Resolução prova "noções de estatística" p/ TCE-PR

Boa pessoal! A CESPE deu uma prova de estatística que, acredito, estava muito acima do esperado por muitos candidatos. Vamos lá!

Exercício

Em um levantamento feito para avaliar a adesão de empresas a determinados padrões contábeis, considerou-se uma variável quantitativa X, tal que $X = 1$, se a empresa observada no levantamento seguir os padrões; ou $X = 0$, se a empresa não seguir os padrões. Considerando-se que a média amostral da variável X seja igual a 0,8, e que a amostra consista de 17 empresas, é correto afirmar que a variância amostral s^2 de X é tal que

- **A** $0{,}18 < s^2 \leq 0{,}21$.
- **B** $0{,}21 < s^2 \leq 0{,}24$.
- **C** $0{,}09 < s^2 \leq 0{,}12$.
- **D** $0{,}12 < s^2 \leq 0{,}15$.
- **E** $0{,}15 < s^2 \leq 0{,}18$.

Resolução

Bom, sabemos que só há dois tipos de resultado, 0 e 1, assim, a média, com base na frequência de cada um destes é de:

$$Média\ Aritmética = \frac{\Sigma(f_i \cdot x_i)}{n}$$

Assim:

$$Média\ Aritmética = \frac{\Sigma(f_i \cdot x_i)}{n} = \frac{f_1 \times 1 + f_0 \times 0}{17}$$

Ora, se o total é de 17, podemos verificar que a frequência de cada uma destas ocorrências é de:

$$Média\ Aritmética = \frac{(17 - f_0) \times 1 + f_0 \times 0}{17}$$

Claro, pois o total de frequências de 1 é 17 menos a frequência de 0! Como a média é de 0,8:

$$Média\ Aritmética = \frac{(17 - f_0) \times 1 + f_0 \times 0}{17} = 0{,}8$$

$$Média\ Aritmética = \frac{17 - f_0}{17} = 0{,}8 \rightarrow 17 - f_0 = 13{,}6 \rightarrow f_0 = 3{,}4$$

Portanto, a variância amostral será de:

$$Variância = \frac{\Sigma[f_i \cdot (x_i - \bar{x})^2]}{n-1}$$

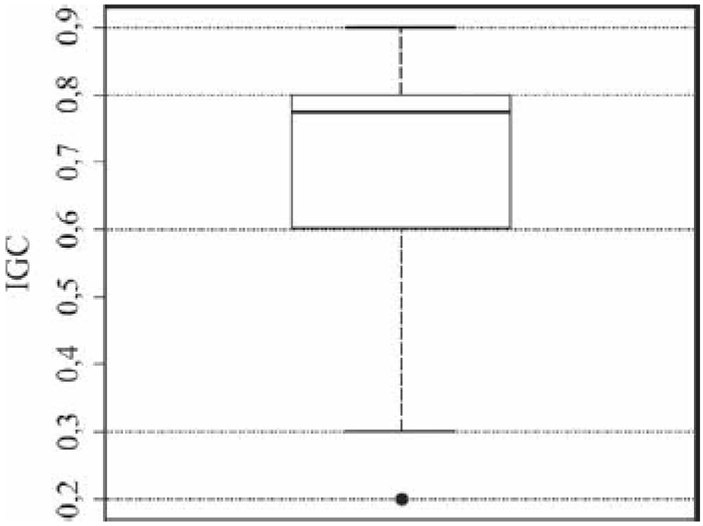
Substituindo os valores que encontramos:

$$Variância = \frac{\Sigma[f_i \cdot (x_i - \bar{x})^2]}{n-1} = \frac{(17 - 3{,}4) \times (1 - 0{,}8)^2 + 3{,}4 \times (0 - 0{,}8)^2}{16}$$

$$Variância = \frac{13{,}6 \times 0{,}04 + 3{,}4 \times 0{,}64}{16} = \frac{0{,}544 + 2{,}176}{16} = 0{,}17$$

Alternativa (e)

