Aula 00

Câmara Municipal de Goiânia - Matemática

Autor:

Equipe Exatas Estratégia Concursos

25 de Maio de 2022

Índice

Apresentação do Curso

Olá, pessoal! Tudo bem?

É com grande satisfação damos início ao nosso curso!

Os professores **Eduardo Mocellin, Francisco Rebouças** e **Vinicius Veleda** ficarão responsáveis pelo **Livro Digital**.

Antes de continuarmos, vamos apresentar os professores do material escrito:

Eduardo Mocellin: Fala, pessoal! Meu nome é Eduardo Mocellin, sou professor de Matemática e de Raciocínio Lógico do Estratégia Concursos e engenheiro Mecânico-Aeronáutico pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Sinto-me feliz em poder contribuir com a sua aprovação! Para dicas e conteúdos exclusivos, não deixe de me seguir no Instagram: **@edu.mocellin**

Francisco Rebouças: Fala, alunos! Aqui é o Francisco Rebouças, professor de Matemática do Estratégia Concursos. Sou Engenheiro Aeroespacial formado pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Saiba que será uma honra fazer parte da sua jornada rumo à aprovação e que estaremos sempre aqui para auxiliá-los com o que precisarem. Um grande abraço e nos vemos nas aulas!

Vinicius Veleda: Olá, caros alunos! Sou Auditor Fiscal do Estado do Rio Grande do Sul. Professor de Matemática e Matemática Financeira do Estratégia Concursos. Aprovado nos Concursos de Auditor Fiscal da Secretaria da Fazenda dos Estados do Rio Grande do Sul (SEFAZ RS - 2019), Santa Catarina (SEFAZ SC - 2018) e Goiás (SEFAZ GO - 2018). Formado em Engenharia de Petróleo pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) com graduação sanduíche em Engenharia Geológica pela Universidade Politécnica de Madrid (UPM). Pela UFRJ, fui campeão sulamericano do Petrobowl (Buenos Aires) e, posteriormente, Campeão Mundial (Dubai). Cursei meu ensino médio na Escola Preparatória de Cadetes do Exército (EsPCEx). Contem comigo nessa trajetória! **@viniciusveleda**

O material escrito em **PDF** está sendo construído para ser sua fonte **autossuficiente** de estudos. Isso significa que o livro digital será **completo** e **voltado para o seu edital**, justamente para que você não perca o seu precioso tempo "caçando por aí" o conteúdo que será cobrado na sua prova. Ademais, sempre que necessário, você poderá fazer perguntas sobre as aulas no **fórum de dúvidas**. **Bons estudos!**

TEORIA DOS CONJUNTOS

Introdução à Teoria dos Conjuntos

Definição de Conjunto

Iniciaremos o nosso estudo da matemática por **Teoria dos Conjuntos**. A escolha desse conteúdo é **cuidadosamente pensada** para que você possa formar **uma base sólida** que lhe servirá de alicerce na construção de toda matemática necessária a sua prova.

A palavra "conjunto" significa exatamente o que você deve estar pensando: uma espécie de **grupo**, **lista** ou **uma coleção** de determinado objeto. Observe alguns exemplos de **como podemos representar** conjuntos na matemática:

- $A = \{a, b, c, d, e\}$
- $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$
- $C = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$

O conjunto A é formado pelas **5 primeiras letras** no nosso alfabeto. O conjunto B é formado por **5 números pares**. O conjunto C é formado por **10 números ímpares**. Você pode estar se perguntando: *só podemos fazer conjuntos de números e letras?* **A resposta é não!** Podemos criar conjuntos de basicamente qualquer coisa, desde um conjunto representando **os funcionários de determinada empresa** a **conjuntos formados por outros conjuntos!** Por exemplo, o conjunto E lista alguns professores de exatas do Estratégia Concursos.

- $E = \{Francisco, Eduardo, Vinicius, Luana, Djefferson\}$

Primeiramente, note que um conjunto muitas vezes aparecerá com seus elementos listados dentro de um par de chaves. Por isso, sempre que for escrever algum conjuntos, não esqueça de colocar seus elementos aqui dentro: $\{\ \}$. É também usual as pessoas nomearem seus conjuntos com letras maiúsculas, mas **isso não é mandatório, nem necessário** em algumas situações.

Relação de Pertinência

Quando um elemento faz parte de determinado conjunto, dizemos que **o elemento PERTENCE ao conjunto**. Essa relação de pertinência **entre um elemento e um conjunto** é representada pelo símbolo $\in$.

- $b \in A$ -- **Lemos**: b **pertence** a A;
- $4 \in B$ -- **Lemos**: 4 **pertence** a B;
- $15 \in C$ -- **Lemos**: 15 **pertence** a C;

Atente-se à simbologia! Podemos dizer que um elemento **não pertence** a um determinado conjunto. Para isso, utilizamos o símbolo "não pertence": $\notin$.

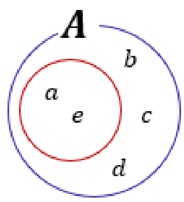
- $z \notin A$ -- z **não pertence** a A;
- $100 \notin B$ -- 100 **não pertence** a B;
- $2 \notin C$ -- 2 **não pertence** a C;
- $Beltrano \notin\ E$ -- $Beltrano$ **não pertence** a E.

Relação de Inclusão

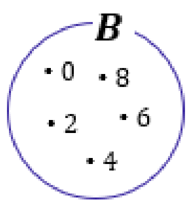
Existe mais um tipo de relação que devemos estudar: **a relação de inclusão**. Nesse tipo de relação, é estabelecido **um relacionamento entre dois conjuntos** e não mais entre um elemento e outro conjunto. Para isso, usamos uma simbologia específica que você deverá guardar: $\subset, \not\subset, \supset\ e\ \not\supset$. Vamos ver com calma o que cada um deles diz! Considere $\boldsymbol{A = \{a, b, c, d, e\}}$, $\boldsymbol{B = \{0, 2, 4, 6, 8\}}$ e $\boldsymbol{C = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}}$.

- $\{a, e\} \subset A$ -- **Lemos**:$\{a, e\}$ **está contido** em A;
- $\{0, 2, 8\} \subset\ B$ -- **Lemos**: $\{0, 2, 8\}$ **está contido** em B;
- $\{1, 3, 5, 19\} \subset C$ -- **Lemos**: $\{1, 3, 5, 19\}$ **está contido** em C;
- $\{Francisco, Eduardo\} \subset E$ -- **Lemos**: $\{Francisco, Eduardo\}$ **está contido** em E.

Perceba que agora não estamos estabelecemos uma relação entre um elemento e um conjunto. **A relação de inclusão envolve 2 conjuntos!** Diante disso, podemos introduzir um novo termo: **o subconjunto**. O subconjunto nada mais é do que **parte de um conjunto maior**. Quando dizemos, por exemplo, que $\boldsymbol{\{a, e\}}$ **está contido em** $\boldsymbol{A}$, estamos dizendo, com outras palavras, que $\{a, e\}$ é um subconjunto de $\boldsymbol{A}$.



O diagrama acima ajuda a compreender a relação de inclusão. Observe que **o conjunto $\{a, e\}$ está inteiramente contido em A**. Nessas condições, dizemos que $\{a, e\}$ está contido em A ou ainda que $\{a, e\}$ é um subconjunto de A. Algumas vezes, você poderá ver **o termo "parte" sendo usando como sinônimo de subconjunto**. Agora, imagine a seguinte situação:



Nesse caso, temos que $\{a, e\} \not\subset B$-- **Lemos**: $\{a, e\}$ não está contido em B ou $\{a, e\}$ não é um subconjunto de B. Vamos ver mais alguns exemplos de quando **um conjunto não está contido em outro**:

- $\{a, e, f\} \not\subset A$

- $\{1,3,5\} \not\subset B$
- $\{0,1\} \not\subset C$
- $\{Sicrano, Beltrano\} \not\subset E$

Perceba que **basta um elemento do conjunto não pertencer** ao conjunto maior que **não poderemos estabelecer uma relação de inclusão** entre os dois conjuntos e portanto, dizemos que um não está contido no outro. Pessoal, **se $\{a, e\}$ está contido em A,** então também podemos dizer que **A contém $\{a, e\}$**. Quando queremos expressar essa ideia de que um conjunto maior contém determinado subconjunto, utilizamos o símbolo ⊃.

- $A \supset \{a, e\}$ -- A **contém** $\{a, e\}$
- $B \supset \{0, 2, 8\}$ -- B **contém** $\{0, 2, 8\}$
- $C \supset \{1, 3, 5, 19\}$ -- C **contém** $\{1, 3, 5, 19\}$
- $E \supset \{Francisco, Eduardo\}$ -- E **contém** $\{Francisco, Eduardo\}$

Analogamente, podemos estender o raciocínio para quando queremos dizer que determinado conjunto **não contém outro**. Nessas situações, utilizamos ⊅.

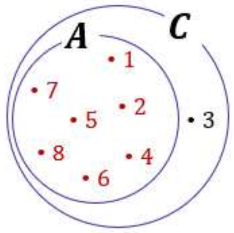
- $A \not\supset \{a, e, f\}$ -- A **não contém** $\{a, e, f\}$
- $B \not\supset \{1, 3, 5\}$ -- B **não contém** $\{1, 3, 5\}$
- $C \not\supset \{0, 1\}$ -- C **não contém** $\{0, 1\}$
- $E \not\supset \{Sicrano, Beltrano\}$ -- E **não contém** $\{Sicrano, Beltrano\}$

(PREF. DE PINHAIS/2019) Considerando os conjuntos $A = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $B = \{1, 3, 4, 5, 6, 9, 10\}$ e $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, assinale a alternativa CORRETA:
A) O conjunto A está contido no conjunto B.
B) O conjunto B está contido no conjunto A.
C) O conjunto C está contido no conjunto B.
D) O conjunto C está contido no conjunto A.
E) O conjunto A está contido no conjunto C.

Comentários:

$$\boldsymbol{C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}}$$

Observe que os elementos destacados em vermelho **são exatamente todos os elementos do conjunto A**. Perceba, portanto, que **A está contido em C**. Para facilitar a visualização, veja o diagrama a seguir.



Gabarito: Letra E.

Subconjuntos

Vamos aprofundar um pouco o nosso estudo sobre **os subconjuntos**. Para começar, tente dizer quais são os subconjuntos do conjunto $A = \{a, b\}$. *Pronto?* Observe como fica:

Conjunto	Subconjuntos
$A = \{a, b\}$	$\emptyset$
	$\{a\}$
	$\{b\}$
	$\{a, b\}$

A tabela acima lista todos os subconjuntos que podemos formar utilizando o conjunto A. Sabendo disso, podemos escrever as seguintes relações:

- $\emptyset \subset A$
- $\{a\} \subset A$
- $\{b\} \subset A$
- $\{a, b\} \subset A$

Devemos falar um pouco do **conjunto vazio e conjunto unitário**. O conjunto vazio, como o próprio nome sugere, **é um conjunto que não possui elementos**! É representado por meio do **símbolo** $\emptyset$ mas também pode aparecer como um simples par de chaves $\{\ \}$. Já **o conjunto unitário** é todo conjunto que **possui um único elemento**!

TOME NOTA!

O conjunto vazio é subconjunto de qualquer outro conjunto.

Seja X um conjunto genérico, então:

$$\emptyset \subset \boldsymbol{X} \qquad ou \qquad \{\ \} \subset \boldsymbol{X}$$

Observe que $\{a, b\} \subset A$, indicando que **qualquer conjunto é também um subconjunto de si mesmo**! Seja $B = \{a, b, c\}$. Vamos listar os seus subconjuntos também?

Conjunto	Subconjuntos

$B = \{a, b, c\}$	$\emptyset$
	$\{a\}$
	$\{b\}$
	$\{c\}$
	$\{a, b\}$
	$\{a, c\}$
	$\{b, c\}$
	$\{a, b, c\}$

Quando um subconjunto de B é diferente do próprio B, chamamos ele de **subconjunto próprio de B**. Por exemplo, $\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}$ são subconjuntos próprios de B. Já o subconjunto $\{a, b, c\}$ é denominado **impróprio** pois é igual ao próprio B! Com os conjuntos listados na tabela acima são subconjuntos de B, então podemos escrever:

- $\emptyset \subset B$
- $\{a\} \subset B$
- $\{b\} \subset B$
- $\{c\} \subset B$
- $\{a, b\} \subset B$
- $\{a, c\} \subset B$
- $\{b, c\} \subset B$
- $\{a, b, c\} \subset B$

Pessoal, observe que **os subconjuntos de um conjunto são apenas diferentes combinações de seus elementos**. Portanto, se você precisar listar os subconjuntos, siga os seguintes passos:

1. O primeiro conjunto que você deve anotar como subconjunto é o **conjunto vazio**.
2. Depois, transforme em subconjunto cada elemento, um por um.
3. Em seguida, escreva os subconjuntos formado por pares de elementos.
4. Acabando os pares, pegue os trios e assim sucessivamente.

Seguindo essa receita, vamos listar os subconjuntos de $C = \{1, 2, 3\}$?

Passo 1: Você não deve esquecer que **o conjunto vazio é subconjunto de qualquer vazio**, portanto:

$$\emptyset$$

Passo 2: Transformando cada elemento em um subconjunto, **um por um**.

$$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}$$

Passo 3: Escrever os subconjuntos formado por **pares** de elementos.

$$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2,3\}$$

Passo 4: Ir para os trios.

$$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2,3\}, \{1, 2, 3\}$$

Como o conjunto C só possui 3 elementos, encerramos por aqui! Listamos todos os subconjuntos dele. Observe que quando tínhamos um conjunto com **2 elementos, obtivemos 4 subconjuntos**. Ao aumentar um elemento no conjunto, **passamos a ter 8 subconjuntos**. Será que é possível estabelecer uma fórmula para calcular **o número de subconjuntos baseado na quantidade de elementos de um conjunto**?

É possível sim e **a fórmula é bem simples**. Seja $n(A)$ **o número de elementos de um conjunto** A. Então, **o número de subconjuntos de** A**,** nS_A, é dado por:

$$\boxed{nS_A = 2^{n(A)}}$$

(IDAF-AC/2020) Quantos subconjuntos possui o conjunto das vogais?

A) 10

B) 25

C) 32

D) 50

E) 56

Comentários

Seja V o conjunto formado por **todas as vogais**, então temos que:

$$V = \{a, e, i, o, u\}$$

O conjunto acima **possui 5 elementos**, sabemos que o número de subconjuntos de um conjunto depende da quantidade de elementos e é dado através de uma fórmula.

$$nS_V = 2^{n(V)}$$
$$nS_V = 2^5$$
$$nS_V = 32$$

Gabarito: Letra C.

Conjunto das Partes

Você sabia que **podemos juntar todos os subconjuntos de um conjunto para formar um novo conjunto**? Esse novo conjunto formado é denominado **conjunto das partes** e é representado pelo **símbolo** $\wp$. Por exemplo, os **conjuntos das partes** de $A = \{a, b\}$ e de $B = \{a, b, c\}$ são:

$$\wp(A) = \{\{\ \}, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$$

$$\wp(B) = \{\{\ \}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$$

Observe que $\wp(A)$ e $\wp(B)$ são **conjuntos formados por outros conjuntos**! Note ainda que **a sua quantidade de elementos é exatamente a quantidade de subconjuntos** calculada pela fórmula $\boldsymbol{nS_A = 2^{n(A)}}$. Um outro ponto que chamamos atenção é que, no conjunto das partes, listamos **o conjunto vazio** $\{\ \}$ explicitamente com um dos seus elementos.

(PREF. PETROLINA/2019) Dado um conjunto A, representa-se por $\wp(A)$ o conjunto formado por todos os subconjuntos de A – o chamado conjunto das partes que também costuma ser representado por 2^A. Se $A = \{\phi, \{\phi\}, 1, \{1\}\}$, qual das alternativas seguintes NÃO é elemento de $\wp(A)$?

A) ϕ

B) $\{\phi, 1\}$

C) $\{1, \{\phi, 1\}\}$

D) $\{\phi, \{\phi\}\}$

E) $\{1, \{1\}\}$

Comentários:

O jeito mais imediato de resolver a questão **é listar todos os subconjuntos de $\boldsymbol{A}$**. Perceba que teremos $2^4 = \mathbf{16}$ **subconjuntos**. Para nos auxiliar, vamos usar uma tabela.

Vale também destacar que $\boldsymbol{\phi}$ **representa o conjunto vazio** e você deve lembrar que **o conjunto vazio é sempre subconjunto** de qualquer conjunto.

Conjunto	Subconjuntos	
$\{\phi, \{\phi\}, 1, \{1\}\}$	ϕ	$\{\{\phi\}, 1\}$
	$\{\phi\}$	$\{\{\phi\}, \{1\}\}$
	$\{\{\phi\}\}$	$\{1, \{1\}\}$
	$\{1\}$	$\{\phi, \{\phi\}, 1\}$
	$\{\{1\}\}$	$\{\phi, 1, \{1\}\}$
	$\{\phi, \{\phi\}\}$	$\{\phi, \{\phi\}, \{1\}\}$
	$\{\phi, 1\}$	$\{\{\phi\}, 1, \{1\}\}$
	$\{\phi, \{1\}\}$	$\{\phi, \{\phi\}, 1, \{1\}\}$

Ao listar os subconjuntos do conjunto A, percebemos que apenas o conjunto $\{1, \{\phi, 1\}\}$ não é elemento de $\wp(A)$. Isso acontece pois o conjunto $\{\phi, 1\}$ **não é elemento de A**.

Gabarito: Letra C.

Observe o conjunto F exemplificado abaixo.

$$F = \{1, 2, 3, \{a, b, c\}, \{d, e, f\}, \{W\}\}$$

Assim como o conjunto das partes, ***F* é um conjunto que possui como elemento outros conjuntos**. Note que o conjunto $\{a, b, c\}$ **é um elemento de F**. Nessas situações, e somente nelas, podemos escrever $\{a, b, c\} \in F$. Galera, muita atenção aqui! $\{a, b, c\}$ **não é um subconjunto de F, é um elemento!** Perceba que ele está listado juntamente com os demais elementos!

- $1 \in F$
- $2 \in F$
- $3 \in F$
- $\{a, b, c\} \in F$
- $\{d, e, f\} \in F$
- $\{W\} \in F$

E nesses casos, *quando usaremos a relação de inclusão?* Veja alguns exemplos de subconjuntos de F:

- $\{1\} \subset F$
- $\{1, 2\} \subset F$
- $\{1, 2, 3\} \subset F$
- $\{\{a, b, c,\}\} \subset F$
- $\{\{W\}\} \subset F$
- $\{\{a, b, c,\}, \{d, e, f\}, \{W\}\} \subset F$

Observe que, para representar os subconjuntos que contém outros conjuntos, utilizamos, sem problema algum, dois pares de chaves. Tenha bastante cuidado em questões que tragam esse tipo de abordagem! Já vi muitas bancas se enrolarem ao cobrar questões com essa temática pois desconhecem que conjuntos podem sim ser elementos de outros conjuntos e que podemos estabelecer uma relação de pertinência nessas situações.

HORA DE PRATICAR!

(PREF. JEQUIÉ/2018) Considerando o conjunto $A = \{\Omega, \Delta, \{\Delta\}\}$ qual das afirmações abaixo não está correta?

A) $\Omega \in \mathrm{A}$

B) $\Omega \subset \mathrm{A}$

C) $\{\Delta\} \subset A$

D) $\{\Delta\} \in A$

Comentários:

Os elementos de A são: Δ, $\{\Delta\}$ e Ω. Logo: $\begin{cases} \Delta \in \mathrm{A}; \\ \{\Delta\} \in A; \\ \Omega \in \mathrm{A}. \end{cases}$

Essa pequena análise permite concluir que **as alternativas A e D estão corretas** e, portanto, não podem ser nosso gabarito, já que **ele procura a alternativa incorreta**. Observe que como **Δ é um elemento de A**, então podemos dizer que **$\{\Delta\}$ é um subconjunto de A**. Dessa forma, é também correto escrever que $\{\Delta\} \subset \mathrm{A}$. *Opa, espere aí, professor! Então podemos dizer nessa situação que $\{\Delta\} \subset A$ e $\{\Delta\} \in A$?* Isso! **Essa conclusão somente é válida pois Δ e $\{\Delta\}$ são elementos de um mesmo conjunto**!

Ao escrever que $\{\Delta\} \subset \mathrm{A}$ estamos nos referindo ao subconjunto $\{\Delta\}$ que existe pois <u>Δ é um elemento de A</u>. **Quando escrevemos $\{\Delta\} \in A$, estamos nos referindo <u>ao elemento $\{\Delta\}$, que é explicitamente declarado</u>**. O subconjunto associado ao elemento $\{\Delta\}$ é representado com mais um par de chaves: $\{\{\Delta\}\}$. Nessa situação, dizemos que $\{\{\Delta\}\} \subset A$. Com isso, a única alternativa que pode estar errada é a letra B, pois **Ω é um elemento de A e, portanto, o correto seria $\Omega \in \mathrm{A}$**.

Gabarito: Letra B.

(PREF. RESENDE/2019) Dado o conjunto $C = \{a, \{b\}, c\}$, observe as afirmações e marque o item CORRETO.

I. $a \in C$.

II. $\{b\} \in C$.

III. $c \subset C$.

IV. $\emptyset \subset C$.

A) Apenas a afirmação III é falsa.

B) Apenas as afirmações I e II são verdadeiras.
C) Apenas as afirmações II e IV são verdadeiras.
D) Apenas as afirmações I e IV são verdadeiras.

Comentários:

É uma questão que envolve basicamente todos os conceitos que vimos até agora.

$$\boldsymbol{C = \{a, \{b\}, c\}}$$

I. $a \in C$.
Afirmação verdadeira. a é um elemento de C e, por esse motivo, podemos estabelecer uma **relação de pertinência entre o elemento e o conjunto**.

II. $\{b\} \in C$.
Afirmação verdadeira. Observe que $\{b\}$ está listado explicitamente como um elemento de C. Com isso, podemos estabelecer **uma relação de pertinência entre $\{\boldsymbol{b}\}$ e o conjunto $\boldsymbol{C}$**.

III. $c \subset C$.
Afirmação falsa. c é um elemento de C e sabemos que **não é possível estabelecer relação de inclusão entre um elemento e um conjunto**. **Apenas um conjunto pode estar contido em outro**.

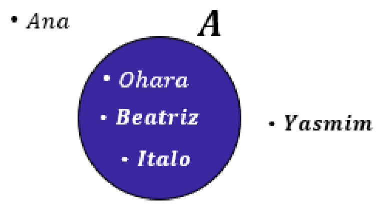
IV. $\emptyset \subset C$.
Afirmação verdadeira. Como vimos, **o conjunto vazio $\emptyset$ é sempre subconjunto de qualquer conjunto**.

Gabarito: Letra A.
Gabarito da Banca: Letra D -- A banca certamente se equivocou ao considerar a afirmativa II errada.

União, Intersecção, Complementar e Diferença

Representação por Diagramas

Você deve ter visto ao longo da aula que **apareceram alguns conjuntos na forma de diagramas**. Esse tipo de representação é extremamente útil na resolução de questões, pois **possibilita uma melhor compreensão do problema**. Por exemplo, seja $\boldsymbol{A}$ o conjunto de funcionários de uma determinada empresa.



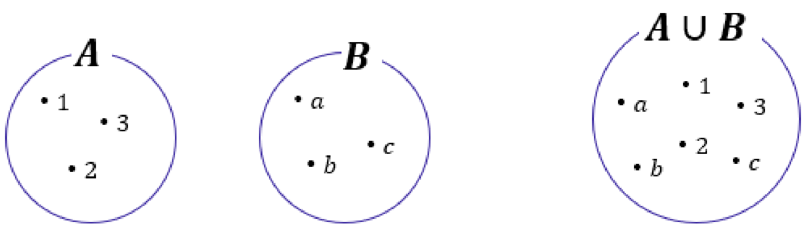
Todos aqueles que estão dentro do conjunto $\boldsymbol{A}$ **representam funcionários da empresa**. **Quem está fora, não é funcionário da empresa**. Olhando simplesmente para o diagrama, podemos dizer que:

- $Ohara \in A$;
- $Beatriz \in A$;
- $Italo \in A$;
- $Yasmim \notin A$;
- $Ana \notin A$

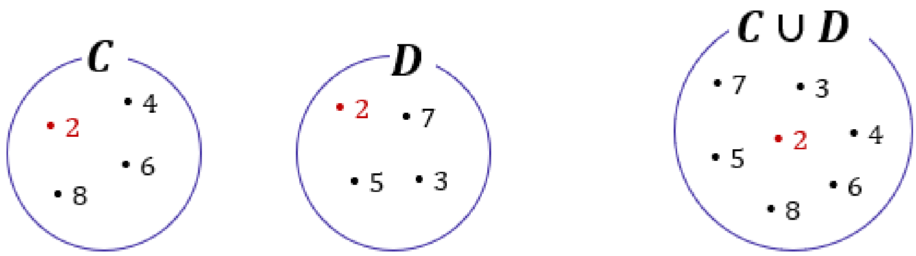
Esses diagramas são bastante conhecidos no meio matemático e possuem um nome especial: são os **Diagramas de Venn-Euler** ou, simplesmente, **Diagramas de Venn**. Esse tipo de representação é utilizado principalmente quando **precisamos representar vários conjuntos ao mesmo tempo**. Nos tópicos a seguir, usaremos bastante esses diagramas e você logo ficará habituado.

União

Nessa parte da nossa aula, veremos que existem **várias operações** que os conjuntos podem se submeter. A mais conhecida talvez seja **a união (ou reunião) de conjuntos**. A união de conjuntos é representada pelo **símbolo** $\cup$ e, basicamente, **funde dois conjuntos em um só**.



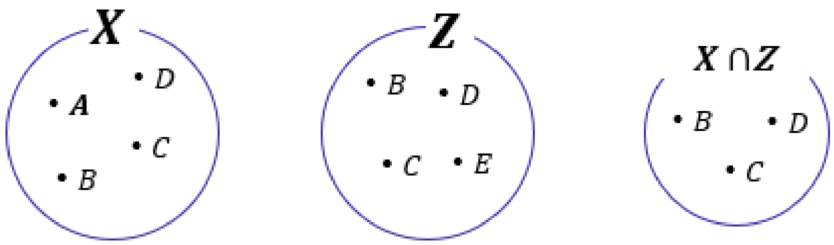
No diagrama acima, temos que $\boldsymbol{A} = \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}\}$ e $B = \{a, b, c\}$. Quando fazemos a união de A e B, criamos um novo conjunto que possui todos os elementos dos dois conjuntos, $\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B} = \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\}$. Haverá casos em que os conjuntos possuirão um mesmo elemento e, quando for necessário fazer a união dos dois, **você não precisará escrever duas vezes o elemento repetido**. Observe um exemplo nos diagramas abaixo.



Note que **o 2 é um elemento comum aos dois conjuntos**: $C = \{2, 4, 8, 6\}$ e $D = \{2, 3, 5, 7\}$. Nessas situações, quando fazemos a união de conjuntos que possuem elementos em comum, **esse elemento não vai aparecer duas vezes no conjunto união**! Confira que $C \cup D = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, **o 2 aparece apenas uma vez**.

Intersecção

A operação que seleciona **os elementos comuns é denominada intersecção e é representada por** ∩. Por exemplo, nos diagramas acima o número 2 é o único elemento comum entre C e D. Logo, o conjunto intersecção será formado apenas pelo elemento 2: $\boldsymbol{C \cap D = \{2\}}$. Veja mais um exemplo abaixo.



Temos que $X = \{A, B, C, D\}$ e $Z = \{B, C, D, E\}$. São dois conjuntos distintos, mas que **possuem alguns elementos em comum**. Os elementos B, C e D aparecem nos 2 conjuntos e formam o conjunto intersecção: $\boldsymbol{X \cap Z = \{B, C, D\}}$. Vamos treinar um pouco esses conceitos?

HORA DE PRATICAR!

(PREF. ÂNGULO/2020) Sejam os conjuntos $A = \{0,1,3,5,7\}$, $B = \{0,2,4,6,8\}$ e $C = \{0,14,15\}$, assinale a alternativa correta.

A) $A \cap B \cap C = \{0\}$

B) $A \cup C = \{1, 3, 5, 7, 14, 15\}$

C) $B \cap C = \{2, 4, 6, 8, 14, 15\}$

D) $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 15\}$

Comentários:
Devemos verificar alternativa por alternativa.

A) $A \cap B \cap C = \{0\}$
Alternativa correta. Nessa alternativa, devemos buscar **a intersecção dos três conjuntos** dados no enunciado. A intersecção é formada pelos **elementos que são comuns aos três conjuntos**. Por exemplo, **observe que o número 0 pertence tanto ao conjunto A, B e C**. Logo, com certeza o 0 é elemento de $A \cap B \cap C$. Observe que **não há nenhum outro elemento que aparece nos três conjuntos**. Com isso, podemos dizer que, de fato, $A \cap B \cap C = \{0\}$.

