compressão (C).

Encontradas as forças em nosso nó D ainda não conseguimos analisar o nó C, o qual precisamos chegar para encontrar a nossa resposta, pois este terá quatro forças atuando e conhecemos até então apenas a força FDC. No entanto, podemos realizar a análise do nó E, pois neste conhecemos a força FED e temos duas incógnitas FEF e FEC. Vamos ao diagrama de corpo livre e análise do ponto E:

Similarmente ao realizado no nó D as equações de equilíbrio para encontrarmos os valores das duas forças desconhecidas. Vejamos:

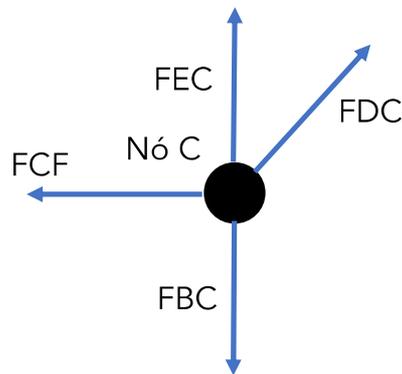


$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 &\Rightarrow FDE - FEF_x = 0 \Rightarrow FEF_x = 20 \text{ kN. (T)} \\ \sum F_y = 0 &\Rightarrow -FEC - FEF_y = 0 \Rightarrow -FEC - \left(\frac{FEF_x}{\cos 45^\circ} \cdot \cos 45^\circ\right) = 0 \Rightarrow FEC = -20 \text{ kN (C)}\end{aligned}$$

Agora que conhecemos as forças FEC e FDC podemos analisar o nó C para encontrarmos a força na barra BC, que vamos chamar de FCB. Vamos ao DCL do ponto C:



Das equações de equilíbrio obtemos:



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -FCF + FDC_x = 0 \Rightarrow -FCF + (-20 \text{ kN}) = 0 \Rightarrow FCF = -20 \text{ kN (C)}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -FBC + FEC + FDC_y = 0 \Rightarrow -FBC + (-20 \text{ kN}) + (-20 \text{ kN}) = 0$$

$$FBC = -40 \text{ kN (C)}$$

Logo, a força que age sobre a barra BC é de 40kN, com natureza compressiva devido ao sinal, portanto a **alternativa B** está CORRETA e é o gabarito da questão.



As **treliças** são muito utilizadas em engenharia pois, suas **barras sofrem esforços axiais**, não havendo transmissão de momento fletor entre seus elementos. As forças são somente de tração ou compressão devido ao fato de todos os pontos que ligam os elementos serem livres de rotação.

Para que uma **treliça seja estável** ela deve satisfazer a seguinte equação:

$$b \geq 2.n - 3$$

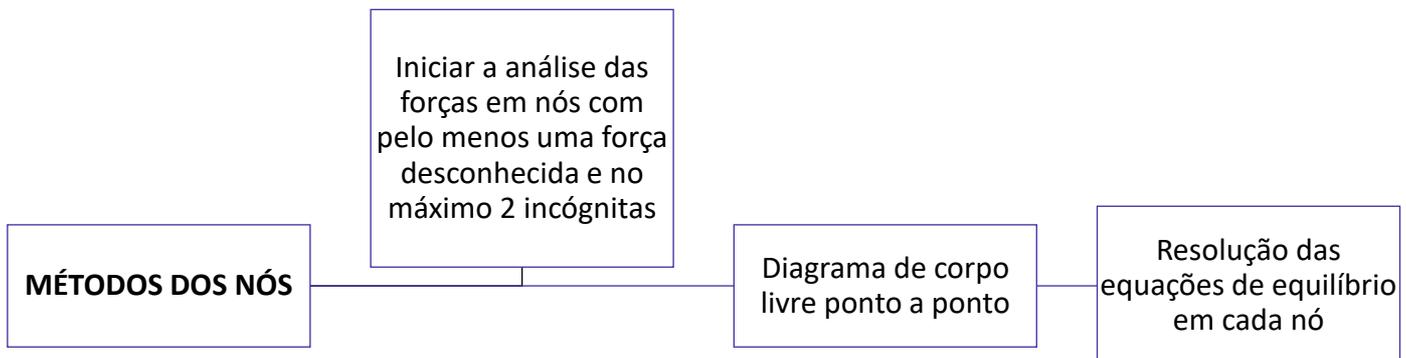
Onde b é o número de elementos que compõem a treliça e n é o número de nós.

Para análise estrutural de treliças também existe o **método das seções**. Este método parte do princípio de que se um corpo está em equilíbrio, qualquer parte deste também está em equilíbrio. Como o nome do método já diz, podemos utilizá-lo para **seccionar os elementos de uma treliça**. No entanto, como existem apenas três equações de equilíbrio devemos “cortar” uma seção por onde não passem mais do que três elementos com forças desconhecidas.

Este método pode ser mais **eficaz**, em **treliças de grande porte**, do que o método dos nós, pois não precisa ser realizada a análise em cada ponto de ligação dos elementos. No entanto cabe a você caro concurseiro, a escolha de qual método é o mais adequado para a resolução das questões na hora de sua



prova. Como não há grande incidência de questões de treliças em provas de engenharia, acredito que dominando o **método dos nós**, que na minha opinião é **mais simples**, você já conseguirá acertar as questões sobre o tema. O método das seções será abordado mais adiante nesta aula nos estudos dos efeitos internos.



Por fim, o **método dos nós** desenvolvido para treliças planas também pode ser utilizado para **treliças espaciais**, satisfazendo a equação vetorial  $\sum F = 0$ , para cada nó. Nesse caso, podem estar envolvidas um grande número de equações, em que se torna necessário soluções computadorizadas.

Ainda dentro da análise de estruturas, vamos ao estudo de suportes e máquinas que são estruturas que possuem ao menos um **elemento multiforça**. Estes elementos recebem essa denominação por possuírem **três ou mais forças atuando** sobre si geralmente em direções diferentes dos elementos, portanto não podemos utilizar o método das seções ou nós para realizar a análise destas estruturas.

Para uma resolução facilitada destes tipos de sistemas devemos realizar o diagrama de corpo livre da seguinte maneira:



## Diagrama de Corpo Livre

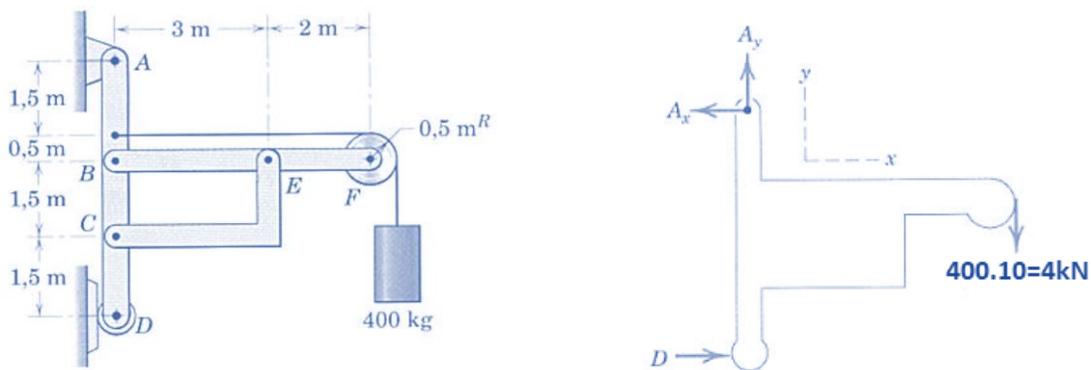
1 - Isolar cada parte da estrutura/máquina e desenhar seu contorno, identificando todas as forças e/ou momentos que estão atuando e determinar o sistema de coordenada x e y. Podemos adotar o sentido de forças desconhecido, caso o sentido adotado for errado no final a intensidade ou momento será negativo.

2 - Desmembrar o suporte e desenha o DCL de cada elemento.

3 - Conte o número de incógnitas e veja se bate com o número de equações de equilíbrio disponíveis (três no máximo). Aplique as equações de equilíbrio.

**Some os momentos em relação a um ponto onde há o maior número de forças desconhecidas possíveis.**

Vejam os um exemplo na figura abaixo onde temos um suporte sustentando uma carga. Desprezando os pesos dos elementos, vamos calcular **todas as forças** que atuam na estrutura, iniciando com o DCL da parte externa.



Fonte: J.L. Meriam e L.G. Kraige, 2008

Aplicando as equações de equilíbrio, e adotando a aceleração da gravidade igual  $10\text{m/s}^2$ , podemos determinar as **reações**, D, Ax e Ay.

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow -(400 \cdot 10) \cdot (2 + 3 + 0,5) + D \cdot (1,5 + 1,5 + 1,5 + 0,5) = 0 \Rightarrow D = 4,4\text{kN}$$

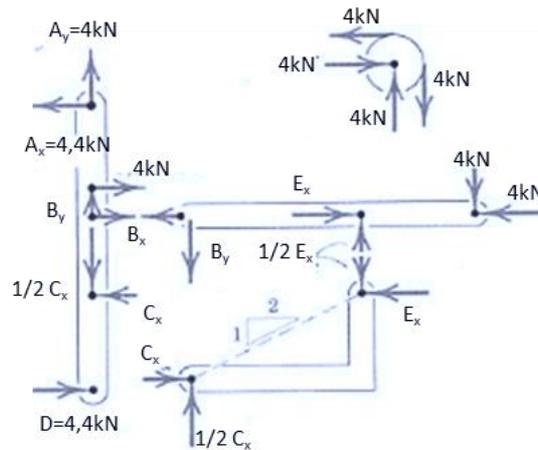
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -A_x + D = 0 \Rightarrow A_x = 4,4\text{kN}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y - 4\text{kN} = 0 \Rightarrow A_y = 4\text{kN}$$



**DICA:** lembre-se de adicionar a distância do raio da polia na hora de calcular o momento da força peso.

Em seguida devemos desmembrar cada elemento de nossa estrutura e montar os seus respectivos DCLs. Vejamos:



Fonte: Adaptado de J.L. Meriam e L.G. Kraige, 2008

Feito isso podemos aplicar as equações de equilíbrio em cada elemento e calcular todos os esforços do sistema. Analisando o elemento CE, aplicando as equações de equilíbrio obtemos as seguintes relações:

$$E_y = \frac{1}{2} E_x \text{ e } C_y = \frac{1}{2} C_x$$

O **componente CE** possui reações iguais e opostas, sendo um elemento de **duas forças**.

No diagrama de corpo livre da polia fica nítido que as **reações no ponto F** são iguais a carga de **tração no cabo**. Conhecidas algumas das forças, vamos a análise do elemento BF:

$$\sum M_E = 0 \Rightarrow B_y \cdot 3 - 4kN \cdot 2 = 0 \Rightarrow B_y = 2,67kN$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow +E_y - B_y - 4kN = 0 \Rightarrow E_y = 6,67kN \text{ logo } E_x = 13,34kN$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -B_x + E_x - 4kN = 0 \Rightarrow B_x = 9,34kN$$

Por inspeção notamos que os valores de  $E_x$  e  $C_x$  são iguais, assim podemos analisar o elemento AD que nos resta para descobrirmos se todos os esforços calculados na estrutura estão corretos. Para  $T = \text{tração no cabo} = 4kN$ , vejamos:

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow +A_x \cdot 3,5 - B_x \cdot 1,5 + D \cdot 1,5 - T \cdot 2 = 0$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -A_x + B_x + D + T - C_x = 0$$



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -C_y + B_y + A_y = 0$$

Encerramos assim o estudo das estruturas de engenharia através do estudo de treliças e de estruturas, passamos ao estudo das forças distribuídas.

## 1.6 – Forças Distribuídas

Caro aluno(a), até o momento tratamos as forças em nossas aulas apenas como sendo concentradas em um único ponto. Como introdução a este tópico, vamos abordar as **forças de maneira distribuída** tentando abordar a real situação de contato. Basicamente existem **três tipos** de forças distribuídas, que são:

**Distribuição linear:** ocorre quando a força está **disposta ao longo de uma linha** como carga vertical em que a carga  $w$  possui a unidade de  $[N/m]$ .

**Distribuição em uma área:** quando uma força está **disposta sobre uma área**, como a pressão que a água exercer sobre as paredes de um balde de água. A intensidade da força é dada em  $[N/m^2]$ .

**Distribuição Volumétrica:** ocorre quando uma força está **distribuída sobre o volume** de um corpo. A força de corpo mais comum é a atração da gravidade. A Figura abaixo exemplifica os três tipos de forças distribuídas. Vejamos:



DISTRIBUIÇÃO LINEAR	DISTRIBUIÇÃO AO LONGO DE UMA ÁREA	DISTRIBUIÇÃO VOLUMÉTRICA

Antes de abordarmos a aplicação de forças distribuídas em corpos rígidos, e solucionarmos questões de concursos a respeito, devemos conhecer como se é determinado o **centro de gravidade** de um corpo.

Vamos abordar agora a determinação do **ponto em um corpo em que há atuação da força gravitacional**, analisando as propriedades geométricas associadas. Vamos iniciar pelo estudo do centro de massa que é um ponto hipotético onde existe a concentração de toda a massa de um sistema físico e que se movimenta como se todas as forças externas atuassem neste ponto.

Para determinarmos o centro de gravidade de um corpo, matematicamente, usamos o princípio dos momentos ao sistema paralelo das forças gravitacionais. Quando abordamos o campo gravitacional como uniforme e paralelo podemos adotar o centro de gravidade como o centro de massa de nosso corpo, assim podemos expressar as coordenadas do centro de massa como:



$$\bar{x} = \frac{\int x \cdot dm}{m} \quad \bar{y} = \frac{\int y \cdot dm}{m} \quad \bar{z} = \frac{\int z \cdot dm}{m}$$

Para se expressar as equações das coordenadas da forma vetorial, adotando  $r = xi + yj + zk$  e  $\bar{r} = \bar{x}i + \bar{y}j + \bar{z}k$ , a seguinte equação é utilizada:

$$\bar{r} = \frac{\int r \cdot dm}{m}$$

Em grande parte dos cálculos da posição do centro de massa via integral, podemos simplificá-los a partir da **correta escolha dos eixos de referência**. Também, quando existir linha ou plano de simetria em um corpo considerado homogêneo, um eixo ou um plano coordenado, estes devem ser considerados como referência.

Em questões de concursos existe uma maior incidência de questões abordando apenas formas geométricas. Nesse caso, adotamos o termo centróide como se fosse o centro de massa (expressão adotada quando falamos de um corpo físico real).



**Quando a massa específica de um corpo não variar, sendo uniforme em todo o corpo, as posições do centro de massa e do centróide serão idênticas.**

Uma vez que uma **figura ou um corpo** pode ser apropriadamente **dividido em mais de uma parte** cujos centro de massa sejam facilmente determinados, usamos o **princípio dos momentos** e adotamos cada uma dessas partes como um elemento finito do íntegro. Assim podemos encontrar as coordenadas do centro de massa de um corpo, na direção x, através do **somatório** de cada parte da seguinte forma:

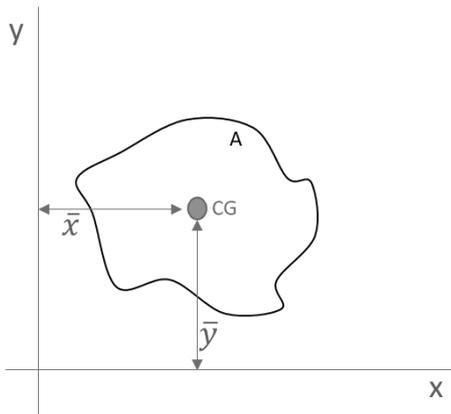
$$\bar{X} = \frac{m_1\bar{x}_1 + m_2\bar{x}_2 + m_3\bar{x}_3 \dots}{(m_1 + m_2 + m_3 \dots)}$$

Onde  $\bar{X}$  é a coordenada x do centro de massa do corpo inteiro. Outra forma de expressar o somatório, em que as mesmas relações podem ser adotadas para as coordenadas y e z do centro de massa de um corpo é dada pelas seguintes expressões:

$$\bar{X} = \frac{\sum m\bar{x}}{\sum m} \quad \bar{Y} = \frac{\sum m\bar{y}}{\sum m} \quad \bar{Z} = \frac{\sum m\bar{z}}{\sum m}$$

**Relações similares** podem ser utilizadas **para linhas, áreas e volumes compostos**, em que m é substituído por L, A e V respectivamente. Em questões de concursos, há maior incidência de cobrança de centróide para **áreas**. Vejamos uma representação em que o centróide de uma determinada área pode ser adotado como:





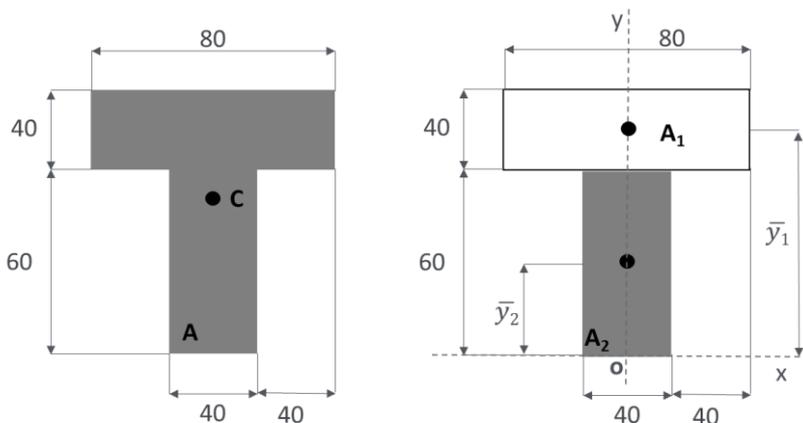
$$\bar{x} = \frac{\int x \cdot dA}{A} \rightarrow \bar{X} = \frac{\sum \bar{x} \cdot A}{\sum A}$$

$$\bar{y} = \frac{\int y \cdot dA}{A} \rightarrow \bar{Y} = \frac{\sum \bar{y} \cdot A}{\sum A}$$



Quando um vazio ou cavidade forem tidos como elementos de um corpo ou figura composta, a massa correlata à cavidade ou ao vazio é abordada como uma quantidade negativa.

Vejamos um exemplo de como determinar o centróide de uma figura composta



Para determinarmos o **centróide** da área indicada, devemos adotar o **eixo de coordenadas** e dividi-la em dois retângulos. Conforme a figura ao lado.

Nota-se que o centróide está localizado no eixo y, pois este é um eixo de simetria. Portanto,  $\bar{X} = 0$ .

Adotando que as dimensões são em milímetros, sabendo que  $\bar{y}_1 = 80mm$  e  $\bar{y}_2 = 30mm$  vamos calcular a ordenada Y do centróide da área. Para **simplificarmos**, vamos utilizar uma **tabela** para a realização do cálculo:

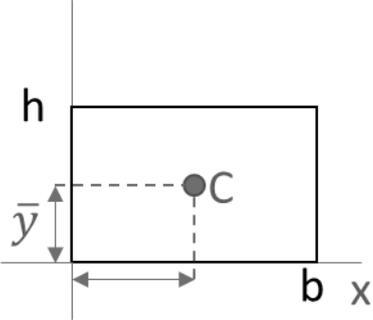
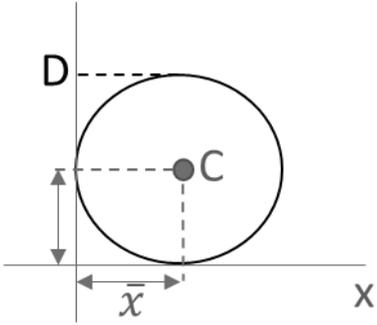
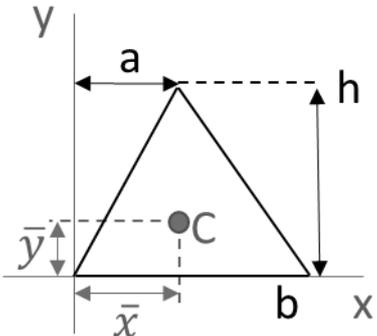
	Área [mm <sup>2</sup> ]	$\bar{y}$ [mm]	A. $\bar{y}$ [mm <sup>3</sup> ]
<b>A<sub>1</sub></b>	40.80 = 3200	80	256 x 10 <sup>3</sup>
<b>A<sub>2</sub></b>	40.60 = 2400	30	72 x 10 <sup>3</sup>
	$\sum A = 5600$		$\sum A \cdot \bar{y} = 328 \times 10^3$

$$\bar{Y} = \frac{\sum A \cdot \bar{y}}{\sum A} = \frac{328 \times 10^3}{5,6 \times 10^3} = 58,6 \text{ mm}$$



Como visto no exemplo, usualmente **questões em provas** que envolvem centróide tratam a respeito de **figuras geométricas comuns** como triângulos, retângulos e círculos ou a combinação desses. Como o tempo médio para resolução de questões não pode ser muito grande a ponto de você realizar uma integração durante sua prova, você decorando as coordenadas X e Y desses elementos e sabendo realizar o cálculo das coordenadas C e Y do centróide de figuras compostas, poderá ser o suficiente para a resolução da grande maioria de questões envolvendo centróide de área.

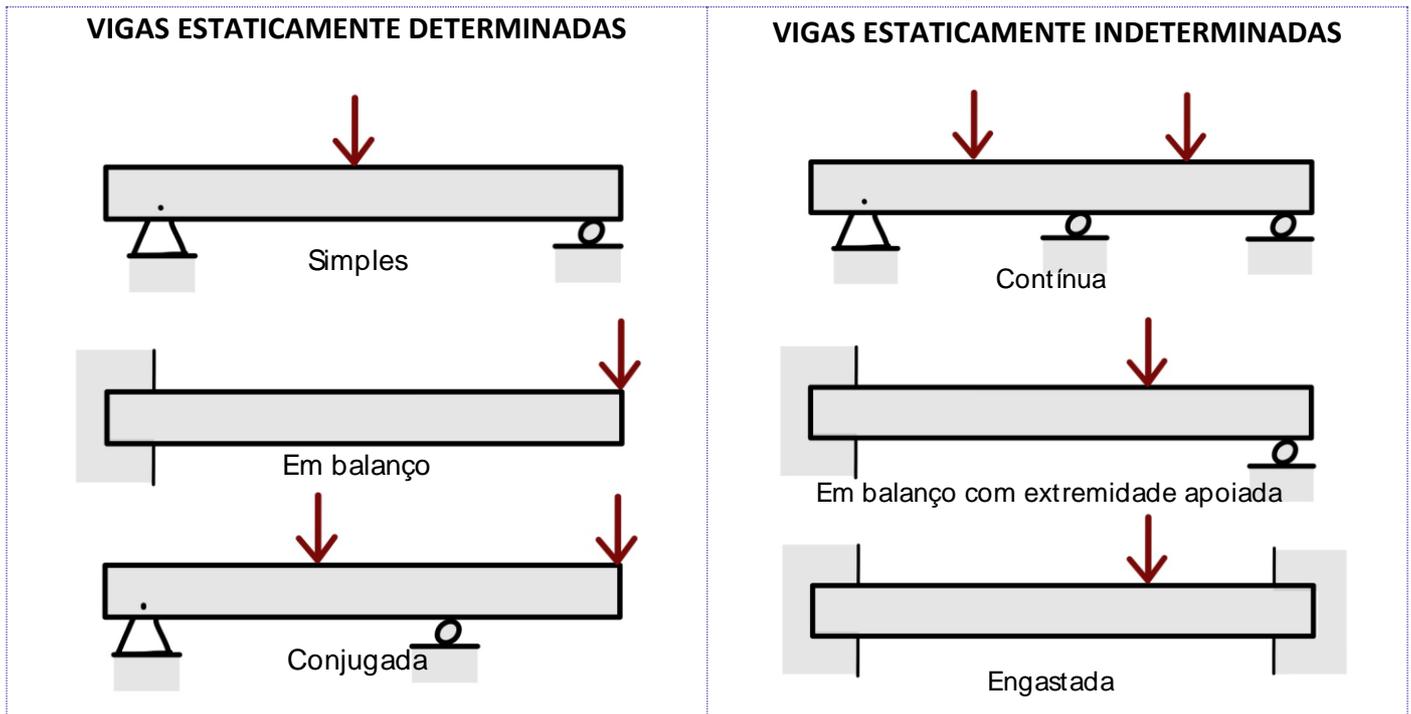
Vejamos a **tabela** abaixo que traz as propriedades das **três principais figuras planas**:

<p style="text-align: center;"><b>Retângulo</b></p> 	$\bar{x} = \frac{b}{2} \text{ e } \bar{y} = \frac{h}{2} \rightarrow A = b \cdot h$
<p style="text-align: center;"><b>Círculo</b></p> 	$\bar{x} = \frac{D}{2} \text{ e } \bar{y} = \frac{D}{2} \rightarrow A = \pi \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2$
<p style="text-align: center;"><b>Triângulo</b></p> 	$\bar{x} = \frac{a + b}{3} \text{ e } \bar{y} = \frac{h}{3}$

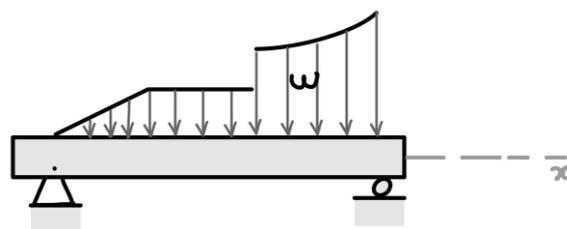
Agora que sabemos determinar o centro de massa de corpos, podemos analisar esforços em vigas com **cargas distribuídas**. Vigas são corpos estruturais que resistem a flexão devido a carga aplicadas, com certeza são os principais elementos estruturais existentes no mundo da engenharia.



Existem dois tipos de **classificação para as vigas** que são as **estaticamente determinadas e as estaticamente indeterminadas**. As vigas que se encontram apoiadas, de maneira que podemos calcular as reações aos seus apoios externos aplicando somente os métodos estudados até agora na estática, são chamadas de vigas estaticamente determinadas. Vigas que possuem mais pontos de apoios do que o necessário para que estejam em equilíbrio, são denominadas estaticamente indeterminadas. Vejamos alguns exemplos:



Podemos também identificar as vigas pelos **tipos de carregamentos externos** a qual estão expostas. Estas podem sofrer cargas concentradas, como vistas na figura acima ou distribuídas, conforme a figura abaixo.



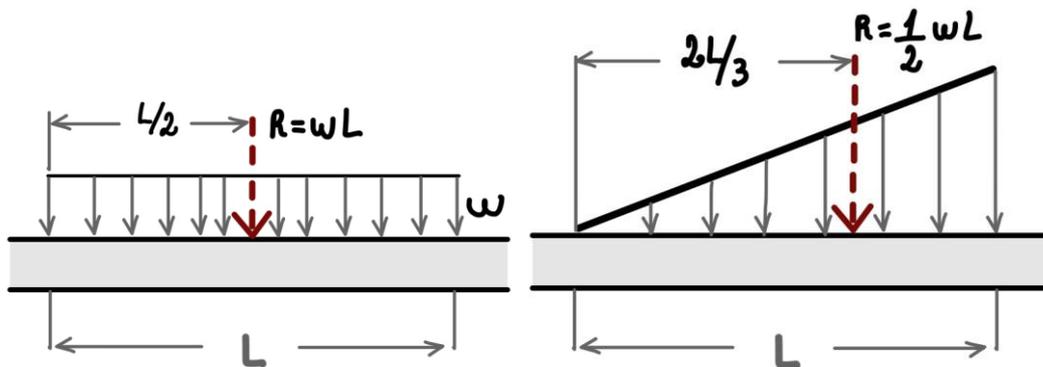
Por fim, a **força resultante da concentração** de uma força distribuída em uma viga sempre estará localizada no **centróide** da área em consideração. Portanto, podemos considerar uma carga distribuída concentrada em apenas uma resultante em um ponto e, assim, poderemos analisar os esforços em uma viga com carga distribuída através de análise estática direta.

A **resultante de uma distribuição de carga** é dada por:

$$R = \int w \cdot dx$$



Vejamos alguns **exemplos de resultantes** para alguns tipos de carregamento na **figura abaixo**, com a possibilidade de redução das cargas distribuídas para apenas um ponto, podemos analisar os esforços em uma viga através da análise estática.



Passaremos agora ao estudo do momento de inércia de figuras planas, tópico esse estreitamente relacionado a definição de centróide.

## 1.7 – Momento de Inércia

Na seção anterior, quando efetuamos o cálculo do centróide de uma área através da integral, consideramos o momento de primeira ordem da área em torno de um eixo. Em alguns casos no estudo da resistência dos materiais se torna necessário calcularmos a integral do **momento de segunda ordem** de uma área, que denominamos de **momento de inércia**. Para uma área inteira o momento de inércia é determinado pelas seguintes integrais:

$$I_x = \int y^2 dA \quad I_y = \int x^2 dA$$

Didaticamente falando temos que em relação a uma superfície plana de área A referida a dois eixos coordenados x e y, a somatória integral dos produtos dos elementos de área dA pelos quadrados das suas distâncias ao eixo considerado é a definição de momento de inércia.

Também, em algumas situações, podemos nos deparar com a necessidade de expressar o momento de segunda ordem do elemento diferencial **em torno do polo O ou eixo Z**, que é chamado de **momento polar de inércia**. Vejamos:

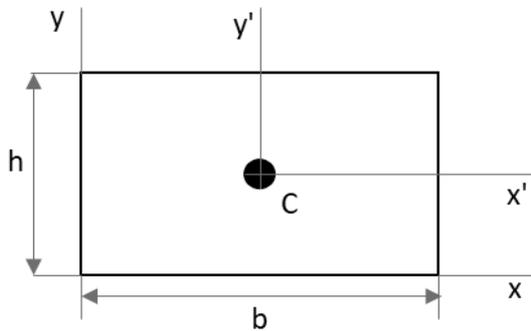
$$J_o = \int r^2 dA = I_x + I_y$$

Onde r é a distância perpendicular entre o polo (eixo z) e o elemento dA.

Os **momentos de inércia sempre serão positivos** e suas unidades sempre serão em alguma unidade de comprimento elevada a quarta potência.

Prezado estrategista, como dito anteriormente, durante sua prova não é comum a necessidade da realização de integrais para a resolução de questões. Portanto, as **fórmulas para calcular o momento de inércia** de uma área simples, de figuras geométricas retangulares e circulares, devem ser **obrigatoriamente de seu conhecimento**. Vejamos a tabela abaixo onde temos os principais momentos de inércia.

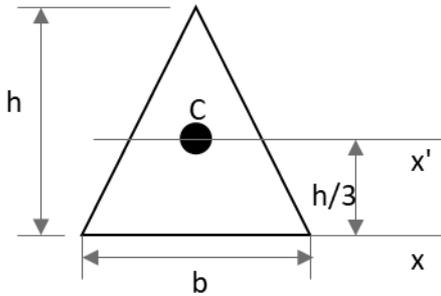




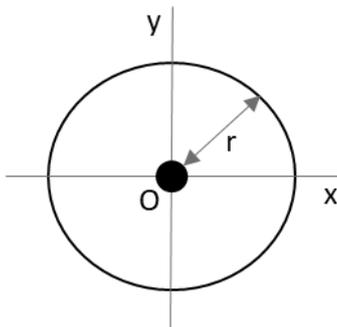
$$I_{x'} = \frac{1}{12}bh^3; \quad I_{y'} = \frac{1}{12}b^3h$$

$$I_x = \frac{1}{3}bh^3; \quad I_y = \frac{1}{3}b^3h$$

$$J_c = \frac{1}{12}bh(b^2 + h^2)$$



$$I_{x'} = \frac{1}{36}bh^3; \quad I_x = \frac{1}{12}bh^3$$



$$I_x = I_y = \frac{1}{4}\pi r^4$$

$$J_o = \frac{1}{2}\pi r^4$$

Se o momento de inércia de uma área situada em torno de um eixo centróide for conhecido, é possível determinar o momento de inércia da área em torno de um **eixo paralelo** correspondente através do **TEOREMA DOS EIXOS PARALELOS**. Esse teorema é muito utilizado na hora de calcularmos o momento de inércia de **áreas compostas**. As equações que definem o teorema dos eixos paralelos são:

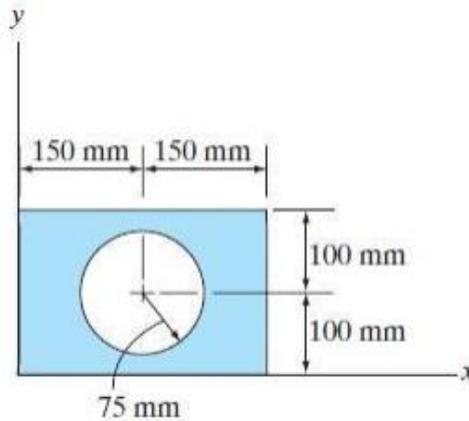
$$I_x = \bar{I}_{x'} + Ad_y^2; \quad I_y = \bar{I}_{y'} + Ad_x^2; \quad J_o = \bar{J}_c + Ad^2$$

Onde A é a área do corpo e d é a distância entre os dois eixos.

Essas equações definem que o momento de inércia de uma área em torno de um eixo é igual ao momento de inércia em torno de um eixo paralelo que passa pelo centróide, somado ao produto entre a área e o quadrado da distância perpendicular entre os eixos. Para finalizar, devemos ter em mente que o **teorema dos eixos paralelos** só pode ser utilizado se **um dos eixos for um eixo centróide**.



(NUCEPE/PC-PI - 2018) Para determinar o momento de inércia da área composta em relação ao eixo x da figura abaixo, escolha a opção **CORRETA**.



- a)  $I_x = (1/3 \cdot 300^3 \cdot 200) + [1/4 \cdot \pi \cdot (75)^4 + \pi \cdot (75)^2 \cdot (100)^2]$   
b)  $I_x = (1/3 \cdot 300 \cdot 200^3) - [1/4 \cdot \pi \cdot (75)^4 + \pi \cdot (75)^2 \cdot (100)^2]$   
c)  $I_x = (1/3 \cdot 300^3 \cdot 200) - [1/4 \cdot \pi \cdot (75)^4 + \pi \cdot (75)^2 \cdot (100)^2]$   
d)  $I_x = (1/3 \cdot 300 \cdot 200^3) + [1/4 \cdot \pi \cdot (75)^4 + \pi \cdot (75)^2 \cdot (100)^2]$   
e)  $I_x = (1/3 \cdot 300^3 \cdot 200) - [1/4 \cdot \pi \cdot (75)^4]$

#### Comentário:

A partir das fórmulas para determinação do momento de inércia da área de figuras geométricas básicas e do teorema dos eixos paralelos podemos resolver esta questão.

Temos que calcular o momento de inércia tanto para o retângulo quanto para o círculo. Nota-se que no caso do círculo precisaremos utilizar do teorema dos eixos paralelos para encontrarmos seu momento de inércia em relação ao eixo x. Iniciemos com o cálculo do momento de inércia do retângulo em relação ao eixo x, a partir da aplicação da equação direta. Vejamos:

$$I_{x \text{ ret}} = \frac{1}{3}bh^3 = \frac{300 \cdot 200^3}{3}$$

Para determinarmos o momento de inércia do círculo devemos aplicar o teorema dos eixos paralelos. Sabendo-se que a área do círculo é  $\pi r^2$  e a distância entre os eixos é  $d=100\text{mm}$  obtemos:

$$I_{x \text{ circ}} = \frac{\pi r^4}{4} + Ad^2 = \frac{\pi \cdot 75^4}{4} + \pi 75^2 \cdot 100^2$$

Para finalizarmos, notamos que a figura mostra que a **área do círculo é vazada**, logo o momento de inércia da nossa área composta será o **momento de inércia do retângulo subtraído o momento de inércia da área circular**. Portanto:

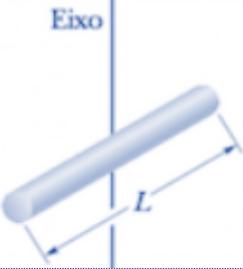
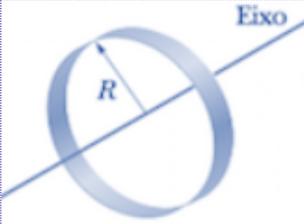
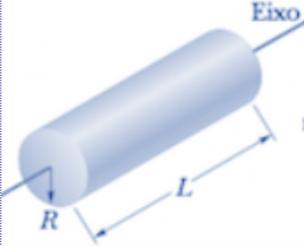
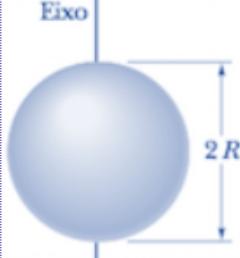
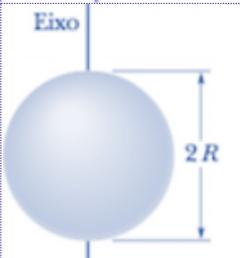
$$I_x = I_{x \text{ ret}} - I_{x \text{ circ}} = \left( \frac{300 \cdot 200^3}{3} \right) - \left( \frac{\pi \cdot 75^4}{4} + \pi 75^2 \cdot 100^2 \right)$$

Logo, a **alternativa B** está CORRETA e é o gabarito da questão.