Exercício

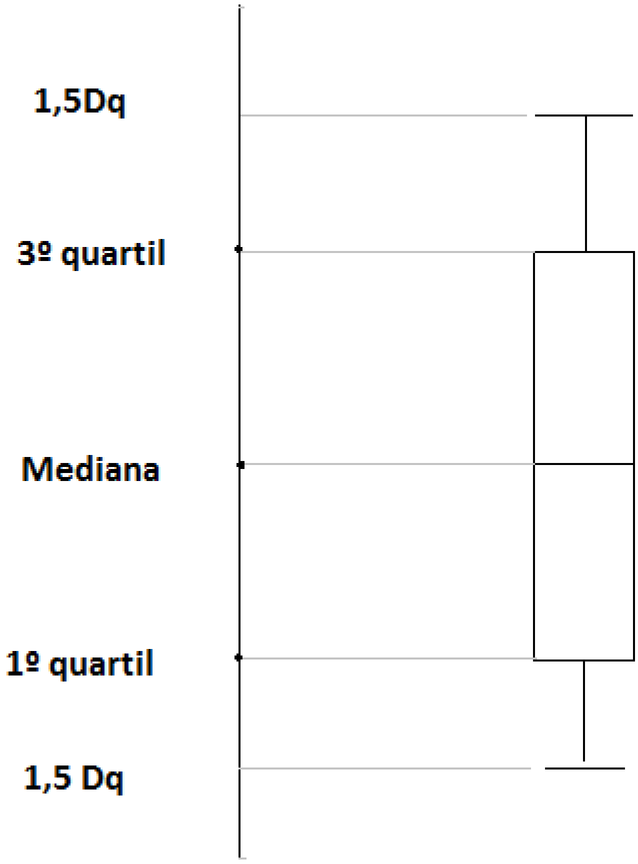


Com base na figura antecedente, que apresenta a distribuição dos indicadores de governança corporativa (IGC) observados em uma amostra de empresas prestadoras de serviços terceirizados, assinale a opção correta.

- **A** O menor e o maior IGC observados na amostra foram, respectivamente, iguais a 0,3 e 0,9.
- **B** O diagrama mostrado na figura em questão é denominado curva de frequência.
- **C** O primeiro quartil da distribuição dos indicadores foi igual a 0,3.
- **D** Na amostra considerada, a mediana dos indicadores observados foi inferior a 0,7.
- **E** A figura em apreço sugere a existência de, pelo menos, uma observação destoante das demais.

Resolução

O diagrama é um box-plot, com as seguintes características:



Alternativas:

(a)-O menor valor não é de 0,3, pois há um outlier abaixo deste valor.
(b)-o diagrama é um box-plot.
(c)-o 1º quartil é de 0,6.
(d)-a mediana é superior a 0,7.
(e)-Perfeito, aquela bolinha sinalizada no gráfico é um outlier!

Alternativa (e).

Exercício

Se satisfação no trabalho e saúde no trabalho forem indicadores com variâncias populacionais iguais a 8 e 2, respectivamente, e se a covariância populacional entre esses indicadores for igual a 3, então a correlação populacional entre satisfação no trabalho e saúde no trabalho será igual a

- A 0,8125.
- B 1.
- C 0,1875.
- D 0,30.
- E 0,75.

Resolução

Basta lembrar da nossa fórmula:

$$\rho_{x,y} = \frac{Cov(x,y)}{dp(x) \cdot dp(y)}$$

Assim:

$$\rho_{x,y} = \frac{3}{\sqrt{8} \times \sqrt{2}}$$

Raiz de 8 é a mesma coisa que:

$$\sqrt{2 \times 2 \times 2} = 2\sqrt{2}$$

Portanto:

$$\rho_{x,y} = \frac{3}{2 \times \left(\sqrt{2}\right)^2} = \frac{3}{2 \times 2} = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

Alternativa (e).

Exercício

Se X for uma variável aleatória normal com média 0,8 e variância 0,4, e $P(X \leq x)$ representar a função de distribuição de probabilidade acumulada dessa variável X, para $x \in R$, então

A a razão $\frac{X - 0{,}8}{0{,}4}$ será uma variável aleatória normal padrão.

B o coeficiente de variação de X será inferior a 0,4.

C a moda de X será inferior a 0,6.

D $P(X = 0{,}8) = P(X = 0{,}1)$.

E $P(X \leq 0{,}7) < P(X \geq 0{,}9)$.

Resolução

Vamos avaliar as alternativas:

(a)-Está errado, pois a fórmula tem o desvio padrão no denominador, ou seja:

$$z = \frac{X - 0{,}8}{\sqrt{0{,}4}}$$

Falsa.

(b) O coeficiente de variação é de:

$$cv = \frac{desvio\ padrão}{média} = \frac{\sqrt{0{,}4}}{0{,}8} \cong \frac{0{,}64}{0{,}8} = 0{,}8$$

Falsa.

(c) A moda, no caso da distribuição Normal, é igual à sua média (distribuição simétrica).

Falsa.

(d) A probabilidade de X=0,8 é igual à zero, pois nossa distribuição é contínua!

Alternativa correta.

(e)-A probabilidade de ocorrência destes dois valores será igual se o valor z calculado para cada uma delas for igual em módulo. Portanto, no caso de 0,7:

$$z = \frac{|0,7 - 0,8|}{\sqrt{0,4}} = \frac{|-0,1|}{\sqrt{0,4}} = \frac{0,1}{\sqrt{0,4}}$$

No caso de 0,9:

$$z = \frac{|0,9 - 0,8|}{\sqrt{0,4}} = \frac{|0,1|}{\sqrt{0,4}} = \frac{0,1}{\sqrt{0,4}}$$

Ou seja, o valor de z é em módulo igual para ambos os valores, portanto a probabilidade de ocorrência destes dois casos é igual.

Alternativa falsa.

Portanto, alternativa (d).

Boa pessoal!

Até a próxima! Estou sempre à disposição.

jeronymobj@hotmail.com