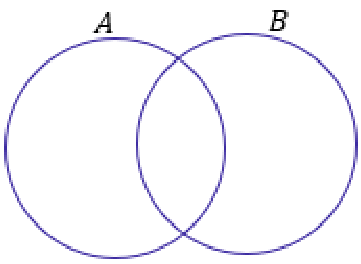
B) $A \cup C = \{1, 3, 5, 7, 14, 15\}$
Alternativa incorreta. Para obter a união de dois conjuntos, **juntamos todos os elementos dos dois conjuntos** e se houver elementos repetidos, basta escrevê-los apenas uma vez, eles não vão contar duas vezes. Veja, no entanto, que **o 0 é elemento de A e de C, mas não aparece no conjunto união dos dois**.

C) $B \cap C = \{2,4,6,8,14,15\}$
Alternativa incorreta. A intersecção representa apenas os elementos em comum entre dois ou mais conjuntos. *Quais são os elementos em comum entre B e C?* O **número 0 é o único elemento comum aos dois**. Logo, $B \cap C = \{0\}$.

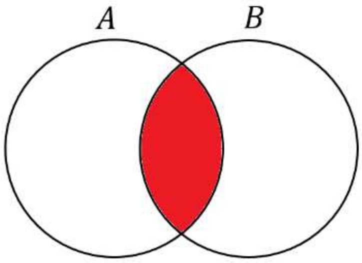
D) $A \cup B = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,15\}$
Alternativa incorreta. Note que o conjunto está quase correto, o único erro seria a presença desse elemento "15". **O "15" não faz parte de A nem B**, portanto, **não pode fazer parte do conjunto que é a união dos dois**. Esse é o erro da alternativa.

Gabarito: Letra A.

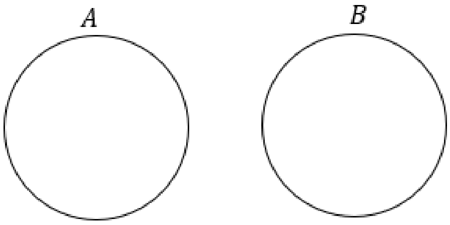
Quando dois conjuntos **possuem elementos em comum**, podemos representá-los assim:



Essa região comum representa exatamente a sua intersecção. Os elementos que estão na região em **vermelho** abaixo **pertencem simultaneamente aos conjuntos A e B**.

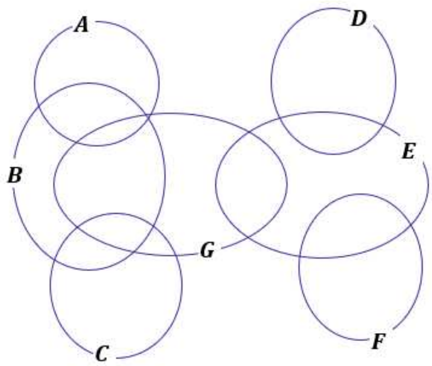


Caso os conjuntos não possuam elementos em comum, isto é, **não haja intersecção entre os dois**, nós vamos chamá-los de **disjuntos** e os representaremos utilizando círculos afastados um do outro.



HORA DE PRATICAR!

(CM MONTE ALTO/2019) Observe o diagrama de conjuntos e considere que há elementos em todas as suas regiões.



A partir dessa disposição, é correto afirmar que

A) há elemento de G que é também elemento de A e C.

B) qualquer elemento que esteja em dois desses conjuntos, certamente pode estar em qualquer um desses sete conjuntos.

C) qualquer elemento de G, que não esteja em E, certamente estará em A ou em B ou em C

D) qualquer elemento que esteja em três desses conjuntos, certamente está em C e em D.

E) há elemento de G que também é elemento de A, mas não é elemento de B.

Comentários:

A) há elemento de G que é também elemento de A e C.

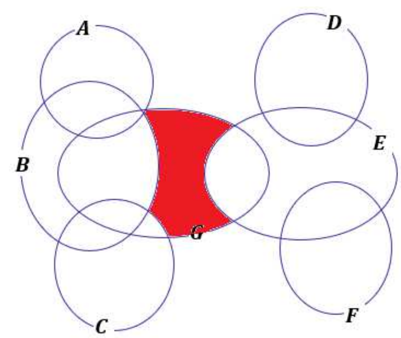
Alternativa incorreta. Observe que A e C **são conjuntos disjuntos**, isto é, **não possuem elementos em comum** e por isso **não há intersecção entre os dois**. Se A e C são conjuntos disjuntos, não pode existir um elemento em G que seja **ao mesmo tempo elemento de A e de C**, pois isso implicaria em um elemento comum aos três simultaneamente.

B) qualquer elemento que esteja em dois desses conjuntos, certamente pode estar em qualquer um desses sete conjuntos.

Alternativa correta. Todos os conjuntos fazem intersecção com pelo menos um outro conjunto! Dessa forma, **haverá sempre um elemento de qualquer conjunto que também pertencerá a outro**!

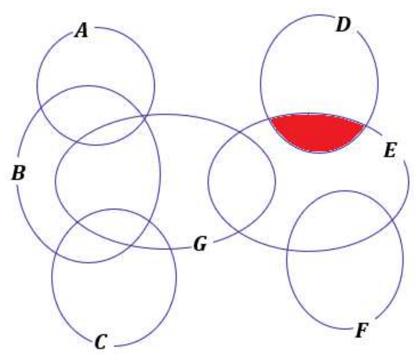
C) qualquer elemento de G, que não esteja em E, certamente estará em A ou em B ou em C

Alternativa incorreta. Mesmo não estando em E, **um elemento em G pode estar somente em G**. **Não podemos afirmar** necessariamente que estará em A ou em B ou em C. Veja a região destacada abaixo.



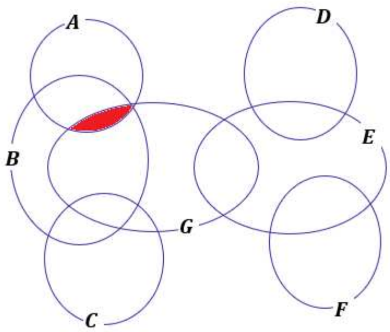
D) qualquer elemento que esteja em três desses conjuntos, certamente está em C e em D.

Alternativa incorreta. D **só faz** intersecção com E. Desse modo, um elemento de D só poder estar, **no máximo, em dois conjuntos**.



E) há elemento de G que também é elemento de A, mas não é elemento de B.

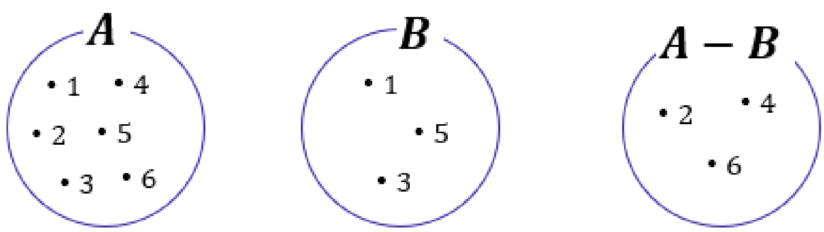
Alternativa incorreta. **Todo elemento de G que também é elemento de A também pertence a B**.



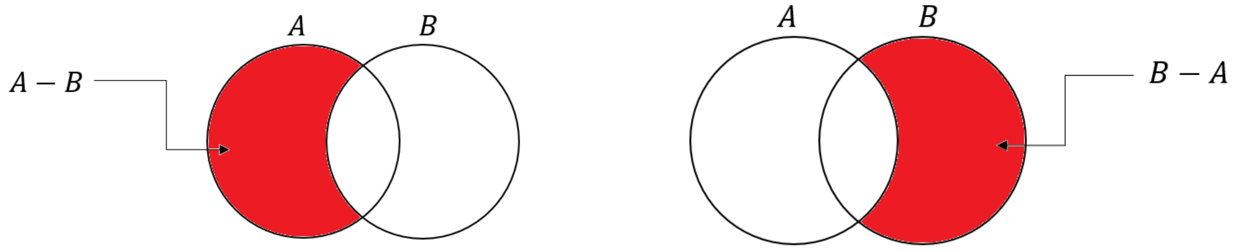
Gabarito: Letra B.

Diferença

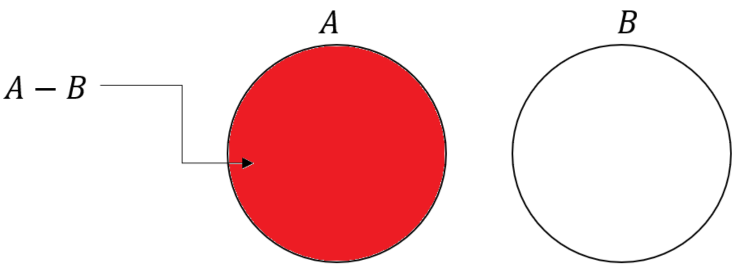
Existe uma outra operação que é muito importante para a sua prova! Essa operação **é a diferença ou, como também é conhecida, a subtração de conjuntos**! O conjunto diferença é representado por $\boldsymbol{A - B}$ e é formado por **todos os elementos de A que não são elementos de B**! Por exemplo, considere os conjuntos:

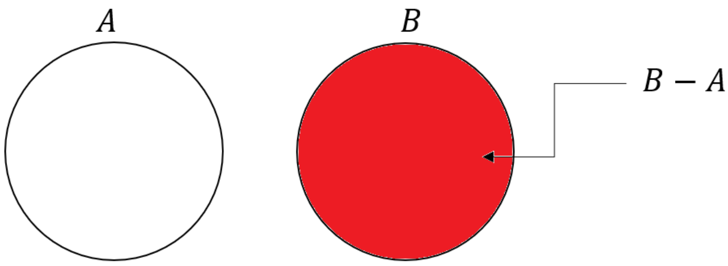


Observe que $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $B = \{1, 3, 5\}$. Para encontrar $A - B$, devemos selecionar **os elementos de $\boldsymbol{A}$ que não são elementos de $\boldsymbol{B}$**! Ou seja, **aqueles elementos que são apenas elementos de $\boldsymbol{A}$**! Observe que A e B possuem em comum os seguintes elementos: $A \cap B = \{1, 3, 5\}$. Logo, se $A = \{\mathbf{1}, 2, \mathbf{3}, 4, \mathbf{5}, 6\}$, então o $A - B = \{2, 4, 6\}$. Em diagramas, também é possível representar o conjunto diferença.



Um detalhe importante é que se A e B são **conjuntos disjuntos**, então $\boldsymbol{A - B = A}$ **e** $\boldsymbol{B - A = B}$. Veja como essa informação pode ser representada:





(PREF. LINHARES/2020) Dados os três conjuntos numéricos:

$A = \{1,2,3,4,5,6\}$,
$B = \{0,2,4,6\}$,
$C = \{1,3,5,7,9\}$.

O resultado de $(A - B) \cap C$ é igual a:

A) $\{1,3,5\}$
B) $\{1,3,5,7,9\}$
C) $\{0,1,3,5,7,9\}$
D) $\{2,4,6\}$
E) $\{0\}$

Comentários:

Primeiramente, devemos **fazer a diferença entre o conjunto A e B**. Lembre-se, quando tivermos a diferença entre dois conjuntos, por exemplo, $A - B$, estamos procurando **o conjunto dos elementos de A que não são elementos de B**. Na nossa questão, temos que:

$$A = \{1,2,3,4,5,6\}$$
$$B = \{0,2,4,6\}$$

Primeira pergunta: **quais elementos estão ao mesmo tempo em A e em B**? Observe que **2, 4 e 6** são os três **elementos comuns** aos dois conjuntos. ***Segunda pergunta:*** que conjunto é formado quando eu removo esses elementos em comum do conjunto A? **É exatamente o conjunto diferença**!

$$A = \{1, \mathbf{2}, 3, \mathbf{4}, 5, \mathbf{6}\}$$
$$A - B = \{1,3,5\}$$

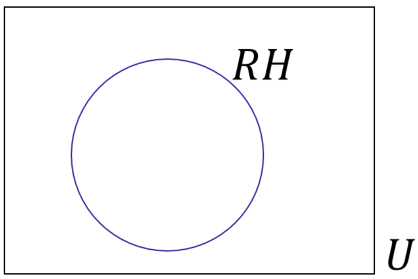
A questão não termina aqui. Ainda devemos fazer a intersecção desse conjunto com o C. **Note que C possui todos os três elementos do nosso conjunto diferença**. Portanto, **coincidentemente**, vamos ter que:

$$(A - B) \cap C = \{1,3,5\}$$

Gabarito: Letra A.

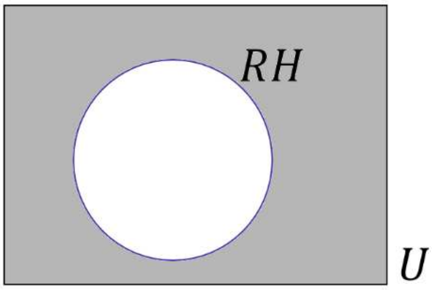
Complementar

Quando falamos de um determinado conjunto, normalmente **estamos destacando determinado grupo dentro de um universo maior**. Por exemplo, podemos formar um conjunto dos funcionários especializados em RH de uma empresa. Esse grupo de funcionários foi retirado de um conjunto maior: **o conjunto formado por todos os funcionários da empresa**. Acompanhe o diagrama abaixo.



Observe que o conjunto formado por aqueles especializados em RH está contido dentro de um conjunto U. **Esse conjunto maior é frequentemente chamado de conjunto universo** e, nesse exemplo, poderia representar **o conjunto de todos os funcionários da empresa**. Quer um outro exemplo? Imagine um conjunto formado por todas as vogais: $V = \{a, e, i, o, u\}$. Em um problema que estamos trabalhando com esse conjunto, qual seria o conjunto universo? O conjunto universo nessa situação seria o conjunto formado por todas as letras do alfabeto: $U = \{a, b, c, d, e, f, \ldots, x, y, z\}$.

Quando estamos falando de conjunto universo, um novo conceito surge: **o conjunto complementar**. Lembre-se do conjunto que inventamos com os funcionários de uma empresa especializados em RH. *Qual o complementar desse conjunto?* Seria o conjunto formado por **todos os outros funcionários da empresa que não são especializados em RH!** Vamos mostrar no diagrama.



O complementar do conjunto RH é representado pela **parte pintada em vermelho**. *E no nosso exemplo das letras?* Qual o complementar do conjunto formado apenas pelas vogais? Ora, é **o conjunto formado por todas as outras letras que não são vogais, isto é, o conjunto das consoantes**! Para determinar o complementar de qualquer conjunto, **é de fundamental importância conseguir identificar qual é o conjunto universo**.

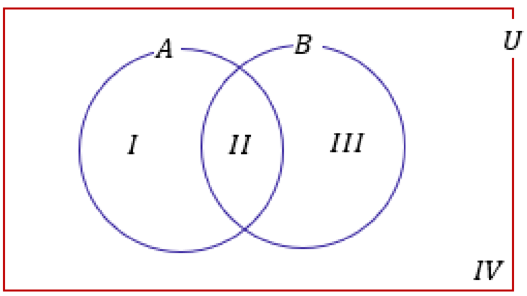
A notação utilizada para representar o complementar de um conjunto X é $\boldsymbol{X^C}$ **ou** $\boldsymbol{\overline{X}}$. Representamos o conjunto complementar com esse "expoente" C ou uma barra em cima. Ademais, podemos definir o conjunto complementar utilizando o que acabamos de ver **sobre conjunto diferença**.

$$\boxed{\overline{X} = X^C = U - X}$$

Veja que utilizando a definição acima, temos que o conjunto complementar X^C é formado por **tudo que está no conjunto universo mas não está em X**. Vamos fazer algumas questões para aplicar o que acabamos de ver?

HORA DE PRATICAR!

(PREF. NOVO HAMBURGO/2020) A é o conjunto de todas as pessoas que dominam o idioma espanhol e B é o conjunto de todas as pessoas que dominam o idioma inglês, conforme representado no diagrama:



Com base nessas informações, é correto afirmar que

A) a região I representa o conjunto de todas as pessoas que dominam o idioma inglês, mas não dominam o idioma espanhol.

B) a região II representa o conjunto de todas as pessoas que dominam os dois idiomas.
C) a região III representa o conjunto de todas as pessoas que dominam o idioma espanhol, mas não dominam o idioma inglês.
D) a região IV representa o conjunto de todas as pessoas que dominam os dois idiomas.
E) U representa o conjunto de todas as pessoas que não dominam nenhum desses dois idiomas.

Comentários:
Vamos analisar cada uma das alternativas tendo em mente que:
• A é o conjunto das pessoas que **dominam ESPANHOL**;
• B é o conjunto das pessoas que **dominam INGLÊS**.

A) a região I representa o conjunto de todas as pessoas que dominam o idioma inglês, mas não dominam o idioma espanhol.
Alternativa incorreta. A região I representa o conjunto de todas as pessoas que **dominam o idioma ESPANHOL**, mas **não dominam o idioma INGLÊS**.

B) a região II representa o conjunto de todas as pessoas que dominam os dois idiomas.
Alternativa correta. A região comum aos 2 conjuntos representa **as pessoas que dominam os dois idiomas**.

C) a região III representa o conjunto de todas as pessoas que dominam o idioma espanhol, mas não dominam o idioma inglês.
Alternativa incorreta. A região III representa o conjunto de todas as pessoas que **dominam o idioma INGLÊS**, mas **não dominam o idioma ESPANHOL**.

D) a região IV representa o conjunto de todas as pessoas que dominam os dois idiomas.
Alternativa incorreta. A região IV é **toda área fora dos dois conjuntos**. Isso significa que ela representa aqueles **não dominam nenhum dos dois idiomas**.
E) U representa o conjunto de todas as pessoas que não dominam nenhum desses dois idiomas.
Alternativa incorreta. U é o **conjunto universo** e representa todos aqueles que **dominam ou não os idiomas**.

Gabarito: Letra B.

Princípio da Inclusão-Exclusão

Pessoal, muitas vezes vamos precisar **determinar o número de elementos de um conjunto**. Essa tarefa de contar **pode ficar um pouco complicada quando temos elementos que pertencem a mais de um conjunto**, pois, nesses casos, **devemos eliminar as repetições** para não contar o mesmo elemento duas vezes. Nesse sentido, surge o Princípio da Inclusão-Exclusão (PIE). Esse princípio possibilita uma contagem exata da quantidade de elementos **de um conjunto formado pela união de vários outros, mesmo que contenham intersecções**.

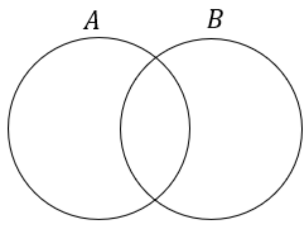
➢ 2 Conjuntos

Imagine **dois conjuntos A e B com elementos em comum**. Se $n(A)$ é o número de elementos de A e $n(B)$ é o número de elementos de B, quanto vale $n(A \cup B)$?

$$\boxed{n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)}$$

Vamos tentar entender o caminho das pedras para chegar na relação acima. Considere os conjuntos:

- $A = \{1, 2, 3\} \quad \Rightarrow \quad n(A) = 3$
- $B = \{3, 4, 5\} \quad \Rightarrow \quad n(B) = 3$
- $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad \Rightarrow \quad n(A \cup B) = 5$
- $A \cap B = \{3\} \quad \Rightarrow \quad n(A \cap B) = 1$

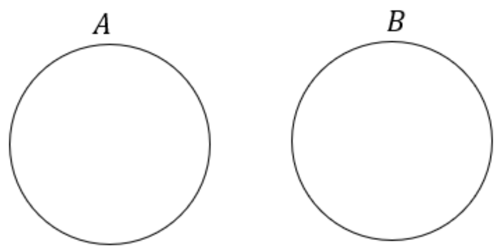


Observe que **apesar da união entre A e B ser uma espécie de fusão entre os dois conjuntos**, o número de elementos na união, na maioria dos casos, **não é a soma direta do número de elementos de A com o números de elementos de B**.

Perceba que **o elemento 3 aparece tanto em A como em B** e ao somar o número de elementos dos dois conjuntos **devemos considerar que estamos somando o mesmo elemento duas vezes!** É por isso esse motivo que devemos subtrair a quantidade de elementos que estão na intersecção.

Para **conjuntos disjuntos** temos que:

$$\boxed{n(A \cup B) = n(A) + n(B)}$$



pois:

$$n(A \cap B) = 0.$$

HORA DE PRATICAR!

(TRF-6/2018) Em uma empresa com 120 funcionários, 42 recebem vale-transporte e 95 recebem vale-refeição. Sabendo que todos os funcionários da empresa recebem ao menos um desses dois benefícios, o total de funcionários que recebem ambos os benefícios é igual a

A) 25.

B) 17.

C) 15.

D) 19.

E) 20

Comentários:

O **conjunto universo dessa questão é formado pelos 120 funcionários** da empresa. Seja $\boldsymbol{T}$ **o conjunto daqueles que recebem vale-transporte** e $\boldsymbol{R}$ **o conjunto daqueles que recebem vale-refeição**.

$$n(T) = 42; \quad n(R) = 95; \quad n(T \cup R) = 120$$

Sabemos que podemos relacionar esses valores e obter a quantidade que está na intersecção dos conjuntos através **do Princípio da Inclusão-Exclusão** estudado na teoria.

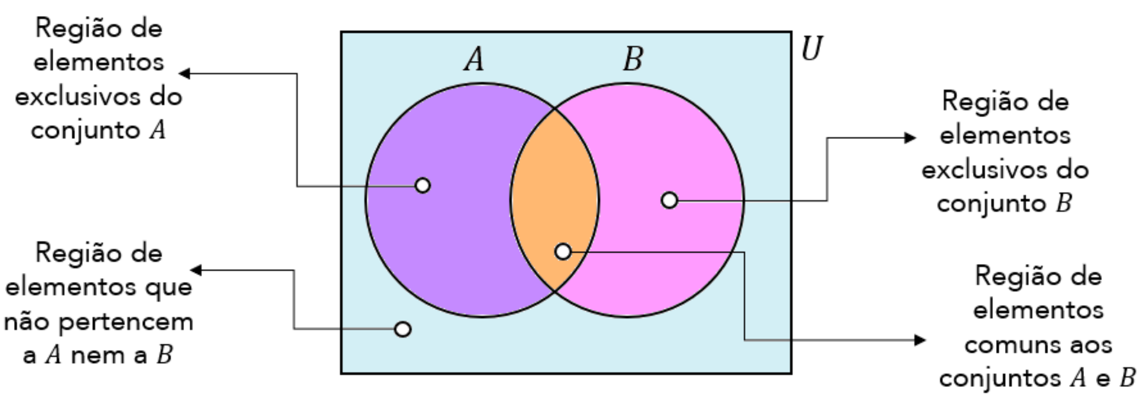
$$n(T \cup R) = n(T) + n(R) - n(T \cap R)$$

$$120 = 42 + 95 - n(T \cap R)$$

$$n(T \cap R) = 17$$

Gabarito: Letra B

A verdade é que **não precisamos decorar fórmulas** para responder questões que envolva esse princípio. Utilizando **um pouco de lógica e diagramas de Venn**, podemos encontrar a quantidade de elemento de cada conjunto envolvido em um problema típico de Princípio da Inclusão-Exclusão. Antes disso, quero deixar claro para vocês **o significado de cada uma das regiões** no seguinte diagrama:



HORA DE PRATICAR!

(CLDF/2018) Em uma escola com 150 alunos, são oferecidos cursos de Inglês e Francês. Conforme um levantamento, 15 alunos desta escola não estão frequentando estes cursos e 90 frequentam o curso de Inglês. Se 72 alunos frequentam o curso de Francês, então o número de alunos que frequenta um e somente um dos cursos é igual a

A) 144.

B) 138.

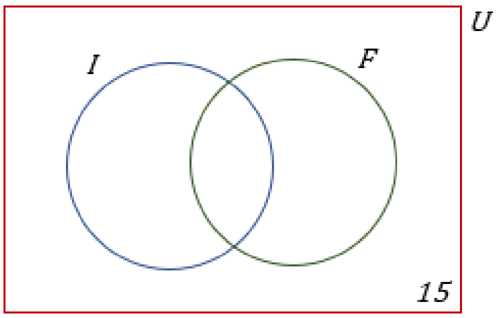
C) 132.

D) 108.

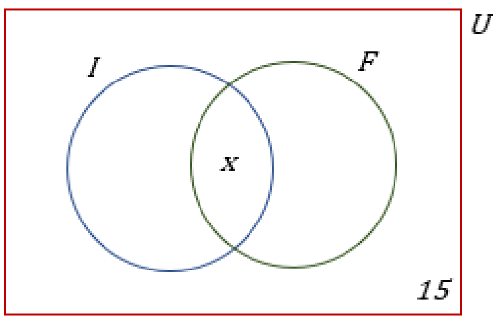
E) 126.

Comentários:

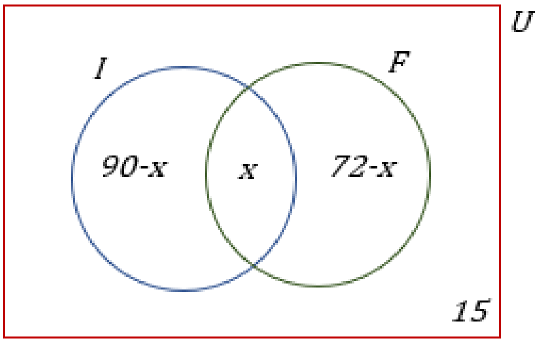
O **conjunto universo** da nossa questão é formado pelos **150 alunos da escola**. Esses 150 alunos **podem fazer 2 cursos ou não fazer nenhum**. A primeira informação que temos é que **15 alunos não frequentam nenhum dos cursos**. Em diagramas, podemos representar essa informação da seguinte maneira:



Observe que a **questão não informou a quantidade de alunos que fazem os dois cursos simultaneamente**. Portanto, vamos chamá-la de x e colocá-la no diagrama.



Se 90 frequentam o curso de inglês, então $90 - x$ frequentam **APENAS o curso de inglês**. Se 72 alunos frequentam o curso de Francês, então $72 - x$ frequentam **APENAS o curso de Francês**.



Nosso diagrama **está completamente preenchido**. Você concorda que **ao somar individualmente as quantidades acima**, deveremos obter o total de alunos dessa escola, isto é, 150?

$$(90 - x) + (72 - x) + x + 15 = 150$$

$$177 - x = 150$$

$$x = 27$$

A questão não quer saber quantos alunos fazem os dois cursos simultaneamente**. Ela pede a quantidade de alunos que fazem APENAS um único curso**. Logo,

$$(90 - x) + (72 - x) = 63 + 45 = 108$$

Gabarito: Letra D.

E usando a fórmula? Como ficaria? **Seja I o conjunto daqueles que fazem o curso de inglês e F o conjunto formado por aqueles que fazem o curso de francês**. Se a escola tem 150 alunos e foi dito que **15 alunos não fazem nenhum dos cursos**, então:

$$n(I \cup F) = 150 - 15 = 135$$

São 135 alunos que fazem **pelo menos um dos cursos**. A questão diz ainda que: $\boldsymbol{n(I) = 90}$ **e** $\boldsymbol{n(F) = 72}$.

$$n(I \cup F) = n(I) + n(F) - n(I \cap F)$$

$$135 = 90 + 72 - n(I \cap F)$$

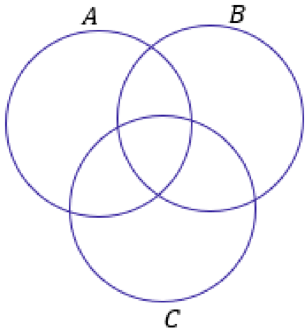
$$n(I \cap F) = 27$$

Com isso, descobrimos que **27 pessoas fazem simultaneamente o curso de inglês e de francês**. A questão pede a quantidade de alunos que fazem **apenas um dos cursos**. Se 27 dos que fazem inglês também fazem francês, então $\boldsymbol{90 - 27 = 63}$ **fazem apenas inglês**. Analogamente, $\boldsymbol{72 - 27 = 45}$ **fazem apenas francês**.