O momento de inércia de uma figura plana composta em relação a qualquer eixo particular é a soma dos momentos de inércia de suas partes em relação a esse mesmo eixo.

Por fim, vejamos uma tabela com as equações para o cálculo de **momento de inércia de massa** de um corpo distribuída em seu volume de acordo com as características geométricas destes.

FORMATO DO CORPO	MOMENTO DE INÉRCIA DE MASSA
 <p>Barra esbelta de comprimento (L).</p>	$I_y = I_z = \frac{1}{12} m \cdot L^2$
 <p>Anel fino em torno de um eixo central</p>	$I = M \cdot R^2$
 <p>Cilindro circular de raio a e comprimento (L).</p>	$I = \frac{1}{2} M \cdot R^2$
 <p>Esfera de maciça de raio (r).</p>	$I = \frac{2}{5} M \cdot R^2$
 <p>Casca esférica fina em torno de um diâmetro</p>	$I = \frac{2}{3} M \cdot R^2$

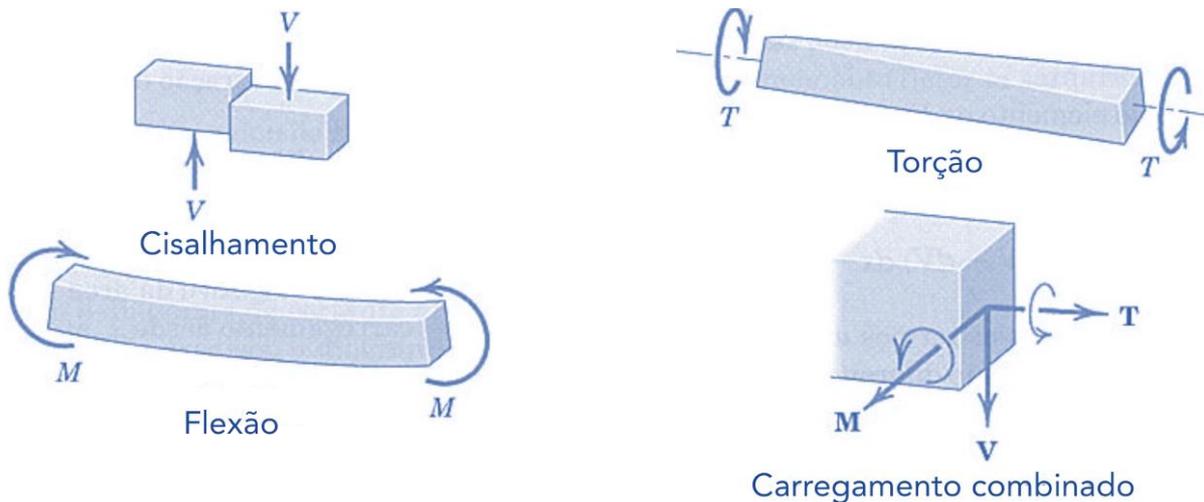
Caro aluno(a), encerramos aqui o estudo de momento de inércia a passaremos ao estudo dos efeitos internos a qual vigas estão expostas.



## 1.8 – Vigas - Efeitos Internos

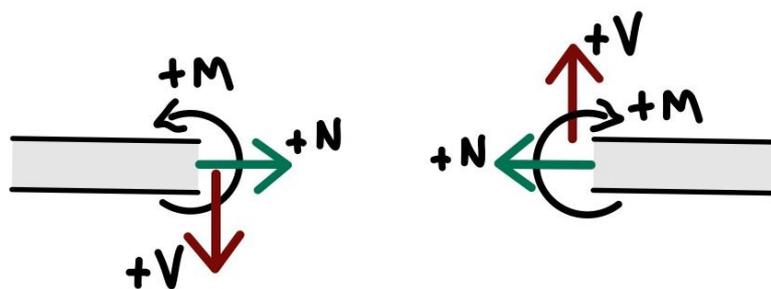
Após estudarmos como podemos reduzir uma força distribuída em uma ou mais forças concentradas e também a determinação das reações externas atuantes em um corpo, passaremos agora ao estudo dos esforços internos sofridos por um corpo a partir dos princípios da estática.

Uma **viga**, além de suportar tensões trativas e compressivas, **pode estar sujeita a cisalhamento, flexão e torção**, conforme a figura abaixo podemos perceber como cada tipo de esforço age sobre o corpo rígido.



Fonte: J.L. Meriam e L.G. Kraige, 2008

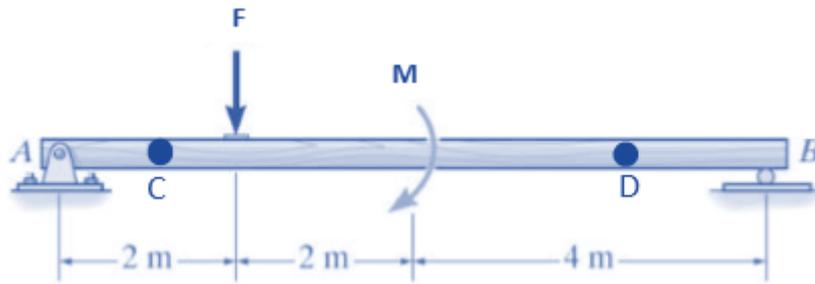
De acordo com a figura acima, a **força  $V$**  é denominada **força cisalhante ou cortante**. O **momento  $M$**  é chamado **momento fletor** e o **binário  $T$**  é denominado de **momento torçor**. Geralmente as **convenções de sinais** das forças cortantes  $V$  e dos momentos fletores  $M$  são dadas conforme a **figura abaixo**.



Além do momento fletor e da força de cisalhante um corpo está sujeito a **força normal  $N$** , que age perpendicularmente à área conforme a figura acima.

Conforme a montagem do DCL e com o desenvolvimento dos cálculos os sinais algébricos indicarão o correto sentido de cada uma dessas grandezas. Vamos a resolução de uma questão exigida em concurso, como exemplo, para determinação dos esforços internos em uma viga.

(UECE-DETRAN/CE - 2018) A barra "AB", representada na figura abaixo, está submetida aos carregamentos pontuais, onde  $F = 8,00 \text{ kN}$  e  $M = 10,00 \text{ kN.m}$ .



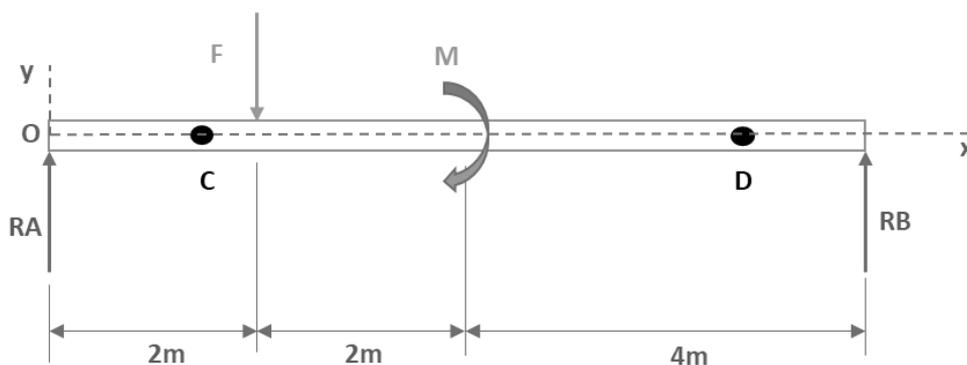
Fonte: Engineering Mechanics Statics - R.C. HIBBELER - 13th Ed.

Considerando as informações acima, é correto afirmar que, adotando-se o sistema convencional para esforço cortante positivo, os valores para os esforços cortantes nos pontos "C" ( $V_C$ ) e "D" ( $V_D$ ) são respectivamente

- a) 4,75 kN e  $-3,25 \text{ kN}$ .
- b)  $-4,75 \text{ kN}$  e 10,00 kN.
- c) 4,75 kN e  $-12,75 \text{ kN}$ .
- d)  $-4,75 \text{ kN}$  e  $-8,00 \text{ kN}$ .

#### Comentário:

A **alternativa A** está CORRETA e é o gabarito da questão. Primeiramente devemos iniciar com a montagem de nosso diagrama de corpo livre e partir deste determinarmos as reações nos pontos A e B. Em seguida, para resolvermos a questão, devemos utilizar o **método das seções** para encontrarmos os **esforços cortantes** na viga em questão. Vejamos o nosso DCL:



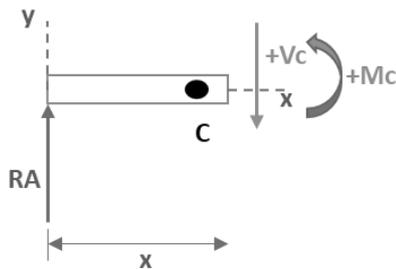
A partir dos princípios do equilíbrio, adotando com convenção o sinal positivo para o momento no sentido anti-horário, temos que:

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow -F \cdot 2 - M + RB \cdot 8 = 0 \Rightarrow RB = 3,25 \text{ kN}$$



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -F + RA + RB = 0 \Rightarrow RA = 4,75kN$$

Agora para definirmos a força de cisalhamento  $V_c$ , o momento fletor  $M_c$ , no ponto C, que está a uma distância  $x$  de nossa origem, devemos seccionar (cortar) a nossa barra no local. Observe que como não possuímos grandezas atuando no sentido do nosso eixo X, nossa força normal será igual a zero, ou seja, não teremos força normal atuante em nossa seção transversal. Vejamos como ficará o DCL:

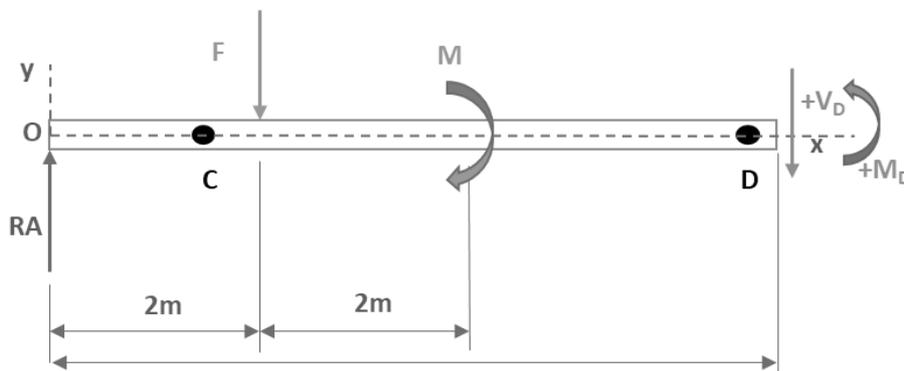


Através das equações de equilíbrio, para  $0 < x < 2$ , obtemos:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow +RA - V_c = 0 \Rightarrow V_c = 4,75kN$$

$$\sum M = 0 \Rightarrow -RA \cdot x + M_c = 0 \Rightarrow M_c = 4,75 \cdot x$$

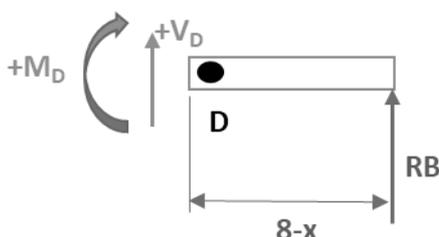
Analogamente ao ponto C, vamos determinar os esforços internos em relação ao ponto D,  $4 < x < 8$ . Vejamos:



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow +RA - F - V_D = 0 \Rightarrow V_D = -3,25kN$$

$$\sum M = 0 \Rightarrow -RA \cdot x + F(x - 2) - M + M_D = 0 \Rightarrow M_D = -3,25x + 26$$

Uma dica importante é que para encontrarmos os esforços no ponto D podemos realizar o cálculo partindo da outra extremidade da barra, lado direito. Ficaremos com bem menos incógnitas tornando o cálculo simplificado, contudo lembre-se que o sentido positivo do momento fletor e da força cortante são diferentes neste caso. Vejamos:

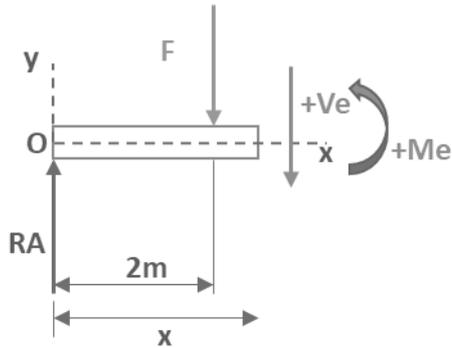


$$\sum F_y = 0 \Rightarrow RB + V_D = 0 \Rightarrow V_D = -3,25$$

$$\sum M = 0 \Rightarrow -M_D + RB(8 - x) = 0 \Rightarrow M_D = -3,25x + 26$$



Podemos representar graficamente os valores da **força cortante V** e do **momento fletor M** em **função da distância ao longo do comprimento da barra**, quando feito isso obtemos os diagramas de força cortante e do momento fletor para a viga. Contudo precisamos achar o esforço cortante e o momento fletor no trecho entre  $2 < x < 4$ , vamos chamá-lo de ponto E. Vejamos:

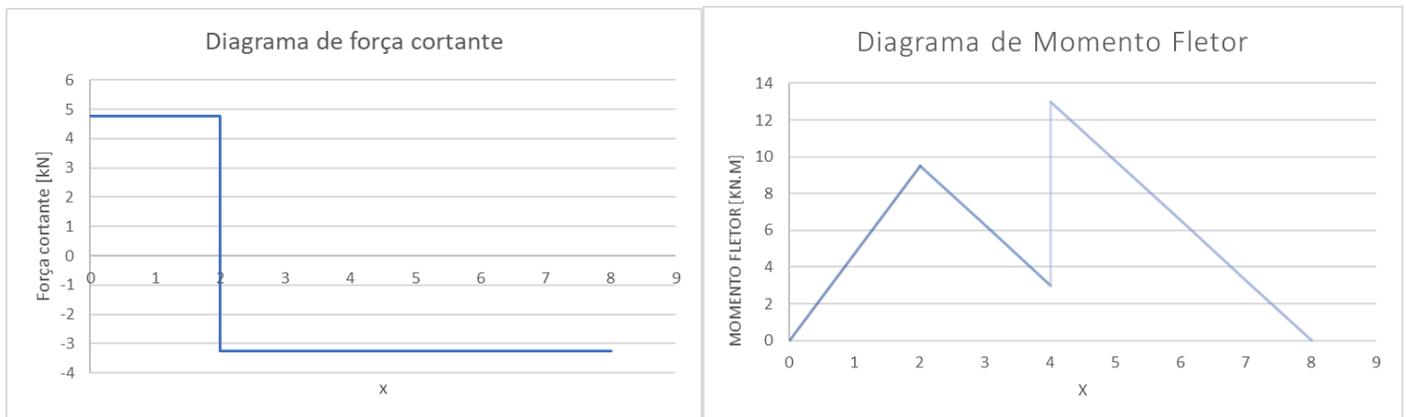


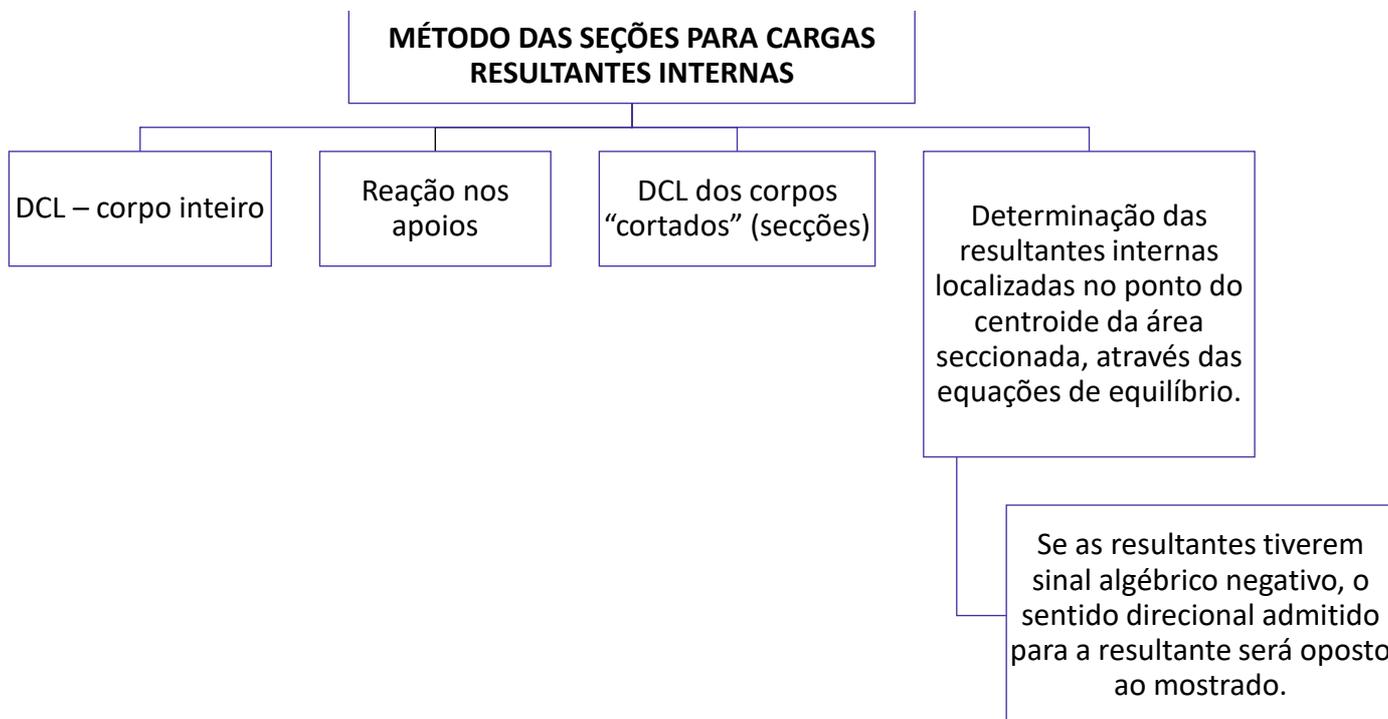
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow RA - F - Ve = 0 \Rightarrow Ve = -3,25kN$$

$$\sum M = 0 \Rightarrow Me + F(x - 2) - RA \cdot x = 0$$

$$Me = -3,25 \cdot x + 16$$

Agora encontradas as reações internas nas seções da barra entre as posições dos esforços externos, vamos representar graficamente a força cortante V e o momento fletor M.





Finalizamos aqui o estudo da estática. Caso tenha ficado alguma dúvida **retome o tópico**, respire fundo e de mais uma lida, se precisar sinta-se à vontade para me procurar que iremos sanar todas as dúvidas. Passaremos agora para a resistência dos materiais!

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ufa! Encerramos aqui o conteúdo de nossa aula 00, do nosso curso. Eu sei que a carga de informação para uma aula inicial foi grande, mas fique tranquilo que a tendência é piorar! RsRsRs. Brincadeiras à parte, note que apenas em uma aula cobrimos um **vasto conteúdo**<sup>2</sup> que será **muito importante** durante o estudo de todo o nosso curso em outras aulas **mais adiante**.

Conte comigo nesta caminhada para juntos alcançarmos o objetivo maior que é a sua APROVAÇÃO. Caso tenha ficado alguma dúvida, não hesite em me procurar no fórum de dúvidas ou em minhas redes sociais. Também **não** deixe de resolver todas as questões da nossa aula.

É isso! Espero que tenha gostado de nossa aula inicial. Nos vemos novamente na aula 01 do nosso curso em que iremos abordar a dinâmica.

Forte abraço,

<sup>2</sup> Fontes bibliográficas utilizadas na aula:

J.L.Merian/L.G.Kraige – Estática, 6ed.; R.C. Hibbeler – Estática: Mecânica para engenharia 10ª ed;

R.C.Hibbeler – Resistência dos Materiais, 7ª ed.; F.P. Beer – Resistência dos Materiais, 3ª ed.



Prof. Juliano de Pelegrin



**SIGA MINHAS REDES SOCIAIS**

 @profjulianodp

 <https://t.me/profjulianodp>

 Prof. Juliano de Pelegrin

## QUESTÕES COMENTADAS

1. (CEBRASPE/CODEVASF-2021) Quando um corpo está em equilíbrio estático, o somatório de todas as forças externas e de reações é igual a zero, da mesma forma ocorre para os momentos. As forças externas produzem forças internas e, da mesma forma, as forças internas estarão em equilíbrio estático. Com a finalidade de melhor entendimento dos esforços internos, esses são separados em forças (normais e cortantes) e momentos (fletores e torçores). Por outro lado, tem-se o equilíbrio dinâmico quando são adicionados a massa, o movimento e o tempo no equilíbrio estático. Além disso, são utilizadas várias grandezas que ajudam a determinação de esforços externos e internos. Dentre essas grandezas estão o centro de massa, momento de inércia de massa, centro de gravidade e o centroide.

Tendo como referência o texto anterior, julgue o item a seguir.

O centroide é centro mecânico do objeto que representa um corpo. O centro de massa, o centro de gravidade e o centroide sempre têm a mesma localização espacial.

**Comentário:**

O **item** está incorreto. O centróide indica o centro geométrico de um corpo. Esse ponto irá coincidir com o centro de massa ou o centro de gravidades somente se o material que o compõe for uniforme e homogêneo.



Em algumas situações o centróide pode estar localizado em um ponto externo ao objeto, como no caso de um anel, onde ele está no centro. Esse ponto deverá estar localizado em um ponto de simetria do corpo.

2. (CEBRASPE/CODEVASF-2021) Quando um corpo está em equilíbrio estático, o somatório de todas as forças externas e de reações é igual a zero, da mesma forma ocorre para os momentos. As forças externas produzem forças internas e, da mesma forma, as forças internas estarão em equilíbrio estático. Com a finalidade de melhor entendimento dos esforços internos, esses são separados em forças (normais e cortantes) e momentos (fletores e torçores). Por outro lado, tem-se o equilíbrio dinâmico quando são adicionados a massa, o movimento e o tempo no equilíbrio estático. Além disso, são utilizadas várias grandezas que ajudam a determinação de esforços externos e internos. Dentre essas grandezas estão o centro de massa, momento de inércia de massa, centro de gravidade e o centróide.

Tendo como referência o texto anterior, julgue o item a seguir.

O momento de inércia de massa é uma medida de resistência de um corpo à aceleração angular.

#### Comentário:

O **item** está correto. O momento de inércia de um corpo em relação a um eixo é a propriedade do corpo(objeto) que gera resistência a uma variação em sua velocidade vetorial angular (aceleração) em relação ao eixo.

O momento de inércia varia de um objeto para outro, como também para um mesmo objeto, conforme o eixo de rotação. A equação matemática que possibilita o cálculo do momento de inércia de um objeto simples é:

$$I = mr^2$$

onde m é a massa em quilograma e r é a distância do objeto até o eixo de rotação em metros.

3. (CEBRASPE/CODEVASF-2021) Quando um corpo está em equilíbrio estático, o somatório de todas as forças externas e de reações é igual a zero, da mesma forma ocorre para os momentos. As forças externas produzem forças internas e, da mesma forma, as forças internas estarão em equilíbrio estático. Com a finalidade de melhor entendimento dos esforços internos, esses são separados em forças (normais e cortantes) e momentos (fletores e torçores). Por outro lado, tem-se o equilíbrio dinâmico quando são adicionados a massa, o movimento e o tempo no equilíbrio estático. Além disso, são utilizadas várias grandezas que ajudam a determinação de esforços externos e internos. Dentre essas grandezas estão o centro de massa, momento de inércia de massa, centro de gravidade e o centróide.

Tendo como referência o texto anterior, julgue o item a seguir.



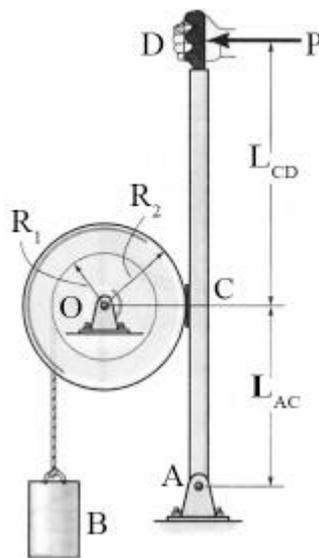
Um movimento bastante característico que uma bailarina realiza quando está rodopiando é a abertura e o fechamento dos braços, o que permite que ela controle a velocidade angular do seu corpo, aumentando e diminuindo o atrito com o ar; assim, a velocidade angular aumenta com o fechamento dos braços.

#### Comentário:

O **item** está incorreto. Um movimento bastante característico que uma bailarina realiza quando está rodopiando é a abertura e o fechamento dos braços, o que permite que ela controle a velocidade angular do seu corpo, aumentando e diminuindo a distribuição da massa em rotação; assim, a velocidade angular aumenta com o fechamento dos braços.

Em outras palavras, ao abrir e fechar os braços a bailarina está alterando a sua inércia de rotação ao girar. Quanto mais distribuída estiver a massa mais difícil será atingir certa velocidade de rotação.

#### 4. (CEBRASPE/SLU DF-2019)



R.C. Hibbeler. Mecânica dinâmica. 8.ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 1999 (com adaptações).

A figura anterior ilustra um sistema de frenagem manual de um tambor de raio  $R_2 = 50$  cm. A frenagem ocorre devido ao atrito de Coulomb entre a superfície externa do tambor e a superfície de contato de uma sapata de freio fixada no ponto C de uma barra, que é livre para girar em torno do ponto A. O coeficiente de atrito dinâmico entre as superfícies é  $\mu_d = 0,8$ . A força de frenagem depende da carga P aplicada no ponto D da barra. No tambor, há um carretel de raio  $R_1 = 20$  cm, em que uma corda enrolada sustenta a carga B de massa  $M_B = 20$  kg. A distância de D a C é  $L_{CD} = 80$  cm. A distância entre C e A é  $L_{AC} = 40$  cm. A massa do tambor é igual a  $M_T = 60$  kg e o raio de giração em torno de seu eixo de rotação O é  $k_O = 40$  cm. O raio de giração é aqui definido como a distância em relação ao eixo de rotação em que se pode concentrar a massa total do tambor, de modo que o momento polar de inércia calculado para a massa concentrada seja equivalente ao momento polar de inércia calculado para a massa total distribuída.

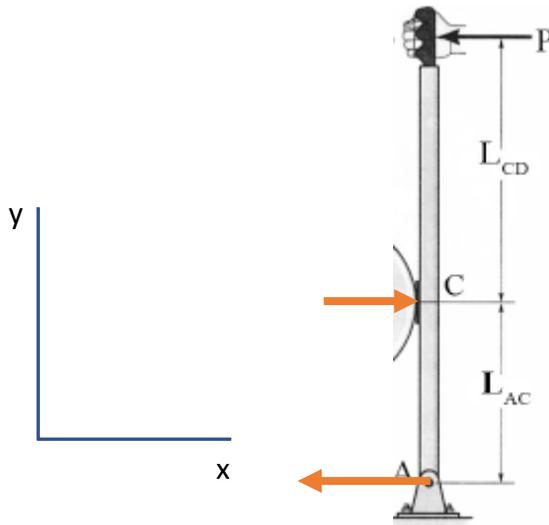
Com base nessas informações e na figura precedente, julgue o item.

Para uma carga  $P = 100$  N, a intensidade da reação horizontal no apoio A será de 300 N.



**Comentário:**

O **item** está incorreto. Para resolução desta questão precisamos iniciar com a montagem do diagrama de corpo livre dos esforços horizontais. Note que a banca trás muita informação, mas o que realmente interessa é a intensidade da carga P e as distâncias entre os pontos C e D e C e A.



Realizando o somatório das forças em x igual a zero obtemos:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -P + R_C - R_A = 0 \Rightarrow R_C - R_A = P$$

A partir do somatório de momento no ponto C, obtemos:

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow P \cdot 80 - R_A \cdot 40 = 0 \Rightarrow R_A = \frac{100 \cdot 80}{40} = 200N$$

Portanto,  $R_C = 300N$  e  $R_A = 200N$  tornando o item incorreto.

**5. (CEBRASPE/EMAP-2018) Considerando os princípios e conceitos da mecânica dos sólidos, julgue o item seguinte.**

Se o momento resultante aplicado a um corpo rígido for zero, as distâncias entre as forças aplicadas e o eixo de rotação deverão ser iguais a zero.

**Comentário:**

O **item** está incorreto. Para um corpo estar em equilíbrio estático, precisa-se que o momento resultante aplicado nele seja nulo. Também, o momento resultante aplicado a um corpo é igual à soma de todos os momentos, em relação ao mesmo ponto O, que agem nesse corpo. Vejamos:

$$M_R = \sum M_O = F_A \cdot d_A \pm F_B \cdot d_B \pm \dots \pm F_n \cdot d_n$$



Logo, se o momento resultante aplicado a um corpo rígido for zero, o somatório de todos os momentos atuantes nesse corpo, em relação ao mesmo ponto, será igual a zero.

**6. (CEBRASPE/FUB-2015) A mecânica dos corpos rígidos pode ser dividida em estática, que se refere ao equilíbrio de um corpo rígido, e dinâmica, que se relaciona ao movimento de um corpo rígido. Acerca desse assunto, julgue o item que se segue.**

O centro de massa de um corpo pode estar localizado em um ponto espacial fora do corpo.

**Comentário:**

O **item** está correto. O centro de massa pode estar fora do corpo. Dessa forma, a existência do centro de massa não é limitada a casos de objetos rígidos. Ele existe também para sistemas formados por corpos separados, como o sistema solar. Também, cabe destacar que as forças internas não afetam o movimento do centro de massa de um sistema.

**7. (CEBRASPE/FUB-2015) Uma força pode ser aplicada em um corpo de diferentes maneiras, originando diversos tipos de solicitações, como tração, compressão, cisalhamento, flexão e torção. Considerando esse assunto, julgue o próximo item.**

O diagrama de esforços cortantes é um gráfico que descreve a variação desses esforços ao longo das seções longitudinais da estrutura.

**Comentário:**

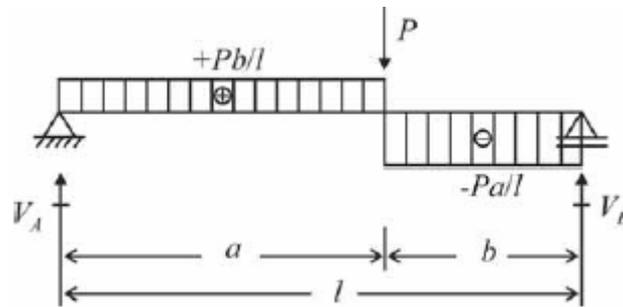
O **item** está incorreto. O diagrama de esforços cortantes é um gráfico que descreve a variação desses esforços ao longo das seções transversais da estrutura. O diagrama de esforço cortante é uma representação gráfica que indica a intensidade da força de cisalhamento para qualquer ponto do elemento, corpo ou viga.

Através da integração do diagrama de esforço cortante é possível obter o diagrama de momento fletor.

**8. (CEBRASPE/MEC-2015) A respeito dos sistemas mecânicos, julgue o item a seguir.**

O diagrama representado na figura a seguir descreve a variação dos momentos fletores ao longo das seções transversais da estrutura (viga biapoiada) com carga concentrada. Observe-se que o diagrama é descontínuo, isto é, os resultados coincidem na seção do ponto de aplicação da carga concentrada  $P$ , que equivale ao valor máximo de momento fletor que é dado por  $M_{\text{máx}} = +P/l$ .





**Comentário:**

O **item** está incorreto. O diagrama representado na figura a seguir descreve a variação **esforços cortantes** ao longo das seções transversais da estrutura (viga biapoiada) com carga concentrada.

O diagrama de momento fletor deve apresentar característica linear (crescente ou decrescente), quadrática ou cúbica. Dessa forma, o diagrama acima é nitidamente um diagrama de esforço cortante.

**9. (CEBRASPE/MEC-2015) A respeito dos sistemas mecânicos, julgue o item a seguir.**

Os Esforços Internos Solicitantes (EIS), em condições de equilíbrio, são: esforço normal que tende a afastar (tração – positivo) ou aproximar (compressão – negativo) as partes do corpo na direção perpendicular à superfície de corte; o esforço cortante que tende a deslizar relativamente às partes do corpo em uma direção paralela à superfície virtual de corte; o momento fletor que tende a girar relativamente às partes do corpo em torno da direção perpendicular à superfície virtual de corte; e o momento torsor que tende a girar relativamente às partes do corpo em torno de um eixo paralelo à superfície virtual de corte.

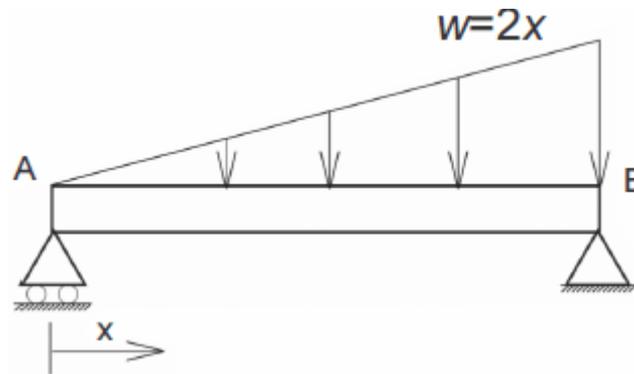
**Comentário:**

O **item** está incorreto, uma vez que inverte as definições de momento fletor e momento torsor. O momento torsor tende a girar relativamente às partes do corpo em torno da direção perpendicular à superfície virtual de corte. Já o momento fletor tende a girar relativamente às partes do corpo em torno de um eixo paralelo à superfície virtual de corte.

**10. (CEBRASPE/SUFRAMA-2014) Com relação à estática e à dinâmica de corpos rígidos, à dinâmica das máquinas, aos mecanismos e à mecânica dos materiais, julgue o item a seguir.**

Suponha que uma viga biapoiada sofra a ação de um carregamento distribuído expresso pela relação  $w = 2x$ , em que  $x$  é medido a partir do apoio móvel, localizado no ponto A, conforme ilustrado na figura abaixo. Se a unidade de carregamento distribuído estiver expressa em N/m e a viga medir 6 m de comprimento, então a reação do apoio B terá módulo igual a 24 N.

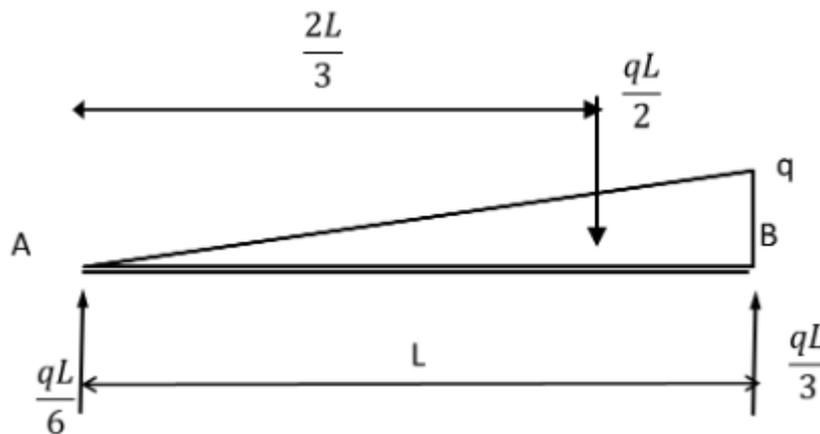




**Comentário:**

O item está correto. A **força resultante da concentração** de uma força distribuída em uma viga sempre estará localizada no **centróide** da área em consideração. Portanto, podemos considerar uma carga distribuída concentrada em apenas uma resultante em um ponto e, assim, poderemos analisar os esforços em uma viga com carga distribuída através de análise estática direta.

Primeiramente devemos montar o diagrama de corpo livre, sabendo que o centróide de um triângulo é igual a  $2L/3$ . Vejamos:



Pelos princípios da estática é possível determinar as reações em A e em B. Também, temos que a carga máxima ( $q$ ) está situada em  $x=6m$ , ou seja,  $q=12N$ .

Substituindo os valores obtemos:

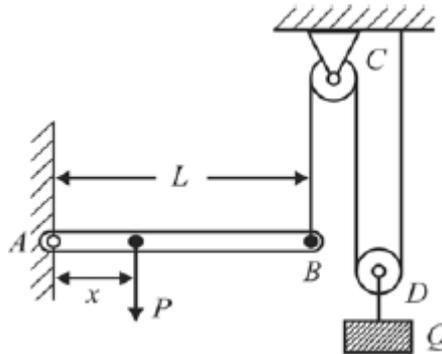
$$R_A = \frac{12.6}{6} = 12N \quad ; \quad R_B = \frac{12.6}{3} = 24N$$

Logo, o item está correto.