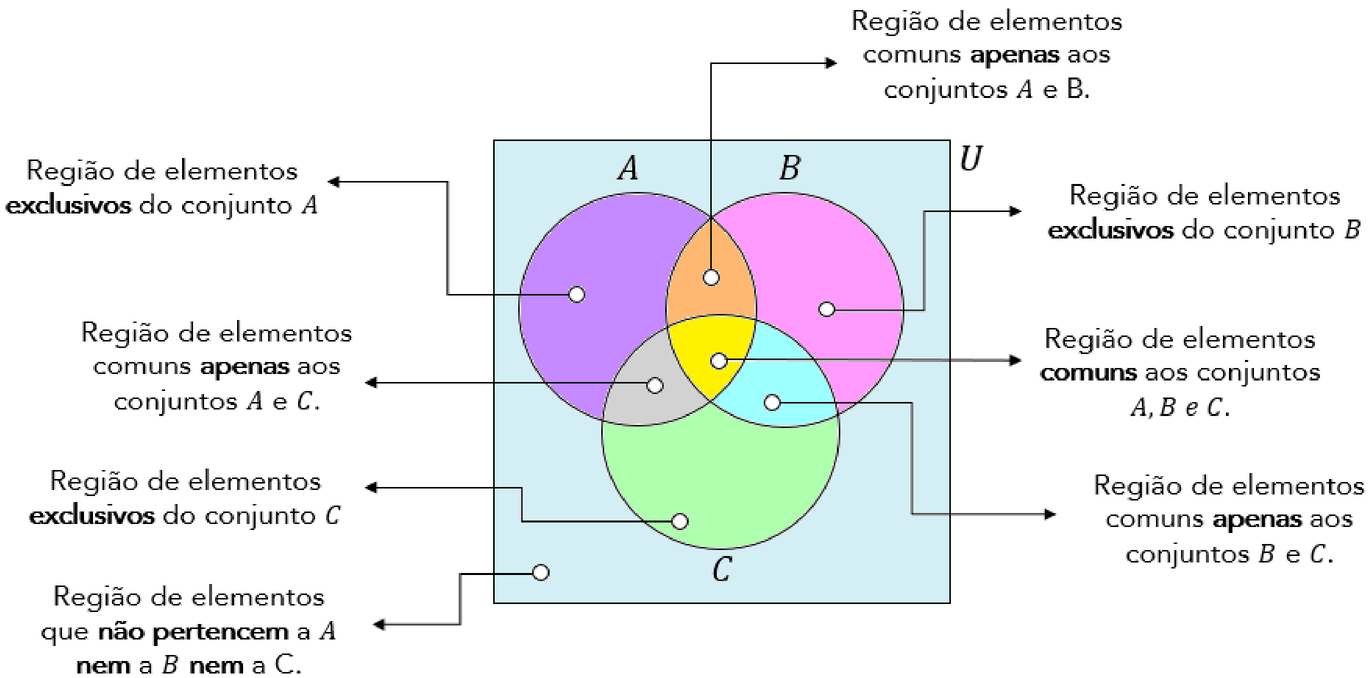
$$63 + 45 = 108 \; alunos$$

3 Conjuntos

Imagine que você tem 3 conjuntos, **cada conjunto possui elementos em comum com os outros dois**. A situação **mais completa** que podemos imaginar está representada pelo diagrama abaixo.



Vamos fazer **uma leitura** de cada uma das regiões da figura acima?



Observe que **o número de regiões com três conjuntos aumenta bastante** em relação à análise anteriormente feita com dois. Agora, considere que **você conhece a quantidade** de elementos de cada um dos conjuntos cima, isto é, $\boldsymbol{n(A)}$, $\boldsymbol{n(B)}$ **e** $\boldsymbol{n(C)}$.

Como você faria para encontrar $\boldsymbol{n(A \cup B \cup C)}$ *? Será que é só somar as três quantidades?* **A resposta para essa pergunta é não!** Precisamos ter atenção aos **elementos que podem pertencer a mais de um conjunto**. Segundo o Princípio da Inclusão- Exclusão, a fórmula geral que permite calcular a quantidade de elementos de um **conjunto formado pela união de outros três** é dada por:

$$\boxed{\boldsymbol{n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)}}$$

Vamos tentar entender com ela surge? Note que para achar a quantidade de elementos do conjunto união, primeiro **somamos individualmente as quantidades de cada um dos conjuntos**.

$$\boldsymbol{n(A)+n(B)+n(C)}$$

No entanto, nós vimos que, ao fazer isso, **não estamos considerando os elementos que podem pertencer a mais de um conjunto**. Essa soma dará, certamente, uma quantidade de elementos maior do que a quantidade real. *Mas, então, o que fazer?* **É preciso subtrair as quantidades dos elementos que estão nas intersecções, evitando assim a dupla contagem**.

$$\boldsymbol{n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(A\cap C)-n(B\cap C)}$$

Perceba que a fórmula ainda não está completa. Imagine um elemento que é **comum a todos os 3 conjuntos**, isto é, pertence a $A\cap B\cap C$. Esse elemento pertence tanto a A, quanto a B e a C. Quando fizemos a soma $n(A)+n(B)+n(C)$, **contamos ele três vezes**!

Quando fizemos a subtração $-n(A\cap B)-n(A\cap C)-n(B\cap C)$ estamos **tirando ele três vezes**! **Resultado: não estamos contando os elementos de $A\cap B\cap C$**. Por esse motivo, **adicionamos $n(A\cap B\cap C)$.** Logo,

$$\boxed{\boldsymbol{n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(A\cap C)-n(B\cap C)+n(A\cap B\cap C)}}$$

Eu sei que a fórmula **pode parecer um pouco complicada**, mas garanto que com **um pouco de paciência e resolução de exercícios**, ela se tornará **mais amigável e bastante intuitiva**! Além disso, também ensinarei um jeito que vocês poderão utilizar **caso não lembrem da fórmula**. Algumas vezes, no entanto, **a questão pode exigir a aplicação direta dela**. Confira o exercício abaixo.

HORA DE PRATICAR!

(IFF/2018) Para um conjunto qualquer X, $n(X)$ representa a quantidade de elementos de X. Nesse sentido, considere que os conjuntos A, B e C tenham as seguintes propriedades:

$$n(A)\ =\ n(B)\ =\ n(C)\ =\ 50;$$
$$n(A\cap B)\ =\ n(A\cap C)\ =\ n(B\cap C)\ =\ 10;$$
$$n(A\cap B\cap C)\ =\ 0.$$

Nessa situação, $n(A\cup B\cup C)$ é igual a
A) 100.
B) 110.
C) 120.

D) 130.
E) 140.

Comentários:
Percebam que essa questão exige apenas **a aplicação direta da fórmula** que acabamos de ver.

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

$$n(A \cup B \cup C) = 50 + 50 + 50 - 10 - 10 - 10 + 0$$

$$n(A \cup B \cup C) = 120$$

Gabarito: Letra C.

Em algumas questões **não precisaremos aplicar diretamente a fórmula acima**. Será necessário um trabalho mais braçal da nossa parte, para chegar à resposta. Muitas vezes a questão pede valores específicos que vão surgir de uma maneira mais fácil **se a gente for completando o diagrama de Venn** com as quantidades.

Por favor, **dê mais olhada naquele "mapa" que mostrei logo no início desse tópico**, destacando as regiões e o seu significado. Para contar elementos em um diagrama de Venn, **o primeiro passo é sempre inserir a quantidade de elementos que possui a intersecção dos três conjuntos**!

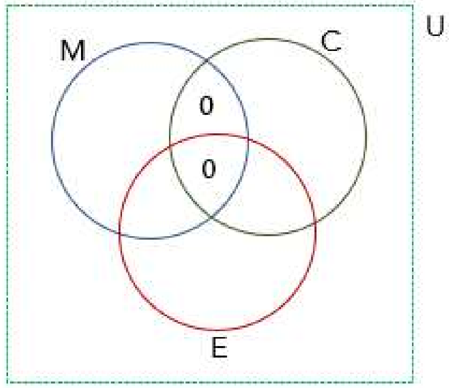
Depois, **partimos para as intersecções duplas** e, por fim, analisamos a quantidade de **elementos exclusivos de cada conjunto**. Vamos ver na prática como fazemos isso?

(TRF-3/2019) O número de matriculados nas disciplinas de Cálculo, Estatística e Microeconomia é 150. Sabe-se que 12 deles cursam simultaneamente Microeconomia e Estatística, e que 80 deles cursam somente Cálculo. Os alunos matriculados em Microeconomia não cursam Cálculo. Se a turma de Cálculo tem 96 alunos e a de Estatística, 35, o número de alunos na turma de Microeconomia é
A) 12.
B) 47.
C) 7.
D) 28.
E) 23.

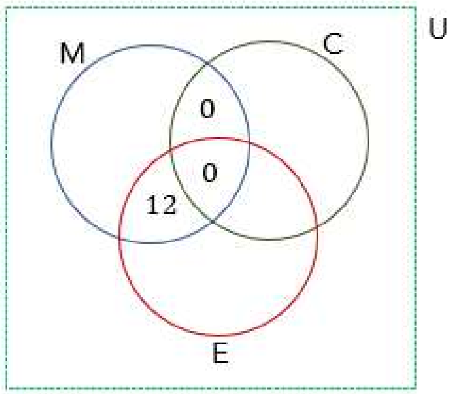
Comentários:

Nosso **conjunto universo é formado por 150 alunos** que estão matriculados em três disciplinas: Cálculo (C), Estatística (E) e Microeconomia (M). Lembre-se que nesse tipo de questão, nossa abordagem sempre **é começar pela intersecção dos três conjuntos**, depois, partimos para **as intersecções dois a dois** e por fim, para as regiões isoladas. Comece se perguntando: *qual a quantidade de alunos que cursam as 3 disciplinas?*

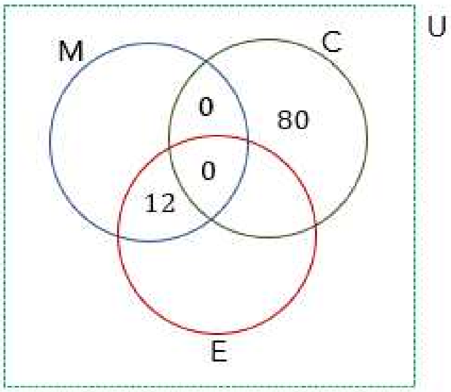
A resposta será zero! Veja que, de acordo com o enunciado, **não existem alunos que são matriculados em Microeconomia e Cálculo ao mesmo tempo**. Sendo assim, se não existe aluno matriculado nas duas, **não pode ter aluno matriculado nas 3**.



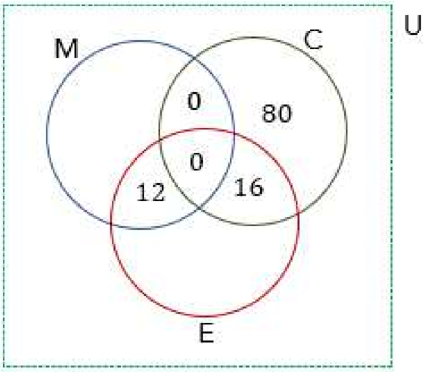
Sabemos ainda que **12 deles cursam simultaneamente Microeconomia e Estatística**.



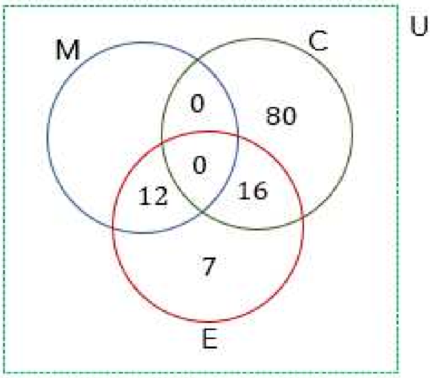
80 deles cursam SOMENTE cálculo.



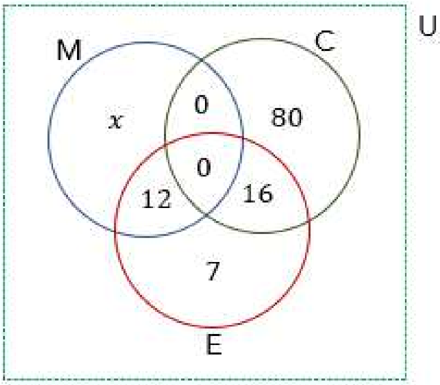
Como temos 80 alunos que fazem somente Cálculo, então **devemos ter 16 alunos que fazem Cálculo e Estatística para poder completar os 96 alunos da turma.**



São **35 alunos de Estatística** e no diagrama temos $12 + 16 = 28$. Logo, **7 alunos cursam somente Estatística**.



Seja x a quantidade de alunos que fazem **apenas Microeconomia**.



A quantidade de alunos elencadas nos diagramas acima deve **totalizar os 150 alunos dos 3 cursos**.

$$x + 12 + 0 + 0 + 7 + 16 + 80 = 150$$
$$x + 115 = 150$$
$$x = 35$$

Cuidado aqui! **35 é a quantidade de alunos que fazem APENAS Microeconomia**. Para descobrir o total de alunos de Microeconomia devemos somar com aqueles que também fazem Estatística (12). Logo,

$$\boldsymbol{n(M) = 35 + 12}$$
$$\boldsymbol{n(M) = 47}$$

Gabarito: Letra B**.**

(TJ-PR/2019) Em determinado tribunal, os conselheiros atuam nos conselhos I, II e III, podendo atuar em apenas um, em dois ou em todos os conselhos, como mostra a tabela seguinte.

Quantidade de Conselheiros	Conselho de Atuação
35	I
25	II
24	III
10	I e II
12	I e III
8	II e III
4	I, II e III

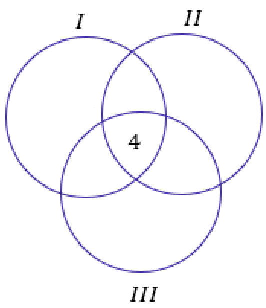
Nesse caso, a quantidade de conselheiros que atuam em, no máximo, um dos conselhos é igual a

A) 26.

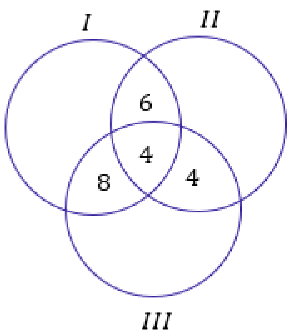
B) 36.

C) 50.
D) 58.
E) 84.

Comentários:
Temos **três conselhos de atuação**, sendo que os conselheiros podem atuar em **apenas um, em dois ou em todos os conselhos**. É uma questão clássica de diagrama de Venn e PIE. Nesse tipo de questão, **devemos sempre começar com a quantidade de elementos na intersecção dos três conjuntos**. De acordo com a tabela, temos **4 conselheiros que atuam nos três conselhos**.

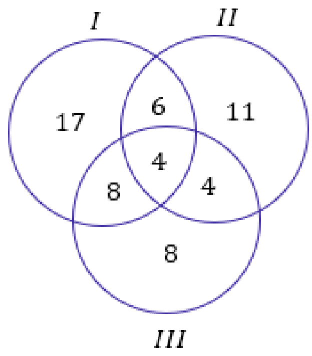


Uma vez com a quantidade de elementos da intersecção dos três conjuntos, **partimos para a análise dos elementos das intersecções de dois conjuntos**. Por exemplo, da tabela é possível ver que **10 conselheiros atuam nos conselhos I e II**. Como já contamos **4 deles na intersecção**, temos que $10 - 4 = 6$ conselheiros atuam **APENAS nos conselhos I e II**. Podemos usar esse raciocínio para as demais intersecções.



Agora que achamos as quantidades das intersecções, devemos partir para a análise das quantidades de conselheiros que atuam **APENAS um único conselho**. A tabela diz que **35 conselheiros atuam no conselho I**, nosso diagrama mostra que $6 + 4 + 8 = 18$ estão conselheiros estão atuando no conselho I **mas também em outros conselhos**.

Portanto, devemos fazer $35 - 18 = 17$ para obter a quantidade de conselheiros que estão atuando apenas no conselho I. Analogamente, se o conselho II possui 25 conselheiros e contabilizamos $6 + 4 + 4 = 14$, então sobra que **11 conselheiros atuam somente no conselho II**. Por fim, dos 24 conselheiros de III, temos contabilizados $8 + 4 + 4 = 16$ no diagrama. Logo, **8 atuam apenas em III**.



Com o nosso diagrama completo, podemos analisar o que a questão pede. O examinador quer **o número de conselheiros que atuam em apenas um dos conselhos**.

$$N = 17 + 11 + 8$$

$$N = 36$$

Gabarito: Letra B.

Conjuntos Numéricos

No capítulo anterior, vimos os mais diversos tipos de conjuntos. Aprendemos **as diferentes formas de representá-los e também algumas operações: a união, a intersecção, a diferença**. Nessa nova aula, daremos um foco especial aos **conjuntos numéricos**. Como o próprio nome sugere, são **grupos exclusivamente formado por números**! Compreender essa parte inicial da matemática é fundamental para que você possa **construir uma base sólida na matéria**. *Vamos nessa?!*

Conjunto dos Naturais ($\mathbb{N}$)

O conjunto dos números naturais é representado pelo símbolo $\mathbb{N}$. Basicamente, esse conjunto compreenderá aqueles números que **surgem "naturalmente" da necessidade de contar**. Observe.

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \ldots\}$$

A primeira coisa que você deve notar é que no conjunto dos números naturais **não vamos ter os famosos "números quebrados"**. Também não teremos os números negativos. É o conjunto mais simples e **possui uma quantidade <u>infinita</u> de elementos**. Uma notação importante é **o asterisco sobrescrito** ao símbolo do conjunto. **Ele vai indicar que o 0 está sendo excluído da lista**. Pode ser usado para qualquer conjunto que veremos.

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \ldots\}$$

No estudo dos números naturais, podemos introduzir dois novos conceitos: **o antecessor e o sucessor** de um número. O antecessor de um número natural nada mais é do que **o número que vem antes dele**. Por exemplo, o antecessor do 5 é o 4, o antecessor do 100 é o 99, o antecessor do 12341 é o 12340. Note que **o número 0 é o único natural que não possui <u>antecessor natural</u>**, pois **-1 pertence ao conjunto dos números inteiros,** como veremos posteriormente.

O **sucessor de um número é o número que vem após ele**. Por exemplo, o sucessor do 5 é o 6 e o sucessor do 80 é o 81. Dessa vez, perceba que **todos os naturais possuem sucessores**.

HORA DE PRATICAR!

(CRA PR/2020) Acerca dos conjuntos dos números naturais, dos números inteiros e dos números racionais, de suas operações e de suas propriedades, julgue o item: a diferença entre dois números naturais é sempre um número natural.

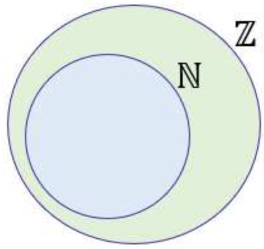
Comentários:

O melhor jeito de julgar assertivas desse tipo é **procurar um exemplo** que negue o que está escrito. Observe quando fazemos a diferença $\mathbf{3 - 5 = -2}$. São dois números naturais que, quando calculamos a sua subtração nessa ordem, **obtemos um número negativo**. Sabemos que, no conjunto dos números naturais, **não temos números negativos**! Eles vão aparecer **a partir no conjunto dos números inteiros**. Portanto, o item encontra-se errado ao afirmar que a diferença entre dois números naturais **será sempre um natural**.

Gabarito: ERRADO.

Conjunto dos Inteiros ($\mathbb{Z}$)

Para obtermos o conjunto dos números inteiros, basta **pegar os naturais e adicionar os números negativos**!



$$\mathbb{Z} = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

As primeiras informações que devemos ter em mente sobre o conjunto dos números inteiros é que ele **contém o conjunto dos números naturais**: $\mathbb{Z} \supset \mathbb{N}$. Em outras palavras, **o conjunto dos números naturais é um subconjunto dos inteiros**.

Nesse contexto, note que **todos os números naturais são também números inteiros**. Portanto, é correto dizer que $1, 2, 3, 4, 5, \dots$ **além de números naturais, são números inteiros**. Atenção ao fato de que, **os números negativos são números inteiros, mas não são números naturais**. Podemos utilizar o asterisco sobrescrito caso se queira tirar o 0 do conjunto.

$$\mathbb{Z}^* = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

Nessa altura da au la, **é importante** definirmos duas classes especiais de números: **os números pares e os números ímpares**.

- **Número par**: todo número inteiro que pode ser escrito na forma $\boldsymbol{p = 2n}$, $n \in \mathbb{Z}$.
- **Número ímpar**: todo número inteiro que pode ser escrito na forma $\boldsymbol{i = 2n + 1}$, $n \in \mathbb{Z}$.

As definições acima podem parecer uma pouco complicadas, normalmente, elas são utilizadas apenas para demonstrar propriedades desses números. Logo, podemos defini-los de uma maneira mais simplificada.

- **Número par:** todo número terminado em $0, 2, 4, 6$ e 8.
- **Número ímpar**: todo número terminado em $1, 3, 5, 7$ e 9.

A forma como conceituamos acima é **uma consequência da definição original**. É muito útil quando precisamos identificar se um número é par ou ímpar!

(PREF. IMBÉ/2020) Analise as assertivas abaixo e assinale V, se verdadeiras, ou F, se falsas.

( ) 34 é sucessor de 35.

( ) Todo número natural tem antecessor, menos o zero.

( ) 3,5,7,9,11 é uma sequência de números naturais pares.

A ordem correta de preenchimento dos parênteses, de cima para baixo, é:

A) F – V – F.

B) V – F – V.

C) F – F – V.

D) V – V – F.

E) F – F – F.

Comentários:

(F) 34 é sucessor de 35.

Assertiva falsa. 34 vem antes do 35, portanto, **é seu antecessor.**

(V) Todo número natural tem antecessor, menos o zero.

Assertiva verdadeira. Perceba que **o antecessor do 0 seria o -1**. No entanto, lembre-se que **-1 não é um número natural**, mas sim, um número inteiro. Qualquer outro natural possuirá um antecessor: o antecessor do 1 será o 0, do 2 será o 1...

(F) $3, 5, 7, 9, 11$ é uma sequência de números naturais pares.

Assertiva falsa. Os números pares são: $0, 2, 4, 6, \ldots$. Os números apresentados na sequência **são ímpares**.

Gabarito: Letra A

(PREF. SA SUDOESTE/2020) Assinale a alternativa que representa a quantidade de números pares existentes na sequência $\{1, 3, 5, 8, 16, 20, 30, 50, 88, 100, 552, 663, 1000, 1114\}$.

A) 10

B) 20

C) 30

D) 40

Comentários:

Uma dica para facilitar nossa vida na identificação dos pares é tentar lembrar apenas os primeiros: $0,2,4,6\ e\ 8$. Qualquer número que termine com um desses algarismos **também será um número par**.

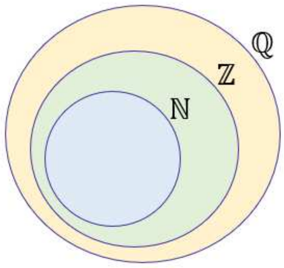
$$\{\mathbf{1}, \mathbf{3}, \mathbf{5}, \mathbf{8}, \mathbf{16}, \mathbf{20}, \mathbf{30}, \mathbf{50}, \mathbf{88}, \mathbf{100}, \mathbf{552}, \mathbf{663}, \mathbf{1000}, \mathbf{1114}\}$$

Os números destacados **são todos pares**. Quando contamos, descobrimos que temos 10 deles.

Gabarito: Letra A.

Conjunto dos Racionais ($\mathbb{Q}$)

Chegamos aos conjuntos dos números racionais! **O $\mathbb{Q}$ será formado pelo conjunto dos números inteiros mais os "números quebrados"!** Basicamente, dizemos que um número é racional se ele pode ser representado na forma de fração! Perceba, portanto, que o conjunto dos inteiros é um subconjunto dos racionais! $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.



Isso significa que números como $1, 2\ ou\ 3$ **além de serem naturais, são inteiros e também são racionais**. Mas vamos explicar melhor nossa definição de número racional, pois existem **mais uma condição que ele deve obedecer para ser considerado um número racional**. Logo, para um número ser racional precisamos que:

1. Ele possa ser representado em uma **forma fracionária de números inteiros**.

$$\frac{1}{1} = 1 \quad ; \quad \frac{3}{2} = 1{,}5 \quad ; \quad \frac{10}{2} = 5 \quad ; \quad \frac{1}{10} = 0{,}1 \quad ; \quad \frac{500}{3} = 166{,}66\ \ldots$$

Todos os números acima são exemplos de números racionais.

2. Se ele tiver **uma representação decimal infinita**, para ser um racional, **ela também deve periódica**.

$$0{,}333\ \ldots \quad ; \quad 1{,}67676767\ \ldots ; \quad 100{,}123123123123\ \ldots \quad ; \quad 1{,}000100010001\ \ldots$$

Números com o formato acima são exemplos de números racionais pois, **apesar de possuírem uma representação decimal infinita, ela é periódica**. Esses números são **as famosas dízimas periódicas**! Estudaremos ela **com mais detalhes na nossa próxima aula**, onde daremos um foco especial no estudo das frações.

De antemão, eu quero que você grave: **dízimas periódicas são números racionais**! Elas podem ser convertidas em frações! Não se preocupe em entender as dízimas periódicas agora. **Dedicaremos um tempo na próxima aula exclusivamente para elas**! Guarde apenas que **são números racionais** e que **podemos transformá-las em frações**!

Quando falamos da **representação decimal finita** de um número, estamos nos referindo a um número que possui uma **quantidade finita de algarismos**. Por exemplo, $100{,}003$ é um número com representação decimal finita. Já **o número $1,333\ldots$ é um exemplo de número com representação decimal infinita**. As reticências indicam que há muitos mais números a serem considerados. Nesse caso, esse número é formado por **infinitos "3" após a vírgula**. **Como o número 3 se repete**, dizemos ainda que possui uma representação decimal finita **e periódica**!
O que acontece se um número possuir uma **representação decimal infinita mas que não é periódica**? Nesses casos, **não poderemos escrever esses números em uma forma fracionária** e eles serão chamados de **números irracionais**! Aposto que você conhece alguns números irracionais: $\sqrt{2} = 1{,}4142\ldots, \sqrt{3} = 1{,}7320\ldots, \pi = 3{,}1415\ldots$. **Não ache** que todas as raízes são números irracionais. Veja, por exemplo, que $\sqrt{4} = 2$, mas **2 é um número natural**.

HORA DE PRATICAR!

(CM MANDAGUARI/2019) Considerando os conjuntos numéricos, assinale a alternativa CORRETA:
A) O número $\sqrt{2} \in \mathbb{N}$
B) O número $\pi \in \mathbb{Q}$
C) O número $\sqrt{3} \in \mathbb{Q}$
D) O número $\sqrt{36} \in \mathbb{Q}$

Comentários:
A) O número $\sqrt{2} \in \mathbb{N}$
Alternativa incorreta. $\sqrt{2}$ é um número irracional e não um número natural.

B) O número $\pi \in \mathbb{Q}$
Alternativa incorreta. $\mathbb{Q}$ é o conjunto dos números racionais. **O número $\pi = 3,1415\ldots$é um número irracional** pois sua representação decimal infinita **é aperiódica** e, portanto, não pode ser convertido em uma forma fracionária.

C) O número $\sqrt{3} \in \mathbb{Q}$

Alternativa incorreta. $\mathbb{Q}$ é o conjunto dos números racionais. O número $\sqrt{3} = \mathbf{1,7320} \ldots$ é um número irracional pois sua representação decimal infinita é aperiódica e, portanto, **não pode ser convertido em uma forma fracionária**.

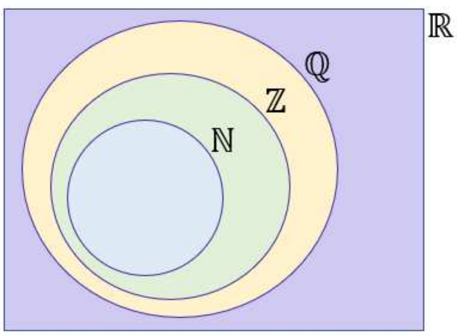
D) O número $\sqrt{36} \in \mathbb{Q}$

Alternativa correta. $\sqrt{36} = 6$. Veja que 6 é um número natural que, como estudamos, está contido no conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$).

Gabarito: Letra D.

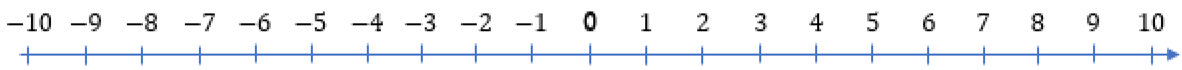
Conjuntos dos Irracionais e dos Reais

Chegamos ao conjunto dos números reais! Esse conjunto **engloba tanto o conjunto dos números racionais quanto os números irracionais (representados pela região lilás no diagrama abaixo)**!