**11. (CEBRASPE/PF-2014) A respeito dos princípios da estática e da dinâmica dos corpos rígidos, julgue o item seguinte.**

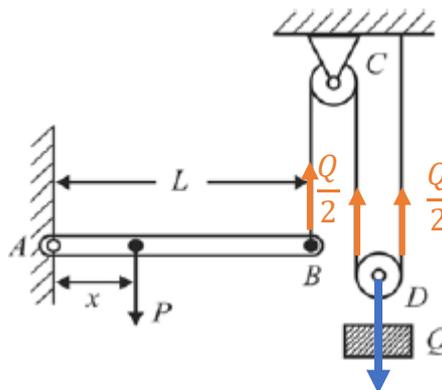


Considere que, na figura abaixo, a viga AB, de comprimento L, seja pivotada em A e apoiada em B por um cabo vertical que passa por duas polias C e D. Considere, ainda, que a polia D sustente verticalmente um bloco de peso Q. Nessa situação, desprezando a fricção nas polias e no pivô A, para que a viga permaneça horizontal, a carga P deve ser aplicada na posição  $x = \frac{QL}{2P}$ .



**Comentário:**

O **item** está correto. Caro(a) aluno(a), devemos sempre iniciar por meio da montagem do Diagrama de corpo livre para melhor visualização. Vejamos:



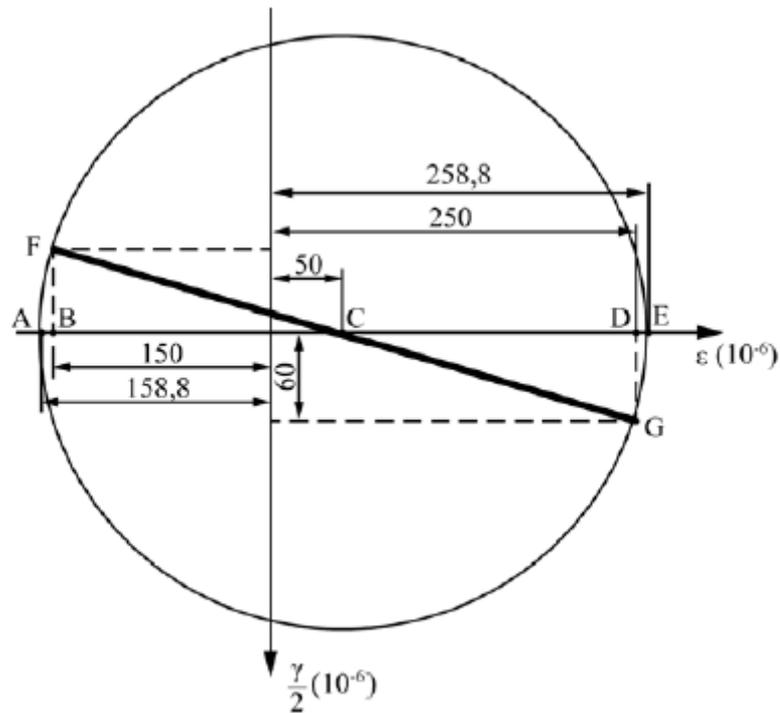
Após o DCL, podemos aplicar o somatório de momentos em relação ao ponto A na viga AB, sendo esse igual a zero para que ela permaneça na horizontal e assim encontramos a expressão para determinação de x.

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow -P \cdot x + \frac{q}{2} \cdot L = 0 \Rightarrow x = \frac{QL}{2P}$$

Logo, o item está correto.

**12. (CEBRASPE/PCiePB-2016)**





O estado plano de deformações pode ser representado graficamente para se determinar sua solução por meio das componentes das deformações por cisalhamento ( $\gamma$ ) e normal ( $\epsilon$ ). Na situação da figura precedente, que ilustra o círculo de Mohr para um estado plano de deformação, as deformações principais  $\epsilon_{\max}$  e  $\epsilon_{\min}$  são iguais, respectivamente, a

- a)  $258,8 \times 10^{-6}$  e  $158,8 \times 10^{-6}$ .
- b)  $258,8 \times 10^{-6}$  e  $-158,8 \times 10^{-6}$ .
- c)  $-150 \times 10^{-6}$  e  $60 \times 10^{-6}$ .
- d)  $250 \times 10^{-6}$  e  $-150 \times 10^{-6}$ .
- e)  $250 \times 10^{-6}$  e  $-60 \times 10^{-6}$ .

#### Comentário:

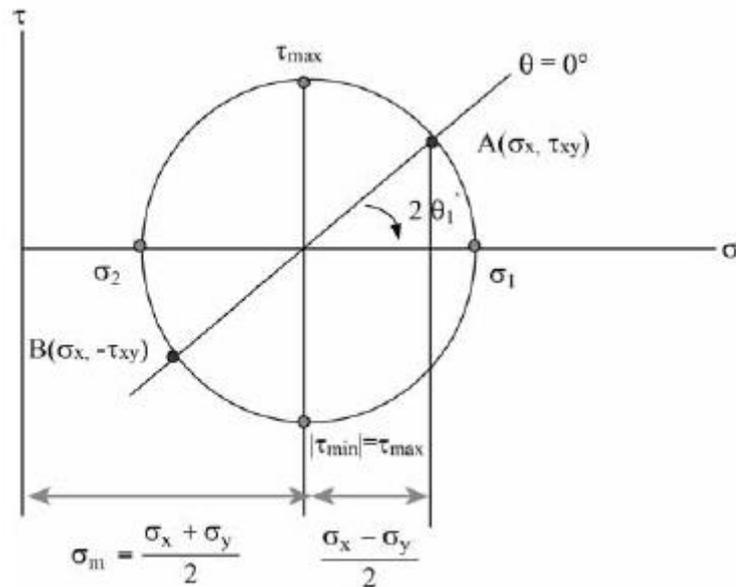
Prezado(a), essa é uma questão de simples leitura do círculo de Mohr. Basta saber que as deformações principais se encontram no plano principal que nada mais é que as interseções entre o círculo e o eixo horizontal. Dessa forma temos que:

$$\epsilon_{\max} = 258,8 \cdot 10^{-6} \text{ e } \epsilon_{\min} = -158,8 \cdot 10^{-6}$$

Logo, a **alternativa B** está CORRETA e é o gabarito da questão.

#### 13. (CEBRASPE/PciePB-2016)





A figura precedente ilustra o círculo de tensões de Mohr, em que a ordenada de um ponto sobre o círculo representa a tensão de cisalhamento ( $\tau$ ) e a abcissa representa a tensão normal ( $\sigma$ ).

Considerando essa figura, assinale a opção correta.

- a) A maior tensão normal é igual ao raio do círculo.
- b) Uma tensão normal igual a  $\sigma_m$  atua em cada um dos planos de tensões de cisalhamento máxima e mínima.
- c) Se  $\sigma_x + \sigma_y = 0$ , então o centro do círculo de Mohr coincide com a origem do plano  $\sigma \times \tau$  e não se desenvolvem tensões de cisalhamento nesse plano.
- d) Se  $\sigma_1 = \sigma_2$ , então o centro do círculo de Mohr coincide com a origem do plano  $\sigma \times \tau$  e verifica-se o estado de cisalhamento puro.
- e) Nos planos  $\sigma_1$  (maior tensão normal possível) e  $\sigma_2$  (menor tensão normal possível), o valor das tensões de cisalhamento é, em módulo, igual ao raio do círculo.

#### Comentário:

Vamos avaliar cada uma das alternativas.

A **alternativa A** está incorreta. Uma vez que a tensão normal máxima só será igual ao raio se o círculo de Mohr estiver centrado na origem, caso em que a tensão média será igual a zero.

A **alternativa B** está CORRETA e é o gabarito da questão. Nos planos de tensões de cisalhamento máxima e mínima ocorre a atuação de uma tensão média em cada um deles.

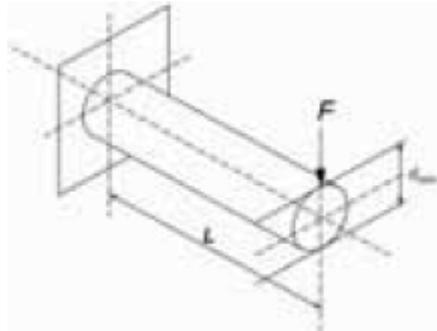
A **alternativa C** está incorreta. Apenas no plano principal não se desenvolvem tensões de cisalhamento.



A **alternativa D** está incorreta. Se  $\sigma_1 = \sigma_2$ , o círculo de Mohr reduz-se a um ponto. Ocorre o chamado estado de tensão hidrostática ou tensão isotrópica, no qual as tensões normais são as mesmas em qualquer plano e não se desenvolvem tensões de cisalhamento.

A **alternativa E** está incorreta. No plano principal não se desenvolvem tensões de cisalhamento.

#### 14. (CEBRASPE/MPU-2010)



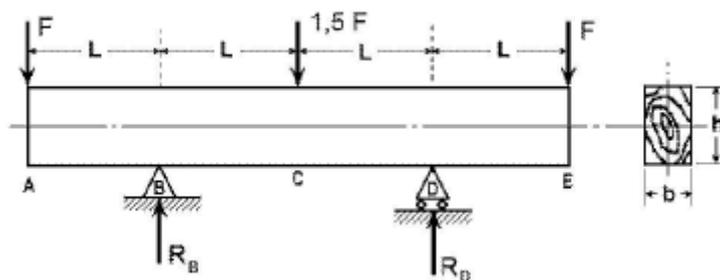
Considere que a barra de aço engastada de comprimento  $L$ , mostrada na figura acima, com módulo de elasticidade  $E$ , tenha sido submetida a uma carga  $F$ . Considerando a seção circular da barra, julgue o item a seguir.

O momento fletor  $M$  máximo nesse sistema ocorre na seção do engastamento, sendo o seu valor numericamente igual ao produto de  $F$  por  $L$ .

#### Comentário:

O **item** está correto. Como devemos saber momento é igual a força multiplicada pela distância de atuação desta do ponto em análise. Como temos apenas uma força atuante e uma reação no engaste o momento fletor máximo irá ocorrer no ponto do engastamento. Sendo esse igual ao produto  $F$  por  $L$ .

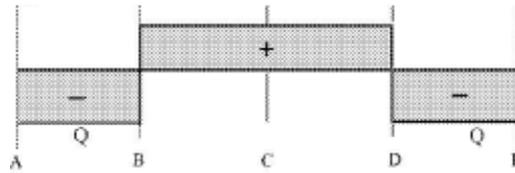
#### 15. (CEBRASPE/CETURB-GV-2010)



O carregamento mostrado na figura acima consiste em uma viga de madeira biapoiada, de área de seção  $h$  x  $b$  e comprimento  $4L$ . Com relação a essa viga, julgue o item seguinte.



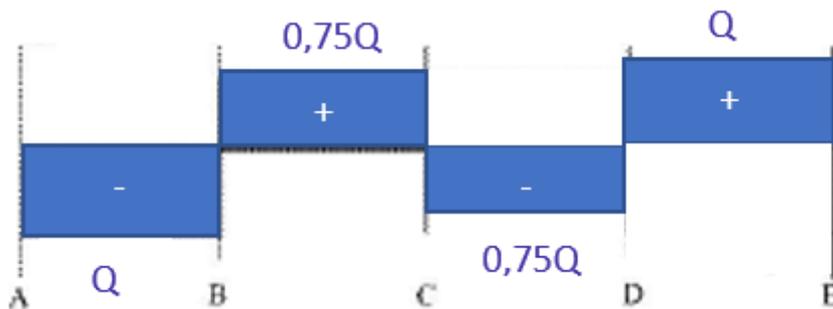
A figura abaixo representa o diagrama de esforço cortante  $Q$ , em que  $Q = F$ .



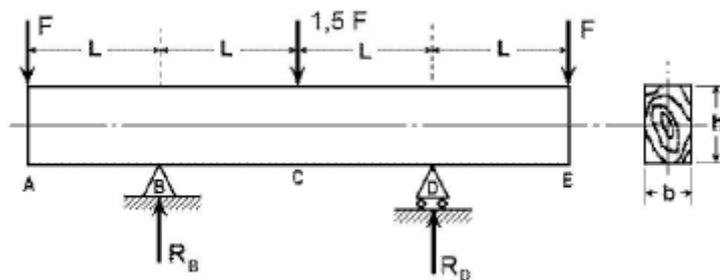
**Comentário:**

O **item** está incorreto, uma vez que o diagrama de esforço cortante está errado. Primeiramente, pelo somatório de forças em  $y$ , devemos encontrar as reações nos pontos B e D que são iguais a  $1,75F$ . A partir disso é possível, pelo método das seções encontrar os valores do esforço cortante em cada seção em que há variação de carregamento na viga.

Para a seção AB temos que  $Q=-F$ , para a seção BC,  $Q=0,75F$ . Na terceira seção CD o esforço cortante será igual a  $-0,75F$  e por fim, na seção DE  $Q=F$ . Dessa forma, o diagrama de esforço cortante teria a seguinte característica:



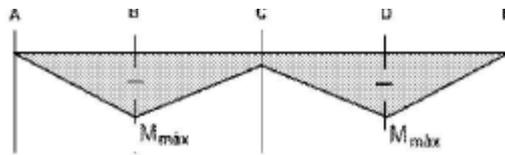
**16. (CEBRASPE/CETURB-GV-2010)**



O carregamento mostrado na figura acima consiste em uma viga de madeira biapoiada, de área de seção  $h \times b$  e comprimento  $4L$ . Com relação a essa viga, julgue o item seguinte.

A figura a seguir mostra o diagrama de momento fletor da viga, em que  $M_{max} = F \times L$ .





**Comentário:**

O **item** está correto. A partir da integração do esforço cortante é possível obter o momento fletor de uma viga. Como nas seções AB, CD temos o esforço cortante negativo, teremos o coeficiente angular negativo para a inclinação da reta do diagrama de momento fletor. De maneira oposta, nas seções BC e DE teremos o coeficiente angular positivo.

Devido ao carregamento, nota-se também que o momento fletor máximo estará situado nos apoios e será igual a carga F das extremidades multiplicado pela distância L.

**17. (CEBRASPE/EMBASA-2010)**



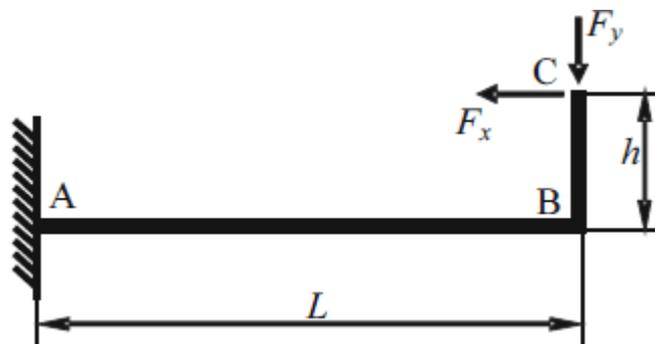
A figura acima mostra uma viga de seção retangular constante de altura h e momento de inércia I, submetida a um carregamento W aplicado no ponto A. Considerando essas informações julgue o item a seguir.

O momento fletor no ponto D é igual a zero.

**Comentário:**

O **item** está correto, pois a distância perpendicular (no eixo x) a atuação da força entre os pontos A e D é igual a zero. Podemos dizer que a força está atuando diretamente no ponto D, logo não gera momento fletor neste ponto.

**18. (CEBRASPE/ANAC-2009)**



Considerando que a viga em L esquematizada na figura acima tenha peso desprezível, encontre-se engastada em A e esteja sujeita às forças positivas indicadas em C, julgue o item a seguir.

Se  $F_x > F_y$ , então, em módulo, o momento fletor em B será máximo na viga.

**Comentário:**

O **item** está incorreto. Sem a determinação das distância L e h não é possível afirmar se o momento fletor será maior em A ou em B. Vejamos:

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow M_A = F_x \cdot h - F_y \cdot L$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow M_B = F_x \cdot h$$

Substituindo na equação primeira equação:

$$M_A = M_B - F_y \cdot L$$

Nota-se que não é possível afirmar que no ponto B o momento fletor será máximo na viga.

**19. (CESGRANRIO/PETROBRAS-2018) Uma viga biapoiada de comprimento L está sujeita a uma força concentrada F atuante a uma distância L/4 de uma de suas extremidades.**

O momento fletor máximo e a força cisalhante máxima atuantes na viga são expressos, respectivamente, por

- a)  $FL/4$  e  $F/4$
- b)  $FL/4$  e  $3F/4$
- c)  $3FL/4$  e  $F/4$
- d)  $3FL/16$  e  $F/4$
- e)  $3FL/16$  e  $3F/4$

**Comentário:**

Prezado(a), para resolvermos essa questão primeiramente devemos conceber a sua disposição e o seu diagrama de corpo livre. Vejamos:





Viga biapoiada com carga concentrada

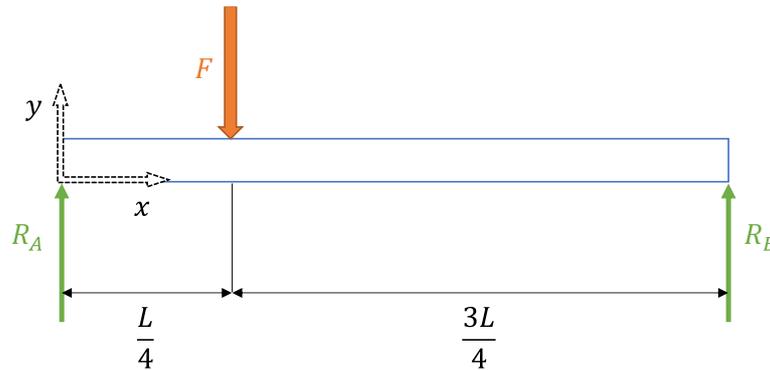


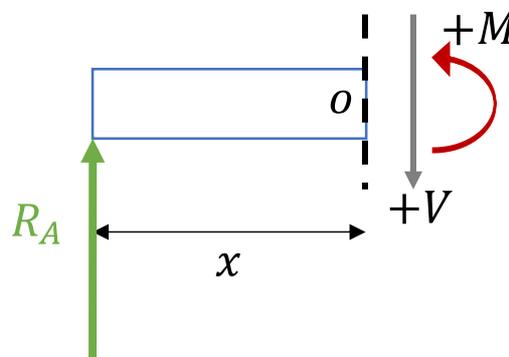
Diagrama de Corpo Livre

Vamos agora estabelecer as equações dos esforços internos (momento fletor e esforço cortante) em função da coordenada  $x$ .

Primeiramente vamos encontrar as resultantes nos pontos A e B através das equações do equilíbrio. Vejamos:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -F + R_A + R_B = 0 \Rightarrow F = R_A + R_B$$
$$+\sum M_A = 0 \Rightarrow -F \cdot \frac{L}{4} + R_B \cdot L = 0 \Rightarrow R_B = \frac{F}{4} \therefore R_A = \frac{3F}{4}$$

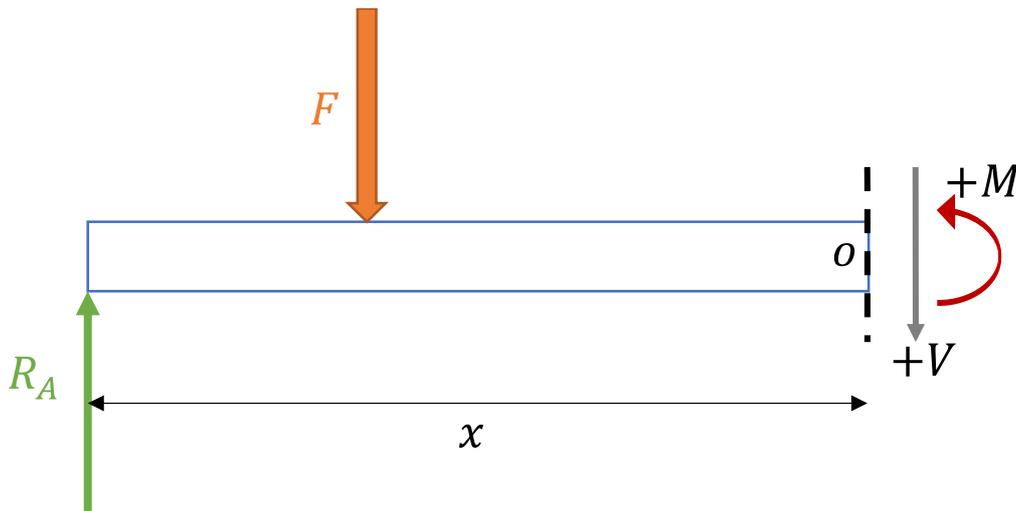
Feito isso, vamos determinar as equações para os esforços internos no trecho do apoio da esquerda até a carga ( $0 < x < L/4$ ).



$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow V = R_A = \frac{3.F}{4}$$

$$+\curvearrowright \sum M_o = 0 \Rightarrow M = R_A \cdot x = \frac{3.F \cdot x}{4}$$

Agora, vamos determinar as equações para os efeitos internos no trecho entre a carga e o apoio da direita ( $L/4 < x < L$ )



$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow -V + R_A - F = 0 \Rightarrow V = -\frac{F}{4}$$

$$+\curvearrowright \sum M_o = 0 \Rightarrow M - R_A \cdot x + F \left( x - \frac{L}{4} \right) = 0 \Rightarrow M = \frac{FL}{4} - \frac{Fx}{4}$$

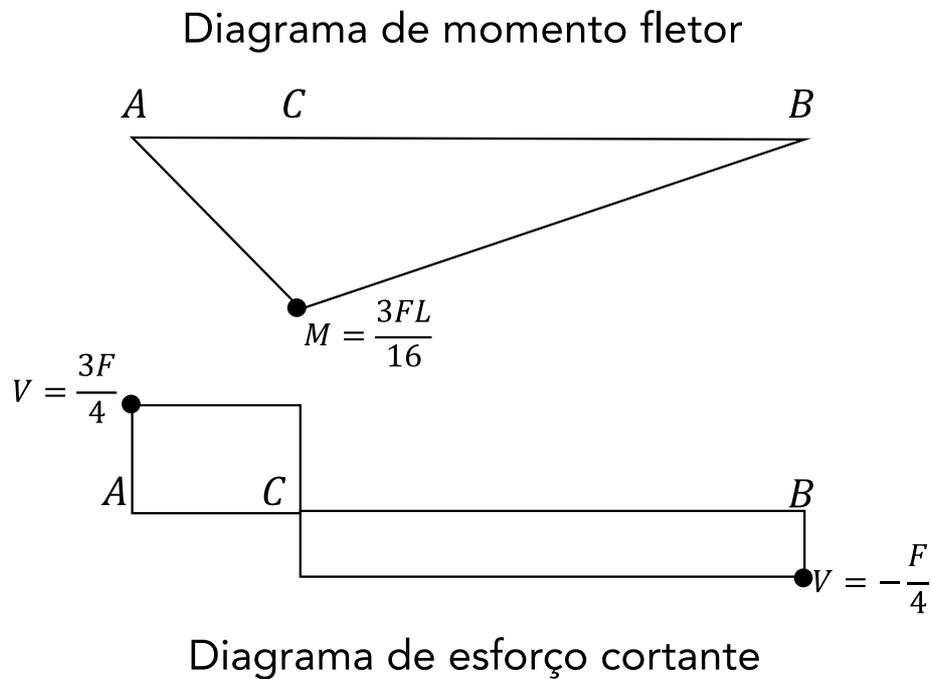
Note que os esforços cortantes são constantes em cada trecho e o momento fletor varia de acordo com x. Realizando a análise das equações encontradas temos que:

$p/x = 0$	$p/x = \frac{L}{4}$	$p/x = L$
$V = \frac{3.F}{4}$	Descontinuidade	$V = -\frac{F}{4}$
$M = 0$	$M = \frac{3FL}{16}$	$M = 0$

Portanto, o momento fletor máximo encontra-se em  $x=L/4$  e o esforço cortante máximo encontra-se na seção entre o apoio da esquerda e a carga. Logo, a **alternativa E** está CORRETA e é o gabarito da questão.

A figura abaixo representa os diagramas de momento fletor e esforço cortante para toda a viga, em que o ponto C é o local onde a carga é aplicada.





**20. (CESGRANRIO/UNIRIO-2016) Uma das importantes etapas do projeto estático de um componente estrutural é a construção do diagrama de corpo livre do componente.**

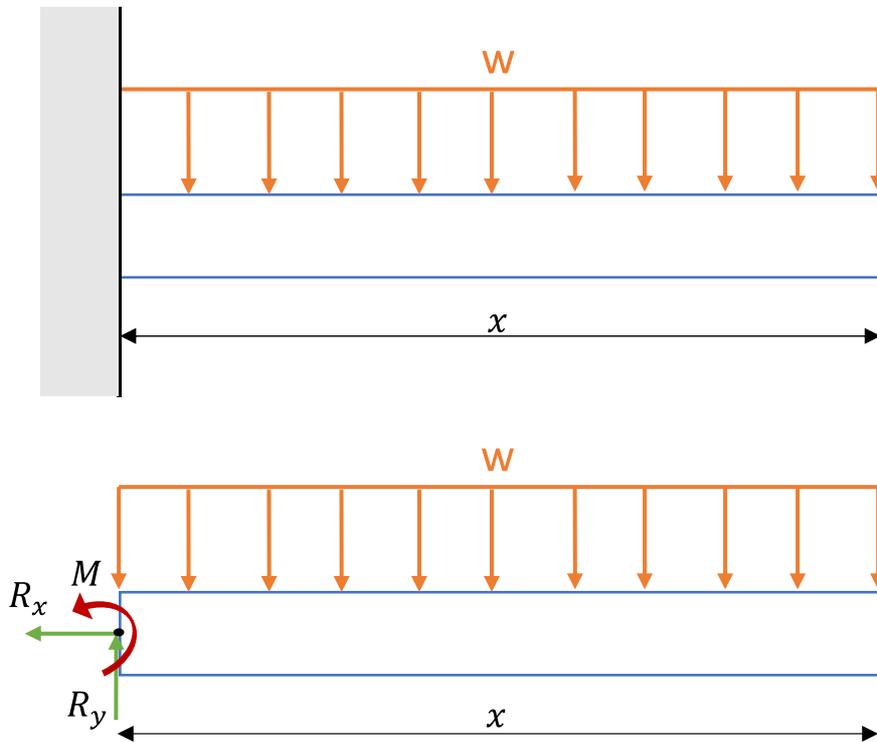
No diagrama de corpo livre de uma viga engastada, sujeita a um carregamento distribuído ao longo de seu comprimento, são representados(as)

- a) o carregamento externo e as reações de apoio
- b) o carregamento externo e a distribuição de momentos fletores
- c) o carregamento externo e a distribuição dos esforços cisalhantes
- d) os carregamentos externos, apenas
- e) as distribuições de esforços cisalhantes e de momentos fletores

**Comentário:**

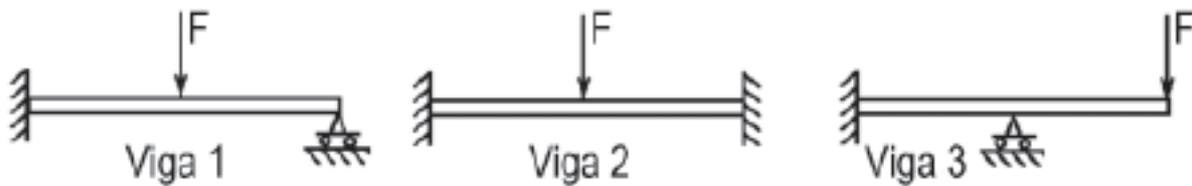
“Questãozinha mamão com açúcar”. O diagrama de corpo livre ou DCL consiste em um esquemático de todas as forças que atuam em um corpo quando isolamos este do sistema ao qual pertence. Neste caso nosso corpo em análise é a viga e as forças serão o carregamento distribuído externo e as reações de apoio. Vejamos:





Portanto, a **alternativa A** está CORRETA é o gabarito da questão.

**21. (CESGRANRIO/TRANSPETRO-2018)** Considere as três vigas planas, estaticamente indeterminadas, mostradas na Figura a seguir.



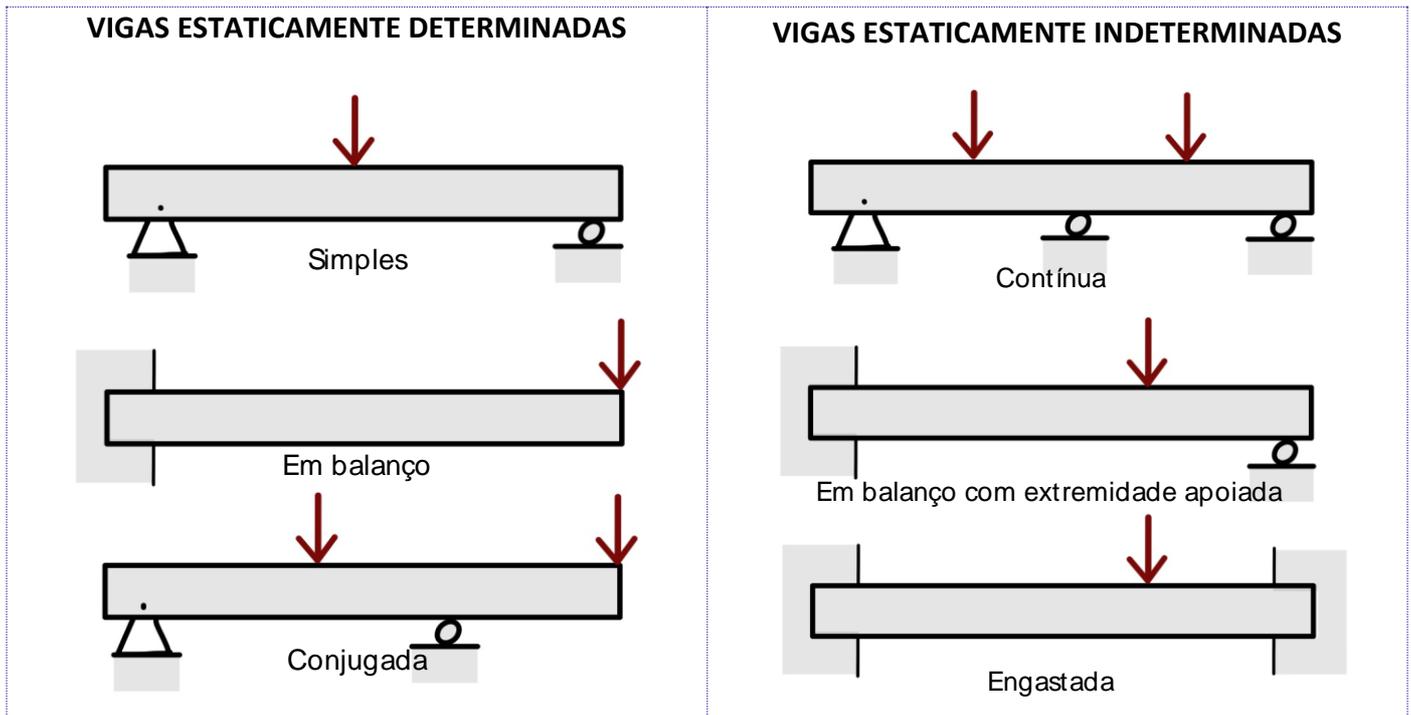
Ao retirar-se uma das restrições de apoio de cada uma dessas vigas, aquela(s) que se tornar(ão) estaticamente determinada(s) é(são), APENAS, a(s) viga(s)

- a) 1
- b) 2
- c) 1 e 3
- d) 1 e 2
- e) 2 e 3

**Comentário:**



Prezado(a), o segredo desta questão está no termo **restrição de apoio**. Apenas as vigas 1 e 3 possuem restrições de apoio enquanto a viga 2 apresenta dois engastes. Vejamos a tabela abaixo com exemplos de vigas estaticamente determinadas e estaticamente indeterminadas.



Basicamente, as vigas que se encontram apoiadas, de maneira que podemos calcular as reações aos seus apoios externos aplicando somente os métodos da estática (equações de equilíbrio), são chamadas de vigas estaticamente determinadas. Vigas que possuem mais pontos de apoios do que o necessário para que estejam em equilíbrio, são denominadas estaticamente indeterminadas (possuem maior número de reações de apoios do que equações de equilíbrio).

Desta forma, as vigas 1 e 3 ao retirar-se uma das restrições de apoio dessas vigas, se tornarão estaticamente determinadas, pois passarão a ser duas vigas engastadas em balanço. Portanto, a **alternativa C** está CORRETA e é o gabarito da questão.

**22. (CESGRANRIO/TRANSPETRO-2018) Uma viga engastada em uma de suas extremidades e livre na outra é solicitada por uma força  $F$ , concentrada no meio de seu comprimento.**

Se a distância entre as extremidades da viga é  $L$ , o momento fletor atuante na extremidade engastada é calculado pela expressão

- a)  $F.L$
- b)  $F.L/2$
- c)  $F.L/4$

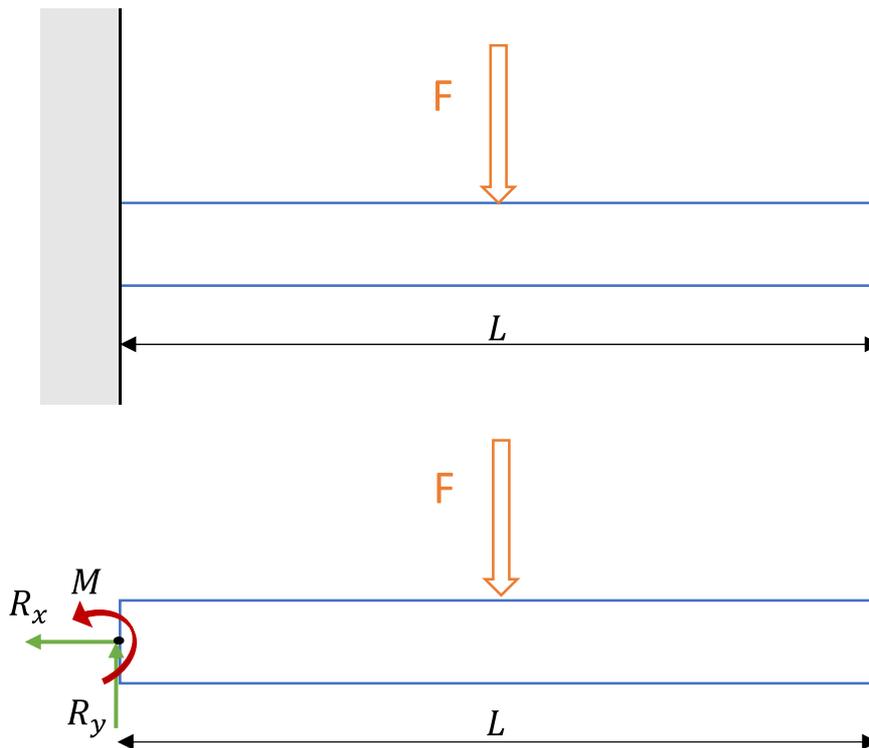


d)  $F.L/2$

e)  $F.L/4$

**Comentário:**

Para resolvermos essa questão devemos conceber o correto formato do sistema bem como seu diagrama de corpo livre. Vejamos:



Definimos o módulo do momento através da seguinte expressão:

$$M = F \cdot d$$

Assim, o momento no ponto O, para esta viga estática que deve respeitar a equação do equilíbrio para o momento, onde está o engaste será:

$$\sum M_o = 0 \Rightarrow M - F \cdot \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow M = \frac{FL}{2}$$

Note que a distância de atuação da força até o ponto O é a metade do comprimento da viga. Logo, a **alternativa B** está CORRETA e é o gabarito da questão.