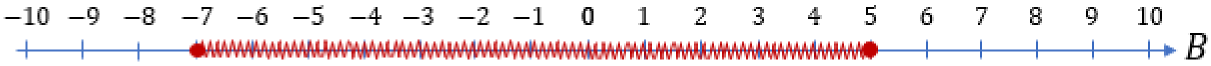


Normalmente, representamos o conjunto dos irracionais como $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$. Da aula anterior, $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ significa **o conjunto formado pelos números reais que não são números racionais**!

Pessoal, tentarei simplificar. Um número real é o conjunto de **todos os números que lidamos no nosso dia a dia**... Não importa se ele tem uma representação decimal finita tal como os números $\mathbf{1,5}$ e $\mathbf{10,354}$ ou uma representação decimal infinita como $\mathbf{1,6666} \ldots$ e $\mathbf{3,1415} \ldots$. Além de representar o conjunto dos números reais em um diagrama, também usamos uma reta! **É a chamada reta real**!



Esse tipo de representação vai ser usado principalmente **quando tivermos estudando inequações**! Lá, precisaremos definir um tipo de conjuntos que **chamaremos de intervalo**. Por exemplo, se quero representar um conjunto B formado por todos os números que estão entre -7 e 5, **com eles inclusos**, podemos fazer o seguinte esquema:



HORA DE PRATICAR!

(PREF. PERUÍBE/2019) Em relação ao conjunto dos números reais, é verdade que

A) o produto de dois números irracionais não pode ser um número racional.

B) a soma de dois números irracionais distintos é sempre um número irracional.

C) todo número racional tem uma representação decimal finita.

D) o número $43/71$ não é racional, pois sua representação decimal não é periódica.

E) se a representação decimal infinita de um número é periódica, então esse número é racional.

Comentários:

A) o produto de dois números irracionais não pode ser um número racional.

Alternativa incorreta. Vamos recorrer a um exemplo para mostrar que isso não é verdade. Considere os números irracionais $\sqrt{5}$ e $\sqrt{20}$. Quando fazemos o produto desses dois números, obtemos que $\sqrt{5} \times \sqrt{20} = \sqrt{100} = 10$. Note que, o produto dos dois números irracionais **deu um número racional**.

B) a soma de dois números irracionais distintos é sempre um número irracional.

Alternativa incorreta. Vamos recorrer também a um exemplo para mostrar que não é verdade. Considere **os números irracionais** $1 + \sqrt{3}$ e $1 - \sqrt{3}$. Vamos somá-los?

$$S = (1 + \sqrt{3}) + (1 - \sqrt{3})$$

$$S = 2$$

Logo, a soma dos números irracionais distintos que escolhemos **resultou em um número natural**!

C) todo número racional tem uma representação decimal finita.

Alternativa incorreta. Dízimas periódicas, apesar de possuírem uma representação decimal **infinita**, **são consideradas números racionais pois podem ser escritas na forma de uma fração** (a chamada fração geratriz).

D) o número $43/71$ não é racional, pois sua representação decimal não é periódica.

Alternativa incorreta. Simplesmente pelo fato de poder ser **representado na forma de uma fração de números inteiros**, **já é suficiente para considerá-lo um número racional**. Além disso, sua representação decimal é periódica.

E) se a representação decimal infinita de um número é periódica, então esse número é racional.

Alternativa correta. Sabemos que se a representação decimal infinita de um número é periódica, então estamos falando das dízimas periódicas. **Qualquer dízima periódica pode ser representada na forma de uma fração geratriz**. Se pode ser representada por uma fração de números inteiros, então trata-se de um número racional.

Gabarito: Letra E.

Operações Básicas no Contexto dos Conjuntos Numéricos

Nessa parte da aula, falaremos um pouco mais sobre **as operações** dentro dos conjuntos numéricos. O foco não será propriamente em como realizar essas operações, mas sim **em algumas propriedades que estão sempre aparecendo nas provas**.

Vamos responder os seguintes tipos de questionamentos: *a soma de números inteiros será sempre um número inteiro? E a multiplicação de números irracionais será sempre um número irracional? Fique atento e vamos nessa*!

Soma

Para a soma, devemos guardar as seguintes propriedades:

- A soma de números naturais é sempre um número natural;
- A soma de números inteiros é sempre um número inteiro;
- A soma de números racionais é sempre um número racional;
- A soma de números reais é sempre um número real.

Note que deixamos apenas um conjunto de números fora da nossa lista: **os irracionais**. Como já abordamos em uma questão feita no capítulo anterior, **a soma de números irracionais <u>nem sempre</u> será um número irracional**. Para mostrar isso, imagine o seguinte exemplo: considere os números irracionais $5+\sqrt{2}$ e $5-\sqrt{2}$. Vamos somá-los?

$$S=\left(5+\sqrt{2}\right)+\left(5-\sqrt{2}\right)$$
$$S=5+\sqrt{2}+5-\sqrt{2}$$
$$S=10$$

Perceba que a soma dos dois número irracionais que escolhemos **resultou em um número racional**. Logo, muito atenção com esse tipo de **generalização acerca dos números irracionais**! Além disso, podemos ainda comentar a soma de números pares e ímpares.

- $\text{PAR} \pm \text{PAR} = \text{PAR}$
- $\text{ÍMPAR} \pm \text{ÍMPAR} = \text{PAR}$
- $\text{ÍMPAR} \pm \text{PAR} = \text{ÍMPAR}$

HORA DE PRATICAR!

(PREF.PARAÍ/2019/ADAPTADA) Considere as seguintes afirmações sobre os números naturais:

I. A soma de dois números naturais pares é sempre um número par.
II. A soma de dois números ímpares é sempre um número ímpar.

Quais estão corretas?
A) Apenas I.
B) Apenas II.
C) Apenas I e II.
D) N.D.A.

Comentários:
I. A soma de dois números naturais pares é sempre um número par.
Assertiva verdadeira. Sabemos que se $\boldsymbol{n_1}$ **e** $\boldsymbol{n_2}$ **são dois números pares**, então eles podem ser escritos na forma $\boldsymbol{n_1 = 2p}$ e $\boldsymbol{n_2 = 2q}$. Seja s a soma dos dois, então:

$$s = n_1 + n_2 \quad \rightarrow \quad s = 2p + 2q \quad \rightarrow \quad s = 2 \cdot (p + q)$$

Perceba que **s possui o fator 2** e, portanto, **também é um número par**.

II. A soma de dois números ímpares é sempre um número ímpar.
Assertiva falsa. Para julgar essa afirmativa, é suficiente buscarmos um contraexemplo. Quando somamos 1 e 3, **que são números ímpares**, obtemos 4, **que é um número par**.

Gabarito: Letra A.

Subtração

SE LIGA!

- A subtração de números inteiros é um outro número inteiro.
- A subtração de números racionais é um outro número racional.
- A subtração de números reais é um outro número real.

Dessa vez, deixamos dois conjuntos de fora: **o conjunto de números naturais e dos irracionais**. Observe que 10 e 100 são dois números naturais, vamos subtraí-los?

$$D = 10 - 100 \quad \rightarrow \quad D = -90$$

A subtração do 10 por 100 resulta em -90. Logo, tivemos **dois números naturais que subtraídos forneceram um número inteiro**. Isso sempre acontecerá quando subtraímos um número maior de um menor. É por esse motivo que **não podemos dizer que a subtração de dois números naturais é um outro número natural**.

Analogamente, para os números irracionais, vamos **escolher dois números para mostrar que essa propriedade não vale para eles**. Por exemplo, considere os seguintes números irracionais: π e $\pi + 2$. Vamos subtraí-los? Note que **o resultado será um número racional.**

$$D = (\pi + 2) - \pi \quad \rightarrow \quad D = 2$$

HORA DE PRATICAR!

(PREF. ARARANGUÁ/2016) Assinale a alternativa INCORRETA:
A) A diferença entre dois números naturais pode não ser um número natural.
B) O produto entre dois números racionais é sempre um número racional.
C) A soma entre dois números irracionais é sempre um número irracional.
D) $0{,}845$ e $1{,}7454545\ldots$ são números racionais.
E) $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{4}$ e π são números irracionais.

Comentários:
A) A diferença entre dois números naturais pode não ser um número natural.
Correto. Acabamos de ver na teoria que, em algumas situações, **a subtração de dois números naturais poderá dar um número negativo** (que é um número inteiro).

B) O produto entre dois números racionais é sempre um número racional.
Correto. Se temos dois números racionais, então eles podem ser escritos na forma de uma fração de números inteiros. O **produto dessas frações será uma outra fração** também de números inteiros e, portanto, um número racional.

C) A soma entre dois números irracionais é sempre um número irracional.
Errado. É a alternativa procurada. Vimos também na teoria que a soma entre dois números irracionais nem sempre dará um outro número irracional. **Algumas vezes, poderemos obter um número racional**.

D) $0{,}845$ e $1{,}7454545\ldots$ são números racionais.

Correto. Observe que o número **$0{,}845$ possui uma representação decimal finita**, sendo assim, é facilmente convertido em uma fração de números inteiros, veja:

$$0{,}845 = \frac{845}{1000}$$

Além disso, $1{,}7454545\ldots$ é uma dízima periódica e vimos que **toda dízima periódica é um número racional**.

E) $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{4}$ e π são números irracionais.

Correto. São exemplos clássicos de números irracionais. Observe eles expandidos:

$$\sqrt{2} = 1{,}4142135623730950488016887242096980785696718753769480731766797379\ldots$$

$$\sqrt[3]{4} = 1{,}5874010519681994747517056392723082603914933278998530098082857618\ldots$$

$$\pi = 3{,}1415926535897932384626433832795028841971693993751058209749445923\ldots$$

Gabarito: Letra C

Multiplicação

- A multiplicação de dois números naturais é sempre um número natural.
- A multiplicação de dois números inteiros é sempre um número inteiro.
- A multiplicação de dois números racionais é sempre um número racional.
- A multiplicação de dois números reais é sempre um número real.

Mais uma vez, **os números irracionais ficaram de fora** da nossa lista. Para provar porque estão de fora, vamos considerar dois números irracionais:

$$\sqrt{5} = 2.2360679774997896964091736687312\ldots$$

$$\sqrt{20} = 4.4721359549995793928183473374 6\ldots$$

Quando multiplicamos os dois: $\sqrt{5} \times \sqrt{20} = \sqrt{100} = 10$. Note que, **nesse exemplo**, o produto de dois números irracionais **resultou em um número racional**.

(CRA-PR/2020) Acerca dos conjuntos dos números naturais, dos números inteiros e dos números racionais, de suas operações e de suas propriedades, julgue o item: o produto entre dois números naturais é sempre um número natural.

Comentários:

Lembre-se do conjunto dos números naturais:

$$\mathbb{N} = \{0,1,2,3,4,5,6,7 \ldots\}$$

Observe que, com exceção do 0, **todos são números positivos**. Sabemos que a multiplicação de dois números positivos **sempre dará um outro número positivo**. Logo, não há perigo de multiplicarmos nenhum dos números do conjunto acima e obter um número negativo (**que sabemos que não é um natural**).

Além disso, **qualquer multiplicação em que um dos fatores seja 0, também dará 0.** Dessa forma, percebemos que **não há como** a multiplicação de dois números naturais não ser um número natural e, portanto, o item está correto.

Gabarito: CERTO.

(PREF. SÃO CRISTOVÃO/2019) O produto de dois números racionais é sempre um número racional. O mesmo é válido para números irracionais: o produto de dois números irracionais é sempre um número irracional.

Comentários

De maneira simplificada, podemos conceituar um número racional como **todo número que pode ser escrito na forma de uma fração de números inteiros**. De fato, como vimos na teoria, **a multiplicação de dois números racionais será um racional**, mas **o produto** de dois números irracionais **nem sempre será irracional**.

$$\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$$

Gabarito: ERRADO.

Divisão

- A divisão de dois números racionais será sempre um racional.
- A divisão de dois números reais será sempre um número real.

Observe que é a nossa menor lista até agora. **Divisão de números naturais não necessariamente fornecerá um outro número natural**, isso vale igualmente **para os números inteiros e irracionais**. Observe.

- Considere **os números naturais $\mathbf{1}$ e $\mathbf{2}$**. Vamos dividi-los?

$$\frac{1}{2} = 0{,}5$$

Ora, **$0,5$ não é um número natural**, é um número racional.

- Considere **os números inteiros $-\mathbf{5}$ e $\mathbf{2}$**. Vamos dividi-los?

$$-\frac{5}{2} = -2{,}5$$

$-2,5$ não é um número inteiro, é um número racional.

- Considere **os números irracionais $\sqrt{\mathbf{1000}}$ e $\sqrt{\mathbf{10}}$**. Vamos dividi-los?

$$\frac{\sqrt{1000}}{\sqrt{10}} = \sqrt{100} = 10$$

10 não é um irracional, é um número racional.

Muito cuidado com **as generalizações envolvendo divisões (quocientes).** Esse cuidado maior deve-se ao fato de que **os conjuntos de números naturais e inteiros não abrigam os famosos "números quebrados"** e, quando dividimos um número pelo outro, é muito fácil obter esse tipo número.

(PREF. SUZANO/2015) Com relação à operação com números reais, é correto afirmar que

A) o produto de dois números racionais pode resultar em um número irracional.

B) o produto de dois números irracionais é sempre um número irracional.

C) a soma de dois números racionais pode resultar em um número irracional.

D) o quociente de dois números irracionais é sempre um número irracional.

E) a soma de dois números irracionais pode resultar e um número racional.

Comentários:

A) o produto de dois números racionais pode resultar em um número irracional.

Alternativa incorreta. Como vimos, **o produto de dois número racionais é sempre um número racional**. Considere os dois números racionais a seguir $r_1 = a/b$ e $r_2 = c/d$. Quando multiplicamos, obtemos que:

$$r_1 \cdot r_2 = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

Veja que **o produto das frações continua sendo uma fração de números inteiros**. Se pode ser escrito como uma fração de números inteiros, então é um número racional.

B) o produto de dois números irracionais é sempre um número irracional.

Alternativa incorreta. Lembre-se que dos exemplos que mostramos na aula $\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$. São **dois números irracionais que multiplicados fornecem um número racional**.

C) a soma de dois números racionais pode resultar em um número irracional.

Alternativa incorreta. A soma de dois números racionais fornece **sempre** **um número racional**.

D) o quociente de dois números irracionais é sempre um número irracional.

Alternativa incorreta. Lembre-se do exemplo que tratamos na aula:

$$\frac{\sqrt{1000}}{\sqrt{10}} = \sqrt{100} = 10$$

O exemplo acima traz **o quociente de dois números irracionais dando um número racional**.

E) a soma de dois números irracionais pode resultar em um número racional.

Alternativa correta. Imagine os números irracionais $1 + \sqrt{3}$ e $1 - \sqrt{3}$. O que acontece quando somamos os dois? $(1 + \sqrt{3}) + (1 - \sqrt{3}) = 2$. Obtivemos **o número 2 que é um número racional**. Logo, o item encontra-se correto quando afirma que a soma de dois irracionais **pode dar um racional**.

Gabarito: Letra E.

QUESTÕES COMENTADAS

FGV

1. (FGV/PREF. SALVADOR/2019) Em uma classe de 20 estudantes, 12 são meninas. Além disso, dos 20 estudantes, 15 gostam de Matemática. É correto concluir que

a) nenhuma menina gosta de Matemática.

b) todas as meninas gostam de Matemática.

c) no máximo 7 meninas gostam de Matemática.

d) no mínimo 7 meninas gostam de Matemática.

e) exatamente 7 meninas gostam de Matemática.

Comentários:

Temos 20 estudantes e 12 são meninas. **Consequentemente, 8 serão meninos**. Depois, o enunciado afirma que 15 estudantes gostam de matemática. Vamos fazer uma análise item a item.

a) nenhuma menina gosta de Matemática.

ERRADO. Galera, temos 15 estudantes que gostam de matemática e apenas 8 meninos. Com isso, certamente há meninas que gostam de matemática.

b) todas as meninas gostam de Matemática.

ERRADO. Não conseguimos concluir isso com as informações do enunciado. Veja que temos 15 estudantes de que gostam de matemática e 12 meninas. Logo, poderíamos ter as 12 meninas gostando de matemática mais 3 meninos. Acontece que, **isso não é necessariamente verdade**. Note que não há problema algum serem também 10 meninas e 5 meninos, por exemplo.

c) no máximo 7 meninas gostam de Matemática.

ERRADO. Podemos inclusive ter as 12 meninas gostando de matemática. **Não há essa restrição superior**.

d) no mínimo 7 meninas gostam de Matemática.

CERTO. Imagine que apenas 6 meninas gostem de matemática. Com isso, **precisaríamos de 9 meninos (para fechar os 15 que gostam).** Sabemos, no entanto, que **só temos 8 meninos**. Logo, a quantidade mínima de meninas que gostam de matemática **deve ser 7**. Assim, ficamos na condição limite em que todos os meninos gostam de matemática. Tudo certo?!

e) exatamente 7 meninas gostam de Matemática.

ERRADO. Há um limite mínimo de meninas, mas **não temos informação suficiente** para falar exatamente quantas meninas gostam de matemática.

Gabarito: LETRA D.

2. (FGV/PREF. SALVADOR/2019) 50 atletas estão treinando e todos usam bermuda e camiseta do mesmo modelo, mas com cores diversas. Entre esses atletas há 20 com bermudas brancas, 25 com camisetas brancas e 12 com bermudas e camisetas brancas. Assinale a opção que indica o número de atletas que não estão vestindo nenhuma peça branca.

a) 5

b) 13

c) 15

d) 17

e) 20

Comentários:

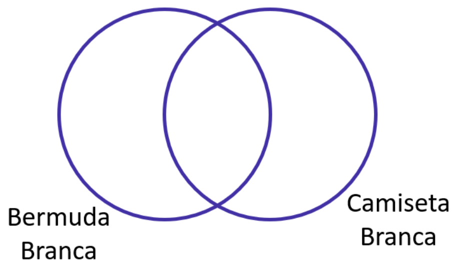
Beleza, moçada. Vamos extrair as informações do enunciado.

- Atletas com bermudas brancas. $n(B) = 20$
- Atletas com camisetas brancas. $n(C) = 25$
- Atletas com bermudas **e** camisetas brancas. $n(B \cap C) = 12$

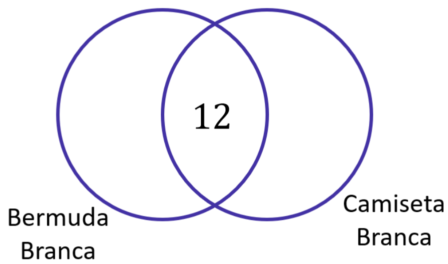
Podemos resolver de duas maneiras.

1ª) Por diagrama de Venn.

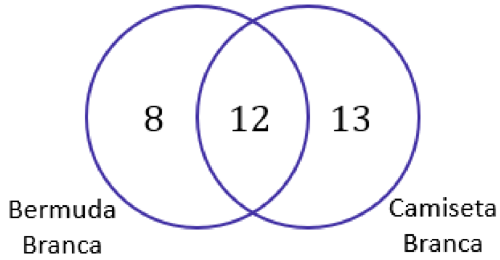
- Primeiro passo: desenhar os dois conjuntos.



- Segundo passo: colocar o valor da intersecção. No nosso caso, seria quantos estão de bermuda branca e de camiseta branca.



- Terceiro passo: subtraímos as quantidade total de cada conjunto pela quantidade que já colocamos na intersecção. Dessa forma, encontraremos quantas pessoas usaram **apenas a bermuda branca** $(20 - 12 = 8)$ ou **apenas a camiseta branca** $(25 - 12 = 13)$.



- Quarto passo: somar os números para obter a quantidade de pessoas que está usando o bermuda branca ou camiseta branca (incluindo os dois ao mesmo tempo) = 8 + 12 + 13 = 33. Logo, se temos 33 atletas que estão vestindo alguma peça branca de um total de 50, então 50 - 33 = **17 não estão**.

2ª) Por Princípio da Inclusão-Exclusão.

Aplicar na fórmula que aprendemos na teoria e descobrir $n(B \cup C)$.

$$n(B \cup C) = n(B) + n(C) - n(B \cap C)$$
$$n(B \cup C) = 20 + 25 - 12$$
$$n(B \cup C) = 33$$

Logo, 33 atletas estão usando algo branco. Como ao todo são 50 atletas, 50 - 33 = **17 não estão vestindo nenhuma peça branca**.

Gabarito: LETRA D.

3. (FGV/PREF. ANGRA/2019) Aos 5 anos, toda criança deve tomar um reforço das vacinas tríplice e pólio. Uma pesquisa feita com as 80 crianças que entraram no 1º ano do Ensino Fundamental de uma escola mostrou que:

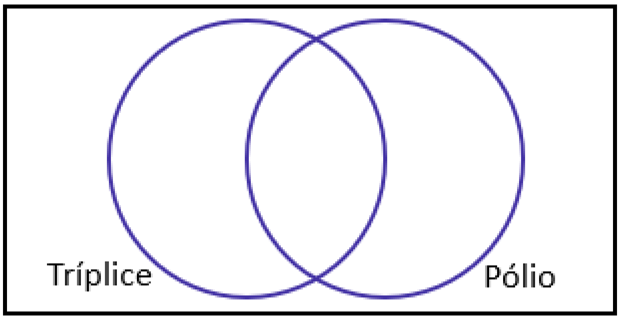
- 54 alunos tomaram a vacina tríplice.
- 52 alunos tomaram a vacina pólio.
- 16 alunos não tomaram nenhuma das duas vacinas.

O número de alunos que tomou as duas vacinas é

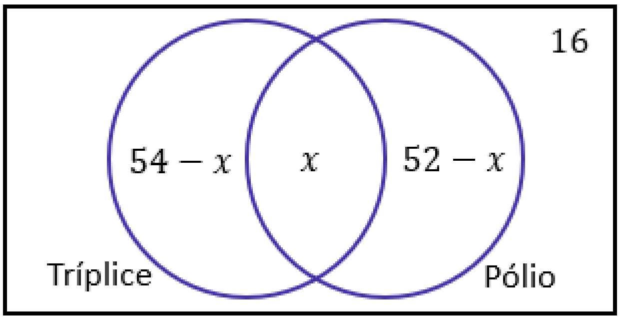
a) 42.
b) 44.
c) 46.
d) 48.
e) 50.

Comentários:

- Primeiro passo: desenhar os conjuntos daqueles que tomaram a vacina tríplice e daqueles que tomaram a vacina pólio.



- Segundo passo: Adicionar as informações que foram passadas no enunciado. Conforme aprendemos, sempre devemos **começar pelo valor que está na intersecção**. Na questão, **esse valor equivale ao número de pessoas que tomaram a vacina tríplice e também a pólio**. Como não sabemos, podemos simplesmente chamar de x.



É importante perceber que devemos colocar a quantidade de pessoas que não tomaram nenhuma das vacinas também. No nosso caso, **essa quantidade é o 16**.

- Terceiro passo: somar todas as quantidades do diagrama e a **igualar a quantidade de pessoas participantes da pesquisa**. De acordo com o enunciado, foram **80 crianças**. Assim,

$$(54 - x) + x + (52 - x) + 16 = 80$$
$$122 - x = 80$$
$$x = 42$$

Portanto, **42 alunos tomaram as duas vacinas**.

Gabarito: LETRA A.

4. (FGV/MPE-RJ/2019) Sobre os conjuntos A e B, sabe-se que:
- $(A - B)$ tem 7 elementos;

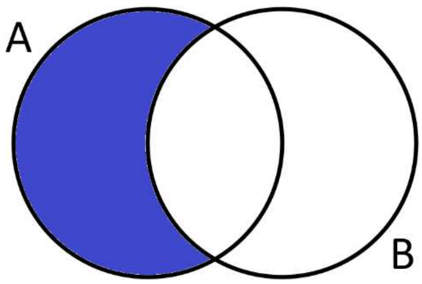
- A tem 28 elementos;
- A união de A e B tem 38 elementos
O número de elementos do conjunto B é:

a) 10;
b) 18;
c) 19;
d) 31;
e) 35.

Comentários:

De acordo com o enunciado, temos o seguinte:
- $n(A - B) = 7$
- $n(A) = 28$
- $n(A \cup B) = 38$

Não sei se você lembra, mais $A - B$ é o conjunto formado por todos **os elementos de A <u>que não são</u> elementos de B**. Graficamente, representamos assim:



Veja que para obter o número de elementos dessa região, basta pegarmos **a totalidade do conjunto A e subtrair da intersecção**. Matematicamente,

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

Usando essa fórmula, devemos encontrar $n(A \cap B)$. Substituindo os valores que temos, ficamos com:

$$7 = 28 - n(A \cap B) \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{n(A \cap B) = 21}$$

Com o valor da intersecção descoberto, podemos usar o princípio da inclusão-exclusão para determinar $n(B)$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$
$$38 = 28 + n(B) - 21$$
$$\boldsymbol{n(B) = 31}$$

Gabarito: LETRA D.

5. (FGV/BANESTES/2018) Um conjunto tem 8 elementos, outro conjunto tem 9 elementos e a união deles tem 12 elementos. O número de elementos da interseção desses conjuntos é:

a) 1;

b) 2;

c) 3;

d) 4;

e) 5.

Comentários:

Essa é uma questão bem direta e que devemos usar o **Princípio da Inclusão-Exclusão** para resolvê-la. Vamos chamar um conjunto de A e o outro de B. Assim,

- Um conjunto tem 8 elementos → $n(A) = 8$.
- Um outro conjunto tem 9 elementos → $n(B) = 9$.
- A **união** deles tem 12 elementos → $n(A \cup B) = 12$.

Lembre-se da fórmula:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Substituindo o que temos:

$$12 = 8 + 9 - n(A \cap B) \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{n(A \cap B) = 5}$$

Gabarito: LETRA E.

6. (FGV/COMPESA/2018) Em uma empresa trabalham 40 técnicos e todos falam português. Entre eles, há técnicos que falam inglês e há técnicos que falam alemão, porém, entre os que falam apenas um idioma estrangeiro, o número dos que falam inglês é o dobro do número dos que falam alemão. Sabe-se que 15 técnicos falam apenas português e que 4 técnicos falam tanto inglês quanto alemão. O número de técnicos que falam inglês é

a) 7

b) 11

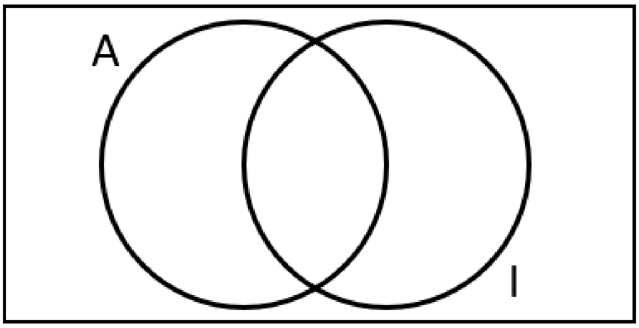
c) 14

d) 18

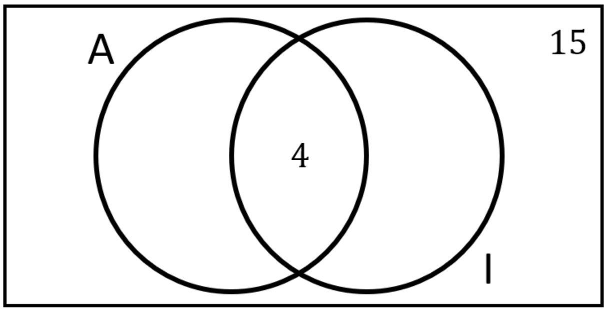
e) 20

Comentários:

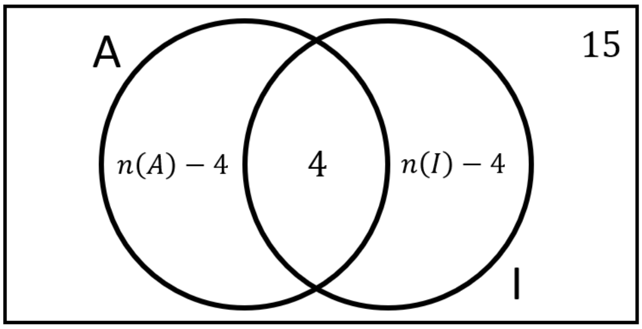
Ok, moçada! Muita informação, né?! Se formos com calma, dá certo! Temos **dois conjuntos**: o primeiro formado pelos técnicos que falam alemão (A) e o segundo formado pelos técnicos que falam inglês (I). Em diagramas, podemos representar assim:



Para começar a preencher esse diagrama, devemos pegar a intersecção. Observe que o enunciado diz que 4 técnicos falam tanto inglês quanto alemão. **Esse é o valor da intersecção**. Além disso, **15 técnicos falam apenas português**, ou seja, não falam alemão ou inglês. Ficamos com,



Considere que o número de técnicos que falam alemão seja $\boldsymbol{n(A)}$ e o número de técnicos que falam inglês seja $\boldsymbol{n(I)}$. Assim,



Quando somamos todos os valores do nosso diagrama, **devemos obter o total de técnicos**. O enunciado disse que são 40. Logo,

$$n(A) - 4 + 4 + n(I) - 4 + 15 = 40$$
$$n(A) + n(I) + 11 = 40$$
$$n(A) + n(I) = 29$$

Observe que temos **dois valores desconhecidos**. Precisamos de **mais uma equação para formar um sistema**. De onde vamos tirar a outra equação? Ora, do enunciado! Veja que o examinador diz *"entre os que falam apenas um idioma estrangeiro, o número dos que falam inglês é o dobro do número dos que falam alemão"*. Matematicamente, temos:

$$n(I) - 4 = 2 \cdot (n(A) - 4)$$
$$n(I) - 4 = 2 \cdot n(A) - 8$$
$$n(I) = 2 \cdot n(A) - 4$$

Agora, devemos pegar essa relação e **substituir na primeira equação** que encontramos.

$$n(A) + 2 \cdot n(A) - 4 = 29$$
$$3 \cdot n(A) = 33$$
$$n(A) = 11$$

Portanto, 11 técnicos falam alemão. Consequentemente, $29 - 11 =$ **18 falam inglês**.
Gabarito: LETRA D.