**23. (CESGRANRIO/PETROBRAS-2017)** Uma viga de aço e seção retangular igual a 20 mm x 10 mm e comprimento igual a 500 mm falhou ao receber seu carregamento de trabalho. Sabe-se que essa viga teve uma de suas extremidades soldada perpendicularmente à superfície de uma coluna vertical de perfil H, enquanto a outra extremidade permaneceu em balanço. Um técnico, ao analisar as condições



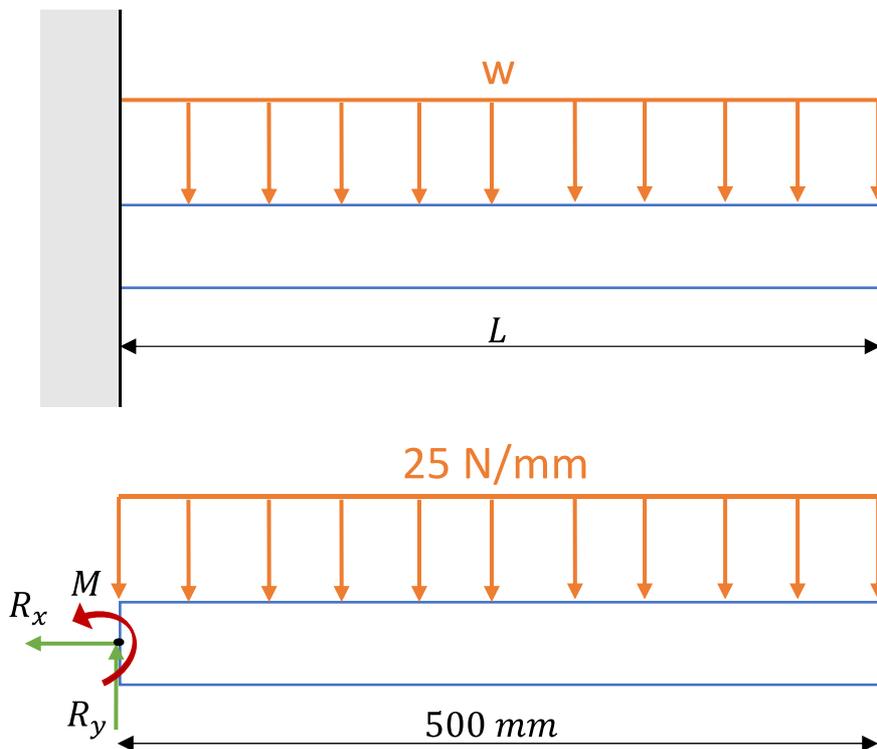
de carregamento dessa viga, para identificar as razões de sua falha, precisou calcular o momento fletor ao longo da viga. A viga trabalha sob uma carga uniformemente distribuída de 25 N/mm.

Qual o valor do momento fletor no engastamento, em Nm?

- a) 7.500
- b) 6.250
- c) 5.000
- d) 4.750
- e) 3.125

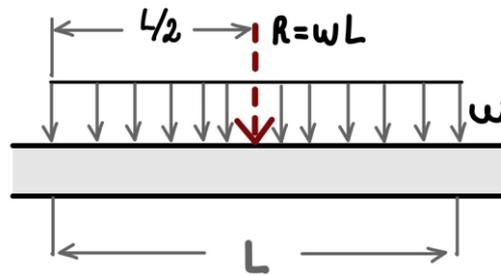
**Comentário:**

Caro(a) aluno(a), nesta questão a banca traz os dados da seção retangular da viga tentando confundir o candidato com dados extras. Basicamente temos uma viga engastada e devemos calcular o momento fletor no engaste. Vejamos como se dá a correta concepção do sistema e o seu diagrama de corpo livre, conforme dados do enunciado.



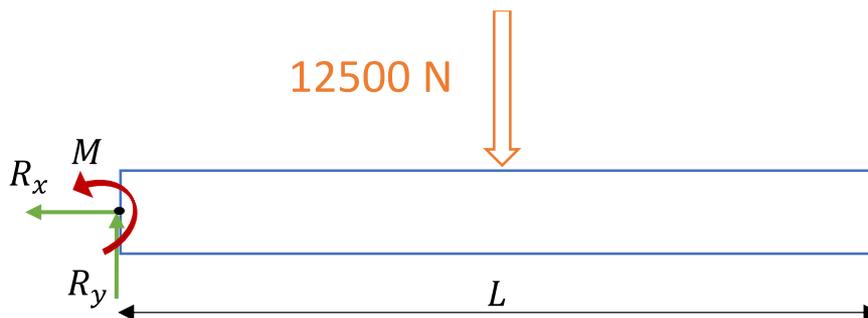
A **força resultante da concentração** de uma força distribuída em uma viga sempre estará localizada no **centróide** da área em consideração. Neste caso temos um retângulo que possui seu centróide no centro de seu comprimento que é 250 mm. Além disso, a resultante é igual a carga distribuída multiplicada pelo seu comprimento. Vejamos:





$$R = w \cdot L = 25 \left[ \frac{N}{mm} \right] \cdot 500 [mm] = 12500 N$$

Desta forma o D.C.L. com a carga resultante será dado pela seguinte forma:



Definimos o módulo do momento através da seguinte expressão:

$$M = F \cdot d$$

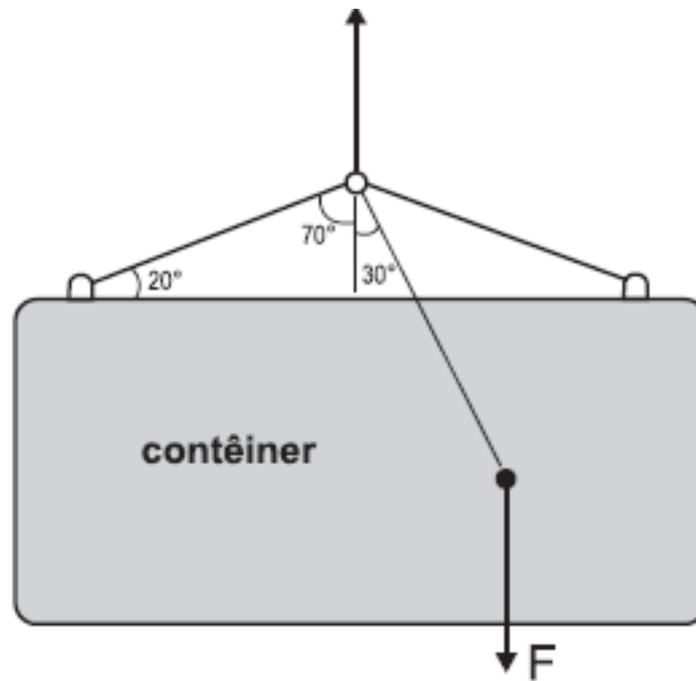
Assim, o momento no ponto O, para esta viga estática que deve respeitar a equação do equilíbrio para o momento, onde está o engaste será:

$$\sum_{\circlearrowleft} M_o = 0 \Rightarrow M - 12500 [N] \cdot 0,25 [m] = 3125 [N \cdot m]$$

Note que a banca pede a resposta em newton.metro, logo devemos realizar a conversão da unidade da distância de milímetros para metros. Portanto, a **alternativa E** está CORRETA e é o gabarito da questão.

**24. (CESGRANRIO/PETROBRAS-2014) Um contêiner é suspenso por um sistema de cabos, conforme ilustrado na Figura abaixo.**



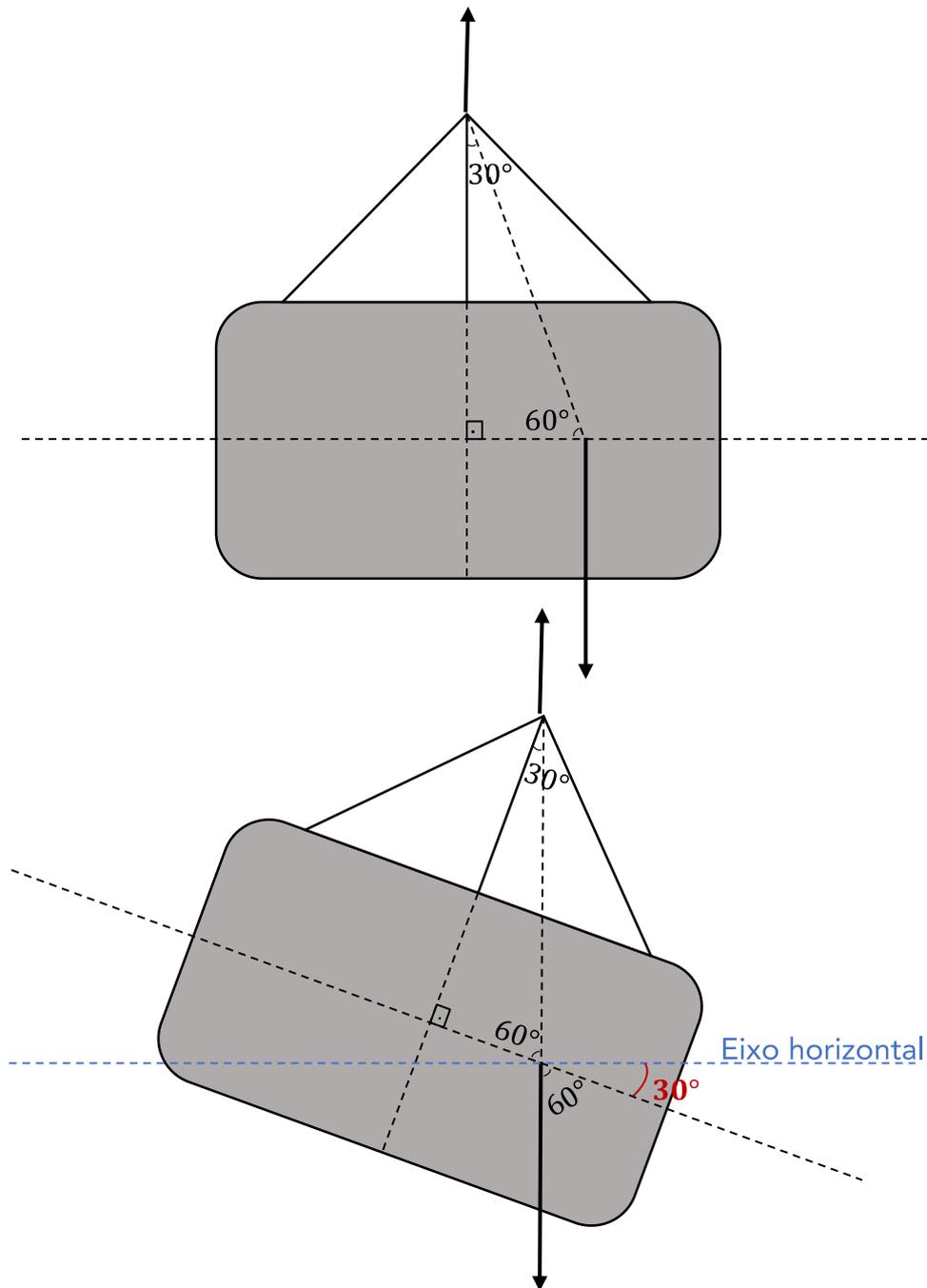


Se a força  $F$  resultante do peso do contêiner e da carga em seu interior é posicionada conforme indicado, o ângulo de inclinação em relação à horizontal, quando o sistema estiver em equilíbrio estático, será igual a

- a)  $20^\circ$
- b)  $30^\circ$
- c)  $45^\circ$
- d)  $60^\circ$
- e)  $70^\circ$

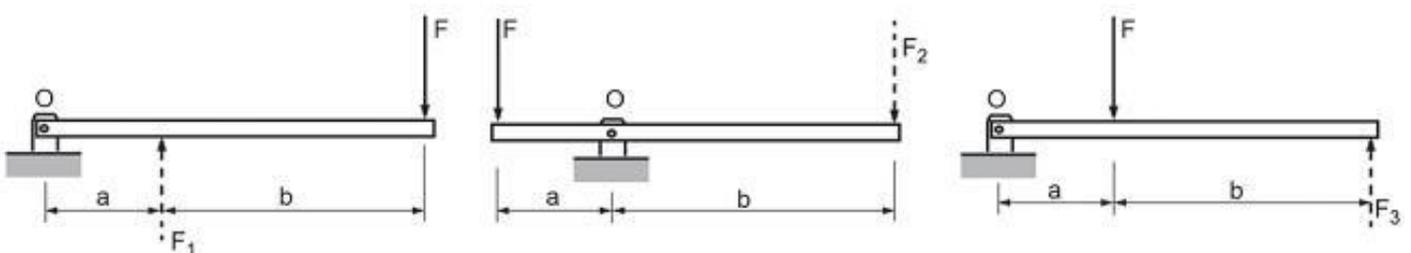
**Comentário:**

Podemos solucionar essa questão apenas com uma observação lógica, pois devido ao posicionamento da carga dentro do contêiner a força  $F$  está deslocada do seu centro. Quando a carga for içada haverá uma inclinação no contêiner de modo a força  $F$  se posicione exatamente abaixo do nó central que está sendo realizada a força para cima. Vejamos:



Portanto, a **alternativa B** está CORRETA e é o gabarito da questão.

25. (CESGRANRIO/PETROBRAS-2014) A Figura abaixo mostra três sistemas de alavanca nos quais a força  $F$  é a força aplicada,  $F_1$ ,  $F_2$  e  $F_3$  são as forças resistentes e  $b > a$ .



De modo a se determinar a configuração que apresenta a maior força resistente, avaliou-se o equilíbrio de cada alavanca. Essa análise resultou na relação entre  $F_1$ ,  $F_2$  e  $F_3$ , expressa por

- a)  $F_1 = F_2 = F_3$
- b)  $F_1 < F_2 < F_3$
- c)  $F_1 > F_2 > F_3$
- d)  $F_1 = F_2$  e  $F_3 < F_2$
- e)  $F_1 = F_2$  e  $F_3 > F_2$

**Comentários:**

Caro(a) aluno(a), para resolvermos essa questão de maneira simples devemos considerar que  $b = 2.a$ , pois fazendo isto combinado com a aplicação da equação de equilíbrio de momento no ponto O conseguimos encontrar as grandezas de  $F_1$ ,  $F_2$  e  $F_3$  em função de  $F$ . Vejamos:

Viga1

$$\sum^+ M_o = 0 \Rightarrow F_1 \cdot a = F \cdot 3a \Rightarrow F_1 = 3.F$$

Viga 2

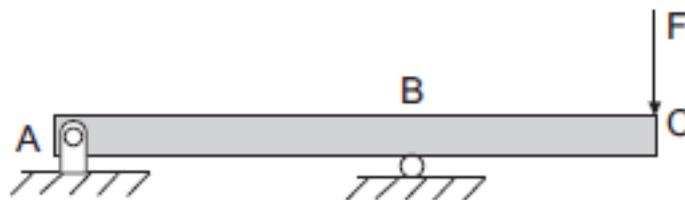
$$\sum^+ M_o = 0 \Rightarrow F_2 \cdot 2a = F \cdot a \Rightarrow F_2 = \frac{F}{2}$$

Viga 3

$$\sum^+ M_o = 0 \Rightarrow F_3 \cdot 3a = F \cdot a \Rightarrow F_3 = \frac{F}{3}$$

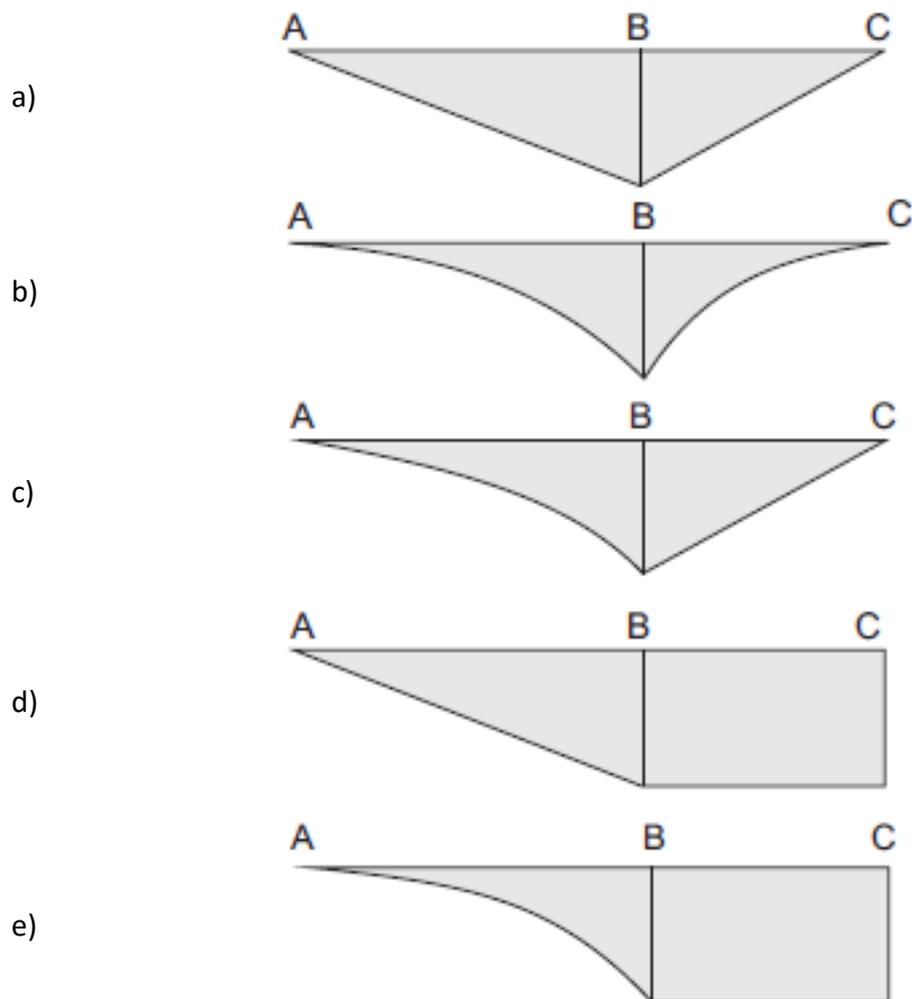
Assim  $F_1 > F_2 > F_3$ . Logo, a **alternativa C** está CORRETA e é o gabarito da questão.

**26. (CESGRANRIO/PETROBRAS-2012)**



O diagrama que representa a distribuição dos momentos fletores atuantes ao longo da viga biapoada, mostrada na figura, é

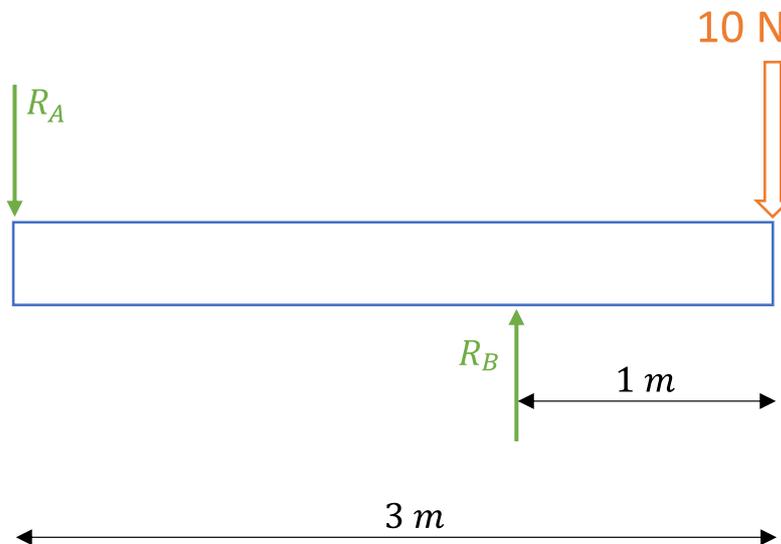




### Comentário:

Caro(a) estrategista, mesmo que você não saiba decorado o formato do diagrama de momento fletor para a viga do enunciado e seu carregamento, podemos determiná-lo de maneira simples, desde que você conheça as equações do equilíbrio e como determinar os esforços internos. Primeiramente devemos conhecer as reações do apoio na viga. Como no enunciado não são fornecidos valores para as grandezas, deixo como dica, você atribuir valores arbitrários para lhe ajudar na solução. Vejamos o DCL com valores que atribuí para a força e as distâncias entres os pontos:





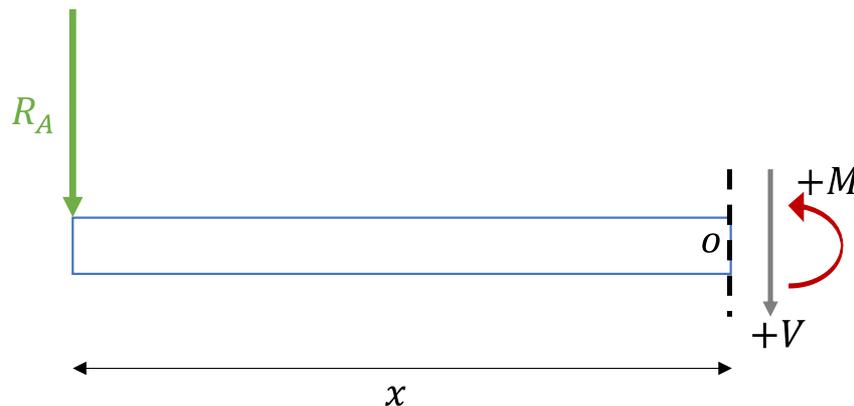
Pelas equações do equilíbrio das forças na direção Y e somatório de momento definimos se as direções adotadas para as reações estão corretas. Vejamos:

$$\begin{matrix} + \\ \uparrow \end{matrix} \sum F_y = 0 \Rightarrow -R_A + R_B = 10 \text{ N}$$

$$\begin{matrix} + \\ \curvearrowright \end{matrix} \sum M_A = 0 \Rightarrow R_B \cdot 2 = 10 \cdot 3 \Rightarrow R_B = 15 \text{ N} \quad \therefore R_A = 5 \text{ N}$$

Note que os sentidos das reações nos pontos A e B estão nos sentidos corretos.

Vamos agora determinar a equação para o momento fletor no trecho AB. Vejamos o DCL:

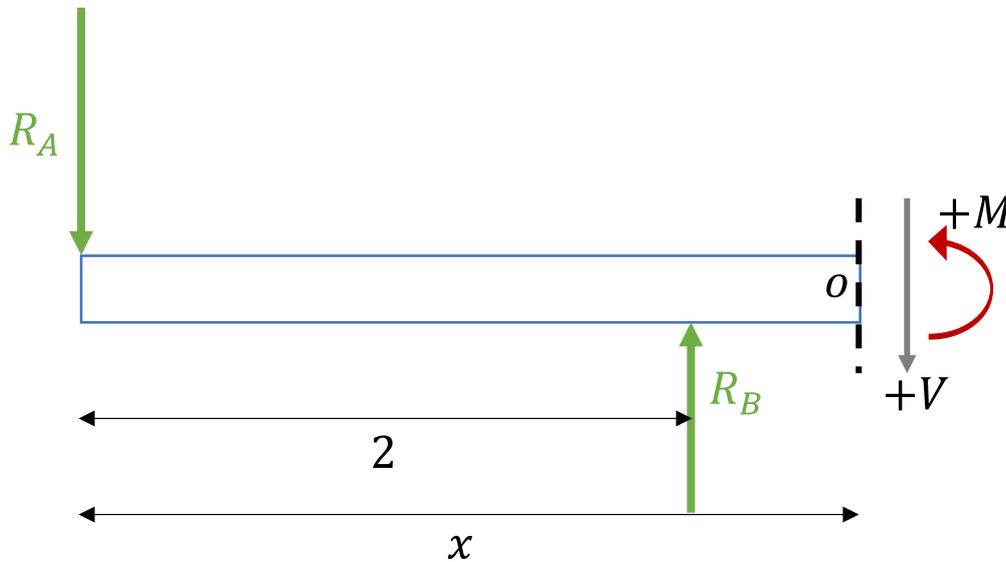


Por convenção, adotamos os sentidos demonstrados no D.C.L acima para momento fletor e esforço cortantes positivo.

$$\begin{matrix} + \\ \curvearrowright \end{matrix} \sum M_O = 0 \quad M + R_A \cdot x = 0 \Rightarrow M = -R_A \cdot x$$



Note que nesta seção da viga o momento fletor possuirá o formato de uma reta decrescente de acordo com sua equação. Vejamos o DCL para determinarmos a equação do momento fletor no trecho BC.



$$\sum^+ M_O = 0 \quad M + R_A \cdot x - R_B \cdot (x - 2) = 0 \Rightarrow M = R_B \cdot x - R_B \cdot 2 - R_A \cdot x$$

Analisando as distâncias entre os pontos AC e BC podemos notar que a reação no ponto B é maior do que no ponto A, portanto a inclinação da reta no diagrama de momento fletor na equação acima deverá ser positiva. Contudo, vamos substituir as incógnitas das equações pelos valores atribuídos anteriormente.

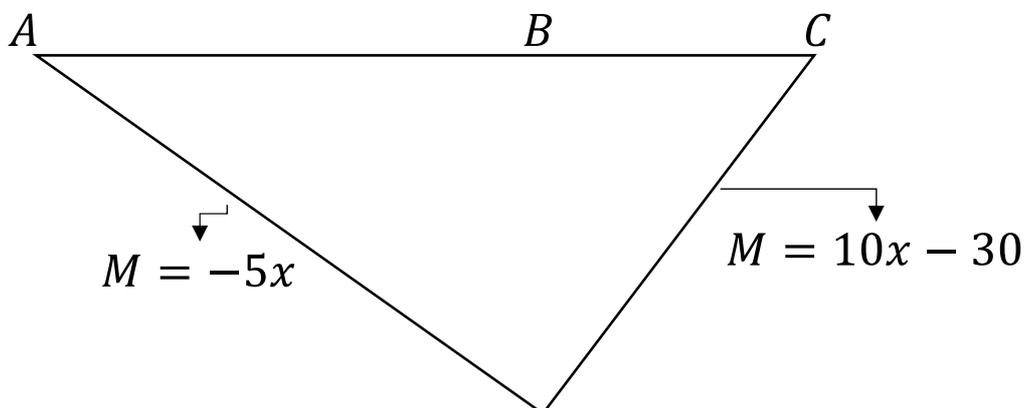
Trecho AB

$$M = -5 \cdot x$$

Trecho BC

$$M = 10 \cdot x - 30$$

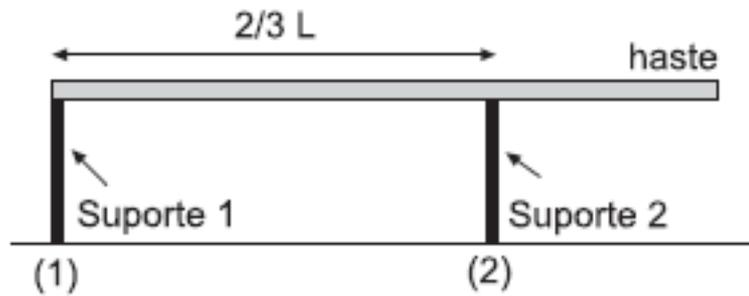
Assim, podemos montar o diagrama do momento fletor para as equações acima. Vejamos:



Portanto, a **alternativa A** está CORRETA e é o gabarito da questão.



27. (CESGRANRIO/PETROBRAS-2012)



Uma haste homogênea de massa 50,0 kg é colocada horizontalmente sobre dois suportes, conforme mostra a figura.

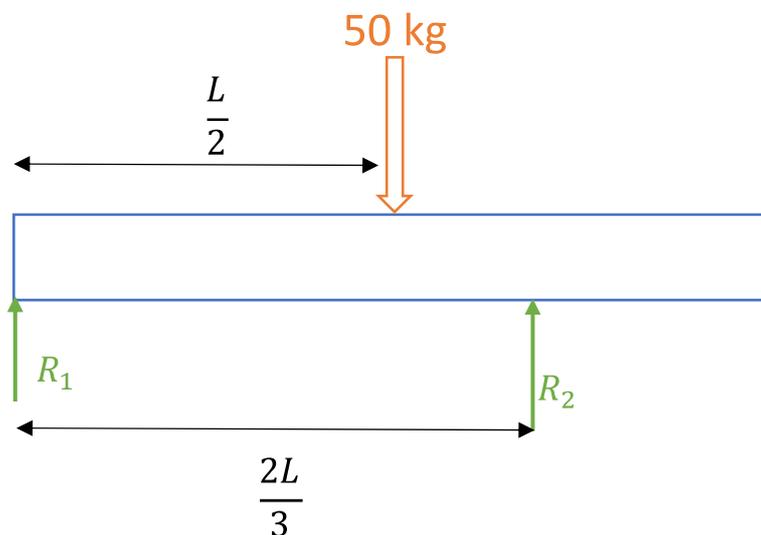
O módulo da força exercida pelo suporte (1) na haste, em newtons, é de

Dado:  $g = 10,0 \text{ m/s}^2$

- a) 125,0
- b) 187,0
- c) 250,0
- d) 375,0
- e) 500,0

**Comentário:**

Primeiramente devemos montar o DCL com a indicação da força peso da haste atuando em seu centroide que é em  $L/2$ . Vejamos:



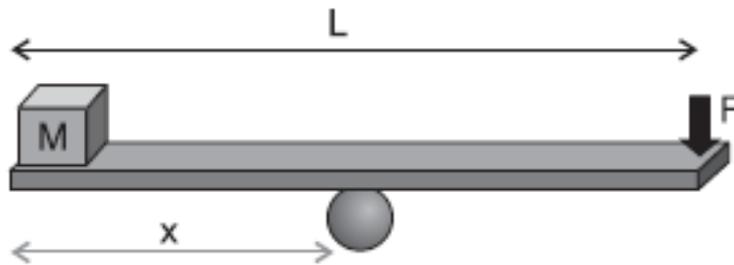
Desta forma, pelas equações do equilíbrio obtemos:

$$\sum \uparrow F_y = 0 \Rightarrow R_1 + R_2 = F = 50 \cdot 10 = 500 \text{ N}$$

$$\sum \curvearrowright M_1 = 0 \Rightarrow -50 \cdot 10 \cdot \frac{L}{2} + R_2 \cdot \frac{2L}{3} = 0 \Rightarrow R_2 = 375 \text{ N} \quad \therefore R_1 = 125 \text{ N}$$

Logo, a **alternativa A** está CORRETA e é o gabarito da questão.

## 28. (CESGRANRIO/PETROBRAS-2012)



Uma prancha de madeira de massa desprezível e comprimento  $L = 2,8 \text{ m}$  é utilizada para manter em equilíbrio, na horizontal, um cubo pequeno de massa  $20,0 \text{ kg}$  ao realizar uma força  $F$  de  $80,0 \text{ N}$  em uma das extremidades da prancha.

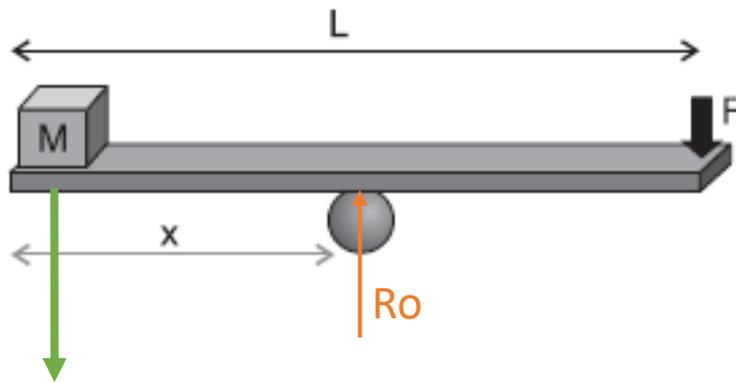
A distância, em metros, entre o ponto de apoio da prancha e a posição onde se encontra o cubo é de

- a) 0,56
- b) 0,80
- c) 1,00
- d) 1,12
- e) 1,40

### Comentário:

Caro(a) aluno(a), para resolvermos essa questão devemos basicamente aplicar as equações do equilíbrio. Vejamos:





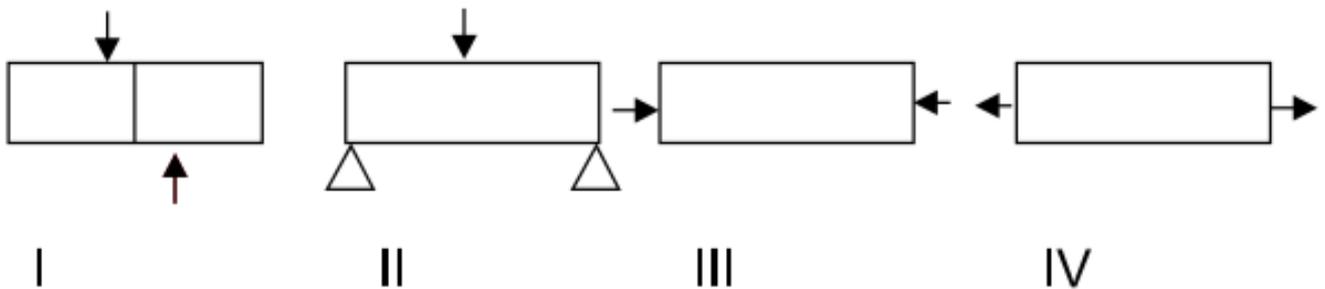
$$\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow -M \cdot g + R_o - F = 0 \Rightarrow -200 + R_o - 80 = 0 \Rightarrow R_o = 280 \text{ N}$$

$$\curvearrow \sum M_o = 0 \quad M \cdot g \cdot x - F \cdot (L - x) = 0 \Rightarrow M \cdot g \cdot x = F \cdot L - F \cdot x \Rightarrow 200x = 224 - 80x$$

$$x = 0,8 \text{ m}$$

Portanto, a **alternativa B** está CORRETA e é o gabarito da questão.

29. (VUNESP/Pref. de São Paulo-2018) Observe as figuras.



Assinale a alternativa correta.

- a) I Cisalhamento; II Flexão; III Compressão; IV Tração.
- b) I Cisalhamento; II Flexão; III Tração; IV Compressão.
- c) I Tração; II Compressão; III Flexão; IV Cisalhamento.
- D) I Flexão; II Compressão; III Tração; IV Cisalhamento.
- e) I Compressão; II Tração; III Cisalhamento; IV Flexão.

**Comentário:**

A **alternativa A** está CORRETA e é o gabarito da questão.



A Figura I – Representa o Cisalhamento que é uma tensão gerada por forças aplicadas em sentidos iguais ou opostos, em direções semelhantes.

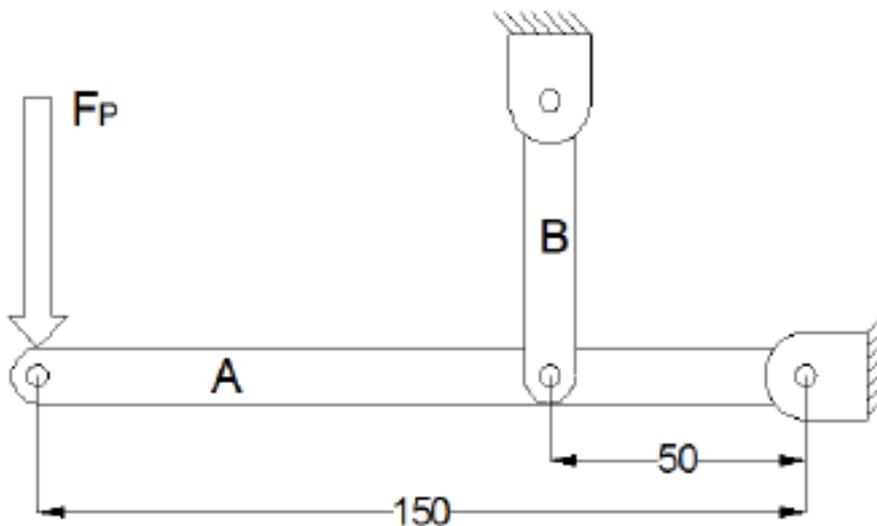
A Figura II - Representa à Flexão simples que geralmente é resultante da ação de carregamentos transversais que curvam o corpo e que ocasionam uma distribuição de tensões aproximadamente lineares no seu interior.

Tensões Normais: podendo ser de Tração ou de Compressão - A intensidade da força ou força por unidade de área, que atua no sentido perpendicular, é definida como tensão normal e por convenção como tração(+) se esta é dirigida para fora do corpo ou compressão(-) se esta é dirigida para fora do corpo.

A Figura III - Representa à Compressão – Causada por uma tensão normal que atua na seção perpendicular do corpo de maneira a comprimi-lo.

A Figura IV - Representa à Tração - Causada por uma tensão normal que atua na seção perpendicular do corpo de maneira a estica-lo.