7. (FGV/BANESTES/2018) As equipes de Abel e de Nádia têm o mesmo número de funcionários. Cinco funcionários participam das duas equipes. Não há outros funcionários com essa característica. Juntando-se as duas equipes tem-se 41 funcionários ao todo. As equipes de Abel e de Nádia têm cada uma:
a) 26
b) 25
c) 24
d) 23
e) 22

Comentários:
Uma ótima questão para aplicarmos **o Princípio da Inclusão-Exclusão**. Vamos primeiro entender o que cada informação do enunciado significa. Considere que o conjunto dos funcionários na equipe de Abel seja representada pelo **conjunto A**. Analogamente, o conjunto dos funcionários na equipe de Nádia é **representado por N**.

- As equipes de Abel e de Nádia têm o mesmo número de funcionários $\rightarrow$ $\boldsymbol{n(A) = n(N).}$
- Cinco funcionários participam das duas equipes $\rightarrow$ $\boldsymbol{n(A \cap N) = 5.}$
- Juntando-se as duas equipes tem-se 41 funcionários ao todo $\rightarrow$ $\boldsymbol{n(A \cup N) = 41.}$

Assim, usando o Princípio da Inclusão-Exclusão, sabemos que:

$$n(A \cup N) = n(A) + n(N) - n(A \cap N)$$
$$41 = n(A) + n(A) - 5$$
$$2 \cdot n(A) = 46$$
$$n(A) = 23$$

Como o número de funcionários são iguais nas duas equipes, **cada uma possui 23**.

Gabarito: LETRA D.

8. (FGV/PREF. SALVADOR/2017) Em um grupo de 30 profissionais, todos são engenheiros ou arquitetos. A quantidade daqueles que são somente arquitetos é o dobro da quantidade dos que são somente engenheiros. Doze desses profissionais são arquitetos e também engenheiros. Assinale a opção que indica o número de engenheiros desse grupo.

a) 6
b) 10
c) 12
d) 18
e) 24

Comentários:

Questão bem parecida com a anterior, concorda galera? Sinal que **a FGV gosta desse estilo**. Vamos dar uma destrinchada maior, com uma solução um pouco diferente. Um primeiro passo é retirar as informações do enunciado.

- Um grupo de **30 profissionais**, todos são engenheiros ou arquitetos. → $n(A \cup E) = 30$.
- Doze desses profissionais são arquitetos **e** também engenheiros. → $n(A \cap E) = 12$.
- A quantidade daqueles que são **somente arquitetos** é o dobro da quantidade dos que são **somente engenheiros**. → $n(A) - 12 = 2 \cdot (n(E) - 12) \quad \rightarrow \quad n(A) = 2 \cdot n(E) - 12 \quad (1)$

Pessoal, atenção nesse último fato, pois ele fala a quantidade daqueles que são somente arquitetos. Portanto, não podemos considerar a quantidade **os são arquitetos e engenheiros**. Por esse motivo, **devemos fazer a subtração por 12**, pra descontar essas pessoas que exercem as 2 profissões. Tudo certo?!

Usando o Princípio da Inclusão-Exclusão:

$$n(A \cup E) = n(A) + n(E) - n(A \cap E)$$
$$30 = n(A) + n(E) - 12$$
$$n(A) + n(E) = 42 \qquad (2)$$

Percebam que (1) e (2) formam um **sistema com duas equações e duas incógnitas**. Podemos resolvê-lo. Substituindo (1) em (2), ficamos com:

$$2 \cdot n(E) - 12 + n(E) = 42$$
$$3 \cdot n(E) = 54 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{n(E) = 18}$$

Quando usamos $n(E) = 18$ em qualquer uma das equações, chegamos a $n(A) = 36$. Portanto, o número de engenheiros nesse grupo é 18.

Gabarito: LETRA D.

9. (FGV/PREF. SALVADOR/2017) Em certo concurso, inscreveram-se 80 candidatos. Sabe-se que, desses candidatos, 50 são baianos, 22 possuem curso superior e 26 são de outros estados e não possuem curso superior. O número de candidatos baianos com curso superior é

a) 16.
b) 18.
c) 20.
d) 22.
e) 24.

Comentários:

Pessoal, se foram 80 candidatos e 50 deles são baianos, **então 30 são de outros estados**. Tudo bem?! Desses 30, o enunciado diz que **26 não possuem curso superior**. O que podemos concluir com isso? Que **4 desses 30 possuem curso superior**.

Ademais, o enunciado diz que, dos 80 candidatos, 22 possuem curso superior. Desses 22, já descobrimos que 4 vieram de outros estados. Logo, $22 - 4 =$ **18 deles são baianos**.

Gabarito: LETRA B.

▪

10. (FGV/PREF. SALVADOR/2017) Dois conjuntos A e B têm a mesma quantidade de elementos. A união deles tem 2017 elementos e a interseção deles tem 1007 elementos. O número de elementos do conjunto A é

a) 505.
b) 1010.
c) 1512.
d) 1515.
e) 3014.

Comentários:

Vamos analisar as informações do enunciado.

- Dois conjuntos A e B têm a mesma quantidade de elementos → $\boldsymbol{n(A) = n(B).}$
- A união deles tem 2017 elementos → $\boldsymbol{n(A \cup B) = 2017.}$
- A intersecção deles tem 1007 → $\boldsymbol{n(A \cap B) = 1007.}$

Agora, só aplicar na fórmula do **Princípio da Inclusão-Exclusão**.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Como $\boldsymbol{n(A) = n(B)}$, podemos escrever assim:

$$n(A \cup B) = 2 \cdot n(A) - n(A \cap B)$$

Substituindo os valores:

$$2017 = 2 \cdot n(A) - 1007 \quad \rightarrow \quad 2 \cdot n(A) = 3024 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{n(A) = 1512}$$

Gabarito: LETRA C.

11. (FGV/BADESC/2010) Dado um conjunto A, chamamos subconjunto próprio não vazio de A a qualquer conjunto que pode ser formado com parte dos elementos do conjunto A, desde que:

- algum elemento de A seja escolhido;
- não sejam escolhidos todos os elementos de A.

Sabemos que a quantidade de subconjuntos próprios não vazios de A é 14. A quantidade de elementos de A é igual a:
a) 4
b) 5
c) 6
d) 7
e) 8

Comentários:
Estudamos que o número de subconjuntos é dado por uma relação bem conhecida:

$$Número\ de\ Subconjuntos\ de\ B = 2^n$$

Aqui, n representa a quantidade de elementos de A. Por exemplo! Considere que $\boldsymbol{B = \{1, 2, 3, 4, 5\}}$. Nessa situação, **o conjunto A tem 5 elementos**, portanto, o número de subconjuntos seria:

$$Número\ de\ Subconjuntos\ de\ B = 2^n$$
$$Número\ de\ Subconjuntos\ de\ B = 2^5$$
$$Número\ de\ Subconjuntos\ de\ B = 32$$

Logo, A tem 32 subconjuntos. Agora, vamos entender a questão em si. O enunciado fala de subconjunto próprio. Esse subconjunto obedece duas propriedades.

- algum elemento de A seja escolhido;
Em outras palavras, o enunciado está dizendo que para ser um subconjunto próprio, o subconjunto não pode estar vazio, é preciso ter pelo menos um elemento.

- não sejam escolhidos todos os elementos de A.
Em outras palavras, o enunciado está dizendo que para ser um subconjunto próprio, o subconjunto não pode coincidir com o A.

Logo, se temos 14 subconjuntos próprios **devemos somar mais 2 subconjuntos, para obter a quantidade total, calculada pela fórmula**. Se A tem 14 subconjuntos próprios, então ele tem $14+2=$ **16 subconjuntos ao total**. Assim,

$$Número\ de\ Subconjuntos\ de\ A = 2^n$$
$$16 = 2^n$$
$$n = 4.$$

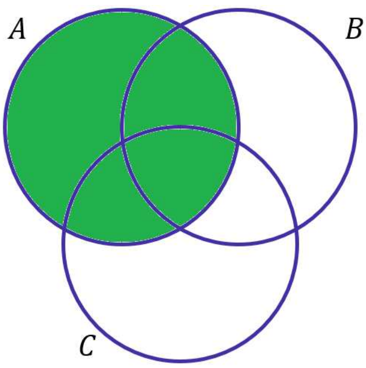
Assim, A tem 4 elementos.

Gabarito: LETRA A.

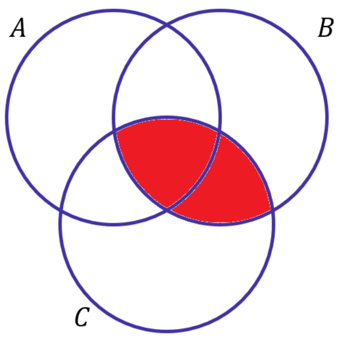
12. (FGV/SEFAZ-MS/2006) Os conjuntos A, B e C satisfazem $\boldsymbol{A-(B\cap C)=(A-B)\cup(A-C)}$:
a) nunca.
b) se e somente se A = B = C.
c) se e somente se B = C.
d) se e somente se B ∩ C = ∅.
e) sempre.

Comentários:
Na minha opinião, o melhor jeito de resolver essas questões é desenhando o diagrama. Vamos primeiros identificar o que significa cada lado da equação:

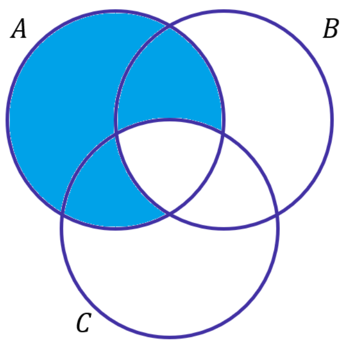
- $\boldsymbol{A-(B\cap C)}$: Elementos de A que não são elementos da intersecção de B com C.



Conjunto A

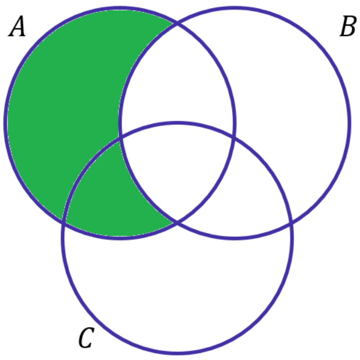


Conjunto $B\cap C$



Conjunto $\boldsymbol{A-(B\cap C)}$

- $\boldsymbol{(A-B)\cup(A-C)}$: Elementos de A que não são elementos de B ou Elementos de A que não elementos de C.



Conjunto $A - B$ Conjunto $A - C$ Conjunto $(\boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}) \cup (\boldsymbol{A} - \boldsymbol{C})$

Observe que quando desenhamos as duas regiões, percebemos que elas são iguais. Logo, a igualdade é sempre verdade.

Gabarito: LETRA E.

13. (FGV/SEFAZ-MS/2006) Se X, Y e Z são conjuntos, $\boldsymbol{X} \cap (\boldsymbol{Y} \cup \boldsymbol{Z}) = (\boldsymbol{X} \cap \boldsymbol{Y}) \cup \boldsymbol{Z}$:

a) nunca.

b) se e somente se X = Y = Z.

c) se e somente se $Z \subset X$

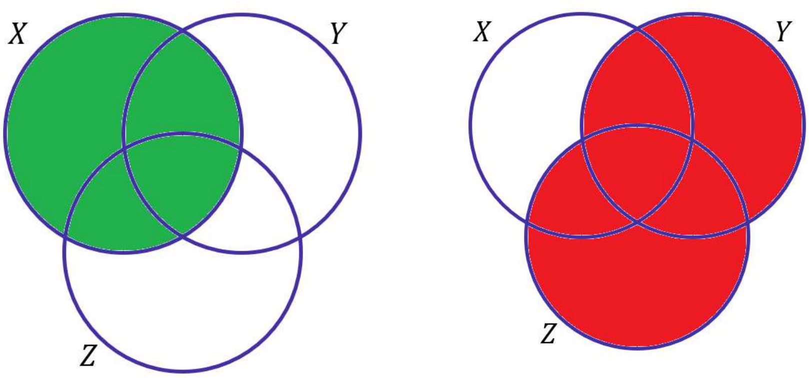
d) se e somente se $Z \subset Y$

e) sempre.

Comentários:

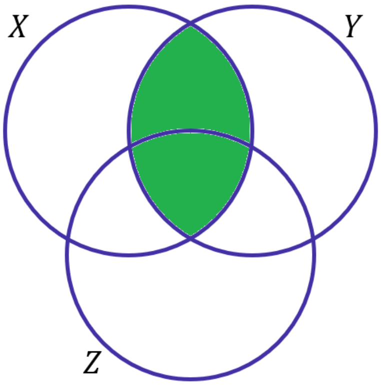
Novamente, vamos nos recorrer aos diagramas. No entanto, primeiro devemos entender o que cada uma das regiões expressa.

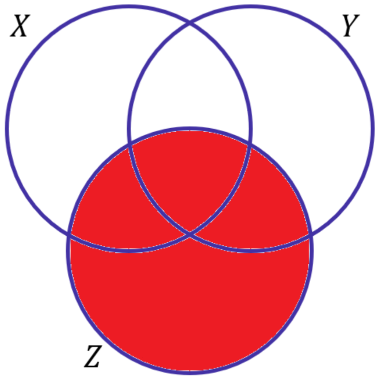
- $\boldsymbol{X} \cap (\boldsymbol{Y} \cup \boldsymbol{Z})$: Elementos que X tem em comum com a união de Y e Z.

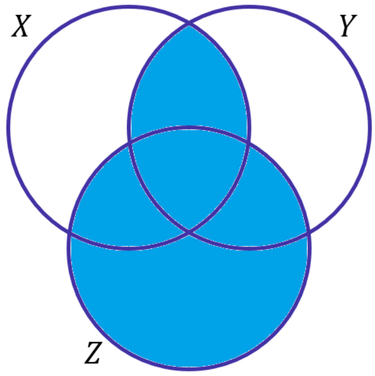


Conjunto X Conjunto $Y \cup Z$ Conjunto $\boldsymbol{X \cap (Y \cup Z)}$

- $\boldsymbol{(X \cap Y) \cup Z}$**:** Elementos de $X \cap Y$ reunidos com os elementos de Z.

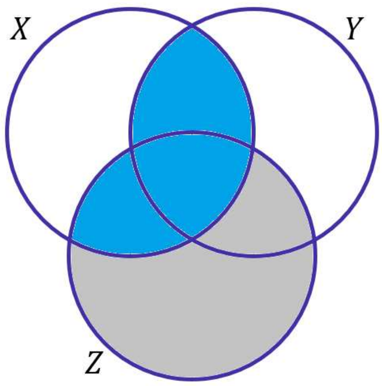






Conjunto $X \cap Y$ Conjunto Z Conjunto $\boldsymbol{(X \cap Y) \cup Z}$

Dessa vez, as regiões que desenhamos não ficaram iguais. Mas, o que devemos fazer para que elas fiquem? Ora devemos retirar toda a região diferente:



Nessa situação, percebemos que **não podem haver elementos de Z que não sejam elementos de X**. O que implica que Z deve ser um subconjunto de X.

Gabarito: LETRA C.

14. (FGV/ALESP/2002) São dados os conjuntos: D = divisores de 24 (divisores positivos), M = múltiplos de 3 (múltiplos positivos), S = D ∩ M e n = números de subconjuntos de S. Portanto, n é igual a:

a) 64

b) 16

c) 32

d) 8

Comentários:

Vamos listar os divisores de 24:

$$D(24) = \{1, 2, \mathbf{3}, 4, \mathbf{6}, 8, \mathbf{12}, \mathbf{24}\}$$

Agora, vamos começar a listar os múltiplos positivos de 3.

$$M(3) = \{\mathbf{3}, \mathbf{6}, 9, \mathbf{12}, 15, 18, 21, \mathbf{24}, 27, 30, \dots\}$$

Note que já deixei marcado os **elementos em comum aos dois conjuntos**. Assim,

$$S = D \cap M = \{3, 6, 12, 24\}$$

Portanto, S tem 4 elementos. Na teoria, vimos que **o número de subconjuntos** de um conjunto é dado por:

$$Número\ de\ subconjuntos\ de\ S = 2^{n(S)}$$
$$Número\ de\ subconjuntos\ de\ S = 2^4$$
$$Número\ de\ subconjuntos\ de\ S = 16$$

Gabarito: LETRA B.

15. (FGV/MEC/2009) Sejam X e Y dois números inteiros positivos. Se $X^2 + Y^2$ é ímpar, então se pode afirmar de maneira correta que:

A) X^Y é par.

B) Y^X é par.

C) XY é par.

D) $X - Y$ é par.

E) $X + Y$ é par.

Comentários:

Moçada, antes de qualquer análise, é importante guardar que **X e Y são dois números inteiros positivos**. Ou seja, **não são números negativos, nem quebrados, nem mesmo podem ser iguais a zero**. Tudo bem? Além disso, vamos lembrar o seguinte:

- $\text{PAR} \pm \text{PAR} = \text{PAR}$
- $\text{ÍMPAR} \pm \text{ÍMPAR} = \text{PAR}$
- $\textbf{ÍMPAR} \pm \textbf{PAR} = \textbf{ÍMPAR}$

A única opção em que o resultado de uma soma ou subtração é um número ímpar, **é quando um dos números é ímpar e o outro é par**. Assim, se X^2+Y^2 é ímpar, ou X^2 é par e Y^2 é ímpar OU X^2 é ímpar e Y^2 é par.

Perceba que um número par elevado a qualquer expoente inteiro positivo será sempre um número par. O mesmo acontece com um número ímpar. Para começar a entender esse fato, **você pode pensar em alguns exemplos, tais como o $3^2 = 9, 3^3 = 27, 4^2 = 16, 4^3 = 64$.**

Isso acontece pois **um número par sempre terá o fator "2".** Portanto, quando multiplicar esse número várias vezes, o 2 sempre estará lá!

$$(2n)^5 = (2n) \cdot (2n) \cdot (2n) \cdot (2n) \cdot (2n) = 2 \cdot (2^4 n)$$

Por sua vez, **números ímpares não possuem o fator "2".** Se você multiplica um número que não tem o fator 2 pelo mesmo número, o resultado continuará sem o fator "2", ou seja, será um número ímpar. Tudo bem?! Essas conclusões são válidas apenas quando temos expoentes números inteiros positivos.

Agora, voltando para o problema, vamos analisar as alternativas.
A) X^Y é par.
ERRADO. Pessoal, se X for o número par, então estaria correto. No entanto, **X pode ser o ímpar**. Não sabemos. Nesse sentido, X^Y também pode ser um número ímpar.

B) Y^X é par.
ERRADO. É pelo mesmo motivo da alternativa anterior: se Y fosse o número par, então estaria correto. No entanto, **Y pode ser o ímpar**. Não sabemos. Nesse sentido, Y^X também pode ser um número ímpar.

C) XY é par.
CERTÍSSIMO. O produto de um número par por um número ímpar é um número par. Isso acontece pois o número par possui o fator "2", que leva o fator para a multiplicação.
D) $X - Y$ é par.
ERRADO. Sabemos que a soma ou subtração de um número par com um número ímpar, resultará em um número ímpar.

E)$X + Y$ é par.
ERRADO. Pelo mesmo motivo do item anterior: a soma ou subtração de um número par com um número ímpar, resultará em um número ímpar.

Gabarito: LETRA C.

16. (FGV/SEFAZ-MS/2006) O maior número inteiro que é menor que ou igual a -5,7 é:
A) -6
B) -5
C) -4
D) -3
E) -2

Comentários:

Os números inteiros são os números "não quebrados", podendo ser negativos ou positivos. Veja que **-5,7 não é um número inteiro**. Queremos o primeiro inteiro menor do que ele! Ora, -6 é o número que a questão está procurando.

Perceba que **não pode ser -5 pois o -5 é MAIOR que -5,7**. O enunciado pergunta pelo maior inteiro que é menor do que -5,7. A banca tentou pegar o candidato com essa história de "maior que é menor", causando confusão facilmente.

Gabarito: LETRA A.

17. (FGV/ALESP/2002) Um número racional qualquer:

A) Tem sempre um número finito de ordens (casas) decimais.

B) Tem sempre um número infinito de ordens (casas) decimais.

C) Não se pode expressar em forma decimal exata.

D) Tem sempre como denominador um número diferente de zero.

Comentários:

A) Tem sempre um número finito de ordens (casas) decimais.

ERRADO. Vimos na teoria que as dízimas periódicas, **apesar da representação decimal infinita, são números racionais**, pois conseguimos expressá-la na forma de uma fração, com denominador não-nulo.

B) Tem sempre um número infinito de ordens (casas) decimais.

ERRADO. Há números racionais que possuem um número finito de casas decimais. Para isso, basta lembrar que **0,5, por exemplo, é um número racional**.

C) Não se pode expressar em forma decimal exata.

ERRADO. Um número racional é qualquer número que pode ser escrito na forma de uma fração denominador não nulo. Como consequência, **tanto números decimais exatos quanto dízimas periódicas são exemplos de números racionais**.

D) Tem sempre como denominador um número diferente de zero.

CERTO. Pessoal, é exatamente parte da definição de um número racional: **qualquer número que pode ser escrito na forma de uma fração, com denominador diferente de zero**. Caso não seja possível, teremos um número irracional.

Gabarito: LETRA D.

18. (FGV/AL-MT/2013) Suponha que o valor da expressão $\frac{5x}{6} - \frac{x}{2}$ seja um número inteiro. O valor de x é necessariamente

A) positivo.
B) par.
C) múltiplo de 3.
D) múltiplo de 6.
E) múltiplo de 12.

Comentários:
Sabemos que um número inteiro é um número "não quebrado". **Não pode ter casa decimal!** A expressão do enunciado foi:

$$E = \frac{5x}{6} - \frac{x}{2}$$

Vamos tirar o MMC e calcular na forma de uma única fração.

$$E = \frac{5x}{6} - \frac{x}{2} \quad \rightarrow \quad E = \frac{10x - 6x}{12} \quad \rightarrow \quad E = \frac{4x}{12} \quad \rightarrow \quad E = \frac{x}{3}$$

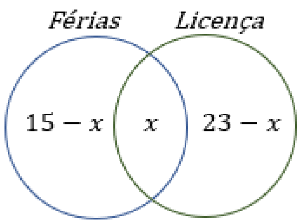
Note que **x deve ser um múltiplo de 3** (3, 6, 9, 12, 15, 18, ...). Caso não fosse, quando o dividíssemos por 3, resultaria em um número quebrado e, **portanto, não teríamos um inteiro**.

Gabarito: LETRA C.

CESPE

19. (CESPE/ME/2020) O setor de gestão de pessoas de determinada empresa realiza regularmente a análise de pedidos de férias e de licenças dos seus funcionários. Os pedidos são feitos em processos, em que o funcionário solicita apenas férias, apenas licença ou ambos (férias e licença). Em determinado dia, 30 processos foram analisados, nos quais constavam 15 pedidos de férias e 23 pedidos de licenças. Com base nessa situação hipotética, julgue o item que se segue. A quantidade de processos analisados nesse dia que eram referentes apenas a pedido de férias é igual a 8.

Comentários:
É uma questão típica de Diagrama de Venn. Nesses casos, a primeira informação que devemos procurar é **a quantidade de elementos na intersecção dos conjuntos**, nesse caso, quantas pessoas pediram **férias e licença, simultaneamente**. Como a questão não informou esse valor, suponha que seja x. O diagrama, portanto, é o seguinte:



$15 - x$ representa a quantidade de pessoas que pediram **APENAS férias**. $23 - x$ representa a quantidade de pessoas que pediram **APENAS licença**. A questão informou que **o total de processos analisados foram $\mathbf{30}$**. Logo, a soma dos valores discriminados acima deve ser 30.

$$(15 - x) + x + (23 - x) = 30$$

$$38 - x = 30$$

$$x = 8$$

Note que **8 é o número de pessoas que tiraram férias e pediram licença**. Para descobrir o número de processos analisados referentes **apenas a pedido de férias**, devemos pegar **o total de pedidos de férias e subtrair o valor de processos que pediram férias e licença**, simultaneamente.

$$SÓ\ FERIAS = 15 - x = 15 - 8 = 7$$

7 pessoas fizeram APENAS o pedido de férias.

Gabarito: ERRADO

20. (CESPE/PREF. B dos COQUEIROS/2020) Em uma pesquisa feita com um grupo de 100 turistas que visitavam Aracaju, verificou-se que todos eles tinham visitado pelo menos duas das seguintes praias: Atalaia, Aruana e da Costa. A tabela a seguir mostra quantos desses turistas visitaram as referidas praias.

Praias Visitadas	Número de Turistas
Atalaia e Aruana	**40**
Atalaia e da Costa	**40**
Aruana e da Costa	**40**

Com base nessas informações, julgue os itens seguintes.

I. Menos de 40 turistas visitaram a praia de Atalaia.
II. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou apenas uma das praias citadas.

III. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou todas as três praias citadas.

Assinale a opção correta.

A) Apenas o item II está certo.

B) Apenas o item III está certo.

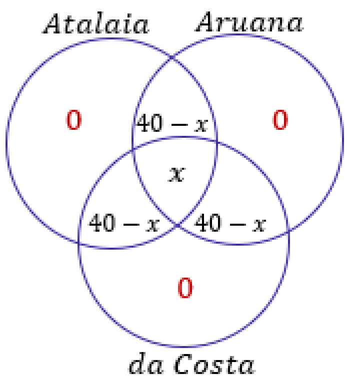
C) Apenas os itens I e II estão certos.

D) Apenas os itens I e III estão certos.

E) Todos os itens estão certos.

Comentários:

Não esqueça que, nesse tipo de questão, **a primeira coisa** que você deve se perguntar é: *qual a quantidade de elementos na **intersecção dos três conjuntos em questão**?* Se **não** for fornecido esse valor, você deve chamá-lo de x. Observe como fica o diagrama para essa questão.



Observe que também preenchemos $40 - x$ nas intersecções dois a dois. Quando o enunciado diz que 40 pessoas visitaram a praia A e a praia B, ele **não está dizendo que 40 visitaram apenas a praia A e a praia B. Dentro dessas 40 pessoas pode ter tido 10 que também foram para a praia C**. Se estamos nos perguntando a quantidade de pessoas que visitaram **APENAS as praias A e B**, devemos **subtrai**r a quantidade de pessoas que **além das praias A e B, também visitou a C**. Ficou claro?!

Uma informação muito importante dada no enunciado é que: **todos os turistas tinham visitado pelo menos duas das praias**. Com isso, foi possível colocar o 0, indicando que **não houve quem visitou uma única praia**. Com o nosso diagrama montado e sabendo que **100 turistas visitaram as praias**, sabemos que ao somar os elementos discriminados acima, devemos obter exatamente o valor total de turistas.

$$(40 - x) + (40 - x) + (40 - x) + x = 100$$

$$120 - 2x = 100$$

$$2x = 20$$

$$x = 10$$

Esse valor encontrado indica que **10 pessoas visitaram as três praias**! Com isso, **30 pessoas visitaram APENAS Atalaia e Aruana**, **30 pessoas visitaram APENAS Aruana e da Costa** e **30 pessoas visitaram APENAS Atalaia e da Costa**. Podemos agora analisar os itens.

I. Menos de 40 turistas visitaram a praia de Atalaia.
ERRADO. Vimos que 30 pessoas visitaram Atalaia e Aruana, outras 30 visitaram Atalaia e da Costa e 10 pessoas visitaram as 3 praias. Com isso, $30 + 30 + 10 =$ **70 pessoas visitaram a praia de Atalaia**.

II. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou apenas uma das praias citadas.
CORRETO. Essa foi uma informação está no próprio enunciado quando ele diz que **os turistas visitaram pelo menos duas das praias.**
III. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou todas as três praias citadas.
ERRADO. De acordo com o que desenvolvemos, **10 pessoas visitaram as três praias**.

Gabarito: Letra A.

21. (CESPE/COGE-CE/2019) Segundo o portal cearatransparente.ce.gov.br, em 2018, dos 184 municípios do estado do Ceará, 4 celebraram exatamente 1 convênio com o governo estadual, 22 celebraram exatamente 2 convênios com o governo estadual, e 156 celebraram 3 ou mais convênios com o governo estadual. De acordo com o texto, se, para cada $j = 0, 1, 2, \ldots,$ M_j for o conjunto dos municípios cearenses que celebraram, pelo menos, j convênios com o governo estadual, então o conjunto dos municípios que não celebraram nenhum convênio com o governo do estado será representado pelo conjunto
A) M_0
B) $M_1 - M_0$
C) $M_1 \cap M_0$
D) $M_0 - M_1$
E) $M_0 \cup M_1$

Comentários:
Se M_j representa o conjunto dos municípios que celebram, pelo menos, j convênios, **M_0 é o conjunto dos municípios que celebram, pelo menos, "zero convênios"**. Em outras palavras, basicamente todos os municípios estão inseridos nesse conjunto, pois **incluem aqueles que não fazem nenhum convênio e aqueles que fazem qualquer número**. Para obter o conjunto dos munícipios que não celebraram nenhum convênio, **devemos retirar do conjunto M_0 todos os munícipios que celebram 1 ou mais convênios**. Isso é representado por $M_0 - M_1$.

Gabarito: Letra D.

22. (CESPE/TJ-PR/2019) Em determinado tribunal, os conselheiros atuam nos conselhos I, II e III, podendo atuar em apenas um, em dois ou em todos os conselhos, como mostra a tabela seguinte.

Quantidade de Conselheiros	Conselho de Atuação
35	I
25	II
24	III
10	I e II
12	I e III
8	II e III
4	I, II e III

Nesse caso, a quantidade de conselheiros que atuam em, no máximo, um dos conselhos é igual a

A) 26.

B) 36.

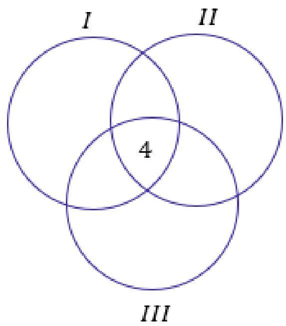
C) 50.

D) 58.

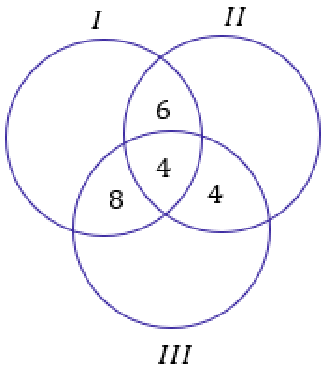
E) 84.

Comentários:

Temos **três conselhos de atuação**, sendo que os conselheiros podem atuar em **apenas um, em dois ou em todos os conselhos**. É uma questão clássica de diagrama de Venn e PIE. Nesse tipo de questão, devemos sempre começar com a quantidade de elementos na intersecção dos três conjuntos. De acordo com a tabela, temos **4 conselheiros que atuam nos três conselhos**.

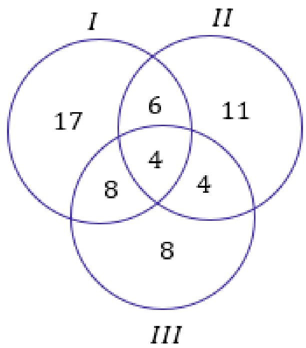


Uma vez com a quantidade de elementos da intersecção dos três conjuntos, **partimos para a análise dos elementos das intersecções de dois conjuntos**. Por exemplo, da tabela é possível ver que 10 conselheiros atuam nos conselhos I e II. Como já contamos 4 deles na intersecção, temos que $10 - 4 = 6$ conselheiros atuam **APENAS nos conselhos I e II**. Podemos usar esse raciocínio para as demais intersecções.



Agora que achamos as quantidades das intersecções, devemos partir para a análise das quantidades de conselheiros que atuam **APENAS um único conselho**. A tabela diz que 35 conselheiros atuam no conselho I, nosso diagrama mostra que $6+4+8=18$ estão conselheiros estão atuando no conselho I **mas também em outros conselhos**.

Portanto, devemos fazer $35-18=17$ para obter a quantidade de conselheiros que estão atuando apenas no conselho I. Analogamente, se o conselho II possui 25 conselheiros e contabilizamos $6+4+4=14$, então sobra que **11 conselheiros atuam somente no conselho II**. Por fim, dos 24 conselheiros de III, temos contabilizados $8+4+4=16$ no diagrama. Logo, **8 atuam apenas em III**.



Com o nosso diagrama completo, podemos analisar o que a questão pede. O examinador quer **o número de conselheiros que atuam em apenas um dos conselhos**.

$$N=17+11+8$$

$$N=36$$

Gabarito: Letra B.

23. (CESPE/IFF/2018) Em uma consulta a 600 estudantes de uma escola acerca da preferência deles entre teatro ou cinema, apenas 50 deles não gostam de cinema nem de teatro. Entre os demais, 370 gostam de

teatro e 420 gostam de cinema. Nesse caso, a quantidade desses estudantes que gostam de teatro e cinema é igual a

A) 50.

B) 130.

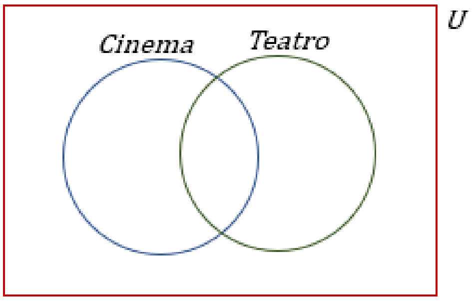
C) 180.

D) 240.

E) 370.

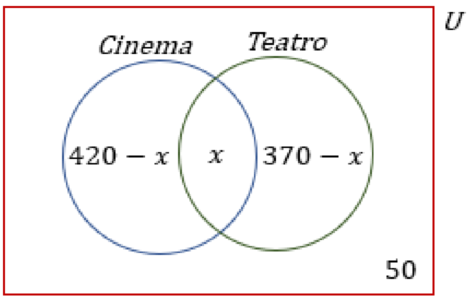
Comentários:

O **conjunto universo é representado pelo 600 estudantes dessa escola.** O diagrama que é interessante desenhar para a resolução do exercício é o seguinte:



Devemos inserir no desenho acima as informações que foram passadas pelo enunciado. O primeiro ponto a ser levado em consideração é **a quantidade de elementos na intersecção dos conjuntos**. No nosso caso, é exatamente **a quantidade de estudantes que gostam tanto de teatro e de cinema**. No entanto, esse valor é exatamente o que é pedido no enunciado e **ainda não sabemos quanto vale**. Vamos chamá-lo de x.

Como 370 alunos gostam de teatro, então $370 - x$ **gostam APENAS de teatro**. Além disso, se 420 gostam de cinema, $420 - x$ **gostam APENAS de cinema**. Note **que 50 não gosta de nenhum dos dois**.



Veja que foi possível completarmos nosso diagrama com as informações analisadas. Como nosso conjunto universo é formado por 600 estudantes, a soma das quantidades de cada uma das partes do diagrama deve totalizar esse mesmo número.

$$(420 - x) + x + (370 - x) + 50 = 600$$
$$840 - x = 600$$

$$x = 240$$

Gabarito: Letra D.

24. (CESPE/IFF/2018) Para um conjunto qualquer X, $n(X)$ representa a quantidade de elementos de X. Nesse sentido, considere que os conjuntos A, B e C tenham as seguintes propriedades:

$$\boldsymbol{n(A) = n(B) = n(C) = 50;}$$

$$\boldsymbol{n(A \cap B) = n(A \cap C) = n(B \cap C) = 10;}$$

$$\boldsymbol{n(A \cap B \cap C) = 0.}$$

Nessa situação, $\boldsymbol{n(A \cup B \cup C)}$ é igual a:

A) 100.

B) 110.

C) 120.

D) 130.

D) 140.

Comentários:

Essa questão é uma **aplicação direta do Princípio da Inclusão-Exclusão**.

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

Aplicando os valores do enunciado, ficamos com:

$$n(A \cup B \cup C) = 50 + 50 + 50 - 10 - 10 - 10 + 0$$

$$n(A \cup B \cup C) = 120$$

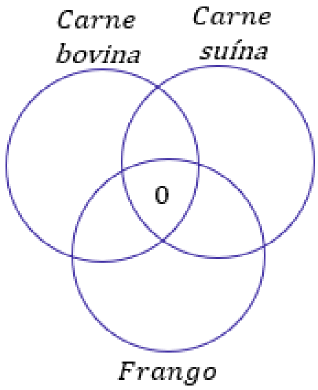
Gabarito: Letra C.

Texto para as próximas questões

Determinado porto recebeu um grande carregamento de frango congelado, carne suína congelada e carne bovina congelada, para exportação. Esses produtos foram distribuídos em 800 contêineres, da seguinte forma: nenhum contêiner foi carregado com os três produtos; 300 contêineres foram carregados com carne bovina; 450, com carne suína; 100, com frango e carne bovina; 150, com carne suína e carne bovina; 100, com frango e carne suína.

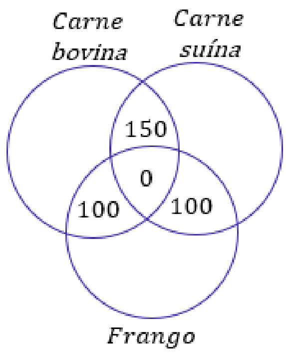
Comentários Iniciais:

Antes de julgar as questões, vamos fazer alguns comentários iniciais. É preciso desenvolver o diagrama de Venn. Observe que temos **800 contêineres** que vamos distribuir frango, carne suína e carne bovina. A primeira coisa que devemos procurar é **quantos contêineres abrigarão os 3 tipos de carne**, o enunciado fornece essa informação quando diz que **nenhum contêiner foi carregado com os três produtos**.



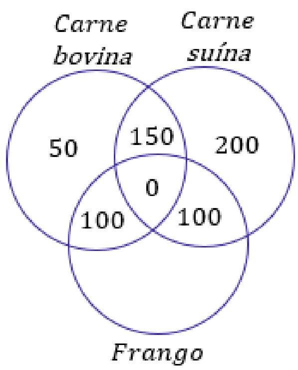
Agora, vamos olhar **as intersecções de dois conjuntos**. O enunciado disse **que 100 foram carregados com frango e carne bovina**, **150 com carne suína e carne bovina** e **100 com frango e carne suína**.

Como não houveram nenhum contêiner com os três tipos de carnes, **não há nada para ser descontado** e podemos levar esses valores diretos para o diagrama.



Por fim, sabemos que **300 contêineres** foram carregados com carne bovina, mas nosso diagrama já está contabilizando $150 + 100 = 250$ contêineres de carne bovina. Assim, **os 50 contêineres que faltam para fechar os 300 estão APENAS com carne bovina**.

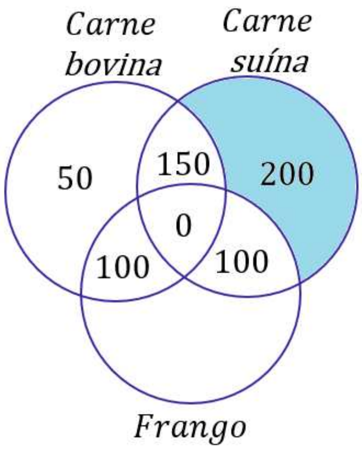
Ademais, é fornecido que **450 contêineres estão com carne suína**. Nosso diagrama também já está contabilizando $150 + 100 = 250$ contêineres com carne suína. Isso significa que temos **200 contêineres APENAS com carne suína**.



25. (CESPE/EMAP/2018) Nessa situação hipotética, 250 contêineres foram carregados somente com carne suína.

Comentários:

O item trouxe **250 contêineres** carregados com **apenas carne suína**. No entanto, quando olhamos o diagrama desenvolvido nos comentários iniciais, vemos que **foram apenas 200.**

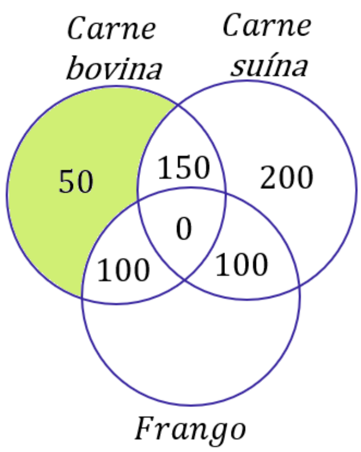


Gabarito: ERRADO.

26. (CESPE/EMAP/2018) Nessa situação, 50 contêineres foram carregados somente com carne bovina.

Comentários:

Observando o diagrama que desenvolvemos nos comentários iniciais, veja que realmente **temos 50 contêineres carregados apenas com carne bovina**.



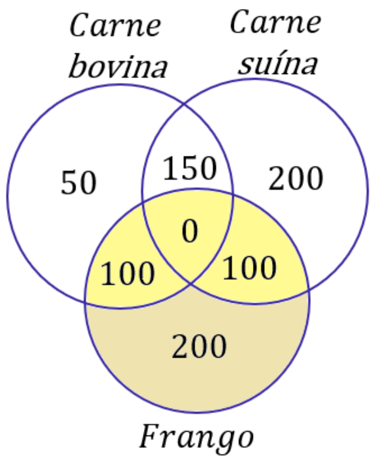
Gabarito: CERTO.

27. (CESPE/EMAP/2018) Nessa situação hipotética, a carga de 400 contêineres continha frango congelado.

Comentários:

Veja que o nosso diagrama já contabilizou $50 + 150 + 100 + 100 + 200 =$ **600 contêineres**. O enunciado informou que são, ao total, **800 contêineres**.

Logo, essa diferença (200) certamente é o número que está faltando: **a quantidade de contêineres com <u>APENAS</u> frango**.



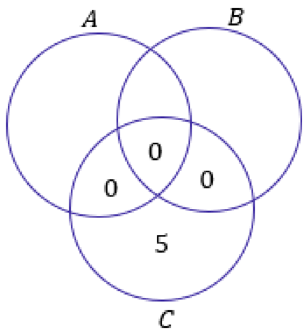
Quando somamos os valores dos contêineres com frango, encontramos $100 + 100 + 200 = 400$. Logo, **o item encontra-se correto** ao afirmar que existem 400 contêineres com frango congelado.
Gabarito: CERTO.

Texto para as próximas questões
Em um aeroporto, 30 passageiros que desembarcaram de determinado voo e que estiveram nos países A, B ou C, nos quais ocorre uma epidemia infecciosa, foram selecionados para ser examinados. Constatou-se que exatamente 25 dos passageiros selecionados estiveram em A ou em B, nenhum desses 25 passageiros esteve em C e 6 desses 25 passageiros estiveram em A e em B. Com referência a essa situação hipotética, julgue os itens a seguir.

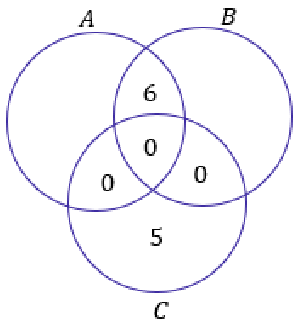
28. (CESPE/PF/2018) Se 11 passageiros estiveram em B, então mais de 15 estiveram em A.

Comentários:
Nosso **conjunto universo é composto pelos 30 passageiros** que foram selecionados para fazer os exames. Para nos auxiliar no desenvolvimento da questão, é necessário desenhar o diagrama de Venn. Vamos primeiro utilizar as informações do enunciado para concluir algumas coisas importantes.

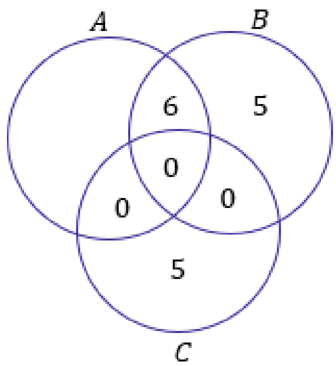
Note que **se 25 dos 30 passageiros estiveram em A ou em B, então <u>5 passageiros estiveram SOMENTE em C</u>**. Além disso, como nenhum desses 25 passageiros que esteve em A ou em B esteve em C, então **o número de elementos na intersecção dos três conjuntos é nulo**, bem como qualquer intersecção com C.



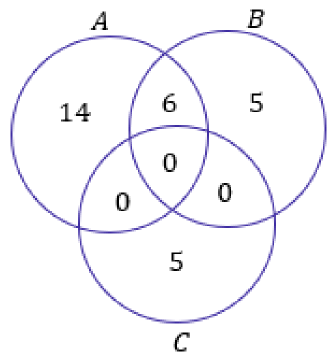
O enunciado ainda fala que **6 dos 25 passageiros estiveram em A e em B**.



Pronto, nesse momento utilizamos todas as informações do enunciado que poderíamos usar para compor o diagrama. Agora, vamos analisar o item propriamente dito. O examinador diz que **se 11 passageiros estiveram em B, então mais de 15 estiveram em A.** Note, do nosso último diagrama, que já marcamos 6 pessoas que visitaram B. Se o examinador diz que foi 11, então sobra **5 pessoas que visitaram APENAS o país B**.



Sabemos que 25 pessoas visitaram A ou B e que **já contabilizamos 11 delas** no diagrama. As **14 pessoas que estão faltando para completar essas 25 pessoas são aquelas que estiveram APENAS no país A**.



Por fim, podemos ver que $14 + 6 = 20$ **pessoas estiverem em A** e, portanto, o item está correto.

Gabarito: CERTO.

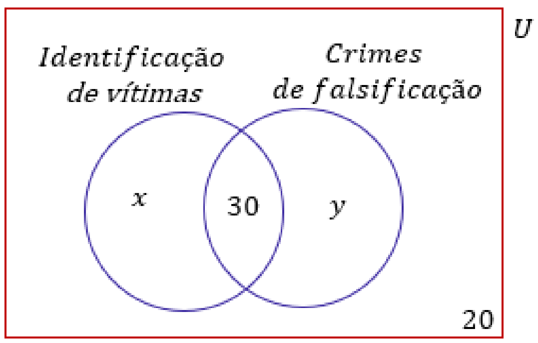
Texto para as próximas questões
O resultado de uma pesquisa acerca da satisfação de 200 papiloscopistas, no que diz respeito às tarefas por eles executadas de identificação de vítimas e de descobertas de crimes de falsificação, foi o seguinte:

I. 30 papiloscopistas sentem-se igualmente satisfeitos ao executar qualquer uma dessas tarefas;
II. 180 papiloscopistas sentem-se satisfeitos ao executar pelo menos uma dessas tarefas.

Considerando que todos os 200 papiloscopistas responderam à pesquisa, julgue o item seguinte.

29. (CESPE/PF/2018) A quantidade de papiloscopistas que se sentem satisfeitos ao executar exatamente uma das referidas tarefas é superior a 100.

Comentários:
Vamos dividir o grupo de **200 papiloscopistas** (que será o conjunto universo) em dois outros conjuntos: **um daqueles que se sentem satisfeitos com a identificação de vítimas** e outro **daqueles que se sentem satisfeitos com a descoberta de crimes de falsificação**.



Note que **30 pessoas se sentem satisfeitas trabalhando em qualquer uma das tarefas**. Além disso, o enunciado mostra que **180 dos 200 papiloscopistas sentem-se satisfeitos ao executar pelo menos uma delas**. Com isso, sobra **20 papiloscopistas que não se sentem satisfeitos identificando vítimas ou**

descobrindo crimes de falsificação. A quantidade de papiloscopistas que se sentem satisfeito apenas com uma tarefa é dada por $x + y$. Sabemos, no entanto, que $x + y + 30 = 180$. Logo,

$$x + y = 150$$

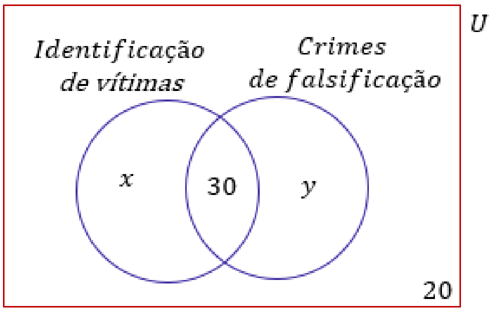
Como **essa quantidade é superior a 100**, o gabarito está correto.

Gabarito: CERTO.

30. (CESPE/PF/2018) Nessa situação, as informações dadas permitem inferir que exatamente 75 papiloscopistas sentem-se satisfeitos ao executarem a tarefa de identificação de vítimas.

Comentários:

Vamos dividir o grupo de **200 papiloscopistas** (que será o conjunto universo) em dois outros conjuntos: **um daqueles que se sentem satisfeitos com a identificação de vítimas** e outro **daqueles que se sentem satisfeitos com a descoberta de crimes de falsificação**.



Note que **30 pessoas se sentem satisfeitas trabalhando em qualquer uma das tarefas**. Além disso, o enunciado mostra que **180 dos 200 papiloscopistas sentem-se satisfeitos ao executar pelo menos uma delas**. Com isso, sobra **20 papiloscopistas que não se sentem satisfeitos identificando vítimas ou descobrindo crimes de falsificação.** **Não há mais informações** que possibilitem concluir exatamente o número de papiloscopistas que se sentem satisfeitos com a tarefa de identificação de vítimas.

Gabarito: ERRADO.

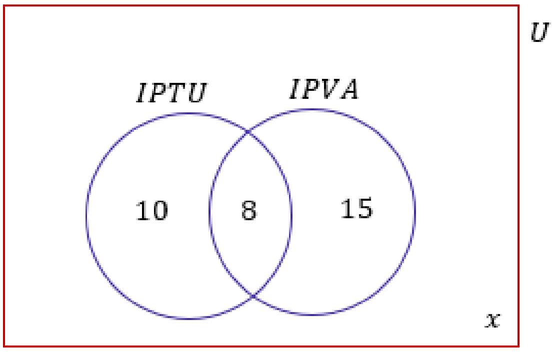
31. (CESPE/SEFAZ-RS/2018) Em determinado dia, os órgãos responsáveis atenderam 50 contribuintes para resolver pendências relativas ao IPTU, ao IPVA e a outros tributos. Sabe-se que foram atendidos:

I. 18 contribuintes com pendências de IPTU;
II. 23 contribuintes com pendências de IPVA;
III. 8 contribuintes com pendências de IPTU e IPVA.
Nesse caso, a quantidade de contribuintes atendidos cujas pendências não se referiam a IPTU nem a IPVA foi igual a

A) 15.

B) 17.
C) 25.
D) 9.
E) 10.

Comentários:
O conjunto universo dessa questão é constituído dos **50 contribuintes**.



O primeiro fato que devemos levar em consideração é que **8 contribuintes tinham pendências de IPTU e IPVA**. Sendo assim, se **18 contribuintes tiveram pendência de IPTU, podemos descontar esses 8 para obter aquele que tiverem pendências APENAS com IPTU**. Analogamente, descontando **8 dos 23 que tiverem pendência de IPVA, obtemos aqueles que tiverem pendências APENAS com IPVA**.

Queremos, no entanto, descobrir **quanto desses 50 não tiveram problema com nenhum desses dois impostos**. Vamos chamar essa quantidade de x. Se somarmos todos os valores que estão presentes no digrama que desenhamos, **essa soma deve totalizar os 50 contribuintes do nosso conjunto universo**.

$$10 + 8 + 15 + x = 50$$

$$33 + x = 50$$

$$x = 17$$

Gabarito: Letra B.

32. (CESPE/PREF. SÃO CRISTOVÃO/2019) Considerando as propriedades e as operações fundamentais dos números inteiros, racionais, irracionais e reais, julgue o item a seguir:

O produto de dois números racionais é sempre um número racional. O mesmo é válido para números irracionais: o produto de dois números irracionais é sempre um número irracional.

Comentários:

De maneira simplificada, podemos conceituar um número racional como **todo número que pode ser escrito na forma de fração**. De fato, como vimos na teoria, **a multiplicação de dois números racionais será um racional**, mas **o produto** de dois números irracionais **nem sempre será irracional**.

$$\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$$

Gabarito: ERRADO.

33. (CESPE/PREF. SÃO CRISTOVÃO/2019) Considerando as propriedades e as operações fundamentais dos números inteiros, racionais, irracionais e reais, julgue o item a seguir:

Todo conjunto não vazio de números inteiros positivos possui um menor elemento, isto é, se S é um conjunto de números inteiros positivos, não vazio, então existe $s \in S$ tal que $s \leq x$, para todo $x \in S$. Essa mesma propriedade é também válida para conjuntos não vazios de números reais positivos.

Comentários:

Queremos saber se sempre em um **conjunto não vazio de números inteiros positivos,** vamos ter um valor que será menor que qualquer outro que pertença a esse conjunto. Por exemplo,

$$A = \{\mathbf{5}, 102, 532, 1023\}$$

$$B = \{100, \mathbf{20}, 50, 123, 999\}$$

$$C = \{34212, 23122, \mathbf{7237}, 12831, 23812\}$$

Perceba que **não importa que conjunto montamos com números inteiros positivos**, sempre haverá um elemento que será menor (ou igual) que qualquer outro elemento desse conjunto. Esse fato é conhecido como **Princípio da Boa Ordenação ou Princípio da Boa Ordem**, cuja demonstração foge do escopo do nosso curso. De toda forma, **é um princípio bastante intuitivo**.

Acontece que, tal princípio **é apenas válido para os números naturais (ou números inteiros positivos).** Imagine o intervalo (10,15). Como o 10 não está contido no conjunto, **você pode chegar tão próximo dele quanto se queira**. Sempre haverá um número menor. Por exemplo, se você diz que o menor número do intervalo (10, 15) é 10,000000000001, isso não é verdade pois 10,0000000000000000001 também é um elemento dele.

Nessas situações, **em que o limite inferior do intervalo é aberto**, sempre encontraremos um número menor, **não importa o quão pequeno seja o número que estamos pensando**. Logo, **o item se encontra errado pois o Princípio da Boa Ordenação não é válido para o conjunto dos reais**, conforme exemplo ilustrado acima.

Gabarito: ERRADO.

34. (CESPE/SEDF/2017) O resultado da soma dos números reais a e b será um número racional se, e somente se, cada um dos números a e b for um número racional.

Comentários:

Um jeito rápido de julgar esse item é **buscar um contraexemplo**. Considere os seguintes números reais:

$$a = 2 + \sqrt{3}$$

$$b = 2 - \sqrt{3}$$

Note que **ambos são números irracionais**. Vamos somá-los e ver que número obtemos.

$$N = a + b$$

$$N = \left(2 + \sqrt{3}\right) + (2 - \sqrt{3})$$

$$N = 4$$

Ora, **somamos dois números irracionais e obtivemos um número racional**! Logo, para a soma de dois números ser um número racional, **não é necessário que os dois sejam racionais**.

Gabarito: ERRADO.

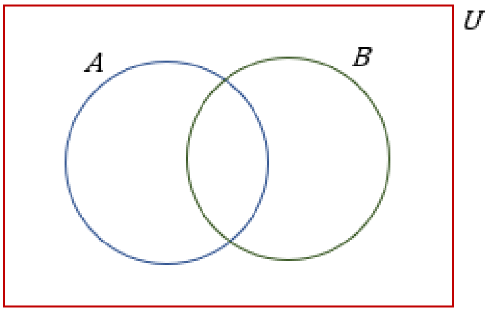
FCC

35. (FCC/SABEPS/2019) Um grupo é formado por 410 ciclistas. Desses ciclistas 260 praticam natação e 330 correm regularmente. Sabendo que 30 ciclistas não nadam e não correm regularmente, o número de ciclistas que praticam natação e correm regularmente é:

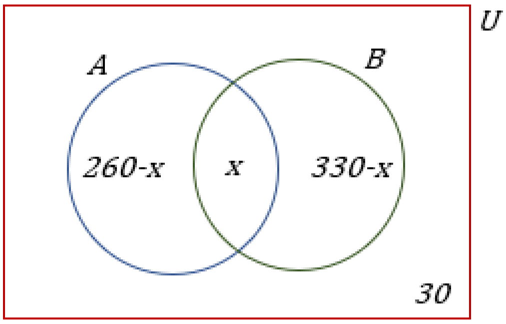
A) 170.
B) 150.
C) 130.
D) 190.
E) 210.

Comentários:

O conjunto formado pelos **410 ciclistas é o nosso conjunto universo (U)**. Dentro desse universo, temos dois grupos: **os nadadores (A) e os corredores (B)**. É possível representar essa situação utilizando diagramas de Venn conforme mostrado logo abaixo.