**30. (Instituto AOCP/UEFS-2018) A figura a seguir ilustra, de forma esquemática, um suporte para carregamento de cargas em estado de equilíbrio. A Viga A apresenta pontos articulados de fixação por meio de pinos. Considerando uma força  $F_P$  de 20 kN aplicada na extremidade da viga A e considerando as dimensões das vigas apresentadas na figura, assinale a alternativa correta.**



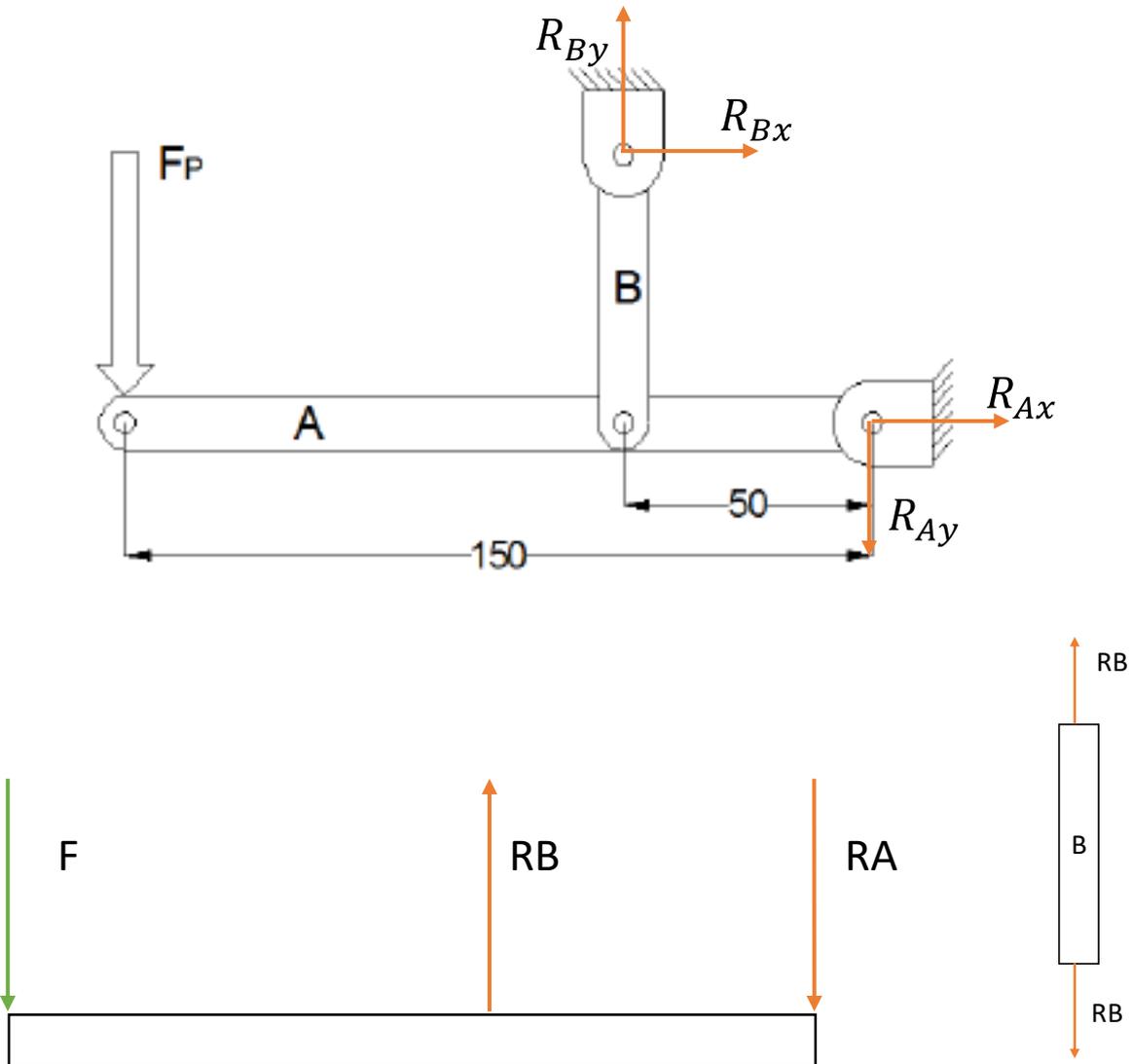
- a) A viga B estará sujeita a uma força de compressão de 60 kN.
- b) O ponto de fixação da viga A estará sujeito a uma força de 40 kN.
- c) O ponto de fixação da viga A estará sujeito a uma força de 120 kN.
- d) A viga B estará sujeita a uma força de compressão de 80 kN.
- e) Como a viga B possui 2 pontos de travamento, cada ponto estará sob efeito da metade da força recebida pela viga.



**Comentário:**

Para a resolução desta questão devemos aplicar os princípios da estática. Vamos analisar cada uma das alternativas.

A **alternativa A** está incorreta. A viga B está sujeita a uma força de tração. Por análise do sentido de atuação da força F (para baixo) notamos que a reação de apoio no sentido vertical (tipo pino com uma reação em X e uma em Y) da barra RB está atuando para cima enquanto a viga é puxada para baixo em sua outra extremidade, por atuação de F, tracionando-a. Vejamos o diagrama de corpo livre abaixo.



Aplicando as equações de equilíbrio para as forças em Y e somatório de momentos obtemos:

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow -F + R_B - R_A = 0 \Rightarrow F = R_B - R_A$$

$$+\curvearrowleft \sum M_A = 0 \Rightarrow F \cdot 150 - R_B \cdot 50 = 0 \Rightarrow R_b = \frac{20 \cdot 150}{50} = 60 \text{ kN}$$

$$R_A = R_B - F = 40 \text{ kN}$$



A **alternativa B** está CORRETA e é o gabarito da questão. A força de reação no pino de sustentação na extremidade esquerda da viga A é de 40 kN, conforme calculado.

A **alternativa C** está incorreta, uma vez que a reação no pino de sustentação da viga A é de 40 kN.

A **alternativa D** está incorreta. A viga B está sujeita a uma força de tração com 60 kN de intensidade.

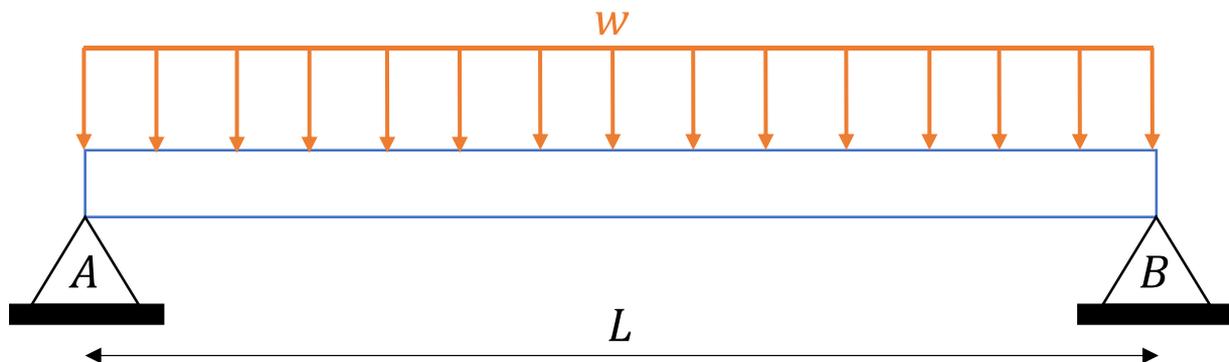
A **alternativa E** está incorreta. Podemos analisar a viga B como um elemento separado do sistema onde as forças atuantes sobre ela obedeçam ao princípio da estática. Desta maneira a força atuante em um ponto de travamento será **igual** a força atuante no outro ponto de travamento.

**31. (Instituto AOCP/UFOB-2018) Um técnico mecânico deve ser capaz de avaliar estruturas e equipamentos quanto à sua resistência mecânica.**

Com referência aos conceitos da resistência dos materiais, julgue o item a seguir.

Uma viga apoiada nas extremidades, submetida a uma carga de flexão uniformemente distribuída, possuirá momento fletor máximo no centro da viga e nulo nas extremidades.

**Comentário:**

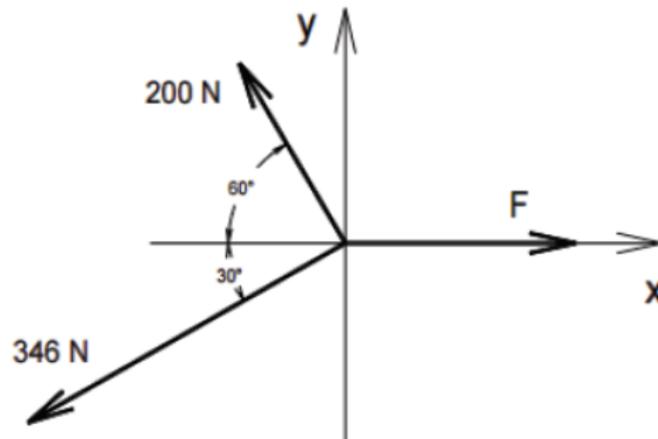


Caro(a) aluno(a). Vigas biapoiadas submetidas a um carregamento distribuído simetricamente ao longo de seu comprimento apresentam o momento fletor máximo no centro da viga. Isso ocorre justamente pela simetria da estrutura e dos carregamentos. Este tipo de apoio permite rotação da viga e devido ao fato de não serem momentos concentrados nas extremidades, os momentos fletores são nulos nos pontos A e B (extremidades).

Portanto, a **assertiva** está CORRETA.

**32. (IBFC/SESA-PR - 2016) Analise o sistema de forças apresentado a seguir, e, considerando que o sistema se encontra em equilíbrio, assinale a alternativa que apresente o valor aproximado da força F.**





- a) 480 N.
- b) 400 N.
- c) 360 N.
- d) 320 N.

**Comentário:**

Para resolvermos esta questão devemos analisar as **forças envolvidas no sistema** e decompor as que não são paralelas ao eixo x e y. Como trata-se de um sistema em equilíbrio a resultante das forças  $F_x$  e  $F_y$  é igual a zero, portanto decompondo a força  $F_1$  de 200N, temos:

$$F_{1x} = 200 \cdot \cos 60 = 100N \text{ e } F_{1y} = 200 \cdot \text{sen}60 = 173N$$

Para a força  $F_2$  de 346N obtemos:

$$F_{2x} = 346 \cdot \cos 30 = 299,6N \text{ e } F_{2y} = 346 \cdot \text{sen}30 = 173N$$

Aplicando as equações de equilíbrio, e adotando o primeiro quadrante como positivo, chegamos ao seguinte resultado:

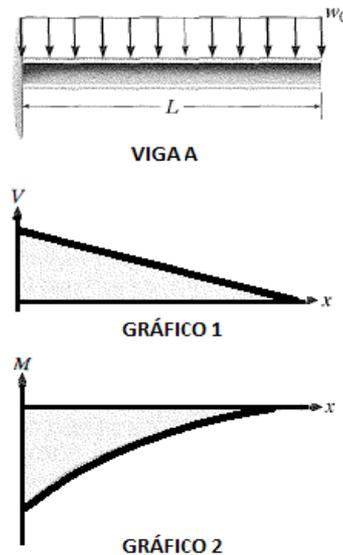
$$\sum F_x = 0 = -F_{1x} - F_{2x} + F = 0 \Rightarrow F = 399,6 \cong 400N$$

$$\sum F_y = 0 = F_{1y} - F_{2y} = 0$$

Portanto a **alternativa B** está CORRETA e é o gabarito da questão.

**33. (IBFC/IDAM-2019)** A figura abaixo contém uma imagem que representa a Viga A de comprimento “L”, que está engastada em uma de suas extremidades e sujeita a uma carga “wo” distribuída uniformemente ao longo do seu comprimento. Abaixo da imagem da viga, encontram-se dois gráficos (Gráfico 1 e Gráfico 2). A partir da imagem e dos gráficos, assinale a alternativa correta:



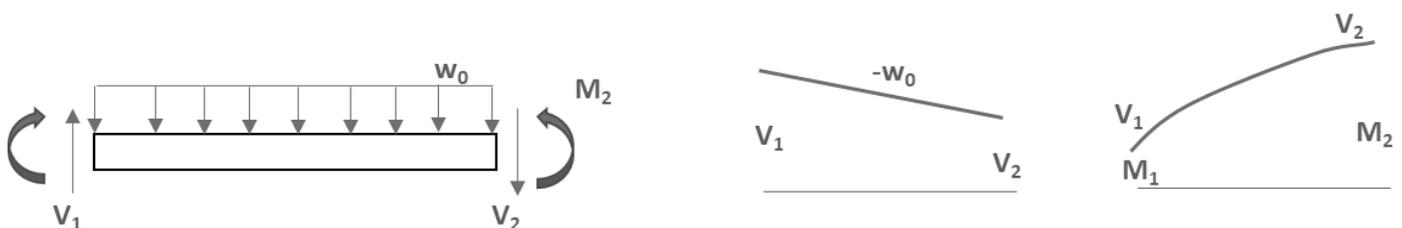


Viga A e gráficos 1 e 2

- a) Apenas o Gráfico 1, que representa o Esforço Cortante, está incorreto, pois o coeficiente de inclinação da reta deveria ser positivo. O Gráfico 2, que representa o Momento Fletor está correto
- b) Apenas o Gráfico 2, que representa o Momento Fletor, está incorreto, pois todos os valores deveriam estar acima do eixo das abscissas (deveriam ser positivos). O Gráfico 1, que representa o Esforço Cortante, está correto
- c) Tanto o Gráfico 1, que representa o Esforço Cortante, quanto o Gráfico 2, que representa o Momento Fletor, estão incorretos
- d) Tanto o Gráfico 1, que representa o Esforço Cortante, quanto o Gráfico 2, que representa o Momento Fletor, estão corretos

#### Comentário:

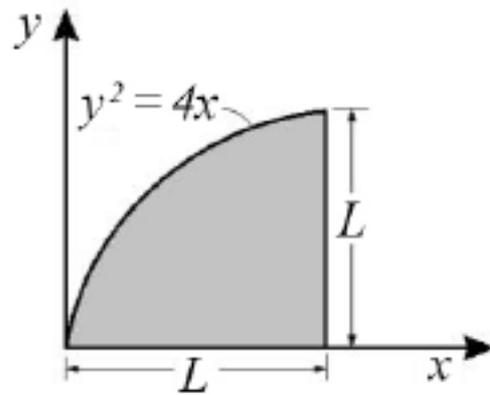
Como a viga está sofrendo uma **carga constante** em toda sua extremidade, os **diagramas de força cortante e momento fletor serão linear e quadrático**, respectivamente. Vejamos o exemplo demonstrado na aula para os formatos dos diagramas para o tipo de esforço dado:



Portanto, tanto o gráfico 1 quanto o gráfico 2 estão corretos. Logo, a **alternativa D** está CORRETA e é o gabarito da questão.

#### 34. (CEBRASPE/IFF-2018)





Na área ilustrada na figura precedente, o momento de inércia em torno do eixo x pode ser calculado pela expressão

a)  $I_x = \frac{2.L^{4,5}}{4,5}$

b)  $I_x = \frac{L^{4,5}}{10}$

c)  $I_x = \frac{L^5}{3} - \frac{L^4}{20}$

d)  $I_x = \frac{L^3}{9} - \frac{L^4}{10}$

e)  $I_x = \frac{L^4}{3} - \frac{L^5}{20}$

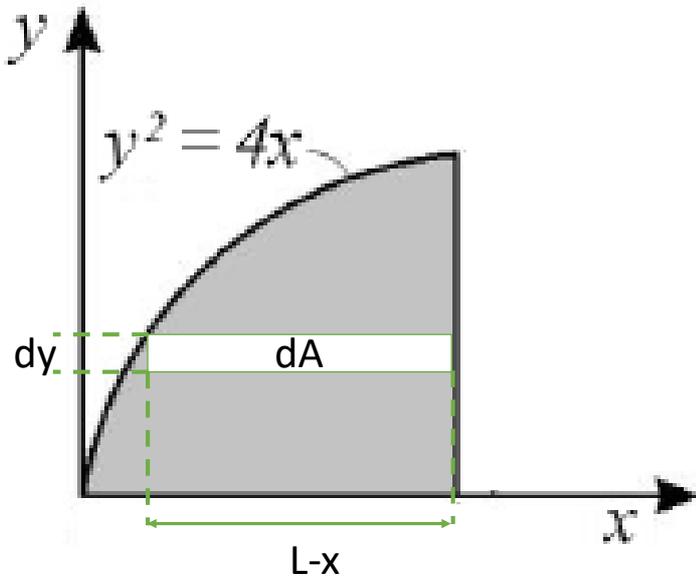
**Comentário:**

Caro(a) aluno(a), para resolvermos esta questão, em que a área possui um formato geométrico complexo, devemos utilizar a definição do momento de inércia em que:

$$I_x = \int y^2 dA \quad e \quad I_y = \int x^2 dA$$

Para resolvermos a integral do cálculo do momento de inércia em torno do eixo x devemos encontrar um elemento infinitesimal dA adequado. Em outras palavras, neste caso, precisamos converter esse elemento dA para dy. Vejamos a imagem:





$$dA = dy \cdot (L - x)$$

Feito isso e sabendo que  $y^2 = 4x$ , ou seja,  $x = \frac{y^2}{4}$ , com  $y$  variando de 0 a  $L$  obtemos:

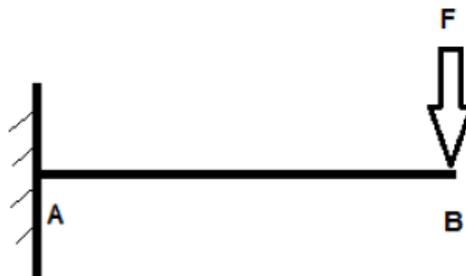
$$I_x = \int y^2 dA = \int_0^L y^2 \cdot \left(L - \frac{y^2}{4}\right) dy$$

$$I_x = \int_0^L \left(y^2 \cdot L - \frac{y^4}{4}\right) dy = \left(\frac{y^3 \cdot L}{3} - \frac{y^5}{20}\right) \Big|_0^L$$

$$I_x = \frac{L^4}{3} - \frac{L^5}{20}$$

Portanto, a **alternativa E** está CORRETA e é o gabarito da questão.

**35. (NC-UFPR/ITAIPU-2019) O desenho ao lado representa uma viga carregada:**



Com base nos dados apresentados, é correto afirmar que o momento fletor máximo ocorrerá:

- a) no ponto B.
- b) a  $\frac{1}{4}$  da distância entre A e B mais próximo do ponto B.
- c) na metade da distância entre A e B.

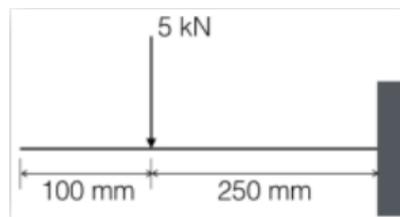


- d) a  $\frac{1}{4}$  da distância entre A e B mais próximo do ponto A.
- e) no ponto A.

**Comentário:**

Questão simples, mas que exige o conceito de **momento fletor**. Sabemos que o momento é dado pela força aplicada a distância perpendicular ao ponto em que estamos analisado ( $M=F.d$ ). Como a força é constante, neste caso, quanto maior for a distância maior será o momento fletor. Portanto, o ponto da viga mais distante do ponto B é o ponto A. Logo, a **alternativa E** está CORRETA e é o gabarito da questão.

**36. (COMPERVE/UFRN – 2018) Um segmento de um certo braço robótico é uma barra que pode ser modelada como uma viga engastada submetida à ação de uma força, conforme representado na figura. Nesse caso, o momento fletor na barra é:**



- a) 1,25 kNm
- b) 500 Nm
- c) 1 kNm
- d) 1,5 kNm

**Comentário:**

A **alternativa A** está CORRETA e é o gabarito da questão. A grande sacada nesta questão é prestarmos atenção as **unidades de medidas e na distância** a qual está sendo aplicada a força de 5kN. Assim temos que o momento fletor da barra relação ao ponto onde ela está engastada é obtido por:

$$M = F.d = 5000 \text{ N} \cdot 0,25\text{m} = 1250 \text{ N.m ou } 1,25 \text{ kN.m}$$

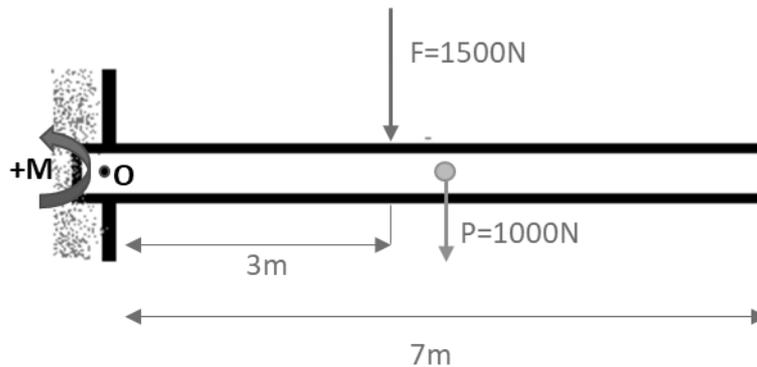
**37. (CEPS-UFPA/UNIFESSPA-2018) Considere uma viga horizontal, uniforme, com comprimento de 7 m, peso próprio igual a 1000 N e espessura desprezível. Se a viga encontra-se engastada, e a 3 m do engaste age uma força vertical para baixo de 1500 N, então a reação de momento no engaste vale (em kN.m)**

- a) 6,500.
- b) 7,000.
- c) 7,500.
- d) 8,000.
- e) 8,500.



### Comentário:

Esta questão é muito boa para praticarmos a nossa visualização de um sistema apenas com a descrição deste. Para solucionarmos o problema vamos iniciar com o desenho do sistema e do DCL.



A grande pegadinha da banca neste caso, foi considerar o **peso da barra** em seu centro de gravidade. Portanto, além da força F estar ocasionando um momento em relação à O temos o peso P agindo no sistema. Como o sistema está em equilíbrio e a banca pede o valor do momento no ponto O, vamos ao equacionamento, adotando como convenção o sentido anti-horário positivo:

$$\sum M_o = 0 = -1500 \cdot 3 - 1000 \cdot 3,5 + M \Rightarrow M = 8000 N \cdot m$$

Portanto a **alternativa D** está CORRETA e é o gabarito da questão.

**38. CEPS/UFPA/2018 Quando um metal é submetido a tensões ou deformações cíclicas, há uma quebra de sua estrutura, o que leva o metal à ruptura. Este comportamento chama-se:**

- a) fadiga.
- b) fluência.
- c) flambagem.
- d) deformação por cisalhamento.
- e) resiliência.

### Comentários

A **alternativa A** está correta e é o gabarito da questão. A **fadiga**, segundo a norma ASTM, é o processo progressivo e localizado de modificações estruturais permanentes ocorridas em um material submetido a condições que produzam **tensões e deformações cíclicas** que pode culminar em trincas ou fratura após um certo número de ciclos.

A **alternativa B** está incorreta. A **fluência** ocorre quando uma peça ou estrutura é submetida, por longos períodos, a tensões constantes inferiores a tensão de ruptura. Estas estruturas podem sofrer algum tipo de deformação permanente e essa deformação pode ser **ativada pela temperatura elevada e se manifestar com o passar do tempo**.



A **alternativa C** está incorreta. A **flambagem** é um fenômeno que ocorre em **peças esbeltas** (peças onde a área de seção transversal é pequena em relação ao seu comprimento), quando **submetidas a um esforço de compressão axial**.

A **alternativa D** está incorreta, pois este comportamento ocorre devido a forças cisalhantes.

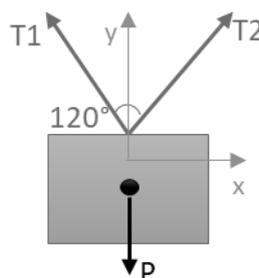
A **alternativa E** está incorreta. A **resiliência** é a **capacidade de um material absorver energia mecânica em regime elástico** por unidade de volume e readquirir a forma original quando retirada a carga que provocou a deformação.

**39. (IFSP/IFSP-2016)** Uma caixa de massa desconhecida está suspensa por duas cordas que estão sujeitas a ação de duas forças de tração, que medidas por um dinamômetro, resultou em cada uma com o mesmo módulo de 100 N. Essas forças de tração nas cordas formam um ângulo de  $120^\circ$  entre si. Para que esta caixa esteja em equilíbrio, admitindo a aceleração da gravidade como  $10 \text{ m/s}^2$ , é preciso que ela tenha uma massa de:

- a) 6 kg
- b) 8 kg
- c) 10 kg
- d) 12 kg

**Comentário:**

Para resolvermos a questão devemos montar o diagrama de corpo livre de acordo com a descrição. Podemos notar que teremos **duas cordas inclinadas** com um ângulo de  $120^\circ$  entre elas com força trativa de 100N segurando uma caixa, logo o nosso DCL ficará da seguinte maneira:



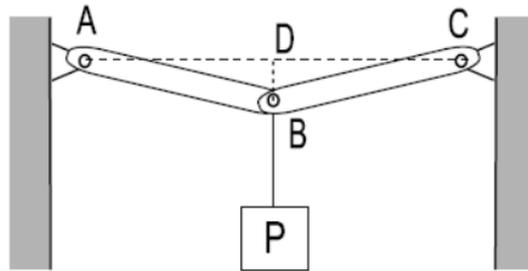
As **forças trativas**  $T_1$  e  $T_2$  são **opostas** logo suas componentes em X se anulam. As componentes do eixo Y das cordas é que sustentam a caixa e formam um ângulo de  $60^\circ$  com o eixo y imaginário que corta o centro da caixa. Por fim, aplicando as equações de equilíbrio, sabendo que as forças  $T_1$  e  $T_2$  são iguais e, que a força peso é igual a massa multiplicada pela aceleração da gravidade, obtemos:

$$\sum F_y = 0 = T_{1y} + T_{2y} - (m \cdot g) \Rightarrow T_1 \cdot \cos 60 + T_2 \cdot \cos 60 - (m \cdot 10) = 0 \Rightarrow m = 10 \text{ kg}$$

Portanto a **alternativa C** está CORRETA e é o gabarito da questão.



40. (FGV/TJ-RO – 2015) Observe a figura a seguir, na qual um peso  $P$  pende do ponto  $B$ , no centro das barras sem peso  $AB$  e  $BC$  de mesmo comprimento.

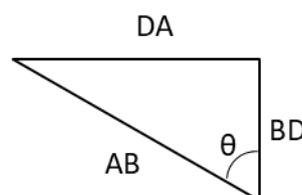


Essas barras são rotuladas no ponto  $B$  e têm as outras extremidades presas às rótulas  $A$  e  $C$ , ambas localizadas na mesma linha horizontal  $AC$ . A linha vertical  $BD$  é 20 vezes menor que os comprimentos  $AB$  e  $BC$  ( $BD=AB/20$ ,  $AB=BC$ ). As tensões (forças de tração) nas barras  $AB$  e  $BC$  para que o peso  $P$  seja suportado são expressas por:

- a)  $0,05P$ ;
- b)  $0,1P$ ;
- c)  $P$ ;
- d)  $10P$ ;
- e)  $20P$ .

#### Comentário:

Para resolvermos a questão, primeiramente devemos encontrar o **ângulo** existente entre as barras  $AC$ . Como a banca nos disse que a linha vertical  $BD$  é 20 vezes menor que o comprimento  $AB$  e  $BC$ , através da trigonometria do triângulo retângulo podemos obter a metade deste ângulo para então decompor as forças trativas nas barras. Vejamos o triângulo:

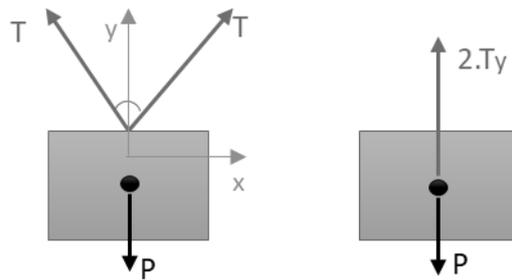


A partir do **teorema de Pitágoras** sabemos que  $\cos \theta = CA/H$  assim obtemos:

$$\cos \theta = \frac{BD}{AB} = \frac{\frac{AB}{20}}{AB} = \frac{1}{20}$$

Encontrado o valor de  $\cos \theta$  podemos partir para a decomposição das forças trativas decompostas no eixo  $Y$  nas duas barras a partir do DCL:



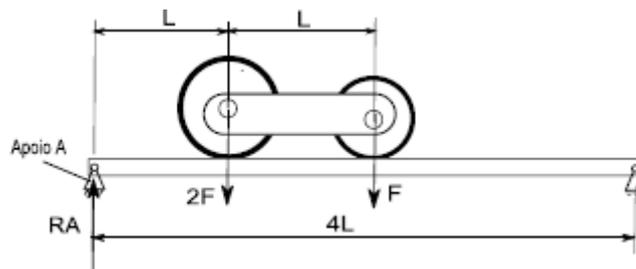


Como as barras possuem **mesma dimensão** AB e BC são idênticas e está apoiadas igualmente podemos simplificar o nosso diagrama de corpo livre conforme a figura a direita acima. Para finalizarmos aplicamos as equações de equilíbrio no eixo y, decompondo a força trativa de acordo com seu cosseno diretor, para obtermos a resposta. Vejamos:

$$\sum F_y = 0 = 2.T_y - P = 2.(T.\cos \theta) - P \Rightarrow T = \frac{P}{2.\cos \theta} = \frac{P}{2.\frac{1}{20}} \Rightarrow T = 10P$$

Logo, a **alternativa D** está CORRETA e é o gabarito da questão.

**41. (FGV/TJBA-2015)** Uma viga bi-apoiada de comprimento  $4L$  suporta duas rodas interligadas com distância entre centros  $L$ . A roda mais pesada tem peso  $2F$  e tem seu centro situado a uma distância  $L$  do apoio A. A roda mais leve tem peso  $F$  e tem seu centro situado a uma distância  $2L$  do apoio A.



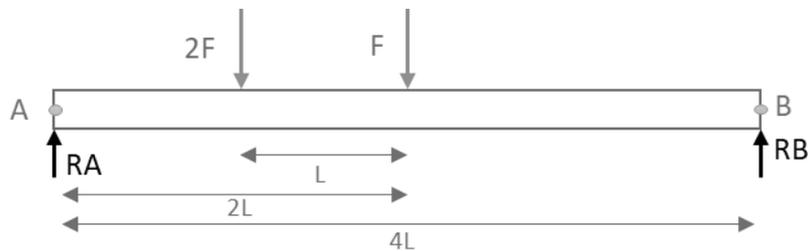
A Reação  $R_A$  vertical que o apoio A exerce na viga nesse instante é:

- a)  $F/2$ ;
- b)  $F$ ;
- c)  $3F/2$ ;
- d)  $2F$ ;
- e)  $5F/2$ .

**Comentário:**

Esta é uma questão simples, mas que exige a percepção de que devemos realizar o somatório de momento no **lado direito** (ponto B) da nossa viga, pois ela está apoiada em ambos os lados. Vamos a concepção de nosso DCL:



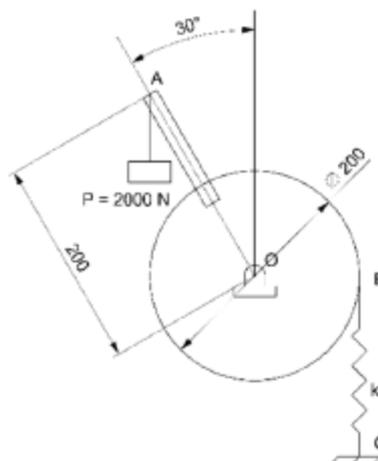


Agora vamos ao equacionamento do sistema em equilíbrio, como momento no sentido anti-horário positivo, em que:

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow 2F \cdot 3L + F \cdot 2L - RA \cdot 4L = 0 \Rightarrow RA = \frac{8 \cdot F \cdot L}{4 \cdot L} = 2F$$

Logo, a **alternativa D** está CORRETA e é o gabarito da questão.

**42. (FGV/AL-RO-2018)** A figura a seguir apresenta um peso de 2000 N ligado a uma alavanca AO que se encontra rigidamente conectada à polia cujo centro é O.



(Dimensões em mm)

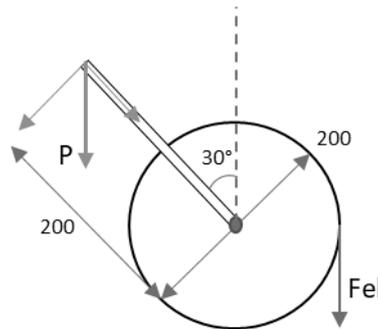
Assumindo  $\pi = 3$ , a constante k da mola BC, para que o sistema esteja em equilíbrio, vale

- a) 10 kN/m
- b) 20 kN/m
- c) 30 kN/m
- d) 40 kN/m
- e) 50 kN/m

**Comentário:**



Para solucionarmos esta questão, devemos perceber que, para o sistema satisfazer as equações de equilíbrio, a **força elástica da mola** deve **anular a componente de força perpendicular a polia**, da força peso. Vejamos o diagrama de corpo livre:



Neste caso o somatório dos momentos causados entre componente perpendicular a polia ( $P \cdot \sin 30^\circ$ ) e a força elástica ( $F_{el}$ ) da mola deve ser igual a zero. Assim obtemos:

$$\sum M = 0 \Rightarrow (P \cdot \sin 30^\circ) \cdot 0,2 - F_{el} \cdot 0,1 = 0 \Rightarrow F_{el} = 2000N.$$

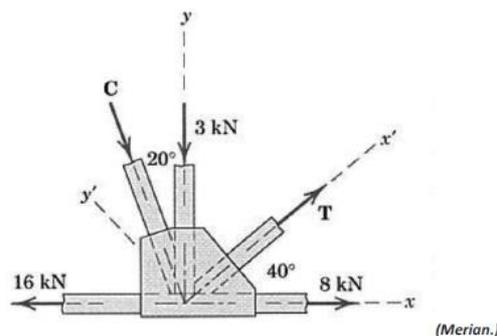
Para finalizarmos, devemos encontrar a constante  $k$  da mola. Sabemos que a **força elástica da mola** é obtida através do produto entre a rigidez ( $k$ ) e a distância, deslocamento ( $x$ ) da mola. Nesta questão, o segredo é entender que o **deslocamento  $x$  da mola** é referente a **inclinação de  $30^\circ$**  ( $\pi/6$  rad) da alavanca onde o peso atua na extremidade, portanto sabendo que o perímetro da circunferência é  $2\pi R$  e,  $2\pi$  corresponde a  $360^\circ$ , para  $30^\circ$  o deslocamento  $x$  será igual a:

$$x = \frac{\pi}{6} \cdot R = 0,05m$$

$$F_{el} = k \cdot x \Rightarrow k = \frac{F_{el}}{x} \Rightarrow k = 40kN/m$$

Logo, a **alternativa D** está CORRETA e é o gabarito da questão.

**43. (CONSULPLAN/CBTU-2014) Em uma estrutura metálica treliçada, atuam no nó as seguintes forças:**



Com base nos dados apresentados, os módulos das forças C e T são, respectivamente, em kN, iguais a

- a) 2,1 e 2,1.
- b) 3,03 e 2,4.

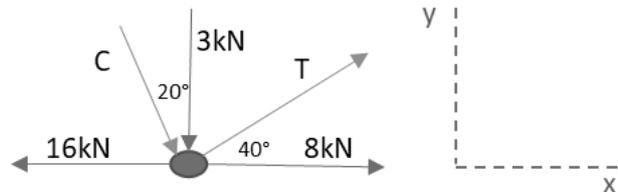


c) 3,03 e 9,09.

d) 9,09 e 2,4.

### Comentário:

Para resolvermos esta questão devemos basicamente **avaliar um nó de uma treliça**. Neste caso possuímos duas incógnitas e temos duas equações de equilíbrio, portanto é possível solucionarmos. Vamos ao DCL:



Devemos determinar as forças C e T em laranja. Para isso vamos a decomposição das forças inclinadas e a aplicação das equações de equilíbrio. Vejamos:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -16k + 8k + C_x + T_x = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -3k - C_y + T_y = 0 \quad (2)$$

$$C_x = C \cdot \text{sen } 20^\circ \text{ e } T_x = T \cdot \text{cos } 40^\circ \quad (3)$$

$$C_y = C \cdot \text{cos } 20^\circ \text{ e } T_y = T \cdot \text{sen } 40^\circ \quad (4)$$

Substituindo as equações (3) em (1) e (4) em (2) obtemos:

$$-8k + C \cdot \text{sen } 20^\circ + T \cdot \text{cos } 40^\circ = 0 \Rightarrow T = \frac{8k - C \cdot \text{sen } 20^\circ}{\text{cos } 40^\circ}$$

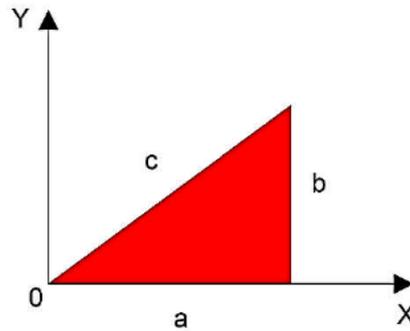
$$-3k - C \cdot \text{cos } 20^\circ + T \cdot \text{sen } 40^\circ = 0 \text{ substituindo } T \text{ temos}$$

$$\left( \frac{8k - C \cdot \text{sen } 20^\circ}{\text{cos } 40^\circ} \right) \cdot \text{sen } 40^\circ = 3k + C \cdot \text{cos } 20^\circ \Rightarrow C = 3,03kN \text{ e } T = 9,09kN$$

Logo, a **alternativa C** está CORRETA e é o gabarito da questão.

**44. (CEV-UECE/Pref. de Sobral-2018) Um triângulo de lados a, b e c é apresentado no plano cartesiano conforme a figura a seguir.**





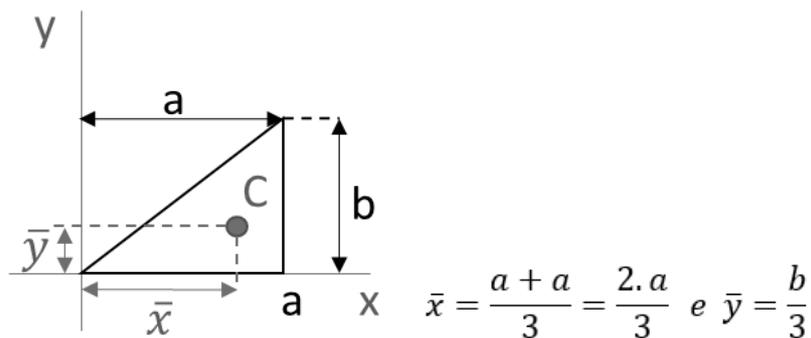
Considerando que o triângulo seja homogêneo em sua composição e espessura, as coordenadas "XCM" e "YCM" do seu centro de massa são dadas por

- a)  $X_{CM}=3a; Y_{CM}=3/2b$
- b)  $X_{CM}=2/3a; Y_{CM}=1/3b$
- c)  $X_{CM}=3/2a; Y_{CM}=b$
- d)  $X_{CM}=1/3a; Y_{CM}=2/3b$

**Comentário:**

O segredo desta questão está no **posicionamento do triângulo** em **relação aos eixos de referência**. Devemos perceber que o triângulo retângulo está com o seu lado de maior concentração de área a direita e não próxima a origem. Assim o centro de massa em x estará mais distante da origem.

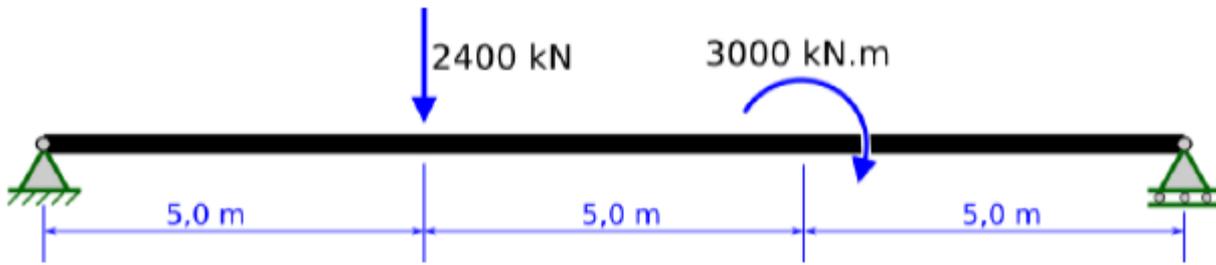
Podemos resolvê-la matematicamente via integral ou via fórmula direta de acordo com as propriedades de figuras planas. Como a intenção é não perdermos tempo vamos resolvê-la diretamente. Vejamos:



Logo, a **alternativa B** está CORRETA e é o gabarito da questão.

**45. (UFMT/POLITEC MT - 2022)** Uma viga bi-apoiada é apresentada na figura abaixo. É visto que a viga é submetida a uma força descendente de 2400,0 kN e um momento fletor sentido horário de 3000,0 kN.m, nos pontos indicados pelas cotas, em metros, da figura.

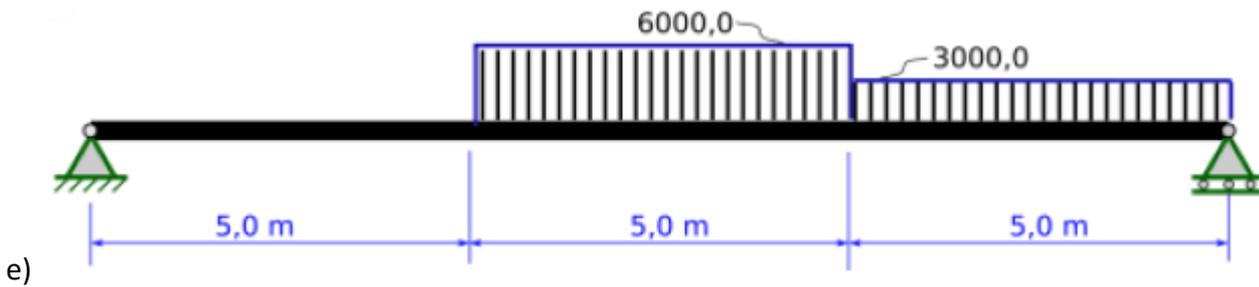




Assinale a alternativa que apresenta o diagrama de momento fletor desta viga. É importante destacar que os valores dos esforços indicados nas alternativas estão em kN.m.

- a)
- b)
- c)
- d)





**Comentário:**

Para resolver essa questão devemos primeiramente encontrar as reações nos apoios. De cara podemos notar que os esforços serão apenas no eixo y por não apresentar cargas no eixo x.

$$\sum M_A = 0$$

$$-2400 \cdot 5 - 3000 + 15 \cdot B_y = 0$$

$$B_y = 1000 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0$$

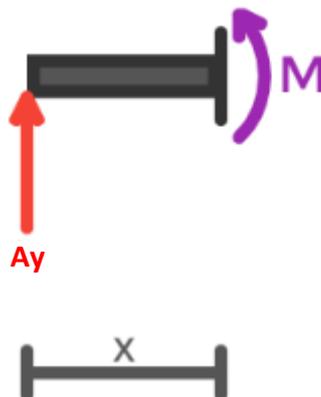
$$A_y - 2400 + B_y = 0$$

$$A_y - 2400 + 1000 = 0$$

$$A_y = 1400 \text{ kN}$$

Tendo encontrado os valores das reações podemos analisar a viga por seções para, por fim, desenhar seu diagrama de momento.

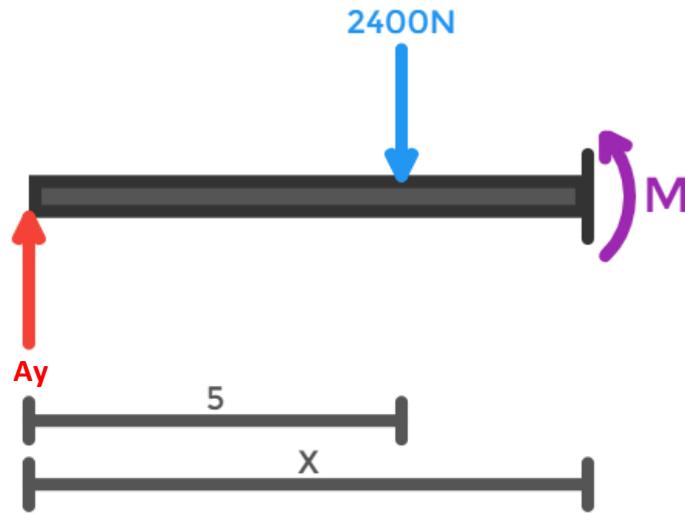
Primeira seção ( $0 \leq x \leq 5$ ):



$$-A_y \cdot x + M_1(x) = 0$$

$$M_1(x) = 1400 \cdot x$$

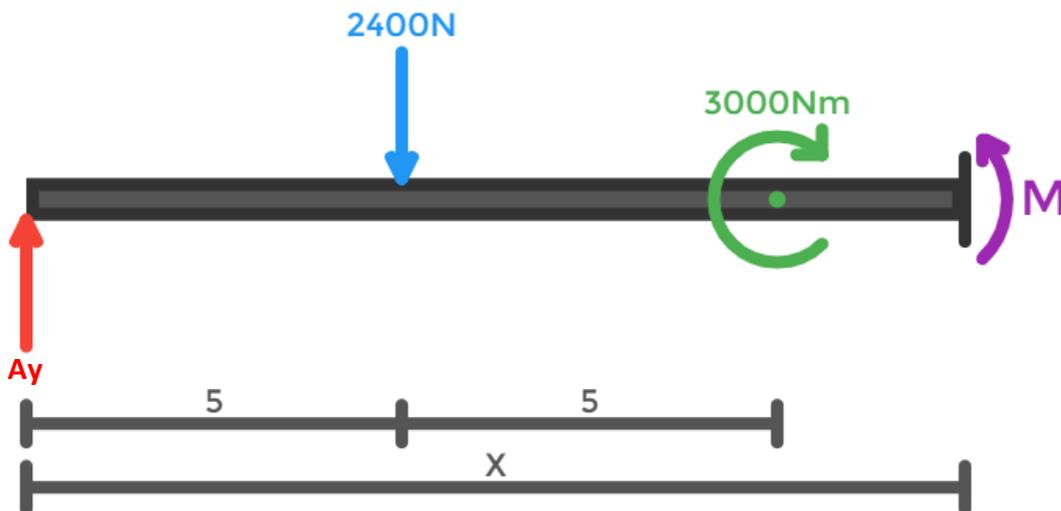
Segunda seção ( $5 \leq x \leq 10$ ):



$$2400 \cdot (x - 5) - A_y \cdot x + M_2(x) = 0$$

$$M_2(x) = 1000 \cdot x + 12000$$

Terceira seção ( $10 \leq x \leq 15$ ):

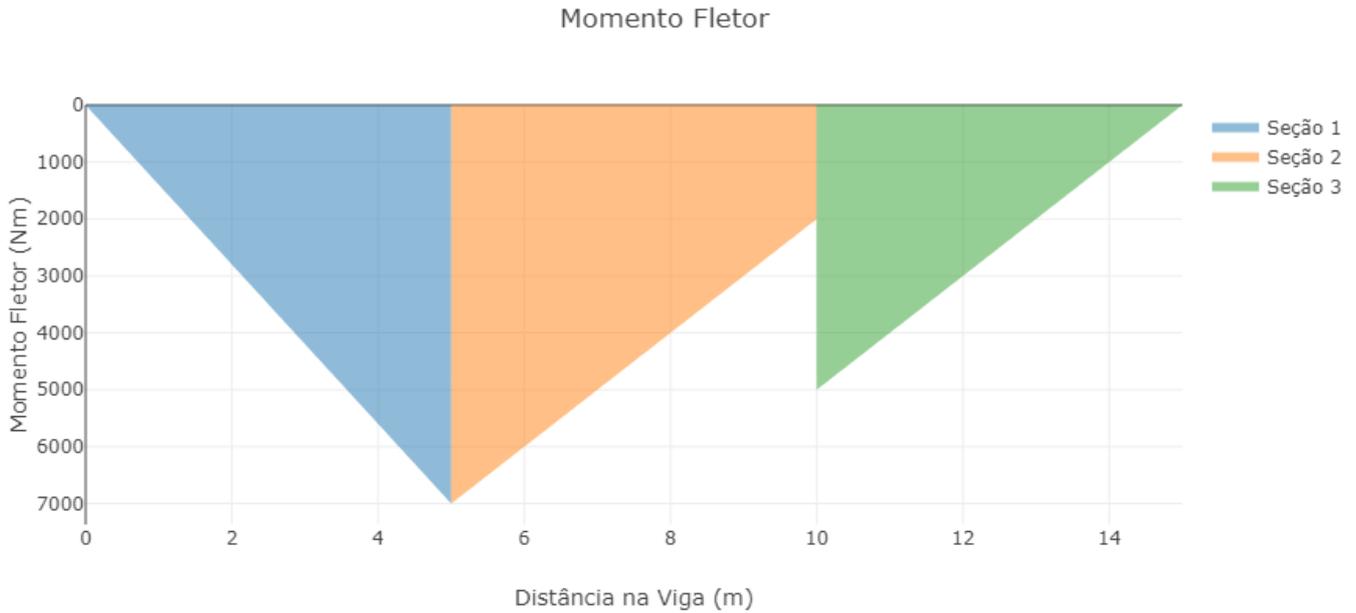


$$3000 + 2400 \cdot (x - 5) - A_y \cdot x + M_3(x) = 0$$

$$M_3(x) = -1000 \cdot x + 15000$$

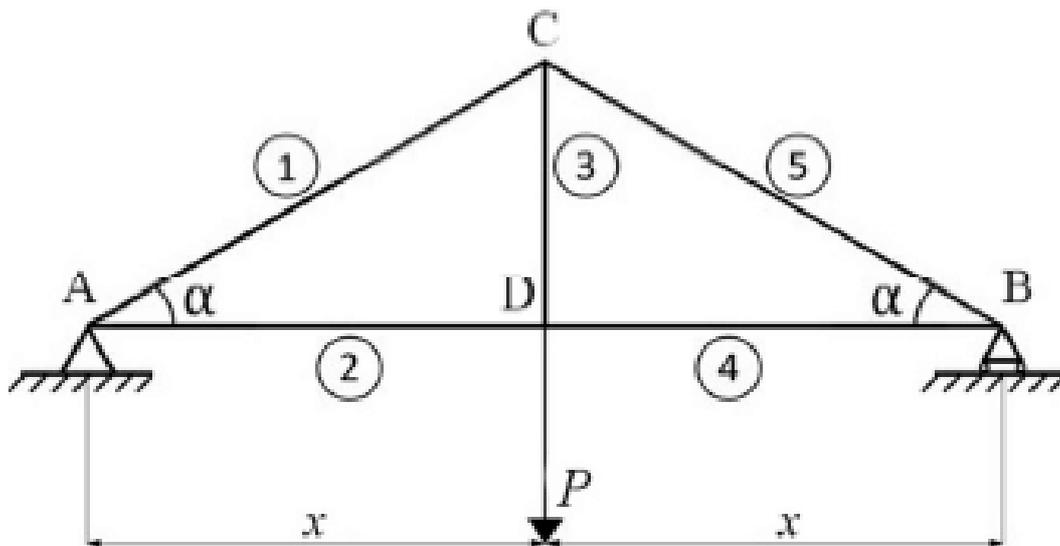
Com todas as equações em mãos, podemos então traçar o gráfico.





Portanto, ao comparar com as alternativas da questão, concluímos que a **alternativa D** está CORRETA e é o gabarito da questão.

#### 46. (CEBRASPE/PETROBRAS – 2022)



A figura precedente ilustra uma treliça, composta pelas barras retas numeradas de 1 a 5 e ligadas nos quatro nós A, B, C e D; em A, há um apoio fixo, e em B, há um apoio móvel. Na figura,  $P = 10 \text{ kN}$ ,  $x = 10 \text{ m}$  e  $\alpha = 30^\circ$ .

Tendo como referência essas informações, julgue o item a seguir, considerando que  $\text{sen } \alpha = 0,5$  e  $\text{cos } \alpha = 0,87$ .

A treliça ilustrada pode ser considerada uma treliça isostática, porém, substituindo-se o apoio móvel por um apoio fixo, ela se torna uma treliça hiperestática.



### Comentário:

Primeiramente vamos constatar se esta treliça é isostática. Para isso a seguinte equação deve ser satisfeita.

$$2n - b = r$$

Sendo  $b$  o número de elementos,  $n$  o número de nós e  $r$  a quantidade de reações nos apoios.

$$2 \cdot 4 - 5 = 3$$

A treliça é isostática, a afirmativa é verdadeira até aqui.

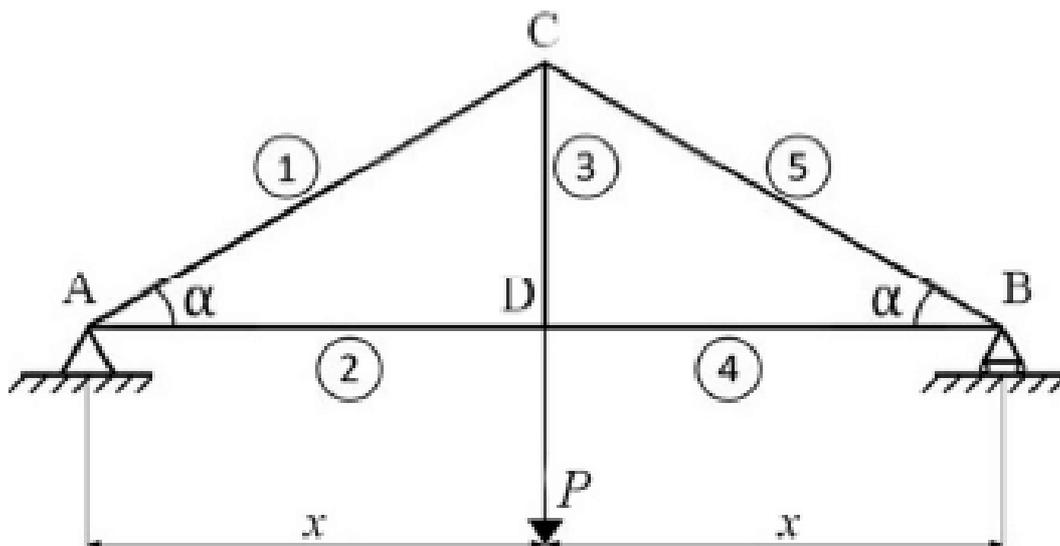
Para uma treliça ser considerada hiperestática ela deve satisfazer a seguinte relação.

$$2n - b < r$$

$$2 \cdot 4 - 5 < 4$$

A equação foi satisfeita e por isso podemos afirmar que a alternativa está **CORRETA**. Substituindo o apoio móvel por um fixo, a treliça se torna hiperestática.

### 47. (CEBRASPE/PETROBRAS – 2022)



A figura precedente ilustra uma treliça, composta pelas barras retas numeradas de 1 a 5 e ligadas nos quatro nós A, B, C e D; em A, há um apoio fixo, e em B, há um apoio móvel. Na figura,  $P = 10 \text{ kN}$ ,  $x = 10 \text{ m}$  e  $\alpha = 30^\circ$ .

Tendo como referência essas informações, julgue o item a seguir, considerando que  $\sin \alpha = 0,5$  e  $\cos \alpha = 0,87$ .

Na treliça em questão, as barras indicadas por 1, 3 e 5 estão comprimidas, enquanto as barras indicadas por 2 e 4 estão tracionadas.



### Comentário:

Para solucionar essa questão, devemos primeiramente encontrar as reações nos apoios da estrutura e logo depois calcular as forças atuantes em cada elemento, através da análise dos nós. Vamos lá!

$$\sum M_A = 0$$

$$B_y \cdot 2x - P \cdot x = 0$$

$$B_y = \frac{P}{2}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$A_y + B_y - P = 0$$

$$A_y = \frac{P}{2}$$

$$\sum F_x = 0$$

$$A_x = 0$$

Agora, já com as reações definidas, vamos analisar os nós supondo sempre que as forças são de tração, caso o resultado seja negativo poderemos afirmar que são de compressão.

Nó A:

$$\sum F_{Ax} = 0$$

$$F_2 + F_1 \cos \alpha = 0$$

$$F_2 = -F_1 \cos \alpha$$

$$\sum F_{Ay} = 0$$

$$A_y + F_1 \sin \alpha = 0$$

$$F_1 = -P$$

$$F_2 = 0,87 P$$

Nó B:

$$\sum F_{Bx} = 0$$



$$F_4 + F_5 \cos \alpha = 0$$

$$F_4 = -F_5 \cos \alpha$$

$$\sum F_{By} = 0$$

$$B_y + F_5 \sin \alpha = 0$$

$$F_5 = -P$$

$$F_4 = 0,87 P$$

Nó C:

$$\sum F_{Cy} = 0$$

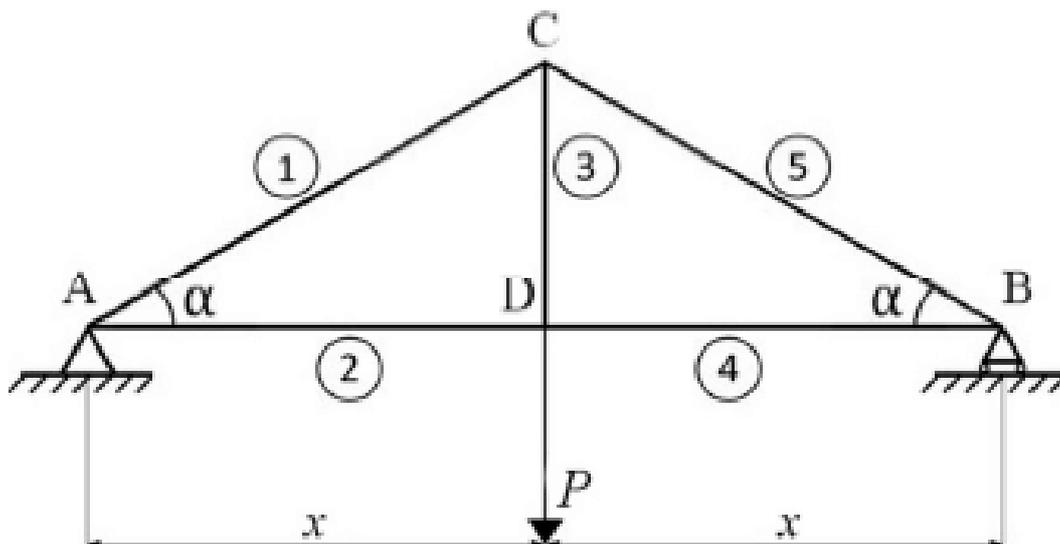
$$-F_3 - (F_1 + F_5) \sin \alpha = 0$$

$$F_3 = P$$

Através dos resultados, podemos concluir que apenas os elementos 1 e 5 estão sob compressão, enquanto os demais trabalham em tração.

Portanto, a afirmativa está **INCORRETA**.

#### 48. (CEBRASPE/PETROBRAS – 2022)



A figura precedente ilustra uma treliça, composta pelas barras retas numeradas de 1 a 5 e ligadas nos quatro nós A, B, C e D; em A, há um apoio fixo, e em B, há um apoio móvel. Na figura,  $P = 10 \text{ kN}$ ,  $x = 10 \text{ m}$  e  $\alpha = 30^\circ$ .

Tendo como referência essas informações, julgue o item a seguir, considerando que  $\sin \alpha = 0,5$  e  $\cos \alpha = 0,87$ .



Na treliça em tela, a força normal na barra indicada por 2 é superior a 8,5 kN.

**Comentário:**

Na questão anterior fizemos todo o equacionamento para encontrar as forças atuantes nos elementos da treliça, por isso, agora precisamos apenas substituir o valor de P na relação encontrada pra obtermos o valor da força atuante no elemento 2.

$$F_2 = 0,87 P$$

$$F_2 = 0,87 \cdot 10kN$$

$$F_2 = 8,7kN$$

Constatamos então que a afirmativa está **CORRETA**.

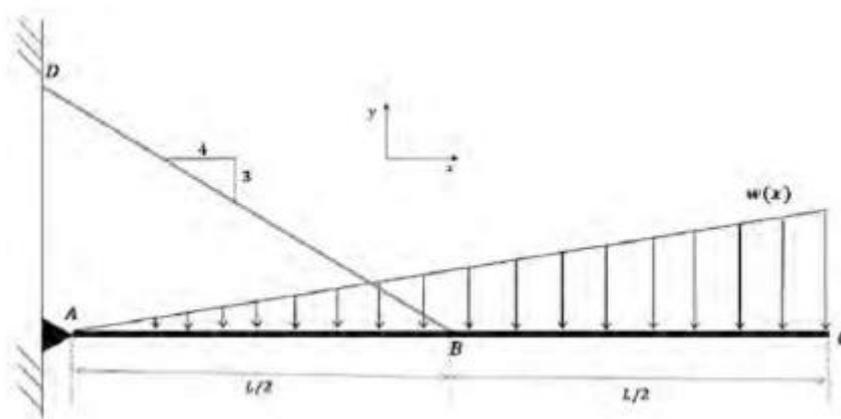
**49. (CEBRASPE/PETROBRAS – 2022) Julgue o próximo item, referente à resistência dos materiais.**

O diagrama de corpo livre é uma das maneiras mais utilizadas para representar as forças presentes sobre um corpo.

**Comentário:**

A afirmativa está **CORRETA**. O diagrama de corpo livre é uma ferramenta utilizada para resolver a maioria das questões de estática. Essa ferramenta consiste em representar todas as forças aplicadas em um corpo e suas reações, facilitando assim a análise e a resolução.

**50. (SELECON/AMAZUL – 2022) A viga, representada na figura a seguir, está sendo suportada por um apoio pinado em A e pelo cabo que liga os pontos B e D.**



O valor da magnitude da força atuando no cabo BD, quando a viga está submetida ao carregamento distribuído ilustrado, é de:

a)  $\frac{3}{5} W(X)L^2$



b)  $\frac{10}{3} W(X)L$

c)  $\frac{10}{9} W(X)L$

d)  $\frac{5}{3} W(X)L^2$

**Comentário:**

Sabemos que para analisar carregamentos, geralmente utilizamos uma força pontual aplicada no centroide do carregamento. Isso facilita muito a análise e por isso vamos utilizar essa técnica para a resolução dessa questão. Precisamos determinar o ponto de aplicação da força e sua magnitude, vamos lá?

A magnitude da força pode ser expressa pela área do carregamento. Já seu ponto de aplicação, sabemos pela teoria que está posicionado a  $2/3$  do comprimento do carregamento, ou seja,  $2L/3$ .

$$w_r = \frac{L \cdot w(x)}{2}$$

Agora, podemos iniciar a análise.

$$\sum M_A = 0$$

$$T_{bd} \cdot \sin \theta \cdot \frac{L}{2} - w_r \cdot \frac{2L}{3} = 0$$

Ainda não sabemos o valor de  $\theta$ , por isso devemos determiná-lo através do triângulo que indica a inclinação do cabo.

$$\sin = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\sin \theta = \frac{3}{\sqrt{4^2 + 3^2}}$$

$$\sin \theta = \frac{3}{5}$$

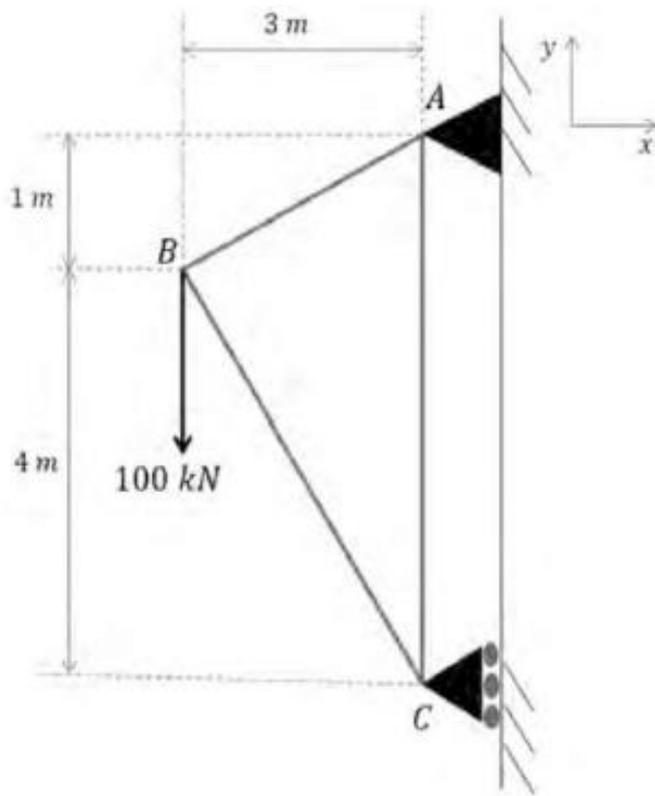
$$T_{bd} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{L}{2} - \frac{L \cdot w(x)}{2} \cdot \frac{2L}{3} = 0$$

$$T_{bd} = \frac{10}{9} \cdot L \cdot w(x)$$

Comparando o resultado encontrado com as alternativas, concluímos que a **alternativa C** está CORRETA e é o gabarito da questão.

**51. (SELECON/AMAZUL – 2022) Considere a treliça representada na figura a seguir.**





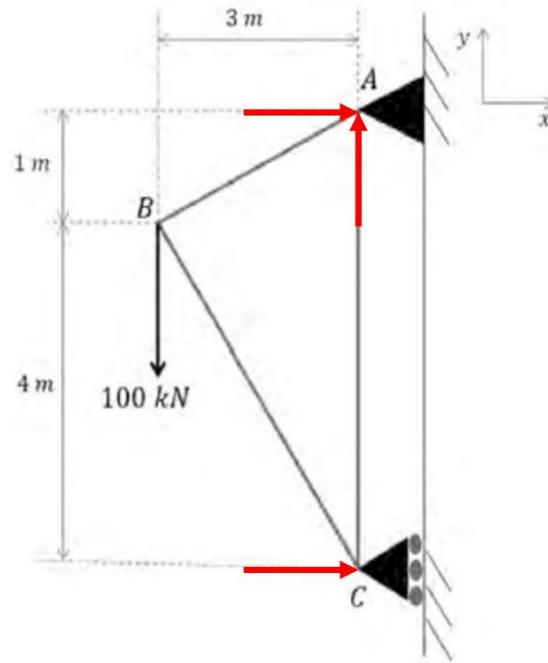
Os valores dos esforços nos apoios A e C da treliça são:

- a)  $A_x = 60 \text{ kN}$ ,  $A_y = -100 \text{ kN}$  e  $C_x = 80 \text{ kN}$
- b)  $A_x = 80 \text{ kN}$ ,  $A_y = 100 \text{ kN}$  e  $C_x = -80 \text{ kN}$
- c)  $A_x = 60 \text{ kN}$ ,  $A_y = 100 \text{ kN}$  e  $C_x = -60 \text{ kN}$
- d)  $A_x = 80 \text{ kN}$ ,  $A_y = 80 \text{ kN}$  e  $C_x = -100 \text{ kN}$

**Comentário:**

O primeiro passo para solucionar esta questão é elaborar um diagrama de corpo livre, representado as forças atuantes nos apoios.





Agora, aplicando a segunda lei de Newton, podemos encontrar o valor dessas forças.

$$\sum F_y = 0$$

$$A_y - 100kN = 0$$

$$A_y = 100kN$$

$$\sum M_A = 0$$

$$100kN \cdot 3 + C_x \cdot 5 = 0$$

$$C_x = -60kN$$

$$\sum F_x = 0$$

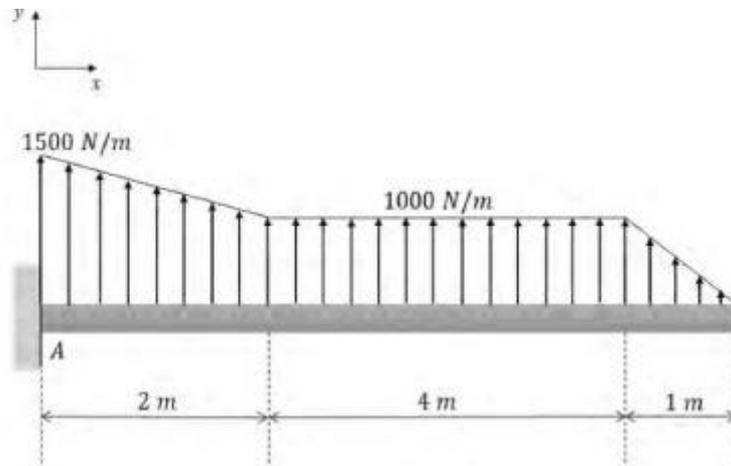
$$A_x + C_x = 0$$

$$A_x = 60kN$$

A alternativa C está CORRETA e é o gabarito da questão.

52. (SELECON/AMAZU – 2022) A asa de um pequeno avião e o carregamento distribuído idealizado agindo sobre essa asa estão representados na figura a seguir.





Os esforços de reação no engaste A são:

- a)  $V_A = - 7,0 \text{ kN}$  e  $M_A = - 21,5 \text{ kN}\cdot\text{m}$
- b)  $V_A = - 6,0 \text{ kN}$  e  $M_A = - 23,5 \text{ kN}\cdot\text{m}$
- c)  $V_A = - 8,5 \text{ kN}$  e  $M_A = - 20,5 \text{ kN}\cdot\text{m}$
- d)  $V_A = - 8,5 \text{ kN}$  e  $M_A = - 23,5 \text{ kN}\cdot\text{m}$

**Comentário:**

Inicialmente devemos calcular as forças resultantes dos carregamentos e seus pontos de aplicação.

Primeira seção:

$$w_{r1} = 1000 \cdot 2 + \frac{(1500 - 1000) \cdot 2}{2} = 2500N$$
$$x_1 = \frac{1000 \cdot 2 \cdot 1 + \frac{(1500 - 1000) \cdot 2}{2} \cdot \frac{2}{3}}{2500} = 0.93m$$

Segunda seção:

$$w_{r2} = 1000 \cdot 4 = 4000N$$
$$x_2 = 4m$$

Terceira seção:

$$w_{r3} = \frac{1000 \cdot 1}{2} = 500N$$
$$x_3 = 6 + \frac{1}{3} = 6.33m$$



Agora vamos definir a força cortante e o momento no engaste.

$$\sum F_y = 0$$

$$V_A - 2500 - 4000 - 500 = 0$$

$$V_A = 7000N$$

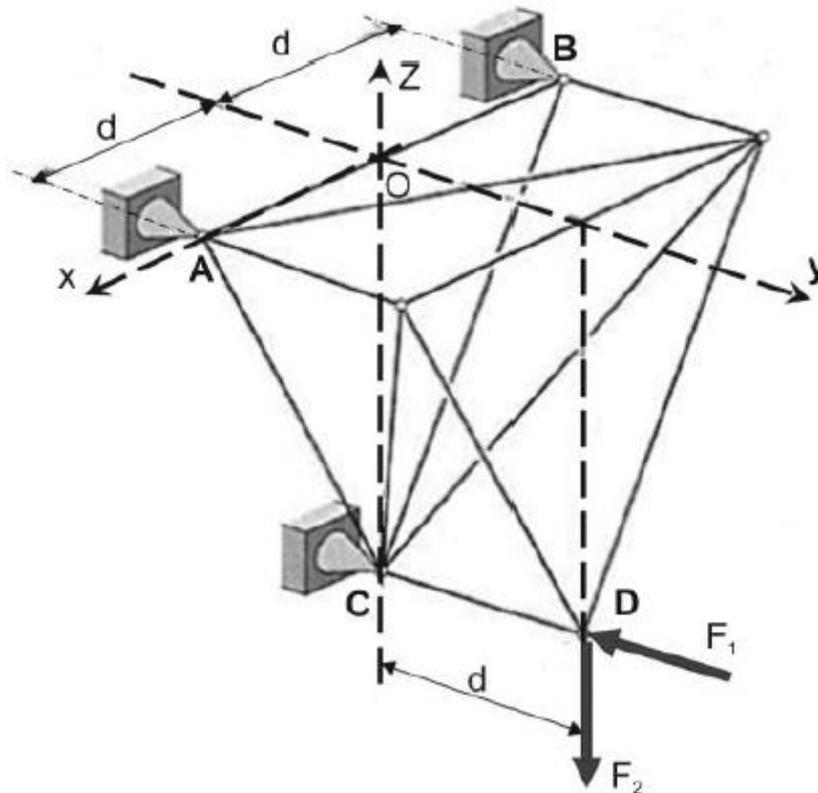
$$\sum M_A = 0$$

$$M_A - (2500 \cdot 0.93) - (4000 \cdot 4) - (500 \cdot 6.33) = 0$$

$$M_A = 21490 Nm$$

A alternativa A está CORRETA e é o gabarito da questão.

53. (FCC/TRT 23ª Região – 2022) A estrutura de barras da figura está vinculada a uma parede (não mostrada) pelas juntas esféricas (rótulas) A, B e C. No ponto D da estrutura são aplicadas as forças  $\vec{F}_1 = -F_1\vec{j}$ ,  $\vec{F}_2 = -F_2\vec{k}$ .



Dados:

$\overline{OC} = 2d$ ;  $\overline{CD}$  paralelo ao eixo y; O eixo x passa pelos pontos A e B. Despreze os pesos das barras.

A magnitude da reação na junta C na direção y ( $FCy$ ) é



- a)  $F_{Cy} = 0,5F_1 + F_2$
- b)  $F_{Cy} = F_1 - 0,5F_2$
- c)  $F_{Cy} = F_1 + 0,5F_2$
- d)  $F_{Cy} = 0,5F_1 - F_2$
- e)  $F_{Cy} = F_1$

**Comentário:**

Apesar da aparência complexa dessa questão, ela tem uma resolução muito simples. As forças aplicada no ponto D geram momento no eixo X, por isso vamos calcular a força Cy através do somatório de momentos em relação ao eixo X.

$$\sum M_x = 0$$

$$C_y \cdot 2d - F_1 \cdot 2d - F_2 \cdot d = 0$$

$$C_y \cdot 2d = F_1 \cdot 2d + F_2 \cdot d$$

$$C_y = F_1 + \frac{1}{2}F_2$$

Portanto, a **alternativa C** está CORRETA e é o gabarito da questão.