Note que o conjunto dos nadadores (A) e o conjunto dos corredores (B) estão completamente inseridos dentro do conjunto universo de ciclistas (U). Além disso, é importante notar **a existência de um espaço comum entre os nadadores e os corredores.** Essa região, **denominada de intersecção**, é a parte do diagrama que representa **a pessoa que pratica natação e que também corre**. Saber quantas pessoas estão nessa parte do diagrama é exatamente o que a questão pede.



Vamos chamar **a quantidade de elementos na intersecção de x**. Como a questão disse que 260 pessoas praticam natação, então as pessoas que **praticam APENAS natação é dada por $260 - x$**. Devemos fazer essa subtração pois sabemos que existem x pessoas que praticam natação e corrida. Se 260 pessoas, ao total, praticam natação, **quando descontamos o x, estamos obtendo apenas aqueles que fazem natação e não correm**. Está claro, pessoal?!

Analogamente, **se existem 330 pessoas que correm, então o número de pessoas que APENAS corre será dado por $330 - x$,** pois devemos descontar aquelas pessoas que correm e nadam. O enunciado disse que **30 ciclistas não nadam e não correm**, ou seja, **são apenas ciclistas**. Esse número fica de fora dos conjuntos A e B. Sabemos que o total de ciclistas é 410. **É preciso somar cada uma das partes do diagrama para obter o número total de ciclistas que estão envolvidos**.

$$APENAS\ NADA\ +\ APENAS\ CORRE\ +\ NADA\ E\ CORRE\ +\ NÃO\ CORRE\ E\ NÃO\ NADA\ =\ 410.$$

$$(260 - x) + (330 - x) + x = 410$$

$$-x = -620 + 410$$

$$x = 210$$

Gabarito: Letra E.

36. (FCC/METRO-SP/2019) Um encontro foi realizado com 104 ilustradores. Dentre esses ilustradores, 47 também são compositores e 22 também são escritores. Sabendo que 55 ilustradores não são nem compositores nem escritores, o número de pessoas no encontro que trabalham nas três atividades é:

A) 12.

B) 14.

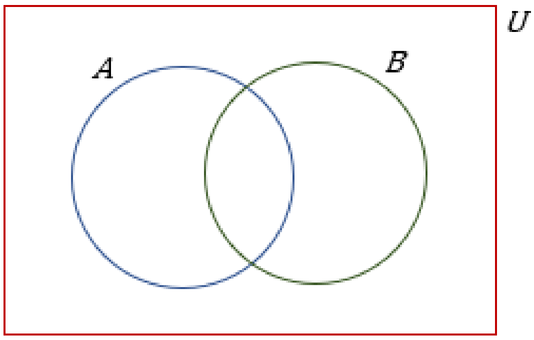
C) 16.

D) 18.

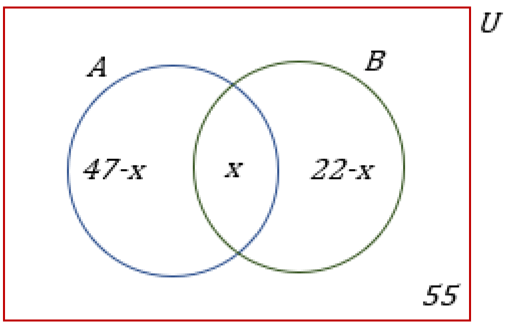
E) 20.

Comentários:

Questão muito parecida com a anterior. Nesse caso, temos que nosso **conjunto universo (U) é formado por 104 ilustradores**. Dentro desse universo, temos dois grupos: **os compositores (A) e os escritores (B).** A representação por diagrama de Venn fica conforme a figura logo a seguir.



Observe que a presença da intersecção entre os conjuntos A e B. **Essa intersecção representa os ilustradores que são ao mesmo tempo compositores e escritores.** O enunciado da questão pede exatamente a quantidade de representada pela intersecção dos conjuntos. Vamos, portanto, chamar a **quantidade de elementos na intersecção de x**.



A questão informou que **temos 47 compositores**. Para saber a quantidade de pessoas que **são APENAS compositores e não são escritores, devemos subtrair de 47 a intersecção**. Portanto, o número de ilustradores que são **apenas compositores é $47 - x$**. Analogamente, o número de ilustradores que são apenas escritores será $\mathbf{22 - x}$. Por último, note que temos **55 ilustradores que não são compositores nem escritores e por isso, representamos o valor fora dos dois conjuntos mas ainda dentro do nosso universo**.

Beleza, professor! Organizei as quantidades de cada conjunto, como faço para descobrir a intersecção?! Utilize mais uma informação: **são 104 ilustradores**! Logo, a soma de cada parte do diagrama acima deve totalizar os 104.

$$SÓ\ COMPÕE + SÓ\ ESCREVE + COMPÕE\ E\ ESCREVE + NÃO\ COMPÕE\ E\ NÃO\ ESCREVE = 104$$

$$(47 - x) + (22 \cancel{- x}) \cancel{+ x} + 55 = 104$$

$$124 - x = 104$$

$$x = 20$$

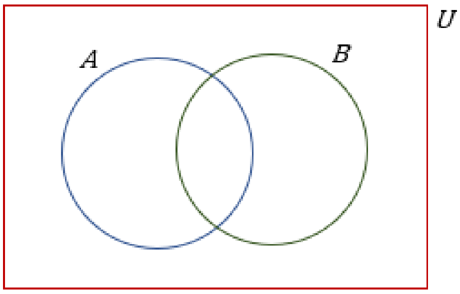
Gabarito: Letra E.

37. (FCC/CM-FORTALEZA/2019) Uma empresa de entregas conta com 44 motoristas, que dirigem apenas caminhão, apenas moto ou ambos. Se 23 deles dirigem caminhão e 27, moto, o número de motoristas que dirigem apenas caminhão é

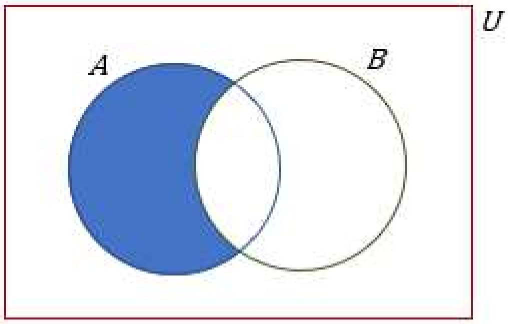
A) 17.
B) 16.
C) 15.
D) 14.
E) 18.

Comentários:

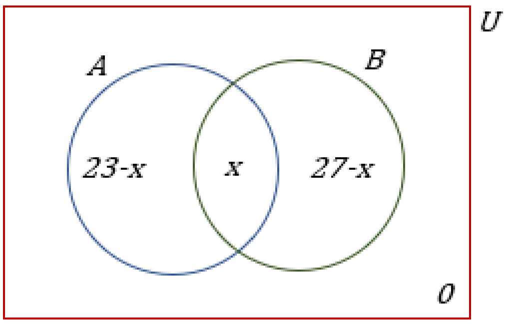
O nosso **conjunto universo é composto de 44 motoristas**. Sabemos que **23 deles dirigem caminhão (A)** e **27, moto (B).** Quando fazemos a soma $\mathbf{23 + 27 = 50}$, pode ser que você pense que o problema está errado e não está fazendo sentido, pois ao somar individualmente aqueles que dirigem caminhão e os que dirigem moto, **obtivemos um número maior do que 44**. Isso acontece pois **existem pessoas que dirigem caminhão e também dirigem moto e quando fazemos a soma direta $23 + 27 = 50$, estamos contando elas duas vezes!** Podemos esquematizar o problema através dos diagrames de Venn.



Na figura acima, temos representado o conjunto universo de motoristas (U). Dentro dele, temos dois conjuntos: o conjunto dos motoristas que dirigem caminhão (A) e o conjunto dos motoristas que dirigem moto (B). **Perceba que existe uma intersecção entre os conjuntos A e B**. Essa intersecção representa os motoristas que **dirigem caminhão e TAMBÉM dirigem moto**. Queremos saber apenas a quantidade de motoristas que **APENAS dirigem caminhão, ou seja, a parte pintada do diagrama abaixo**.



Para determinar o que é pedido pelo enunciado, primeiro devemos determinar a intersecção entre os dois conjuntos. Vamos chamar a quantidade de motoristas que dirigem caminhão e dirigem moto de x.



Observe que a quantidade de motoristas que dirigem APENAS caminhão é $23 - x$. Além disso, a quantidade de motoristas que dirigem APENAS moto é $27 - x$. Por último, **não existem motoristas que não dirigem caminhão e também não dirigem moto**. Por esse motivo, colocamos o 0 fora dos dois conjuntos. Para determinarmos o x, devemos somar cada uma das quantidades e **igualar ao total de motoristas**.

$$apenas\ caminhão + apenas\ moto + caminhão\ e\ moto = 44$$

$$(23 - x) + (27 - x) + x = 44$$
$$50 - x = 44$$
$$x = 6$$

Para determinar o número de motoristas que **dirigem APENAS caminhão**, devemos pegar o número de motoristas que **dirigem caminhão e subtrair do número de motoristas que dirigem caminhão e moto**.

$$\begin{aligned} dirigem\ apenas\ caminhão &= 23 - x \\ &= 23 - 6 \\ &= 17 \end{aligned}$$

Gabarito: Letra A.

38. (FCC/TRF-3/2019) O número de matriculados nas disciplinas de Cálculo, Estatística e Microeconomia é 150. Sabe-se que 12 deles cursam simultaneamente Microeconomia e Estatística, e que 80 deles cursam somente Cálculo. Os alunos matriculados em Microeconomia não cursam Cálculo. Se a turma de Cálculo tem 96 alunos e a de Estatística, 35, o número de alunos na turma de Microeconomia é

A) 12.

B) 47.

C) 7.

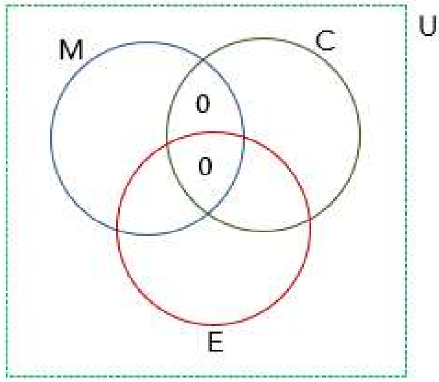
D) 28.

E) 23.

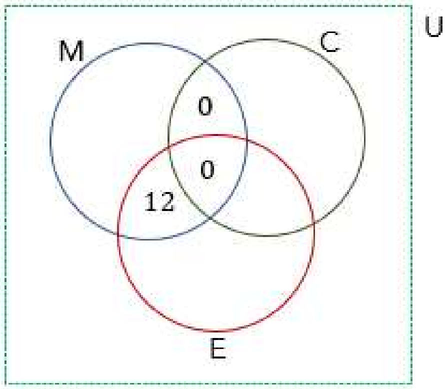
Comentários:

Nosso **conjunto universo é formado por 150 alunos** que estão matriculados em três disciplinas: Cálculo (C), Estatística (E) e Microeconomia (M). Lembre-se que nesse tipo de questão, nossa abordagem sempre **é começar pela intersecção dos três conjuntos**, depois, partimos para **as intersecções dois a dois** e por fim, para as regiões isoladas.

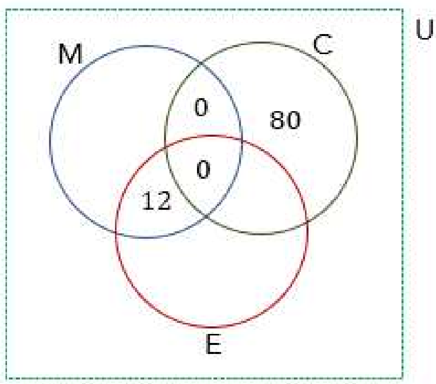
Comece se perguntando: *qual a quantidade de alunos que cursam as 3 disciplinas?* **A resposta será zero**! Veja que, de acordo com o enunciado, **não existem alunos que são matriculados em Microeconomia e Cálculo ao mesmo tempo**. Sendo assim, se não existe aluno matriculado nas duas, **não pode ter aluno matriculado nas 3**.



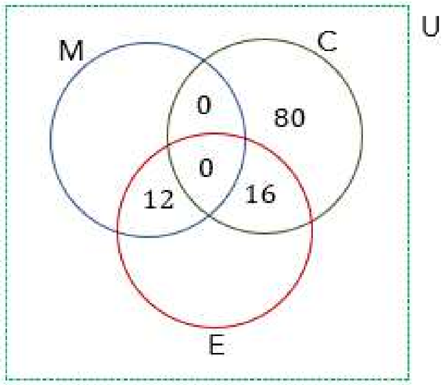
Sabemos ainda que **12 deles cursam simultaneamente Microeconomia e Estatística**.



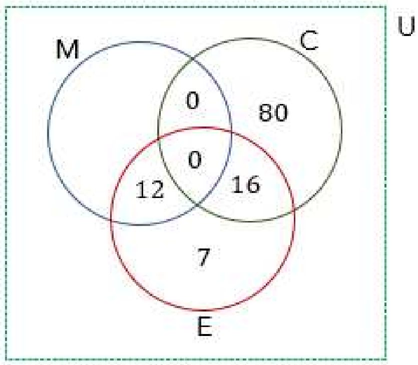
80 deles cursam SOMENTE cálculo.



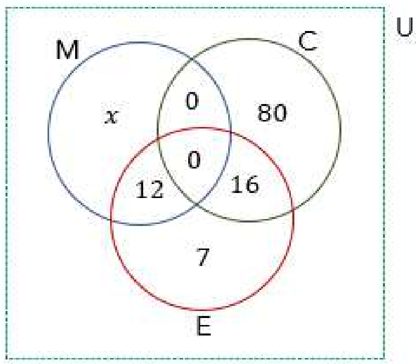
Como temos 80 alunos que fazem somente Cálculo, então **devemos ter 16 alunos que fazem Cálculo e Estatística para poder completar os 96 alunos da turma.**



São **35 alunos de Estatística** e no diagrama temos $12 + 16 = 28$. Logo, **7 alunos cursam somente Estatística**.



Seja x a quantidade de alunos que fazem **apenas Microeconomia**.



A quantidade de alunos elencadas nos diagramas acima deve **totalizar os 150 alunos dos 3 cursos**.

$$x + 12 + 0 + 0 + 7 + 16 + 80 = 150$$

$$x + 115 = 150$$

$$x = 35$$

Cuidado aqui! **35 é a quantidade de alunos que fazem APENAS Microeconomia**. Para descobrir o total de alunos de Microeconomia devemos somar com aqueles que também fazem Estatística (12). Logo,

$$\boldsymbol{n(M) = 35 + 12}$$

$$\boldsymbol{n(M) = 47}$$

Gabarito: Letra B.

39. (FCC/SEFAZ-BA/2019) Os ministérios A, B e C do Governo Federal de determinado país foram fundidos em um só. Para o novo ministério, foram alocados 300 assessores especiais, alguns deles com passagens em mais de um desses três ministérios. Os que haviam trabalhado em exatamente dois dentre os três ministérios antigos eram 171. Os que haviam trabalhado nos três ministérios antigos eram 17. Os que haviam trabalhado apenas no Ministério A eram 52. Os que haviam trabalhado no ministério B e no C eram 84, enquanto os que haviam trabalhado no ministério A e no C eram 64. O número total dos assessores que haviam trabalhado apenas no ministério B ou apenas no C é igual a

A) 23.

B) 60.

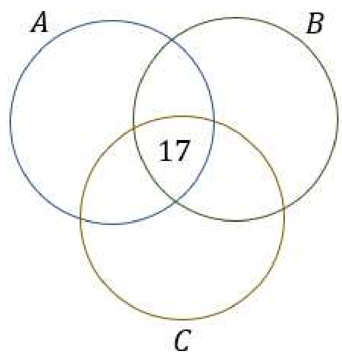
C) 100.

D) 112.

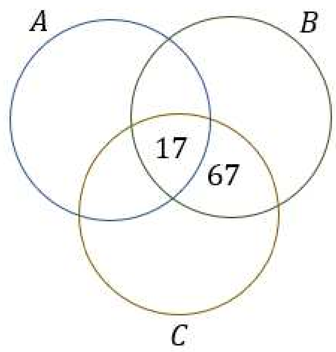
E) 141.

Comentários:

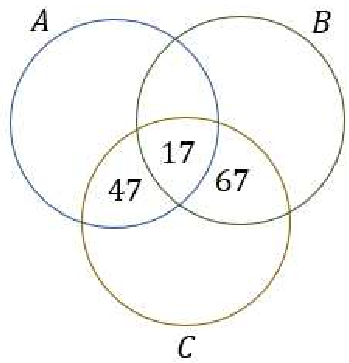
Pessoal, nesse tipo de questão que envolvem 3 conjuntos, seguimos uma mesma abordagem. A primeira coisa que devemos nos perguntar é **quantos elementos possui a intersecção entre os três conjuntos**. O enunciado fornece esse valor: **17 trabalharam nos 3 ministérios**.



Uma vez que sabemos a intersecção dos três conjuntos, podemos partir para analisar as intersecções entre dois deles. Foi dito que 84 haviam trabalhado nos ministérios B e C, mas, para representar isso no diagrama, devemos tirar aqueles que além de trabalhar B e C, também trabalham em A. Logo, $84 - 17 = \boldsymbol{67}$ **trabalharam APENAS nos ministérios B e C**.



Faremos o mesmo para contabilizar aqueles que **APENAS trabalharam nos ministérios A e C**. O enunciado diz que **64 trabalharam nos ministérios A e C**, mas, esse número contém os funcionários que além de terem trabalhando nos ministérios A e C, trabalhou no B também. Logo, **devemos diminuir o número da intersecção**. Com isso, concluímos que $64 - 17 =$ **47 trabalharam APENAS nos ministérios A e C**.

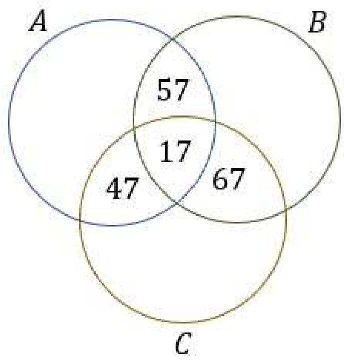


Falta, ainda, descobrir **quantas pessoas trabalharam APENAS nos ministérios A e B**. Para isso, vamos usar a informação de que **171 pessoas trabalharam exatamente em 2 ministérios**. Na nossa contabilização, temos que 67 trabalharam em B e C, 47 trabalhou em A e C e x trabalhou em A e B.

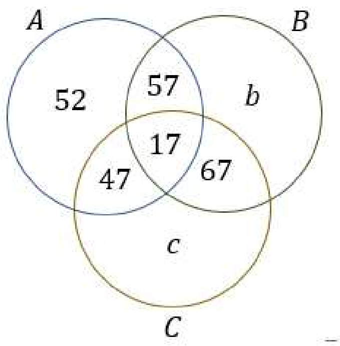
$$67 + 47 + x = 171$$

$$x = 57$$

Podemos levar esse resultado para o nosso diagrama.



Por fim, podemos partir para análise de **quantas pessoas trabalharam exclusivamente em um único ministério.** O próprio enunciado falou que **52 pessoas trabalharam APENAS no A**.



Note que **chamamos a quantidade de pessoas que trabalharam APENAS no ministério B de b e a quantidade de pessoas que trabalharam APENAS no ministério C de c**. O enunciado quer exatamente a soma $b + c$, concorda?! Ao somar todos os valores que estão discriminados no diagrama, **devemos obter exatamente os 300 assessores realocados.**

$$52 + 57 + 17 + 47 + 67 + (b + c) = 300$$
$$240 + (b + c) = 300$$
$$b + c = 60$$

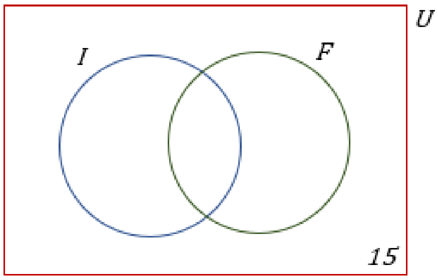
Gabarito: Letra B.

40. (FCC/CLDF/2018) Em uma escola com 150 alunos, são oferecidos cursos de Inglês e Francês. Conforme um levantamento, 15 alunos desta escola não estão frequentando estes cursos e 90 frequentam o curso de Inglês. Se 72 alunos frequentam o curso de Francês, então o número de alunos que frequenta um e somente um dos cursos é igual a

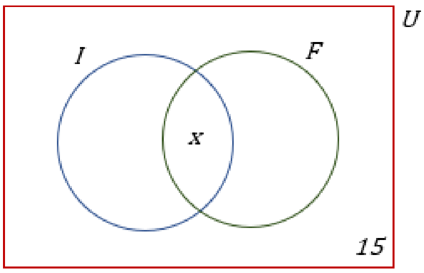
A) 144.
B) 138.
C) 132.
D) 108.
E) 126.

Comentários:

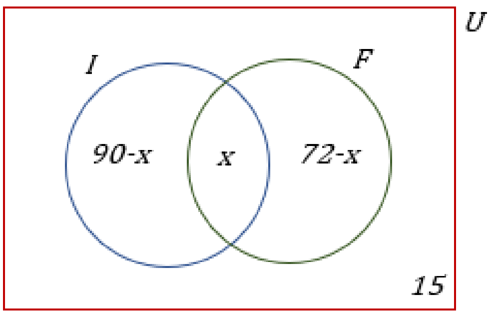
O **conjunto universo** da nossa questão é formado pelos **150 alunos da escola**. Esses 150 alunos **podem fazer 2 cursos ou não fazer nenhum**. A primeira informação que temos é que **15 alunos não frequentam nenhum dos cursos**. Em diagramas, podemos representar essa informação da seguinte maneira:



Observe que a **questão não informou a quantidade de alunos que fazem os dois cursos simultaneamente**. Portanto, vamos chamá-la de x e colocá-la no diagrama.



Se 90 frequentam o curso de inglês, então $90 - x$ frequentam **APENAS o curso de inglês**. Se 72 alunos frequentam o curso de Francês, então $72 - x$ frequentam **APENAS o curso de Francês**.



Nosso diagrama está completamente preenchido. Você concorda que **ao somar individualmente as quantidades acima**, deveremos obter o total de alunos dessa escola, isto é, 150?

$$(90 - x) + (72 - x) + x + 15 = 150$$
$$177 - x = 150$$
$$x = 27$$

A questão não quer saber quantos alunos fazem os dois cursos simultaneamente. **Ela pede a quantidade de alunos que fazem APENAS um único curso**. Logo,

$$(90 - x) + (72 - x) = 63 + 45 = 108$$

Gabarito: Letra D.

E usando o Princípio da Inclusão-Exclusão? Como ficaria? **Seja $\boldsymbol{I}$ o conjunto daqueles que fazem o curso de inglês e $\boldsymbol{F}$ o conjunto formado por aqueles que fazem o curso de francês.** Se a escola tem 150 alunos e foi dito que 15 alunos não fazem nenhum dos cursos, então:

$$n(I \cup F) = 150 - 15 = 135$$

São 135 alunos que fazem pelo menos um dos cursos. A questão diz ainda que: $\boldsymbol{n(I) = 90}$ e $\boldsymbol{n(F) = 72}$.

$$n(I \cup F) = n(I) + n(F) - n(I \cap F)$$
$$135 = 90 + 72 - n(I \cap F)$$
$$n(I \cap F) = 27$$

Com isso, descobrimos que **27 pessoas fazem simultaneamente o curso de inglês e de francês**. A questão pede a quantidade de alunos que fazem **apenas um dos cursos**. Se 27 dos que fazem inglês também fazem francês, então $\boldsymbol{90 - 27 = 63}$ fazem apenas inglês. Analogamente, $\boldsymbol{72 - 27 = 45}$ fazem apenas francês.

$$63 + 45 = 108 \; alunos$$

Gabarito: Letra D.

Complementares

41. (PREF. IMBÉ/2020) Analise as assertivas abaixo e assinale V, se verdadeiras, ou F, se falsas.

( ) **34 é sucessor de 35.**
( ) **Todo número natural tem antecessor, menos o zero.**
( ) **3,5,7,9,11 é uma sequência de números naturais pares.**

A ordem correta de preenchimento dos parênteses, de cima para baixo, é:

A) F – V – F.
B) V – F – V.
C) F – F – V.
D) V – V – F.
E) F – F – F.

Comentários:

$(\boldsymbol{F})$ **34 é sucessor de 35.**

Assertiva falsa. 34 vem antes do 35, portanto, **é seu antecessor.**

$(\boldsymbol{V})$ **Todo número natural tem antecessor, menos o zero.**

Assertiva verdadeira. Perceba que **o antecessor do $\mathbf{0}$ seria o $\mathbf{-1}$**. No entanto, lembre-se que **$\mathbf{-1}$ não é um número natural**, mas sim, um número inteiro. Qualquer outro natural possuirá um antecessor: o antecessor do 1 será o 0, do 2 será o 1...

$(\boldsymbol{F})$ **3,5,7,9,11 é uma sequência de números naturais pares.**

Assertiva falsa. Os números pares são: $0, 2, 4, 6, \ldots$. Os números apresentados na sequência **são ímpares**.

Gabarito: Letra A.

42. (PREF. SA SUDOESTE/2020) Assinale a alternativa que representa a quantidade de números pares existentes na sequência {1, 3, 5, 8, 16, 20, 30, 50, 88, 100, 552, 663, 1000, 1114}.

A) 10

B) 20

C) 30

D) 40

Comentários:

Para identificar se um número é par, basta dividi-lo por 2. **Se a divisão for exata, então o número é par. Se a divisão não for exata, então ele é ímpar**. Uma dica para facilitar nossa vida na identificação dos pares é tentar lembrar apenas os primeiros: $\mathbf{0, 2, 4, 6}$ ***e*** $\mathbf{8}$. Qualquer número que termine com um desses algarismos **também será um número par**.

$$\{\mathbf{1, 3, 5, 8, 16, 20, 30, 50, 88, 100, 552, 663, 1000, 1114}\}$$

Os números destacados **são todos pares**. Quando contamos, descobrimos que temos 10 deles.

Gabarito: Letra A.

43. (CRA PR/2020) Acerca dos conjuntos dos números naturais, dos números inteiros e dos números racionais, de suas operações e de suas propriedades, julgue o item:

a diferença entre dois números naturais é sempre um número natural.

Comentários:

O melhor jeito de julgar assertivas desse tipo é **procurar um exemplo**. Observe quando fazemos a diferença $\mathbf{3-5=-2}$. São dois números naturais que, quando calculamos a sua subtração, **obtemos um número negativo**.

Sabemos que, no conjunto dos números naturais, **não temos números negativos**! Eles vão aparecer **a partir no conjunto dos números inteiros**. Portanto, **o item encontra-se errado** ao afirmar que a diferença entre dois números naturais será sempre um natural. Ela poderá ser um inteiro!

Gabarito: ERRADO.

44. (CRA-PR/2020) Acerca dos conjuntos dos números naturais, dos números inteiros e dos números racionais, de suas operações e de suas propriedades, julgue o item:

o produto entre dois números naturais é sempre um número natural.

Comentários:
Lembre-se do conjunto dos números naturais:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \dots\}$$

Observe que, com exceção do 0, **todos são números positivos**. Sabemos que a multiplicação de dois números positivos **sempre dará um outro número positivo**. Logo, não há perigo de multiplicarmos nenhum dos números do conjunto acima e obter um número negativo (**que sabemos que não é um natural**).

Além disso, **qualquer multiplicação em que um dos fatores seja 0, também dará 0**. Dessa forma, percebemos que **não há como** a multiplicação de dois números naturais não ser um número natural e, portanto, o item está correto.

Gabarito: CERTO.

45. (CRA-PR/2020) Acerca dos conjuntos dos números naturais, dos números inteiros e dos números racionais, de suas operações e de suas propriedades, julgue o item: o conjunto dos números inteiros está contido no conjunto dos números naturais.

Comentários:
Lembre-se do conjunto dos números naturais:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \dots\}$$

Agora, lembre-se do conjunto dos números inteiros:

$$\mathbb{Z} = \{\dots - 4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 \dots\}$$

Observe que **não é o conjunto dos inteiros que está contido nos naturais**, é exatamente o contrário! **O conjunto dos números naturais é que está contido no conjunto dos números inteiros**. Muita atenção com esse tipo de abordagem!

Gabarito: ERRADO.

46. (PREF. BARRA VELHA/2020) Marque a alternativa CORRETA em relação a sucessor e antecessor de um número.

A) A diferença entre o sucessor e o antecessor de um número é sempre dois.

B) O sucessor de um número negativo é sempre um número negativo.