## LISTA DE QUESTÕES

1. (CEBRASPE/CODEVASF-2021) Quando um corpo está em equilíbrio estático, o somatório de todas as forças externas e de reações é igual a zero, da mesma forma ocorre para os momentos. As forças externas produzem forças internas e, da mesma forma, as forças internas estarão em equilíbrio estático. Com a finalidade de melhor entendimento dos esforços internos, esses são separados em forças (normais e cortantes) e momentos (fletores e torçores). Por outro lado, tem-se o equilíbrio dinâmico quando são adicionados a massa, o movimento e o tempo no equilíbrio estático. Além disso, são utilizadas várias grandezas que ajudam a determinação de esforços externos e internos. Dentre essas grandezas estão o centro de massa, momento de inércia de massa, centro de gravidade e o centroide.

Tendo como referência o texto anterior, julgue o item a seguir.



O centroide é centro mecânico do objeto que representa um corpo. O centro de massa, o centro de gravidade e o centroide sempre têm a mesma localização espacial.

2. (CEBRASPE/CODEVASF-2021) Quando um corpo está em equilíbrio estático, o somatório de todas as forças externas e de reações é igual a zero, da mesma forma ocorre para os momentos. As forças externas produzem forças internas e, da mesma forma, as forças internas estarão em equilíbrio estático. Com a finalidade de melhor entendimento dos esforços internos, esses são separados em forças (normais e cortantes) e momentos (fletores e torçores). Por outro lado, tem-se o equilíbrio dinâmico quando são adicionados a massa, o movimento e o tempo no equilíbrio estático. Além disso, são utilizadas várias grandezas que ajudam a determinação de esforços externos e internos. Dentre essas grandezas estão o centro de massa, momento de inércia de massa, centro de gravidade e o centroide.

Tendo como referência o texto anterior, julgue o item a seguir.

O momento de inércia de massa é uma medida de resistência de um corpo à aceleração angular.

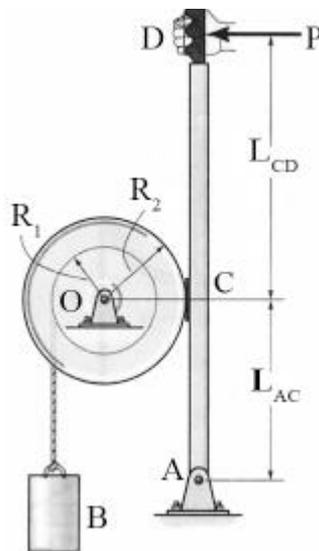
3. (CEBRASPE/CODEVASF-2021) Quando um corpo está em equilíbrio estático, o somatório de todas as forças externas e de reações é igual a zero, da mesma forma ocorre para os momentos. As forças externas produzem forças internas e, da mesma forma, as forças internas estarão em equilíbrio estático. Com a finalidade de melhor entendimento dos esforços internos, esses são separados em forças (normais e cortantes) e momentos (fletores e torçores). Por outro lado, tem-se o equilíbrio dinâmico quando são adicionados a massa, o movimento e o tempo no equilíbrio estático. Além disso, são utilizadas várias grandezas que ajudam a determinação de esforços externos e internos. Dentre essas grandezas estão o centro de massa, momento de inércia de massa, centro de gravidade e o centroide.

Tendo como referência o texto anterior, julgue o item a seguir.

Um movimento bastante característico que uma bailarina realiza quando está rodopiando é a abertura e o fechamento dos braços, o que permite que ela controle a velocidade angular do seu corpo, aumentando e diminuindo o atrito com o ar; assim, a velocidade angular aumenta com o fechamento dos braços.

4. (CEBRASPE/SLU DF-2019)





R.C. Hibbeler. Mecânica dinâmica. 8.ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 1999 (com adaptações).

A figura anterior ilustra um sistema de frenagem manual de um tambor de raio  $R_2 = 50$  cm. A frenagem ocorre devido ao atrito de Coulomb entre a superfície externa do tambor e a superfície de contato de uma sapata de freio fixada no ponto C de uma barra, que é livre para girar em torno do ponto A. O coeficiente de atrito dinâmico entre as superfícies é  $\mu_d = 0,8$ . A força de frenagem depende da carga P aplicada no ponto D da barra. No tambor, há um carretel de raio  $R_1 = 20$  cm, em que uma corda enrolada sustenta a carga B de massa  $M_B = 20$  kg. A distância de D a C é  $L_{CD} = 80$  cm. A distância entre C e A é  $L_{AC} = 40$  cm. A massa do tambor é igual a  $M_T = 60$  kg e o raio de giração em torno de seu eixo de rotação O é  $k_O = 40$  cm. O raio de giração é aqui definido como a distância em relação ao eixo de rotação em que se pode concentrar a massa total do tambor, de modo que o momento polar de inércia calculado para a massa concentrada seja equivalente ao momento polar de inércia calculado para a massa total distribuída.

Com base nessas informações e na figura precedente, julgue o item.

Para uma carga  $P = 100$  N, a intensidade da reação horizontal no apoio A será de 300 N.

**5. (CEBRASPE/EMAP-2018) Considerando os princípios e conceitos da mecânica dos sólidos, julgue o item seguinte.**

Se o momento resultante aplicado a um corpo rígido for zero, as distâncias entre as forças aplicadas e o eixo de rotação deverão ser iguais a zero.

**6. (CEBRASPE/FUB-2015) A mecânica dos corpos rígidos pode ser dividida em estática, que se refere ao equilíbrio de um corpo rígido, e dinâmica, que se relaciona ao movimento de um corpo rígido. Acerca desse assunto, julgue o item que se segue.**

O centro de massa de um corpo pode estar localizado em um ponto espacial fora do corpo.

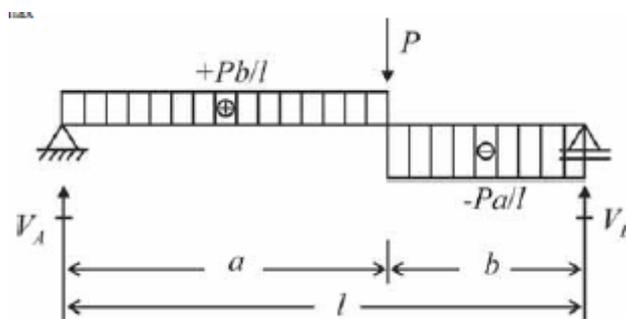


7. (CEBRASPE/FUB-2015) Uma força pode ser aplicada em um corpo de diferentes maneiras, originando diversos tipos de solicitações, como tração, compressão, cisalhamento, flexão e torção. Considerando esse assunto, julgue o próximo item.

O diagrama de esforços cortantes é um gráfico que descreve a variação desses esforços ao longo das seções longitudinais da estrutura.

8. (CEBRASPE/MEC-2015) A respeito dos sistemas mecânicos, julgue o item a seguir.

O diagrama representado na figura a seguir descreve a variação dos momentos fletores ao longo das seções transversais da estrutura (viga biapoiada) com carga concentrada. Observe-se que o diagrama é descontínuo, isto é, os resultados coincidem na seção do ponto de aplicação da carga concentrada  $P$ , que equivale ao valor máximo de momento fletor que é dado por  $M_{\text{máx}} = +P/l$ .



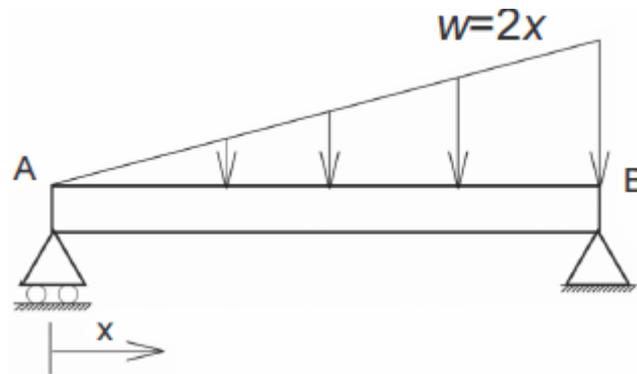
9. (CEBRASPE/MEC-2015) A respeito dos sistemas mecânicos, julgue o item a seguir.

Os Esforços Internos Solicitantes (EIS), em condições de equilíbrio, são: esforço normal que tende a afastar (tração – positivo) ou aproximar (compressão – negativo) as partes do corpo na direção perpendicular à superfície de corte; o esforço cortante que tende a deslizar relativamente às partes do corpo em uma direção paralela à superfície virtual de corte; o momento fletor que tende a girar relativamente às partes do corpo em torno da direção perpendicular à superfície virtual de corte; e o momento torsor que tende a girar relativamente às partes do corpo em torno de um eixo paralelo à superfície virtual de corte.

10. (CEBRASPE/SUFRAMA-2014) Com relação à estática e à dinâmica de corpos rígidos, à dinâmica das máquinas, aos mecanismos e à mecânica dos materiais, julgue o item a seguir.

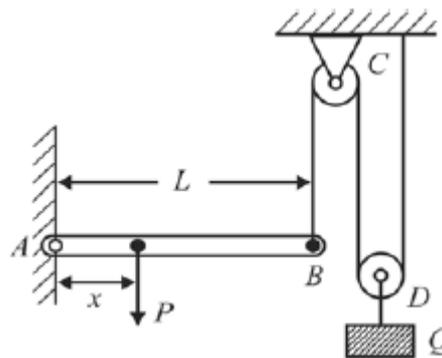
Suponha que uma viga biapoiada sofra a ação de um carregamento distribuído expresso pela relação  $w = 2x$ , em que  $x$  é medido a partir do apoio móvel, localizado no ponto A, conforme ilustrado na figura abaixo. Se a unidade de carregamento distribuído estiver expressa em N/m e a viga medir 6 m de comprimento, então a reação do apoio B terá módulo igual a 24 N.





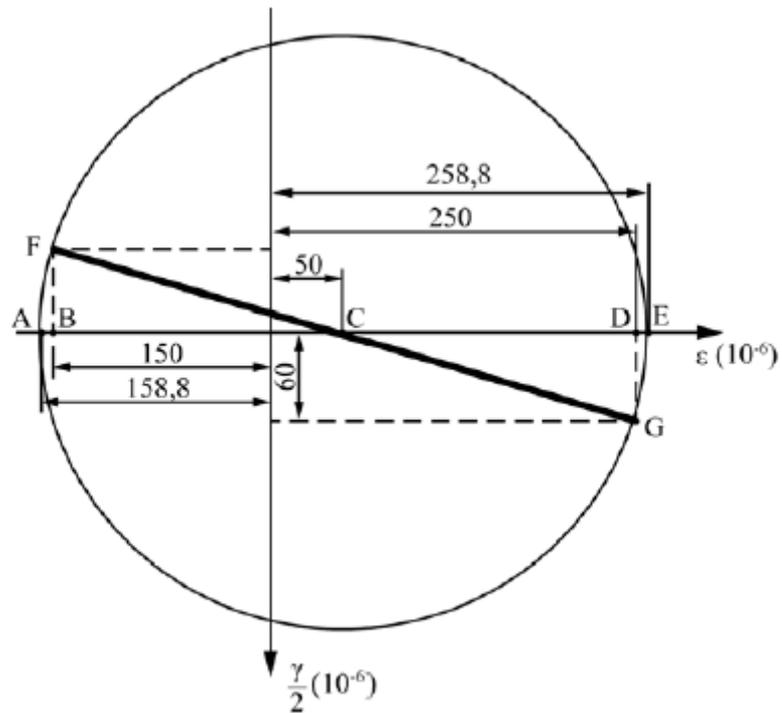
11. (CEBRASPE/PF-2014) A respeito dos princípios da estática e da dinâmica dos corpos rígidos, julgue o item seguinte.

Considere que, na figura abaixo, a viga AB, de comprimento  $L$ , seja pivotada em A e apoiada em B por um cabo vertical que passa por duas polias C e D. Considere, ainda, que a polia D sustente verticalmente um bloco de peso  $Q$ . Nessa situação, desprezando a fricção nas polias e no pivô A, para que a viga permaneça horizontal, a carga  $P$  deve ser aplicada na posição  $x = \frac{QL}{2P}$ .



12. (CEBRASPE/PciePB-2016)



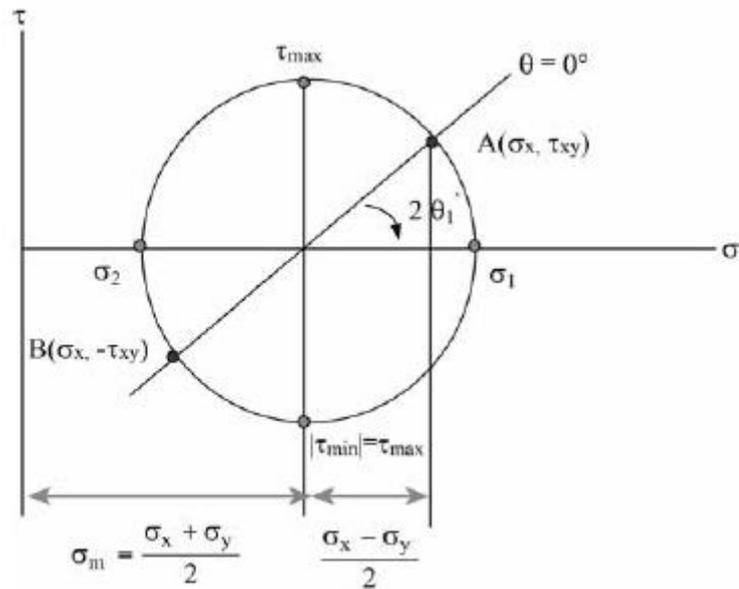


O estado plano de deformações pode ser representado graficamente para se determinar sua solução por meio das componentes das deformações por cisalhamento ( $\gamma$ ) e normal ( $\epsilon$ ). Na situação da figura precedente, que ilustra o círculo de Mohr para um estado plano de deformação, as deformações principais  $\epsilon_{\max}$  e  $\epsilon_{\min}$  são iguais, respectivamente, a

- a)  $258,8 \times 10^{-6}$  e  $158,8 \times 10^{-6}$ .
- b)  $258,8 \times 10^{-6}$  e  $-158,8 \times 10^{-6}$ .
- c)  $-150 \times 10^{-6}$  e  $60 \times 10^{-6}$ .
- d)  $250 \times 10^{-6}$  e  $-150 \times 10^{-6}$ .
- e)  $250 \times 10^{-6}$  e  $-60 \times 10^{-6}$ .

**13. (CEBRASPE/PciePB-2016)**



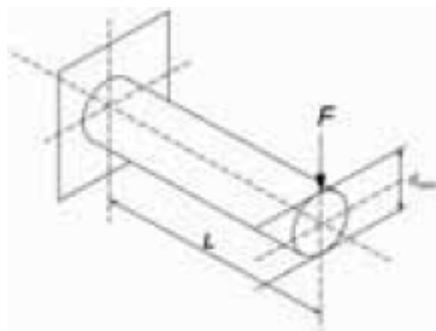


A figura precedente ilustra o círculo de tensões de Mohr, em que a ordenada de um ponto sobre o círculo representa a tensão de cisalhamento ( $\tau$ ) e a abcissa representa a tensão normal ( $\sigma$ ).

Considerando essa figura, assinale a opção correta.

- a) A maior tensão normal é igual ao raio do círculo.
- b) Uma tensão normal igual a  $\sigma_m$  atua em cada um dos planos de tensões de cisalhamento máxima e mínima.
- c) Se  $\sigma_x + \sigma_y = 0$ , então o centro do círculo de Mohr coincide com a origem do plano  $\sigma \times \tau$  e não se desenvolvem tensões de cisalhamento nesse plano.
- d) Se  $\sigma_1 = \sigma_2$ , então o centro do círculo de Mohr coincide com a origem do plano  $\sigma \times \tau$  e verifica-se o estado de cisalhamento puro.
- e) Nos planos  $\sigma_1$  (maior tensão normal possível) e  $\sigma_2$  (menor tensão normal possível), o valor das tensões de cisalhamento é, em módulo, igual ao raio do círculo.

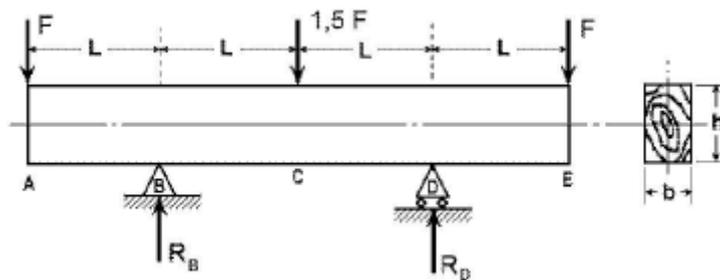
**14. (CEBRASPE/MPU-2010)**



Considere que a barra de aço engastada de comprimento  $L$ , mostrada na figura acima, com módulo de elasticidade  $E$ , tenha sido submetida a uma carga  $F$ . Considerando a seção circular da barra, julgue o item a seguir.

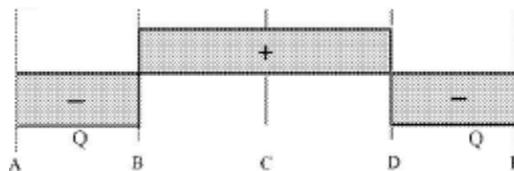
O momento fletor  $M$  máximo nesse sistema ocorre na seção do engastamento, sendo o seu valor numericamente igual ao produto de  $F$  por  $L$ .

15. (CEBRASPE/CETURB-GV-2010)

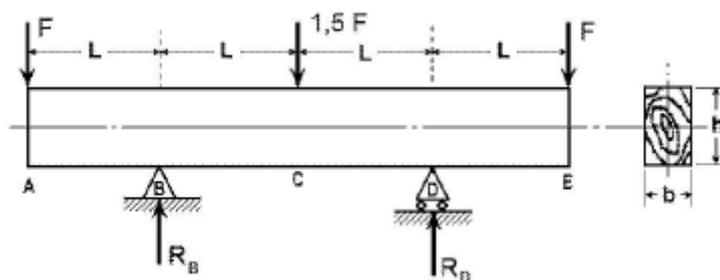


O carregamento mostrado na figura acima consiste em uma viga de madeira biapoiada, de área de seção  $h$  x  $b$  e comprimento  $4L$ . Com relação a essa viga, julgue o item seguinte.

A figura abaixo representa o diagrama de esforço cortante  $Q$ , em que  $Q = F$ .



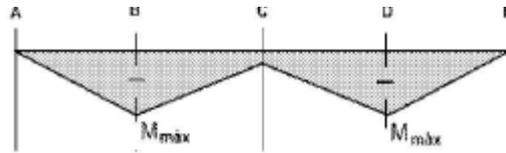
16. (CEBRASPE/CETURB-GV-2010)



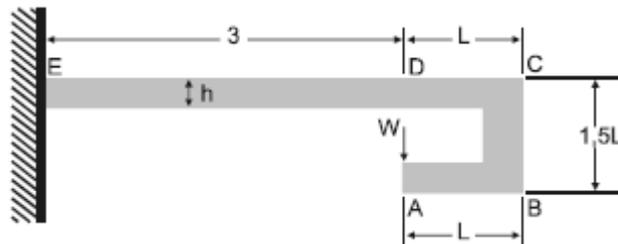
O carregamento mostrado na figura acima consiste em uma viga de madeira biapoiada, de área de seção  $h$  x  $b$  e comprimento  $4L$ . Com relação a essa viga, julgue o item seguinte.

A figura a seguir mostra o diagrama de momento fletor da viga, em que  $M_{max} = F \times L$ .





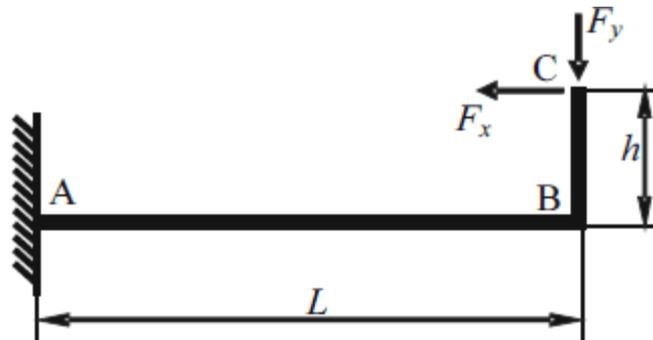
**17. (CEBRASPE/EMBASA-2010)**



A figura acima mostra uma viga de seção retangular constante de altura  $h$  e momento de inércia  $I$ , submetida a um carregamento  $W$  aplicado no ponto A. Considerando essas informações julgue o item a seguir.

O momento fletor no ponto D é igual a zero.

**18. (CEBRASPE/ANAC-2009)**



Considerando que a viga em L esquematizada na figura acima tenha peso desprezível, encontre-se engastada em A e esteja sujeita às forças positivas indicadas em C, julgue o item a seguir.

Se  $F_x > F_y$ , então, em módulo, o momento fletor em B será máximo na viga.

**19. (CESGRANRIO/PETROBRAS-2018) Uma viga biapoiada de comprimento  $L$  está sujeita a uma força concentrada  $F$  atuante a uma distância  $L/4$  de uma de suas extremidades.**

O momento fletor máximo e a força cisalhante máxima atuantes na viga são expressos, respectivamente, por

- a)  $FL/4$  e  $F/4$
- b)  $FL/4$  e  $3F/4$
- c)  $3FL/4$  e  $F/4$



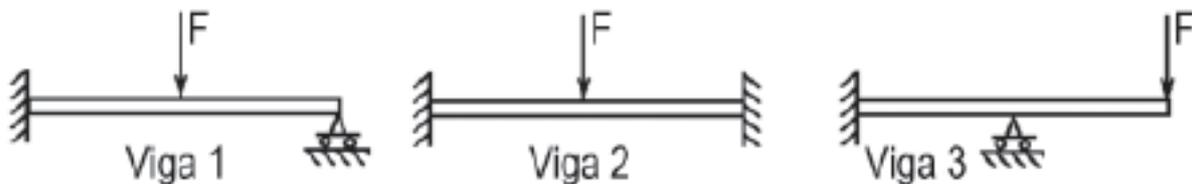
- d)  $3FL/16$  e  $F/4$
- e)  $3FL/16$  e  $3F/4$

**20. (CESGRANRIO/UNIRIO-2016)** Uma das importantes etapas do projeto estático de um componente estrutural é a construção do diagrama de corpo livre do componente.

No diagrama de corpo livre de uma viga engastada, sujeita a um carregamento distribuído ao longo de seu comprimento, são representados(as)

- a) o carregamento externo e as reações de apoio
- b) o carregamento externo e a distribuição de momentos fletores
- c) o carregamento externo e a distribuição dos esforços cisalhantes
- d) os carregamentos externos, apenas
- e) as distribuições de esforços cisalhantes e de momentos fletores

**21. (CESGRANRIO/TRANSPETRO-2018)** Considere as três vigas planas, estaticamente indeterminadas, mostradas na Figura a seguir.



Ao retirar-se uma das restrições de apoio de cada uma dessas vigas, aquela(s) que se tornará(ão) estaticamente determinada(s) é(são), APENAS, a(s) viga(s)

- a) 1
- b) 2
- c) 1 e 3
- d) 1 e 2
- e) 2 e 3

**22. (CESGRANRIO/TRANSPETRO-2018)** Uma viga engastada em uma de suas extremidades e livre na outra é solicitada por uma força  $F$ , concentrada no meio de seu comprimento.

Se a distância entre as extremidades da viga é  $L$ , o momento fletor atuante na extremidade engastada é calculado pela expressão



- a) F.L
- b) F.L/2
- c) F.L/4
- d) F.L2/2
- e) F.L2/4

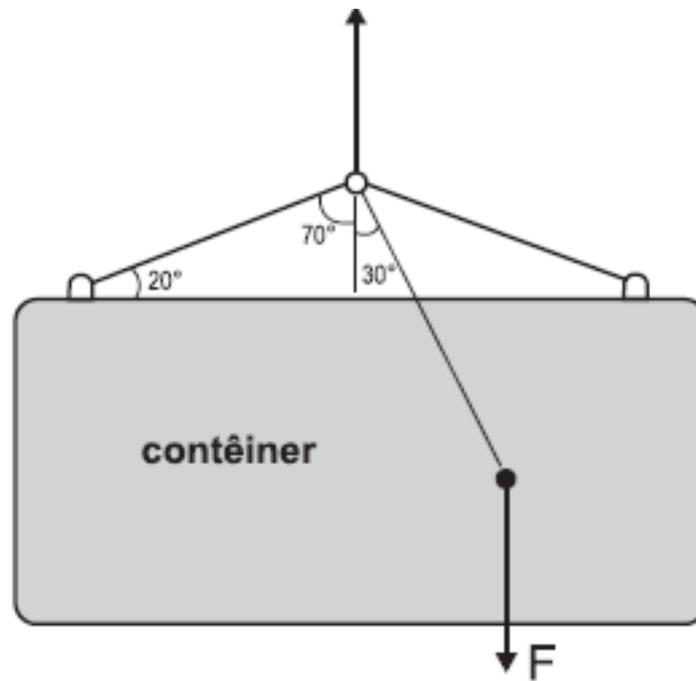
**23. (CESGRANRIO/PETROBRAS-2017)** Uma viga de aço e seção retangular igual a 20 mm x 10 mm e comprimento igual a 500 mm falhou ao receber seu carregamento de trabalho. Sabe-se que essa viga teve uma de suas extremidades soldada perpendicularmente à superfície de uma coluna vertical de perfil H, enquanto a outra extremidade permaneceu em balanço. Um técnico, ao analisar as condições de carregamento dessa viga, para identificar as razões de sua falha, precisou calcular o momento fletor ao longo da viga. A viga trabalha sob uma carga uniformemente distribuída de 25 N/mm.

Qual o valor do momento fletor no engastamento, em Nm?

- a) 7.500
- b) 6.250
- c) 5.000
- d) 4.750
- e) 3.125

**24. (CESGRANRIO/PETROBRAS-2014)** Um contêiner é suspenso por um sistema de cabos, conforme ilustrado na Figura abaixo.

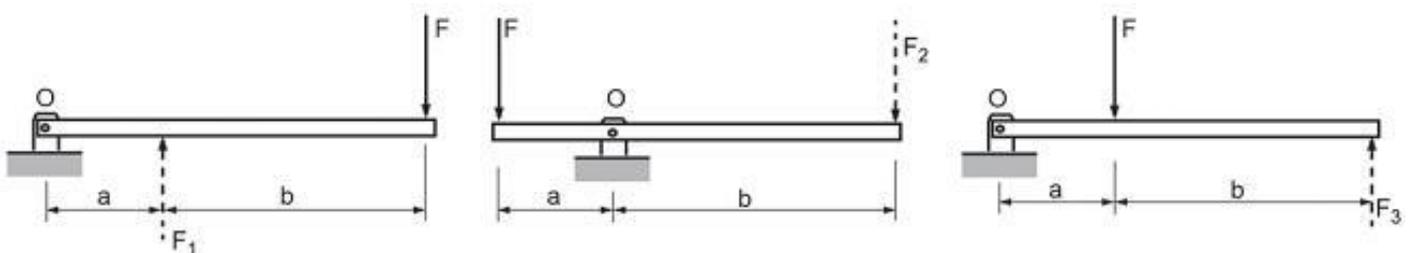




Se a força  $F$  resultante do peso do contêiner e da carga em seu interior é posicionada conforme indicado, o ângulo de inclinação em relação à horizontal, quando o sistema estiver em equilíbrio estático, será igual a

- a)  $20^\circ$
- b)  $30^\circ$
- c)  $45^\circ$
- d)  $60^\circ$
- e)  $70^\circ$

**25. (CESGRANRIO/PETROBRAS-2014)** A Figura abaixo mostra três sistemas de alavanca nos quais a força  $F$  é a força aplicada,  $F_1$ ,  $F_2$  e  $F_3$  são as forças resistentes e  $b > a$ .



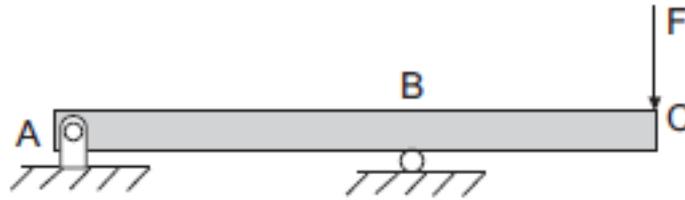
De modo a se determinar a configuração que apresenta a maior força resistente, avaliou-se o equilíbrio de cada alavanca. Essa análise resultou na relação entre  $F_1$ ,  $F_2$  e  $F_3$ , expressa por

- a)  $F_1 = F_2 = F_3$
- b)  $F_1 < F_2 < F_3$



- c)  $F_1 > F_2 > F_3$
- d)  $F_1 = F_2$  e  $F_3 < F_2$
- e)  $F_1 = F_2$  e  $F_3 > F_2$

26. (CESGRANRIO/PETROBRAS-2012)

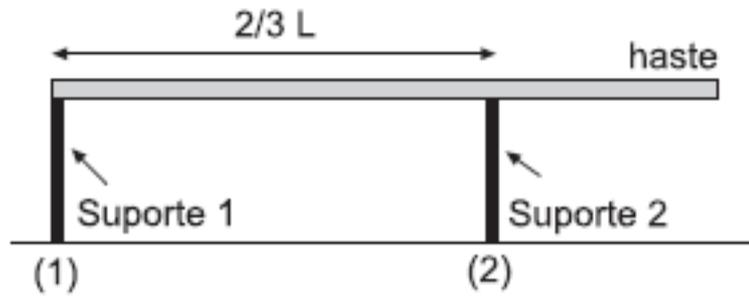


O diagrama que representa a distribuição dos momentos fletores atuantes ao longo da viga biapoada, mostrada na figura, é

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

27. (CESGRANRIO/PETROBRAS-2012)





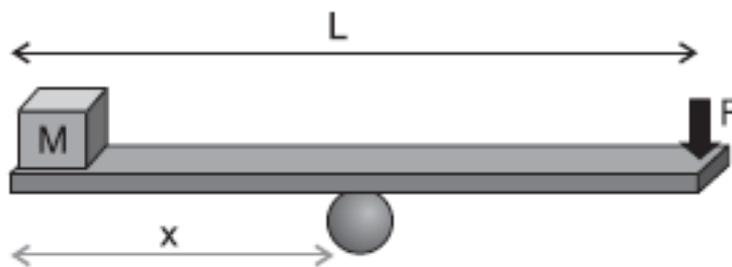
Uma haste homogênea de massa  $50,0 \text{ kg}$  é colocada horizontalmente sobre dois suportes, conforme mostra a figura.

O módulo da força exercida pelo suporte (1) na haste, em newtons, é de

Dado:  $g = 10,0 \text{ m/s}^2$

- a)  $125,0$
- b)  $187,0$
- c)  $250,0$
- d)  $375,0$
- e)  $500,0$

**28. (CESGRANRIO/PETROBRAS-2012)**



Uma prancha de madeira de massa desprezível e comprimento  $L = 2,8 \text{ m}$  é utilizada para manter em equilíbrio, na horizontal, um cubo pequeno de massa  $20,0 \text{ kg}$  ao realizar uma força  $F$  de  $80,0 \text{ N}$  em uma das extremidades da prancha.

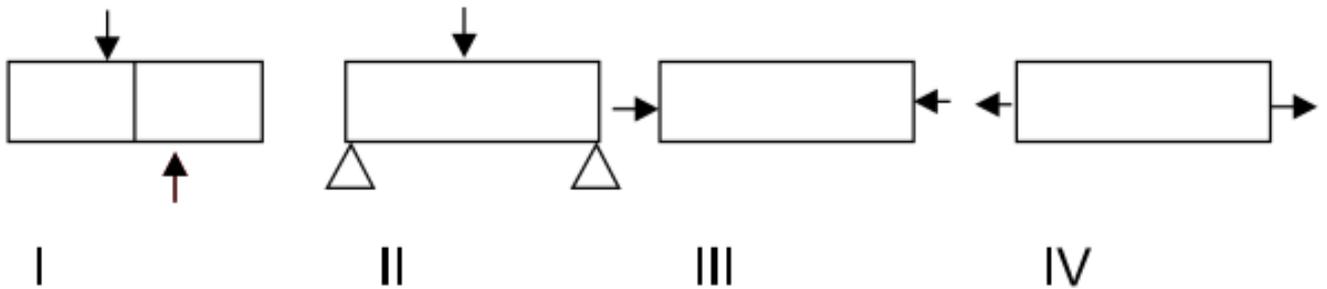
A distância, em metros, entre o ponto de apoio da prancha e a posição onde se encontra o cubo é de

- a)  $0,56$
- b)  $0,80$



- c) 1,00
- d) 1,12
- e) 1,40

29. (VUNESP/Pref. de São Paulo-2018) Observe as figuras.

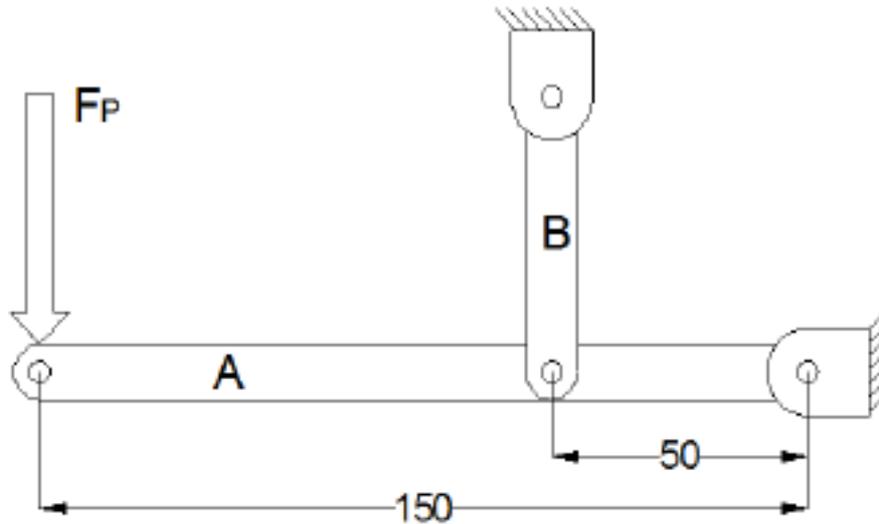


Assinale a alternativa correta.

- a) I Cisalhamento; II Flexão; III Compressão; IV Tração.
- b) I Cisalhamento; II Flexão; III Tração; IV Compressão.
- c) I Tração; II Compressão; III Flexão; IV Cisalhamento.
- D) I Flexão; II Compressão; III Tração; IV Cisalhamento.
- e) I Compressão; II Tração; III Cisalhamento; IV Flexão.

30. (Instituto AOCP/UEFS-2018) A figura a seguir ilustra, de forma esquemática, um suporte para carregamento de cargas em estado de equilíbrio. A Viga A apresenta pontos articulados de fixação por meio de pinos. Considerando uma força  $F_p$  de 20 kN aplicada na extremidade da viga A e considerando as dimensões das vigas apresentadas na figura, assinale a alternativa correta.





- a) A viga B estará sujeita a uma força de compressão de 60 kN.
- b) O ponto de fixação da viga A estará sujeito a uma força de 40 kN.
- c) O ponto de fixação da viga A estará sujeito a uma força de 120 kN.
- d) A viga B estará sujeita a uma força de compressão de 80 kN.
- e) Como a viga B possui 2 pontos de travamento, cada ponto estará sob efeito da metade da força recebida pela viga.

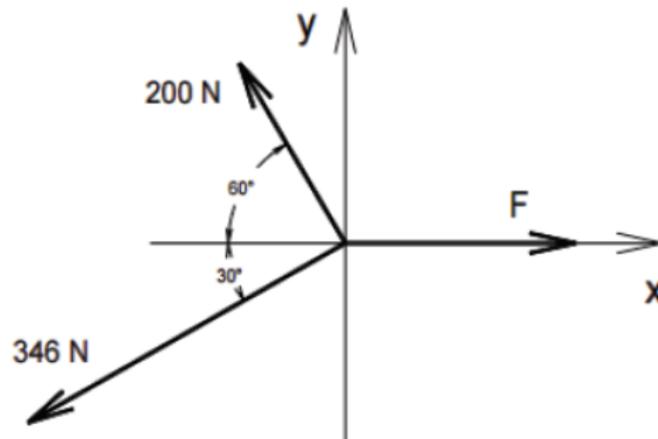
**31. (Instituto AOCP/UFOB-2018) Um técnico mecânico deve ser capaz de avaliar estruturas e equipamentos quanto à sua resistência mecânica.**

Com referência aos conceitos da resistência dos materiais, julgue o item a seguir.