C) Todos os números naturais têm antecessor.

D) Nenhuma das alternativas.

Comentários:

A) A diferença entre o sucessor e o antecessor de um número é sempre dois.

Alternativa correta. Seja n um número inteiro qualquer. O **antecessor de $\boldsymbol{n}$ será $\boldsymbol{n-1}$**. O **sucessor de $\boldsymbol{n}$ será $\boldsymbol{n+1}$**. Quando fazemos a diferença, obtemos que:

$$\Delta = (n+1) - (n-1)$$

$$\Delta = n + 1 - n + 1$$

$$\Delta = 2$$

B) O sucessor de um número negativo é sempre um número negativo.

Alternativa incorreta. Lembre-se que **o sucessor de $\boldsymbol{-1}$ é o $\boldsymbol{0}$**. O número **$\boldsymbol{0}$ não é negativo**.

C) Todos os números naturais têm antecessor.

Alternativa incorreta. O número **$\boldsymbol{0}$ não possui antecessor natural**. O antecessor do 0 seria o número -1, que é um número inteiro.

D) Nenhuma das alternativas.

Alternativa incorreta. Verificamos que **a alternativa A está correta**.

Gabarito: Letra A.

47. (PREF.PARAÍ/2019) Considere as seguintes afirmações sobre os números naturais:

I. A soma de dois números naturais pares é sempre um número par.
II. A soma de dois números ímpares é sempre um número ímpar.
III. Há infinitos números primos.

Quais estão corretas?
A) Apenas I.
B) Apenas II.
C) Apenas I e II.
D) Apenas I e III.
E) I, II e III.

Comentários:
I. A soma de dois números naturais pares é sempre um número par.
Assertiva verdadeira. Sabemos que se **n_1 e n_2 são dois números pares**, então eles podem ser escritos na forma $\boldsymbol{n_1 = 2p}$ e $\boldsymbol{n_2 = 2q}$. Seja s a soma dos dois, então:

$$s = n_1 + n_2$$
$$s = 2p + 2q$$
$$s = 2 \cdot (p + q)$$

Perceba que **s possui o fator 2** e, portanto, **também é um número par**.

II. A soma de dois números ímpares é sempre um número ímpar.
Assertiva falsa. Para julgar essa afirmativa, é suficiente buscarmos um contraexemplo. Quando somamos 1 e 3, **que são números ímpares**, obtemos 4, **que é um número par**.

III. Há infinitos números primos.
Assertiva verdadeira.

Gabarito: Letra D.

48. (PREF. PINHEIRO PRETO/2019) Assinale a alternativa que apresenta apenas números irracionais.
A) $4,2,1$.
B) $\sqrt{2}, \frac{3}{2}, \pi$
C) $\sqrt{2}, \sqrt{5}, \pi$
D) $\sqrt{9}, \sqrt{81}, \sqrt{100}$
E) $\sqrt{2}, \sqrt[3]{8}, \pi$

Comentários:
A) $4, 2, 1$.

Alternativa incorreta. Os números representados na alternativa **são números naturais**.

B) $\sqrt{2}, \frac{3}{2}, \pi$

Alternativa incorreta. Apesar de $\sqrt{2}$ e π serem exemplos de números irracionais, temos que $\mathbf{\frac{3}{2}}$ **é um número racional**, uma vez que trata-se de um número com representação decimal finita.

C) $\sqrt{2}, \sqrt{5}, \pi$

Alternativa correta. $\sqrt{2}, \sqrt{5}\ e\ \pi$ são exemplos de números irracionais, já que **são dízimas não periódicas** e, portanto, impossível de convertê-las em uma forma fracionária;

D) $\sqrt{9}, \sqrt{81}, \sqrt{100}$

Alternativa incorreta. Lembre-se que **nem todas as raízes são números irracionais**. Observe que:

$$\sqrt{9} = 3; \qquad \sqrt{81} = 9; \qquad \sqrt{100} = 10$$

Logo, apesar de estarem na forma de raízes, **os números da alternativa são números naturais**.

E) $\sqrt{2}, \sqrt[3]{8}, \pi$

Alternativa incorreta. De fato, $\sqrt{2}$ e π são números irracionais. No entanto, como $\sqrt[3]{8} = 2$, então **temos um número natural na lista**.

Gabarito: Letra C**.**

49. (PREF. PERUÍBE/2029) Em relação ao conjunto dos números reais, é verdade que

A) o produto de dois números irracionais não pode ser um número racional.
B) a soma de dois números irracionais distintos é sempre um número irracional.
C) todo número racional tem uma representação decimal finita.
D) o número $43/71$ não é racional, pois sua representação decimal não é periódica.
E) se a representação decimal infinita de um número é periódica, então esse número é racional.

Comentários:

A) o produto de dois números irracionais não pode ser um número racional.

Alternativa incorreta. Vamos recorrer a um exemplo para mostrar que isso não é verdade. Considere os números irracionais $\mathbf{\sqrt{5}}$ **e** $\mathbf{\sqrt{20}}$. Quando fazemos o produto desses dois números, obtemos que $\mathbf{\sqrt{5} \times \sqrt{20} = \sqrt{100} = 10}$. Note que, **o produto dos dois números irracionais** **deu um número racional.**

B) a soma de dois números irracionais distintos é sempre um número irracional.

Alternativa incorreta. Vamos recorrer também a um exemplo para mostrar que isso não é verdade. Considere **os números irracionais** $\mathbf{1 + \sqrt{3}}$ **e** $\mathbf{1 - \sqrt{3}}$. Vamos somá-los?

$$S = \left(1 + \sqrt{3}\right) + \left(1 - \sqrt{3}\right)$$

$$S = 2$$

Logo, a soma dos números irracionais distintos que escolhemos **resultou em um número natural**!

C) todo número racional tem uma representação decimal finita.
Alternativa incorreta. Isso não é necessariamente verdade! Dízimas periódicas, apesar de possuírem uma representação decimal infinita, **são consideradas números racionais pois podem ser escritas na forma de uma fração** (a chamada fração geratriz).

D) o número $43/71$ não é racional, pois sua representação decimal não é periódica.
Alternativa incorreta. Simplesmente pelo fato de poder ser **representado na forma de uma fração**, **já é suficiente para considerá-lo um número racional**. Além disso, sua representação decimal é periódica.

E) se a representação decimal infinita de um número é periódica, então esse número é racional.
Alternativa correta. Sabemos que se a representação decimal infinita de um número é periódica, então estamos falando das dízimas periódicas. **Qualquer dízima periódica pode ser representada na forma de uma fração geratriz**. Se pode ser representada por fração, então trata-se de um número irracional.

Gabarito: Letra E.

50. (CM MANDAGUARI/2019) Considerando os conjuntos numéricos, assinale a alternativa CORRETA:
A) O número $\sqrt{2} \in \mathbb{N}$
B) O número $\pi \in \mathbb{Q}$
C) O número $\sqrt{3} \in \mathbb{Q}$
D) O número $\sqrt{36} \in \mathbb{Q}$

Comentários:
A) O número $\sqrt{2} \in \mathbb{N}$
Alternativa incorreta. $\sqrt{2}$ **é um número irracional** e não um número natural.

B) O número $\pi \in \mathbb{Q}$.
Alternativa incorreta. $\mathbb{Q}$ é o conjunto dos números racionais. **O número $\pi = 3,1415 \ldots$ é um número irracional** pois sua representação decimal infinita é aperiódica e, portanto, não pode ser convertido em uma forma fracionária.

C) O número $\sqrt{3} \in \mathbb{Q}$

Alternativa incorreta. $\mathbb{Q}$ é o conjunto dos números racionais. **O número $\sqrt{3} = 1,7320 \ldots$ é um número irracional** pois sua representação decimal infinita é aperiódica e, portanto, **não pode ser convertido em uma forma fracionária**.

D) O número $\sqrt{36} \in \mathbb{Q}$

Alternativa correta. $\sqrt{36} = 6$. Veja que **6 é um número natural** que, como estudamos, está contido no conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$).

Gabarito: LETRA D.

LISTA DE QUESTÕES

FGV

1. (FGV/PREF. SALVADOR/2019) Em uma classe de 20 estudantes, 12 são meninas. Além disso, dos 20 estudantes, 15 gostam de Matemática. É correto concluir que

a) nenhuma menina gosta de Matemática.

b) todas as meninas gostam de Matemática.

c) no máximo 7 meninas gostam de Matemática.

d) no mínimo 7 meninas gostam de Matemática.

e) exatamente 7 meninas gostam de Matemática.

2. (FGV/PREF. SALVADOR/2019) 50 atletas estão treinando e todos usam bermuda e camiseta do mesmo modelo, mas com cores diversas. Entre esses atletas há 20 com bermudas brancas, 25 com camisetas brancas e 12 com bermudas e camisetas brancas. Assinale a opção que indica o número de atletas que não estão vestindo nenhuma peça branca.

a) 5

b) 13

c) 15

d) 17

e) 20

3. (FGV/PREF. ANGRA/2019) Aos 5 anos, toda criança deve tomar um reforço das vacinas tríplice e pólio. Uma pesquisa feita com as 80 crianças que entraram no 1º ano do Ensino Fundamental de uma escola mostrou que:

- 54 alunos tomaram a vacina tríplice.
- 52 alunos tomaram a vacina pólio.
- 16 alunos não tomaram nenhuma das duas vacinas.

O número de alunos que tomou as duas vacinas é

a) 42.

b) 44.

c) 46.

d) 48.

e) 50.

4. (FGV/MPE-RJ/2019) Sobre os conjuntos A e B, sabe-se que:
- $(A - B)$ tem 7 elementos;
- A tem 28 elementos;
- A união de A e B tem 38 elementos

O número de elementos do conjunto B é:

a) 10;

b) 18;

c) 19;

d) 31;

e) 35.

5. (FGV/BANESTES/2018) Um conjunto tem 8 elementos, outro conjunto tem 9 elementos e a união deles tem 12 elementos. O número de elementos da interseção desses conjuntos é:

a) 1;

b) 2;

c) 3;

d) 4;

e) 5.

6. (FGV/COMPESA/2018) Em uma empresa trabalham 40 técnicos e todos falam português. Entre eles, há técnicos que falam inglês e há técnicos que falam alemão, porém, entre os que falam apenas um idioma estrangeiro, o número dos que falam inglês é o dobro do número dos que falam alemão. Sabe-se que 15 técnicos falam apenas português e que 4 técnicos falam tanto inglês quanto alemão. O número de técnicos que falam inglês é

a) 7

b) 11

c) 14

d) 18

e) 20

7. (FGV/BANESTES/2018) As equipes de Abel e de Nádia têm o mesmo número de funcionários. Cinco funcionários participam das duas equipes. Não há outros funcionários com essa característica. Juntando-se as duas equipes tem-se 41 funcionários ao todo. As equipes de Abel e de Nádia têm cada uma:

a) 26

b) 25

c) 24

d) 23

e) 22

8. (FGV/PREF. SALVADOR/2017) Em um grupo de 30 profissionais, todos são engenheiros ou arquitetos. A quantidade daqueles que são somente arquitetos é o dobro da quantidade dos que são somente engenheiros. Doze desses profissionais são arquitetos e também engenheiros. Assinale a opção que indica o número de engenheiros desse grupo.

a) 6

b) 10

c) 12

d) 18
e) 24

9. (FGV/PREF. SALVADOR/2017) Em certo concurso, inscreveram-se 80 candidatos. Sabe-se que, desses candidatos, 50 são baianos, 22 possuem curso superior e 26 são de outros estados e não possuem curso superior. O número de candidatos baianos com curso superior é
a) 16.
b) 18.
c) 20.
d) 22.
e) 24.

10. (FGV/PREF. SALVADOR/2017) Dois conjuntos A e B têm a mesma quantidade de elementos. A união deles tem 2017 elementos e a interseção deles tem 1007 elementos. O número de elementos do conjunto A é
a) 505.
b) 1010.
c) 1512.
d) 1515.
e) 3014.

11. (FGV/BADESC/2010) Dado um conjunto A, chamamos subconjunto próprio não vazio de A a qualquer conjunto que pode ser formado com parte dos elementos do conjunto A, desde que:

- algum elemento de A seja escolhido;
- não sejam escolhidos todos os elementos de A.

Sabemos que a quantidade de subconjuntos próprios não vazios de A é 14. A quantidade de elementos de A é igual a:
a) 4
b) 5
c) 6
d) 7
e) 8

12. (FGV/SEFAZ-MS/2006) Os conjuntos A, B e C satisfazem $A-(B\cap C)=(A-B)\cup(A-C)$:
a) nunca.
b) se e somente se A = B = C.
c) se e somente se B = C.
d) se e somente se B ∩ C = ∅.
e) sempre.

13. (FGV/SEFAZ-MS/2006) Se X, Y e Z são conjuntos, $X \cap (Y \cup Z) = (X \cap Y) \cup Z$:

a) nunca.

b) se e somente se X = Y = Z.

c) se e somente se $Z \subset X$

d) se e somente se $Z \subset Y$

e) sempre.

14. (FGV/ALESP/2002) São dados os conjuntos: D = divisores de 24 (divisores positivos), M = múltiplos de 3 (múltiplos positivos), S = D ∩ M e n = números de subconjuntos de S. Portanto, n é igual a:

a) 64

b) 16

c) 32

d) 8

15. (FGV/MEC/2009) Sejam X e Y dois números inteiros positivos. Se $X^2 + Y^2$ é ímpar, então se pode afirmar de maneira correta que:

A) X^Y é par.

B) Y^X é par.

C) XY é par.

D) $X - Y$ é par.

E)$X + Y$ é par.

16. (FGV/SEFAZ-MS/2006) O maior número inteiro que é menor que ou igual a -5,7 é:

A) -6

B) -5

C) -4

D) -3

E) -2

17. (FGV/ALESP/2002) Um número racional qualquer:

A) Tem sempre um número finito de ordens (casas) decimais.

B) Tem sempre um número infinito de ordens (casas) decimais.

C) Não se pode expressar em forma decimal exata.

D) Tem sempre como denominador um número diferente de zero.

18. (FGV/AL-MT/2013) Suponha que o valor da expressão $\frac{5x}{6} - \frac{x}{2}$ seja um número inteiro. O valor de x é necessariamente

A) positivo.

B) par.

C) múltiplo de 3.

D) múltiplo de 6.

E) múltiplo de 12.

CESPE

19. (CESPE/ME/2020) O setor de gestão de pessoas de determinada empresa realiza regularmente a análise de pedidos de férias e de licenças dos seus funcionários. Os pedidos são feitos em processos, em que o funcionário solicita apenas férias, apenas licença ou ambos (férias e licença). Em determinado dia, 30 processos foram analisados, nos quais constavam 15 pedidos de férias e 23 pedidos de licenças. Com base nessa situação hipotética, julgue o item que se segue. A quantidade de processos analisados nesse dia que eram referentes apenas a pedido de férias é igual a 8.

20. (CESPE/PREF. B dos COQUEIROS/2020) Em uma pesquisa feita com um grupo de 100 turistas que visitavam Aracaju, verificou-se que todos eles tinham visitado pelo menos duas das seguintes praias: Atalaia, Aruana e da Costa. A tabela a seguir mostra quantos desses turistas visitaram as referidas praias.

Praias Visitadas	Número de Turistas
Atalaia e Aruana	**40**
Atalaia e da Costa	**40**
Aruana e da Costa	**40**

Com base nessas informações, julgue os itens seguintes.

I. Menos de 40 turistas visitaram a praia de Atalaia.
II. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou apenas uma das praias citadas.
III. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou todas as três praias citadas.

Assinale a opção correta.
A) Apenas o item II está certo.
B) Apenas o item III está certo.
C) Apenas os itens I e II estão certos.
D) Apenas os itens I e III estão certos.
E) Todos os itens estão certos.

21. (CESPE/COGE-CE/2019) Segundo o portal cearatransparente.ce.gov.br, em 2018, dos 184 municípios do estado do Ceará, 4 celebraram exatamente 1 convênio com o governo estadual, 22 celebraram exatamente 2 convênios com o governo estadual, e 156 celebraram 3 ou mais convênios com o governo estadual. De acordo com o texto, se, para cada $j = 0, 1, 2, \ldots,$ M_j for o conjunto dos municípios cearenses que celebraram, pelo menos, j convênios com o governo estadual, então o conjunto dos municípios que não celebraram nenhum convênio com o governo do estado será representado pelo conjunto
A) M_0

B) $M_1 - M_0$
C) $M_1 \cap M_0$
D) $M_0 - M_1$
E) $M_0 \cup M_1$

22. (CESPE/TJ-PR/2019) Em determinado tribunal, os conselheiros atuam nos conselhos I, II e III, podendo atuar em apenas um, em dois ou em todos os conselhos, como mostra a tabela seguinte.

Quantidade de Conselheiros	Conselho de Atuação
35	I
25	II
24	III
10	I e II
12	I e III
8	II e III
4	I, II e III

Nesse caso, a quantidade de conselheiros que atuam em, no máximo, um dos conselhos é igual a
A) 26.
B) 36.
C) 50.
D) 58.
E) 84.

23. (CESPE/IFF/2018) Em uma consulta a 600 estudantes de uma escola acerca da preferência deles entre teatro ou cinema, apenas 50 deles não gostam de cinema nem de teatro. Entre os demais, 370 gostam de teatro e 420 gostam de cinema. Nesse caso, a quantidade desses estudantes que gostam de teatro e cinema é igual a
A) 50.
B) 130.
C) 180.
D) 240.
E) 370.

24. (CESPE/IFF/2018) Para um conjunto qualquer X, $n(X)$ representa a quantidade de elementos de X. Nesse sentido, considere que os conjuntos A, B e C tenham as seguintes propriedades:

$$\boldsymbol{n(A) = n(B) = n(C) = 50;}$$

$$\boldsymbol{n(A \cap B) = n(A \cap C) = n(B \cap C) = 10;}$$

$$n(A \cap B \cap C) = 0.$$

Nessa situação, $n(A \cup B \cup C)$ é igual a:

A) 100.

B) 110.

C) 120.

D) 130.

D) 140.

Texto para as próximas questões

Determinado porto recebeu um grande carregamento de frango congelado, carne suína congelada e carne bovina congelada, para exportação. Esses produtos foram distribuídos em 800 contêineres, da seguinte forma: nenhum contêiner foi carregado com os três produtos; 300 contêineres foram carregados com carne bovina; 450, com carne suína; 100, com frango e carne bovina; 150, com carne suína e carne bovina; 100, com frango e carne suína.

25. (CESPE/EMAP/2018) Nessa situação hipotética, 250 contêineres foram carregados somente com carne suína.

26. (CESPE/EMAP/2018) Nessa situação, 50 contêineres foram carregados somente com carne bovina.

27. (CESPE/EMAP/2018) Nessa situação hipotética, a carga de 400 contêineres continha frango congelado.

Texto para as próximas questões

Em um aeroporto, 30 passageiros que desembarcaram de determinado voo e que estiveram nos países A, B ou C, nos quais ocorre uma epidemia infecciosa, foram selecionados para ser examinados. Constatou-se que exatamente 25 dos passageiros selecionados estiveram em A ou em B, nenhum desses 25 passageiros esteve em C e 6 desses 25 passageiros estiveram em A e em B. Com referência a essa situação hipotética, julgue os itens a seguir.

28. (CESPE/PF/2018) Se 11 passageiros estiveram em B, então mais de 15 estiveram em A.

Texto para as próximas questões

O resultado de uma pesquisa acerca da satisfação de 200 papiloscopistas, no que diz respeito às tarefas por eles executadas de identificação de vítimas e de descobertas de crimes de falsificação, foi o seguinte:

I. 30 papiloscopistas sentem-se igualmente satisfeitos ao executar qualquer uma dessas tarefas;
II. 180 papiloscopistas sentem-se satisfeitos ao executar pelo menos uma dessas tarefas.

Considerando que todos os 200 papiloscopistas responderam à pesquisa, julgue o item seguinte.

29. (CESPE/PF/2018) A quantidade de papiloscopistas que se sentem satisfeitos ao executar exatamente uma das referidas tarefas é superior a 100.

30. (CESPE/PF/2018) Nessa situação, as informações dadas permitem inferir que exatamente 75 papiloscopistas sentem-se satisfeitos ao executarem a tarefa de identificação de vítimas.

31. (CESPE/SEFAZ-RS/2018) Em determinado dia, os órgãos responsáveis atenderam 50 contribuintes para resolver pendências relativas ao IPTU, ao IPVA e a outros tributos. Sabe-se que foram atendidos:

I. 18 contribuintes com pendências de IPTU;
II. 23 contribuintes com pendências de IPVA;
III. 8 contribuintes com pendências de IPTU e IPVA.
Nesse caso, a quantidade de contribuintes atendidos cujas pendências não se referiam a IPTU nem a IPVA foi igual a
A) 15.
B) 17.
C) 25.
D) 9.
E) 10.

32. (CESPE/PREF. SÃO CRISTOVÃO/2019) Considerando as propriedades e as operações fundamentais dos números inteiros, racionais, irracionais e reais, julgue o item a seguir:

O produto de dois números racionais é sempre um número racional. O mesmo é válido para números irracionais: o produto de dois números irracionais é sempre um número irracional.

33. (CESPE/PREF. SÃO CRISTOVÃO/2019) Considerando as propriedades e as operações fundamentais dos números inteiros, racionais, irracionais e reais, julgue o item a seguir:

Todo conjunto não vazio de números inteiros positivos possui um menor elemento, isto é, se S é um conjunto de números inteiros positivos, não vazio, então existe $s \in S$ tal que $s \leq x$, para todo $x \in S$. Essa mesma propriedade é também válida para conjuntos não vazios de números reais positivos.

34. (CESPE/SEDF/2017) O resultado da soma dos números reais a e b será um número racional se, e somente se, cada um dos números a e b for um número racional.

FCC

35. (FCC/SABEPS/2019) Um grupo é formado por 410 ciclistas. Desses ciclistas 260 praticam natação e 330 correm regularmente. Sabendo que 30 ciclistas não nadam e não correm regularmente, o número de ciclistas que praticam natação e correm regularmente é:
A) 170.

B) 150.
C) 130.
D) 190.
E) 210.

36. (FCC/METRO-SP/2019) Um encontro foi realizado com 104 ilustradores. Dentre esses ilustradores, 47 também são compositores e 22 também são escritores. Sabendo que 55 ilustradores não são nem compositores nem escritores, o número de pessoas no encontro que trabalham nas três atividades é:
A) 12.
B) 14.
C) 16.
D) 18.
E) 20.

37. (FCC/CM-FORTALEZA/2019) Uma empresa de entregas conta com 44 motoristas, que dirigem apenas caminhão, apenas moto ou ambos. Se 23 deles dirigem caminhão e 27, moto, o número de motoristas que dirigem apenas caminhão é
A) 17.
B) 16.
C) 15.
D) 14.
E) 18.

38. (FCC/TRF-3/2019) O número de matriculados nas disciplinas de Cálculo, Estatística e Microeconomia é 150. Sabe-se que 12 deles cursam simultaneamente Microeconomia e Estatística, e que 80 deles cursam somente Cálculo. Os alunos matriculados em Microeconomia não cursam Cálculo. Se a turma de Cálculo tem 96 alunos e a de Estatística, 35, o número de alunos na turma de Microeconomia é
A) 12.
B) 47.
C) 7.
D) 28.
E) 23.

39. (FCC/SEFAZ-BA/2019) Os ministérios A, B e C do Governo Federal de determinado país foram fundidos em um só. Para o novo ministério, foram alocados 300 assessores especiais, alguns deles com passagens em mais de um desses três ministérios. Os que haviam trabalhado em exatamente dois dentre os três ministérios antigos eram 171. Os que haviam trabalhado nos três ministérios antigos eram 17. Os que haviam trabalhado apenas no Ministério A eram 52. Os que haviam trabalhado no ministério B e no C eram 84, enquanto os que haviam trabalhado no ministério A e no C eram 64. O número total dos assessores que haviam trabalhado apenas no ministério B ou apenas no C é igual a
A) 23.

B) 60.
C) 100.
D) 112.
E) 141.

40. (FCC/CLDF/2018) Em uma escola com 150 alunos, são oferecidos cursos de Inglês e Francês. Conforme um levantamento, 15 alunos desta escola não estão frequentando estes cursos e 90 frequentam o curso de Inglês. Se 72 alunos frequentam o curso de Francês, então o número de alunos que frequenta um e somente um dos cursos é igual a

A) 144.
B) 138.
C) 132.
D) 108.
E) 126.

Complementares

41. (PREF. IMBÉ/2020) Analise as assertivas abaixo e assinale V, se verdadeiras, ou F, se falsas.

( ) **34 é sucessor de 35.**
( ) **Todo número natural tem antecessor, menos o zero.**
( ) **3,5,7,9,11 é uma sequência de números naturais pares.**

A ordem correta de preenchimento dos parênteses, de cima para baixo, é:

A) F – V – F.
B) V – F – V.
C) F – F – V.
D) V – V – F.
E) F – F – F.

42. (PREF. SA SUDOESTE/2020) Assinale a alternativa que representa a quantidade de números pares existentes na sequência {1, 3, 5, 8, 16, 20, 30, 50, 88, 100, 552, 663, 1000, 1114}.

A) 10
B) 20
C) 30
D) 40

43. (CRA PR/2020) Acerca dos conjuntos dos números naturais, dos números inteiros e dos números racionais, de suas operações e de suas propriedades, julgue o item:

a diferença entre dois números naturais é sempre um número natural.

44. (CRA-PR/2020) Acerca dos conjuntos dos números naturais, dos números inteiros e dos números racionais, de suas operações e de suas propriedades, julgue o item:

o produto entre dois números naturais é sempre um número natural.

45. (CRA-PR/2020) Acerca dos conjuntos dos números naturais, dos números inteiros e dos números racionais, de suas operações e de suas propriedades, julgue o item: o conjunto dos números inteiros está contido no conjunto dos números naturais.

46. (PREF. BARRA VELHA/2020) Marque a alternativa CORRETA em relação a sucessor e antecessor de um número.

A) A diferença entre o sucessor e o antecessor de um número é sempre dois.
B) O sucessor de um número negativo é sempre um número negativo.
C) Todos os números naturais têm antecessor.
D) Nenhuma das alternativas.

47. (PREF.PARAÍ/2019) Considere as seguintes afirmações sobre os números naturais:

I. A soma de dois números naturais pares é sempre um número par.
II. A soma de dois números ímpares é sempre um número ímpar.
III. Há infinitos números primos.

Quais estão corretas?

A) Apenas I.
B) Apenas II.
C) Apenas I e II.
D) Apenas I e III.
E) I, II e III.

48. (PREF. PINHEIRO PRETO/2019) Assinale a alternativa que apresenta apenas números irracionais.

A) $4,2,1$.
B) $\sqrt{2}, \frac{3}{2}, \pi$
C) $\sqrt{2}, \sqrt{5}, \pi$
D) $\sqrt{9}, \sqrt{81}, \sqrt{100}$
E) $\sqrt{2}, \sqrt[3]{8}, \pi$

49. (PREF. PERUÍBE/2029) Em relação ao conjunto dos números reais, é verdade que

A) o produto de dois números irracionais não pode ser um número racional.
B) a soma de dois números irracionais distintos é sempre um número irracional.

C) todo número racional tem uma representação decimal finita.

D) o número $43/71$ não é racional, pois sua representação decimal não é periódica.

E) se a representação decimal infinita de um número é periódica, então esse número é racional.

50. (CM MANDAGUARI/2019) Considerando os conjuntos numéricos, assinale a alternativa CORRETA:

A) O número $\sqrt{2} \in \mathbb{N}$

B) O número $\pi \in \mathbb{Q}$

C) O número $\sqrt{3} \in \mathbb{Q}$

D) O número $\sqrt{36} \in \mathbb{Q}$

Gabarito

1. LETRA D
2. LETRA D
3. LETRA A
4. LETRA D
5. LETRA E
6. LETRA D
7. LETRA D
8. LETRA D
9. LETRA B
10. LETRA C
11. LETRA A
12. LETRA E
13. LETRA C
14. LETRA B
15. LETRA C
16. LETRA A
17. LETRA D
18. LETRA C
19. ERRADO
20. LETRA A
21. LETRA D
22. LETRA B
23. LETRA D
24. LETRA C
25. ERRADO
26. CERTO
27. CERTO
28. CERTO
29. CERTO
30. ERRADO
31. LETRA B
32. ERRADO
33. ERRADO
34. ERRADO
35. LETRA E
36. LETRA E
37. LETRA A
38. LETRA B
39. LETRA B
40. LETRA D
41. LETRA A
42. LETRA A
43. ERRADO
44. CERTO
45. ERRADO
46. LETRA A
47. LETRA D
48. LETRA C
49. LETRA E
50. LETRA D

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.