Uma viga apoiada nas extremidades, submetida a uma carga de flexão uniformemente distribuída, possuirá momento fletor máximo no centro da viga e nulo nas extremidades.

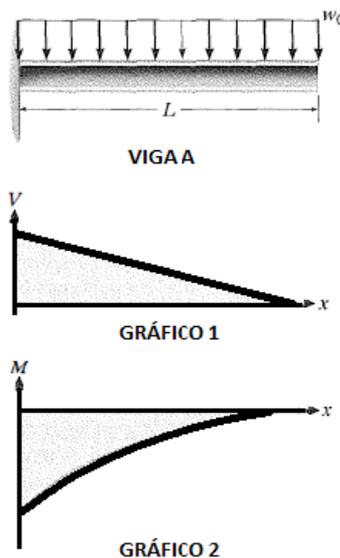
**32. (IBFC/SESA-PR - 2016) Analise o sistema de forças apresentado a seguir, e, considerando que o sistema se encontra em equilíbrio, assinale a alternativa que apresente o valor aproximado da força F.**





- a) 480 N.
- b) 400 N.
- c) 360 N.
- d) 320 N.

33. (IBFC/IDAM-2019) A figura abaixo contém uma imagem que representa a Viga A de comprimento “L”, que está engastada em uma de suas extremidades e sujeita a uma carga “ $w_0$ ” distribuída uniformemente ao longo do seu comprimento. Abaixo da imagem da viga, encontram-se dois gráficos (Gráfico 1 e Gráfico 2). A partir da imagem e dos gráficos, assinale a alternativa correta:



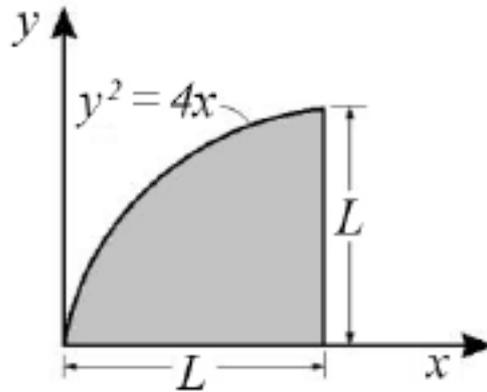
Viga A e gráficos 1 e 2

- a) Apenas o Gráfico 1, que representa o Esforço Cortante, está incorreto, pois o coeficiente de inclinação da reta deveria ser positivo. O Gráfico 2, que representa o Momento Fletor está correto
- b) Apenas o Gráfico 2, que representa o Momento Fletor, está incorreto, pois todos os valores deveriam estar acima do eixo das abscissas (deveriam ser positivos). O Gráfico 1, que representa o Esforço Cortante, está correto

c) Tanto o Gráfico 1, que representa o Esforço Cortante, quanto o Gráfico 2, que representa o Momento Fletor, estão incorretos

d) Tanto o Gráfico 1, que representa o Esforço Cortante, quanto o Gráfico 2, que representa o Momento Fletor, estão corretos

**34. (CEBRASPE/IFF-2018)**



Na área ilustrada na figura precedente, o momento de inércia em torno do eixo x pode ser calculado pela expressão

a)  $I_x = \frac{2.L^{4,5}}{4,5}$

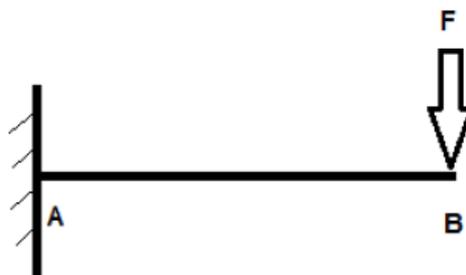
b)  $I_x = \frac{L^{4,5}}{10}$

c)  $I_x = \frac{L^5}{3} - \frac{L^4}{20}$

d)  $I_x = \frac{L^3}{9} - \frac{L^4}{10}$

e)  $I_x = \frac{L^4}{3} - \frac{L^5}{20}$

**35. (NC-UFPR/ITAIPU-2019) O desenho ao lado representa uma viga carregada:**



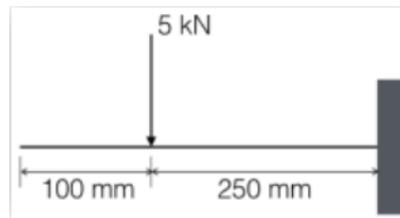
Com base nos dados apresentados, é correto afirmar que o momento fletor máximo ocorrerá:

a) no ponto B.



- b) a  $\frac{1}{4}$  da distância entre A e B mais próximo do ponto B.
- c) na metade da distância entre A e B.
- d) a  $\frac{1}{4}$  da distância entre A e B mais próximo do ponto A.
- e) no ponto A.

**36. (COMPERVE/UFRN – 2018)** Um segmento de um certo braço robótico é uma barra que pode ser modelada como uma viga engastada submetida à ação de uma força, conforme representado na figura. Nesse caso, o momento fletor na barra é:



- a) 1,25 kNm
- b) 500 Nm
- c) 1 kNm
- d) 1,5 kNm

**37. (CEPS-UFGA/UNIFESSPA-2018)** Considere uma viga horizontal, uniforme, com comprimento de 7 m, peso próprio igual a 1000 N e espessura desprezível. Se a viga encontra-se engastada, e a 3 m do engaste age uma força vertical para baixo de 1500 N, então a reação de momento no engaste vale (em kN.m)

- a) 6,500.
- b) 7,000.
- c) 7,500.
- d) 8,000.
- e) 8,500.

**38. CEPS/UFGA/2018** Quando um metal é submetido a tensões ou deformações cíclicas, há uma quebra de sua estrutura, o que leva o metal à ruptura. Este comportamento chama-se:

- a) fadiga.
- b) fluência.
- c) flambagem.
- d) deformação por cisalhamento.
- e) resiliência.

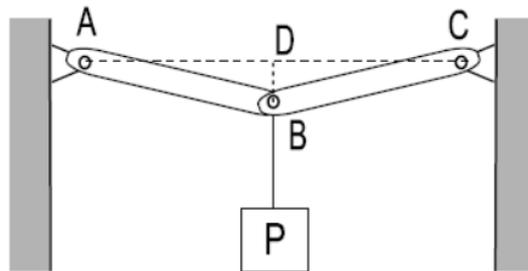
**39. (IFSP/IFSP-2016)** Uma caixa de massa desconhecida está suspensa por duas cordas que estão sujeitas a ação de duas forças de tração, que medidas por um dinamômetro, resultou em cada uma com o



mesmo módulo de 100 N. Essas forças de tração nas cordas formam um ângulo de  $120^\circ$  entre si. Para que esta caixa esteja em equilíbrio, admitindo a aceleração da gravidade como  $10 \text{ m/s}^2$ , é preciso que ela tenha uma massa de:

- a) 6 kg
- b) 8 kg
- c) 10 kg
- d) 12 kg

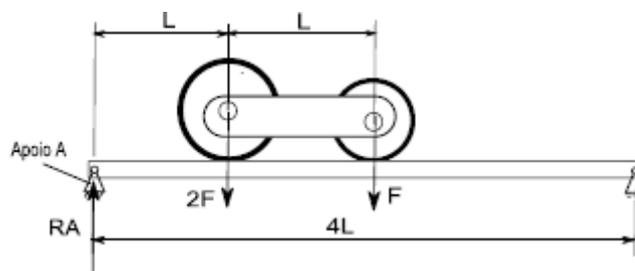
40. (FGV/TJ-RO – 2015) Observe a figura a seguir, na qual um peso  $P$  pende do ponto  $B$ , no centro das barras sem peso  $AB$  e  $BC$  de mesmo comprimento.



Essas barras são rotuladas no ponto  $B$  e têm as outras extremidades presas às rótulas  $A$  e  $C$ , ambas localizadas na mesma linha horizontal  $AC$ . A linha vertical  $BD$  é 20 vezes menor que os comprimentos  $AB$  e  $BC$  ( $BD=AB/20$ ,  $AB=BC$ ). As tensões (forças de tração) nas barras  $AB$  e  $BC$  para que o peso  $P$  seja suportado são expressas por:

- a)  $0,05P$ ;
- b)  $0,1P$ ;
- c)  $P$ ;
- d)  $10P$ ;
- e)  $20P$ .

41. (FGV/TJBA-2015) Uma viga bi-apoiada de comprimento  $4L$  suporta duas rodas interligadas com distância entre centros  $L$ . A roda mais pesada tem peso  $2F$  e tem seu centro situado a uma distância  $L$  do apoio  $A$ . A roda mais leve tem peso  $F$  e tem seu centro situado a uma distância  $2L$  do apoio  $A$ .



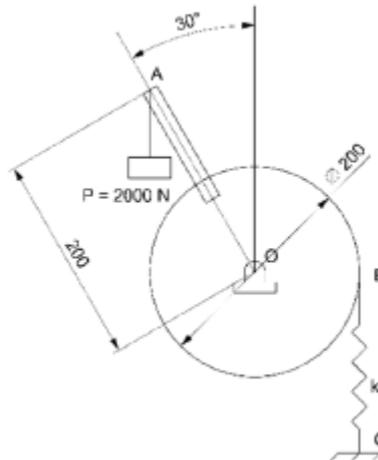
A Reação  $RA$  vertical que o apoio  $A$  exerce na viga nesse instante é:

- a)  $F/2$ ;



- b) F;
- c)  $3F/2$ ;
- d)  $2F$ ;
- e)  $5F/2$ .

42. (FGV/AL-RO-2018) A figura a seguir apresenta um peso de 2000 N ligado a uma alavanca AO que se encontra rigidamente conectada à polia cujo centro é O.

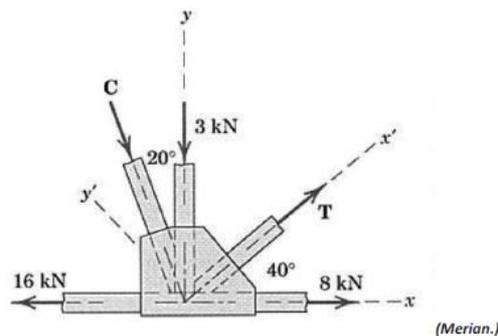


(Dimensões em mm)

Assumindo  $\pi = 3$ , a constante  $k$  da mola BC, para que o sistema esteja em equilíbrio, vale

- a) 10 kN/m
- b) 20 kN/m
- c) 30 kN/m
- d) 40 kN/m
- e) 50 kN/m

43. (CONSULPLAN/CBTU-2014) Em uma estrutura metálica treliçada, atuam no nó as seguintes forças:



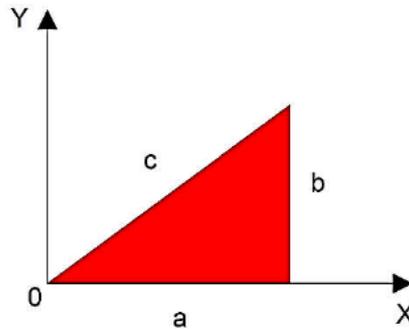
Com base nos dados apresentados, os módulos das forças C e T são, respectivamente, em kN, iguais a

- a) 2,1 e 2,1.



- b) 3,03 e 2,4.
- c) 3,03 e 9,09.
- d) 9,09 e 2,4.

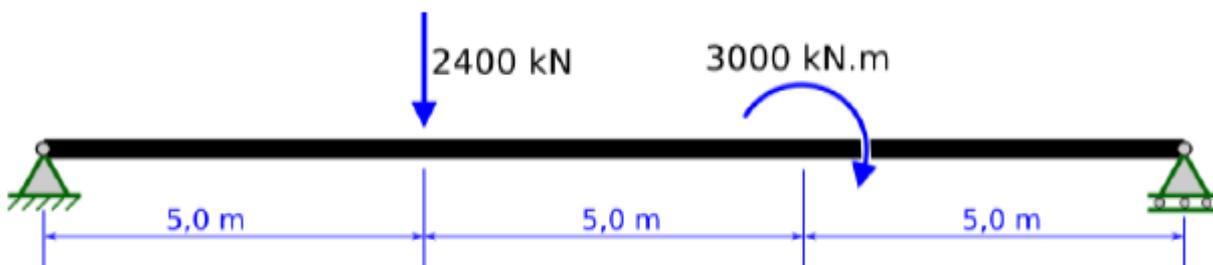
44. (CEV-UECE/Pref. de Sobral-2018) Um triângulo de lados  $a$ ,  $b$  e  $c$  é apresentado no plano cartesiano conforme a figura a seguir.



Considerando que o triângulo seja homogêneo em sua composição e espessura, as coordenadas "XCM" e "YCM" do seu centro de massa são dadas por

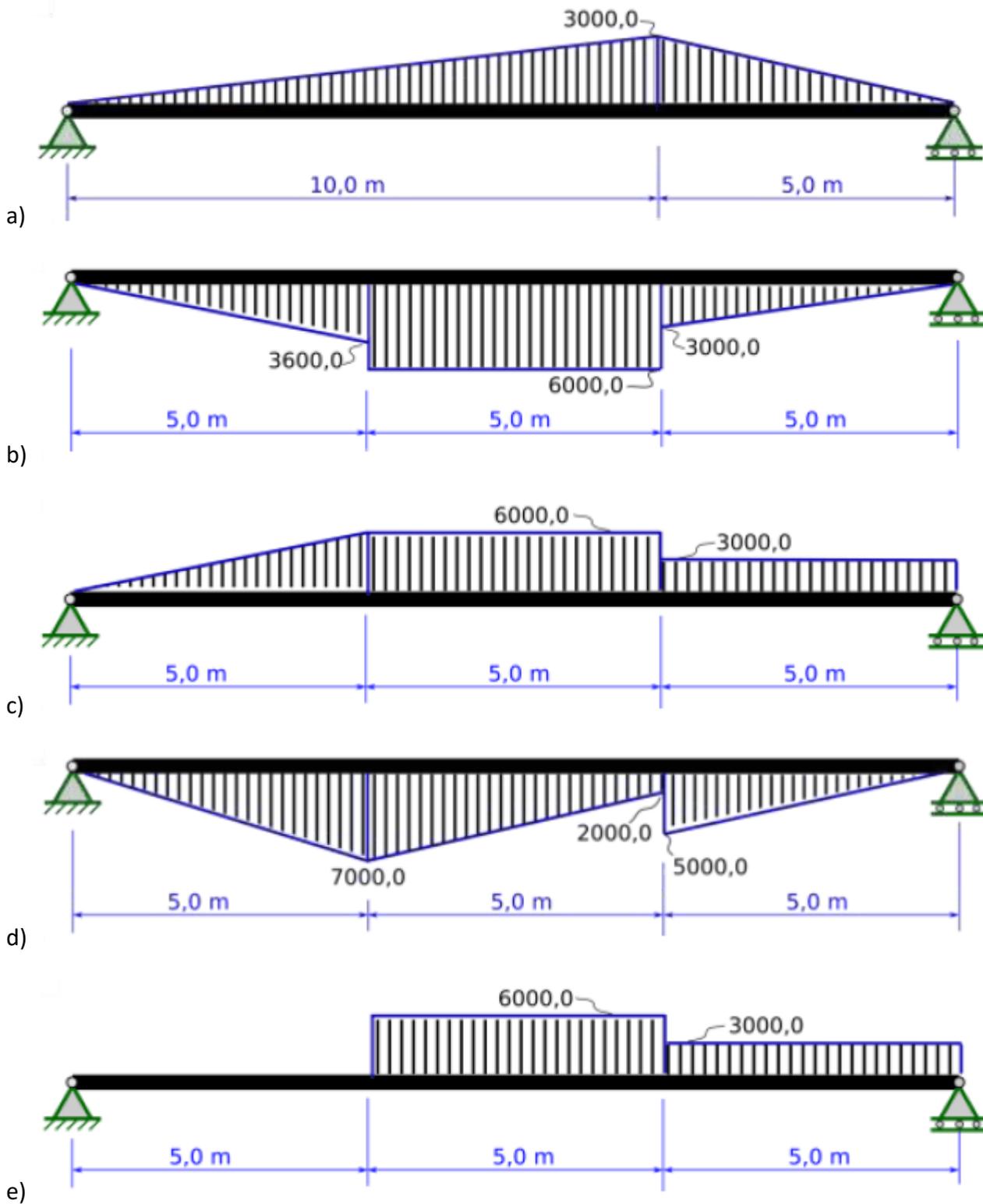
- a)  $X_{CM}=3a; Y_{CM}=3/2b$
- b)  $X_{CM}=2/3a; Y_{CM}=1/3b$
- c)  $X_{CM}=3/2a; Y_{CM}=b$
- d)  $X_{CM}=1/3a; Y_{CM}=2/3b$

45. (UFMT/POLITEC MT - 2022) Uma viga bi-apoiada é apresentada na figura abaixo. É visto que a viga é submetida a uma força descendente de 2400,0 kN e um momento fletor sentido horário de 3000,0 kN.m, nos pontos indicados pelas cotas, em metros, da figura.



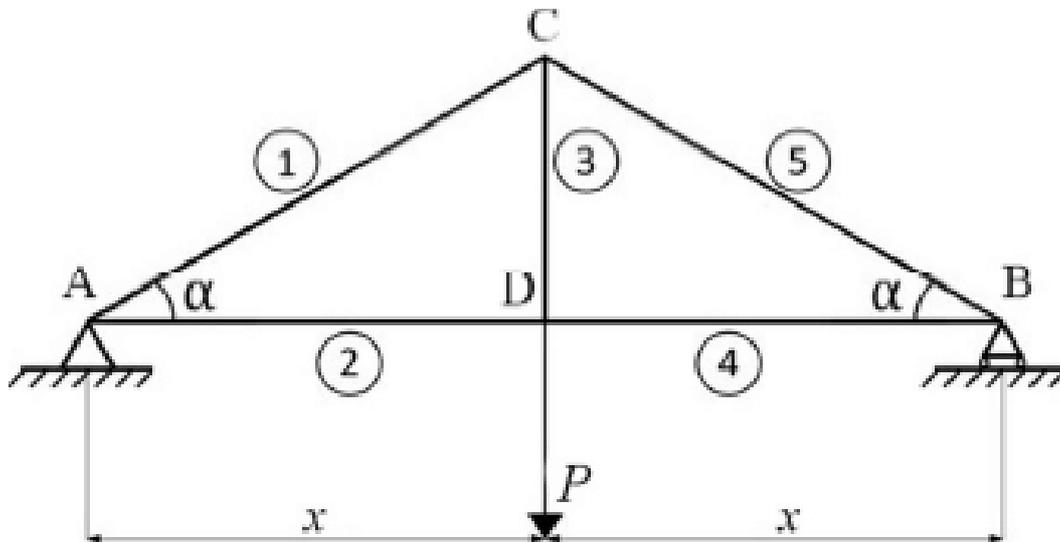
Assinale a alternativa que apresenta o diagrama de momento fletor desta viga. É importante destacar que os valores dos esforços indicados nas alternativas estão em kN.m.





46. (CEBRASPE/PETROBRAS – 2022)



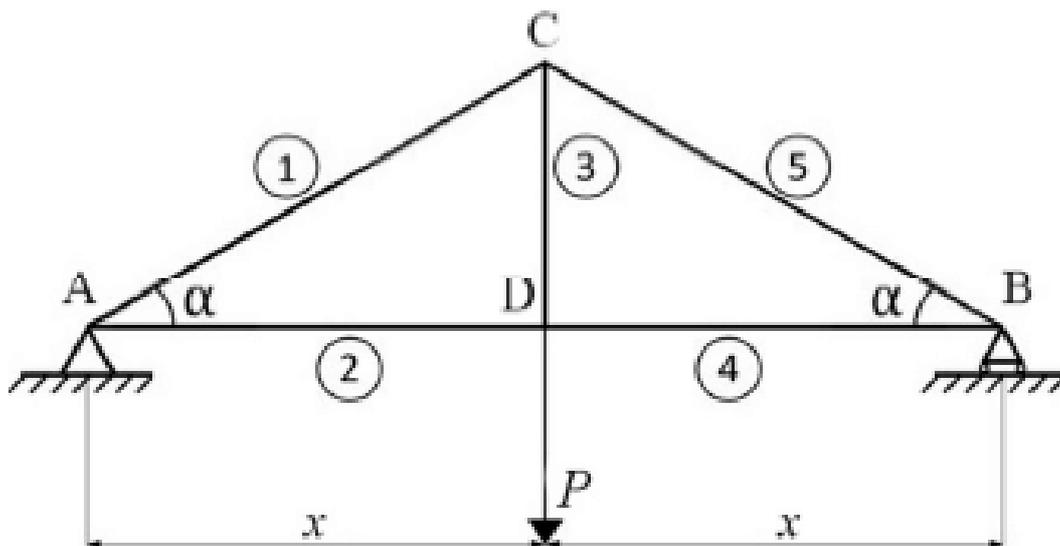


A figura precedente ilustra uma treliça, composta pelas barras retas numeradas de 1 a 5 e ligadas nos quatro nós A, B, C e D; em A, há um apoio fixo, e em B, há um apoio móvel. Na figura,  $P = 10 \text{ kN}$ ,  $x = 10 \text{ m}$  e  $\alpha = 30^\circ$ .

Tendo como referência essas informações, julgue o item a seguir, considerando que  $\sin \alpha = 0,5$  e  $\cos \alpha = 0,87$ .

A treliça ilustrada pode ser considerada uma treliça isostática, porém, substituindo-se o apoio móvel por um apoio fixo, ela se torna uma treliça hiperestática.

#### 47. (CEBRASPE/PETROBRAS – 2022)



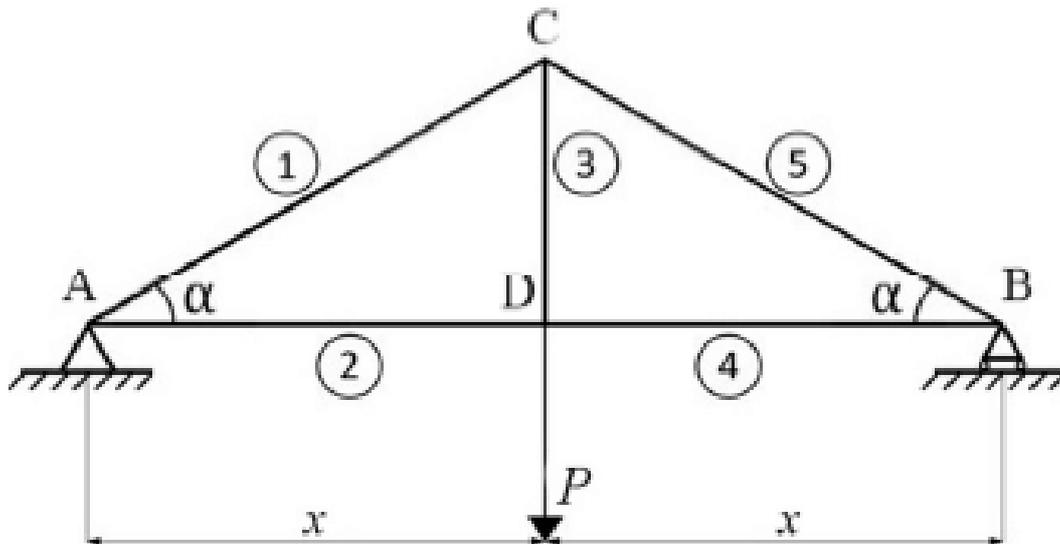
A figura precedente ilustra uma treliça, composta pelas barras retas numeradas de 1 a 5 e ligadas nos quatro nós A, B, C e D; em A, há um apoio fixo, e em B, há um apoio móvel. Na figura,  $P = 10 \text{ kN}$ ,  $x = 10 \text{ m}$  e  $\alpha = 30^\circ$ .

Tendo como referência essas informações, julgue o item a seguir, considerando que  $\sin \alpha = 0,5$  e  $\cos \alpha = 0,87$ .



Na treliça em questão, as barras indicadas por 1, 3 e 5 estão comprimidas, enquanto as barras indicadas por 2 e 4 estão tracionadas.

48. (CEBRASPE/PETROBRAS – 2022)



A figura precedente ilustra uma treliça, composta pelas barras retas numeradas de 1 a 5 e ligadas nos quatro nós A, B, C e D; em A, há um apoio fixo, e em B, há um apoio móvel. Na figura,  $P = 10 \text{ kN}$ ,  $x = 10 \text{ m}$  e  $\alpha = 30^\circ$ .

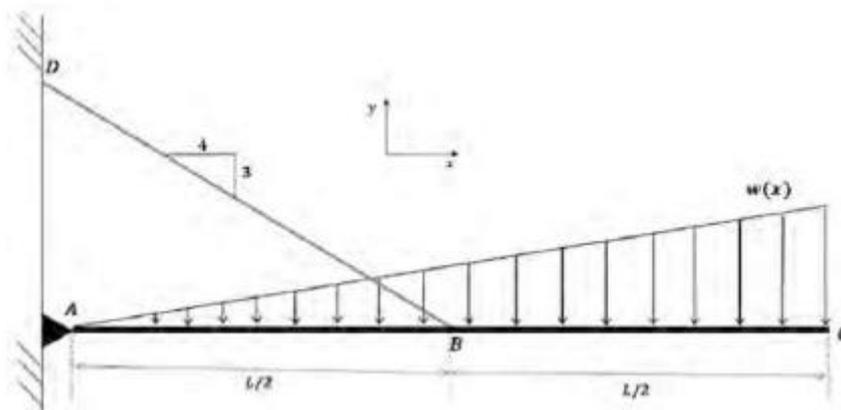
Tendo como referência essas informações, julgue o item a seguir, considerando que  $\sin \alpha = 0,5$  e  $\cos \alpha = 0,87$ .

Na treliça em tela, a força normal na barra indicada por 2 é superior a  $8,5 \text{ kN}$ .

49. (CEBRASPE/PETROBRAS – 2022) Julgue o próximo item, referente à resistência dos materiais.

O diagrama de corpo livre é uma das maneiras mais utilizadas para representar as forças presentes sobre um corpo.

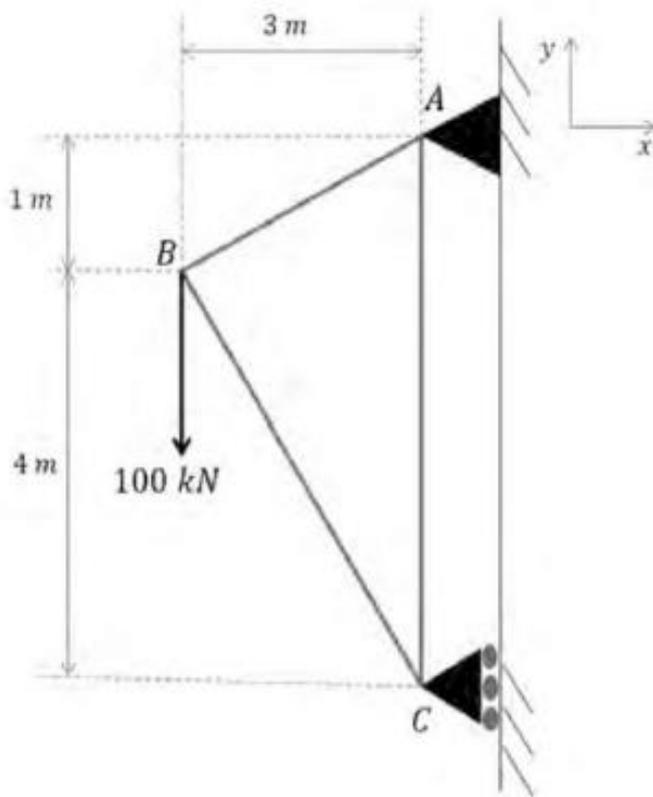
50. (SELECON/AMAZUL – 2022) A viga, representada na figura a seguir, está sendo suportada por um apoio pinado em A e pelo cabo que liga os pontos B e D.



O valor da magnitude da força atuando no cabo BD, quando a viga está submetida ao carregamento distribuído ilustrado, é de:

- a)  $\frac{3}{5}W(X)L^2$
- b)  $\frac{10}{3}W(X)L$
- c)  $\frac{10}{9}W(X)L$
- d)  $\frac{5}{3}W(X)L^2$

51. (SELECON/AMAZUL – 2022) Considere a treliça representada na figura a seguir.

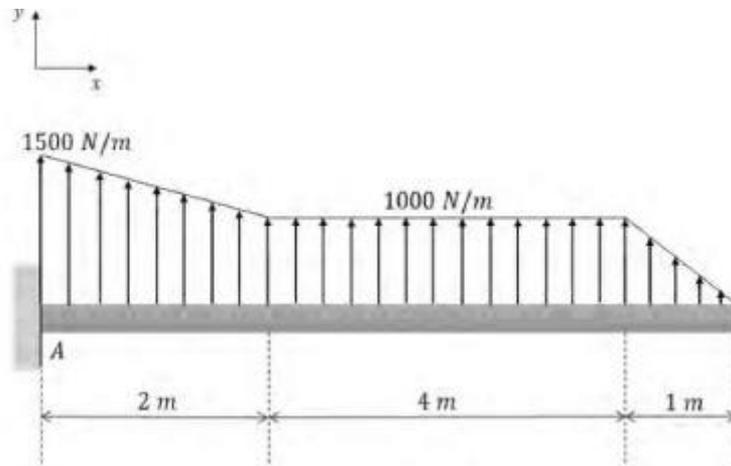


Os valores dos esforços nos apoios A e C da treliça são:

- a)  $A_x = 60 \text{ kN}$ ,  $A_y = -100 \text{ kN}$  e  $C_x = 80 \text{ kN}$
- b)  $A_x = 80 \text{ kN}$ ,  $A_y = 100 \text{ kN}$  e  $C_x = -80 \text{ kN}$
- c)  $A_x = 60 \text{ kN}$ ,  $A_y = 100 \text{ kN}$  e  $C_x = -60 \text{ kN}$
- d)  $A_x = 80 \text{ kN}$ ,  $A_y = 80 \text{ kN}$  e  $C_x = -100 \text{ kN}$

52. (SELECON/AMAZU – 2022) A asa de um pequeno avião e o carregamento distribuído idealizado agindo sobre essa asa estão representados na figura a seguir.



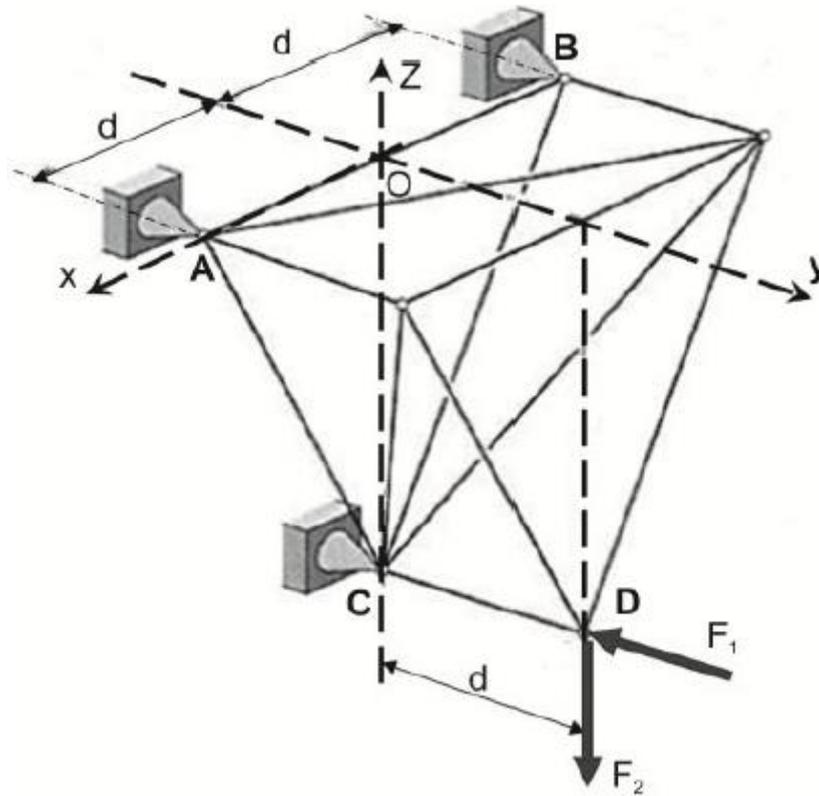


Os esforços de reação no engaste A são:

- a)  $V_A = - 7,0 \text{ kN}$  e  $M_A = - 21,5 \text{ kN}\cdot\text{m}$
- b)  $V_A = - 6,0 \text{ kN}$  e  $M_A = - 23,5 \text{ kN}\cdot\text{m}$
- c)  $V_A = - 8,5 \text{ kN}$  e  $M_A = - 20,5 \text{ kN}\cdot\text{m}$
- d)  $V_A = - 8,5 \text{ kN}$  e  $M_A = - 23,5 \text{ kN}\cdot\text{m}$

53. (FCC/TRT 23ª Região – 2022) A estrutura de barras da figura está vinculada a uma parede (não mostrada) pelas juntas esféricas (rótulas) A, B e C. No ponto D da estrutura são aplicadas as forças  $\vec{F}_1 = -F_1\vec{j}$ ,  $\vec{F}_2 = -F_2\vec{k}$ .





Dados:

$\overline{OC} = 2d$ ;  $\overline{CD}$  paralelo ao eixo  $y$ ; O eixo  $x$  passa pelos pontos  $A$  e  $B$ . Despreze os pesos das barras.

A magnitude da reação na junta  $C$  na direção  $y$  ( $F_{Cy}$ ) é

- a)  $F_{Cy} = 0,5F_1 + F_2$
- b)  $F_{Cy} = F_1 - 0,5F_2$
- c)  $F_{Cy} = F_1 + 0,5F_2$
- d)  $F_{Cy} = 0,5F_1 - F_2$
- e)  $F_{Cy} = F_1$



## GABARITO

- |               |             |               |
|---------------|-------------|---------------|
| 1. INCORRETO  | 19. E       | 37. D         |
| 2. CORRETO    | 20. A       | 38. A         |
| 3. INCORRETO  | 21. C       | 39. C         |
| 4. INCORRETO  | 22. B       | 40. D         |
| 5. INCORRETO  | 23. E       | 41. D         |
| 6. CORRETO    | 24. B       | 42. D         |
| 7. INCORRETO  | 25. C       | 43. C         |
| 8. INCORRETO  | 26. A       | 44. B         |
| 9. INCORRETO  | 27. A       | 45. D         |
| 10. CORRETO   | 28. B       | 46. CORRETO   |
| 11. CORRETO   | 29. A       | 47. INCORRETO |
| 12. B         | 30. B       | 48. CORRETO   |
| 13. B         | 31. CORRETA | 49. CORRETO   |
| 14. CORRETO   | 32. B       | 50. C         |
| 15. INCORRETO | 33. D       | 51. C         |
| 16. CORRETO   | 34. E       | 52. A         |
| 17. CORRETO   | 35. E       | 53. C         |
| 18. INCORRETO | 36. A       |               |



## RESUMO

Para lhe ajudar, preparei um apanhado com as **principais fórmulas** abordadas nesta aula. É muito importante que você tenha conhecimento de **todas** elas!

TEMA	FÓRMULA
Momento	$M = F \cdot d$
Equações de equilíbrio	$\sum F = 0 \text{ e } \sum M = 0$
Treliça estável	$b \geq 2 \cdot n - 3$
Centro de massa	$\bar{X} = \frac{\sum m\bar{x}}{\sum m} \quad \bar{Y} = \frac{\sum m\bar{y}}{\sum m} \quad \bar{Z} = \frac{\sum m\bar{z}}{\sum m}$ $\bar{X} = \frac{m_1\bar{x}_1 + m_2\bar{x}_2 + m_3\bar{x}_3 \dots}{(m_1 + m_2 + m_3 \dots)}$ $\bar{Y} = \frac{m_1\bar{y}_1 + m_2\bar{y}_2 + m_3\bar{y}_3 \dots}{(m_1 + m_2 + m_3 \dots)}$
Centróide	$\bar{x} = \frac{\int x \cdot dA}{A} \rightarrow \bar{X} = \frac{\sum \bar{x} \cdot A}{\sum A}$ $\bar{y} = \frac{\int y \cdot dA}{A} \rightarrow \bar{Y} = \frac{\sum \bar{y} \cdot A}{\sum A}$
Momento de Inércia de um retângulo	$I_x = \frac{1}{3}bh^3; \quad I_y = \frac{1}{3}b^3h$
Momento de inércia de um círculo	$I_x = I_y = \frac{1}{4}\pi r^4$
Momento de inércia de um triângulo	$I_x = \frac{1}{12}bh^3$
Teorema dos eixos paralelos	$I_x = \bar{I}_{x'} + Ad_y^2; \quad I_y = \bar{I}_{y'} + Ad_x^2;$ $J_o = \bar{J}_c + Ad^2$



# ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



**1** Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



**2** Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



**3** Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



**4** Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



**5** Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



**6** Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



**7** Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



**8** O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.